

Probabilidades

$$\begin{array}{ccc} \Omega & \longrightarrow & n(\Omega) \\ \downarrow & & \\ A & \longrightarrow & n(A) \\ (A \subset \Omega) & & \end{array}$$

Probabilidades a priori o clásicas

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

Propiedades de las probabilidades

1. Para cualquier evento A ,

$$P(A^c) = 1 - P(A) \quad , \quad P(A) + P(A^c) = 1 \rightarrow P(\Omega)$$

Ejemplo: Experimento aleatorio: Ganar en una segunda vuelta electoral

A = Gana el candidato 1

$B = A^c$ = Gana el candidato 2

$P(A) = 0.60 \rightarrow P(A^c) = 1 - 0.60 = 0.40$

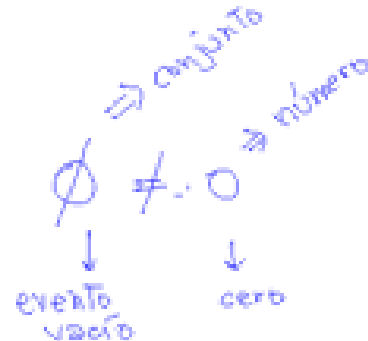
2. La probabilidad del evento imposible es cero:

$$P(\emptyset) = 0$$

Ejemplo: Experimento aleatorio: Lanzar un dado regular

A = Obtener el número 7

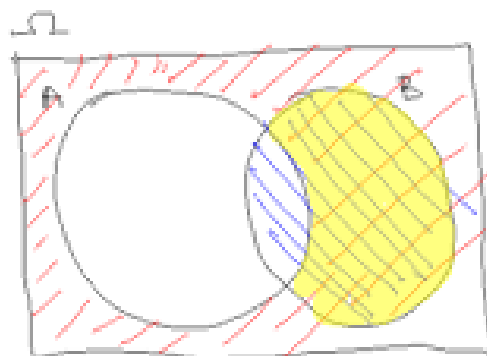
$P(A) = 0$



3. Para dos eventos A y B cualesquiera:

$$P(A^c \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$$

Intersección de A complemento y B



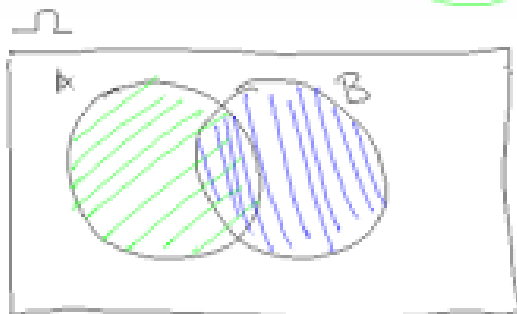
A = El estudiante aprueba Matemática

B = El estudiante aprueba Química

$P(A^c \cap B)$ = Probabilidad de que no apruebe Matemática y que sí apruebe Química = Probabilidad de que solo apruebe Química

4. Para dos eventos A y B cualesquiera:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



A = El estudiante aprueba Matemática

B = El estudiante aprueba Química

$P(A \cup B)$ = Probabilidad de que el estudiante apruebe Matemática o Química = Probabilidad de que el estudiante apruebe al menos un curso (uno o más cursos)

$$P(A \cap B^c) = P(A) - P(\overbrace{A \cap B}^{\phi})$$

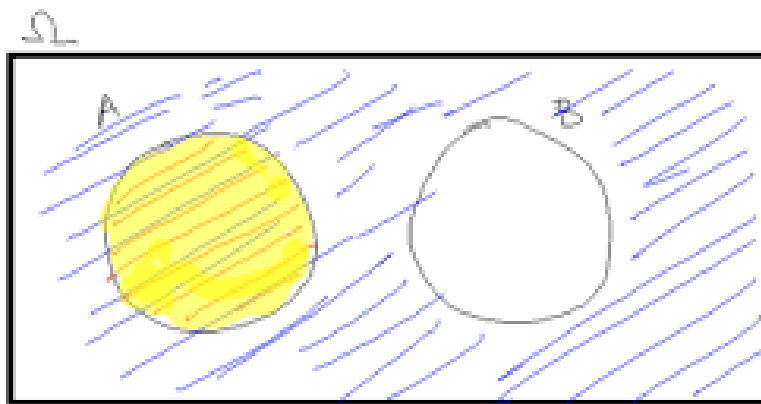
$$P(A^c \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$$

A = Dado cae en 4

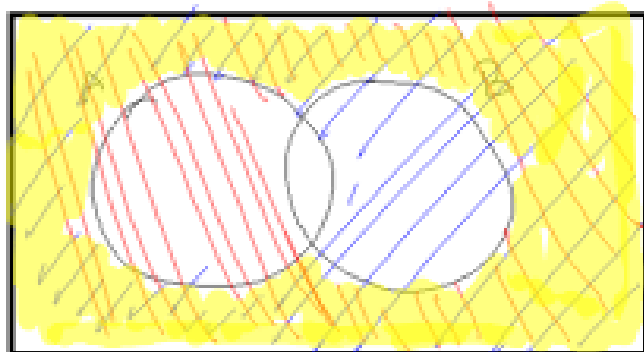
B = Dado cae en 5

$P(A \text{ y } B^c) = P(A)$

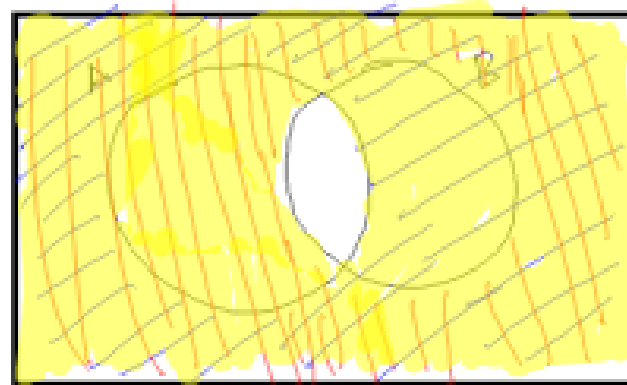
La probabilidad de que el dado caiga en 4 y no caiga en 5 es la probabilidad de que caiga en 4



$$P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A \cup B) = P((A \cup B)^c)$$



$$P(A^c \cup B^c) = 1 - P(A \cap B) = P((A \cap B)^c)$$



Ejercicio

Una universidad realizó una encuesta a 1000 estudiantes para determinar el uso de plataformas digitales en sus estudios. Se les preguntó si usan plataformas como Google Classroom, Moodle o Teams. Los resultados se resumen en la siguiente tabla:

Facultad	Usa plataforma (\$U\$)	No usa plataforma (\$U^c\$)	Total
Ciencias (C)	180	120	300
Ingeniería (I)	150	150	300
Letras (L)	100	100	200
Educación (E)	120	80	200
Total	550	450	1000

Si se selecciona al azar a un estudiante, halle la probabilidad de que:

- Pertenezca a la facultad de Ciencias o Educación.
- Pertenezca a la facultad de Letras y use plataforma.
- No pertenezca a la facultad de ingeniería y no use plataforma.

$$\begin{aligned} \text{a. } P(C \cup E) &= P(C) + P(E) \\ &= \frac{300}{1000} + \frac{200}{1000} \\ &= 0.5 \end{aligned}$$

$$\text{b. } P(L \cap U) = \frac{100}{1000} = 0.1$$

$$\begin{aligned} \text{c. } P(I^c \cap U^c) &= 1 - P(I \cup U) \\ P(I \cup U) &= P(I) + P(U) - P(I \cap U) \\ &= \frac{300}{1000} + \frac{550}{1000} - \frac{150}{1000} \\ &= \frac{700}{1000} = 0.7 \end{aligned}$$

$$P(I^c \cap U^c) = 1 - 0.7 = 0.3 \downarrow$$

Ejercicio

Una universidad encuestó a 500 estudiantes sobre su experiencia con herramientas de inteligencia artificial. Los resultados fueron los siguientes:

- ▶ 180 estudiantes han usado ChatGPT
- ▶ 150 estudiantes han usado Gemini
- ▶ 100 estudiantes han usado ambas herramientas
- ▶ El resto no ha usado ninguna de las dos.

Si se selecciona un estudiante al azar:

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que haya usado ambas herramientas?
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que haya usado solo ChatGPT?
- c. ¿Cuál es la probabilidad de que haya usado al menos una de las dos herramientas?
- d. ¿Cuál es la probabilidad de que no haya usado ninguna de las dos herramientas?

a. $P(A \cap B) = 0.20$

b. $P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B) = 0.36 - 0.20 = 0.16$

c. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.36 + 0.30 - 0.20 = 0.46$

d. $P(A^c \cap B^c) = P((A \cup B)^c) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.46 = 0.54$

$A = E|$ estudiante usa ChatGPT

$B = E|$ estudiante usa Gemini

$$P(A) = \frac{180}{500} = 0.36$$

$$P(B) = \frac{150}{500} = 0.30$$

$$P(A \cap B) = \frac{100}{500} = 0.20$$

Ejemplo:

$$P(\text{pescado con parásito} \mid \text{pescado con oscurecim}) = 0.35$$

El 35% de los pescados **con oscurecimiento de músculo** tiene parásitos

$$P(\text{pescado con oscurecim} \mid \underbrace{\text{pescado con parásito}}_{\text{condición}}) = 1$$

El 100% de los pescados **con parásitos** presenta oscurecimiento muscular

- $P(\text{chocar en un accidente} \mid \underbrace{\text{no se respeta la luz roja del semáforo}}_{\text{Condición}})$

$$P(\text{no se respeta la luz roja del semáforo} \mid \underbrace{\text{chocar en un accidente}}_{\text{condición}})$$

Ejercicio

En una universidad el 70% de los estudiantes son de Ciencias y el 30% de Letras; de los estudiantes de Ciencias, el 60% son hombres y de los estudiantes de Letras son hombres el 40%. Si se elige aleatoriamente un estudiante.

- a. Hallar la probabilidad de que sea un estudiante hombre:

Sean los eventos:

A = {El estudiante elegido es de Ciencias}

B = {El estudiante elegido es varón}

$$P(B) = 0.70 \times 0.60 + 0.30 \times 0.40 = 0.42 + 0.12 = 0.54$$

- b. Hallar la probabilidad de que sea un estudiante hombre, si se sabe que es de Ciencias:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.42}{0.70} = 0.60$$

- c. Si se sabe que es hombre, hallar la probabilidad de que sea un estudiante de Ciencias:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.42}{0.54} = 0.778$$

	H	M	Prob
C	0.42	0.28	0.70
L	0.12	0.18	0.30
	0.54	0.46	1

$$P(A \cap B) = P(B \cap A)$$

$$P(A \cup B) = P(B \cup A)$$

$$* P(A|B) \neq P(B|A)$$

Ejercicio

La probabilidad de que la construcción de un edificio termine a tiempo es $17/20$, la probabilidad de que no haya huelga es $3/4$ y la probabilidad de que la construcción se termine a tiempo dado que no hubo huelga es $14/15$; la probabilidad de que haya huelga y no se termine la construcción a tiempo es $1/10$. ¿Cuál es la probabilidad de que:

- a) la construcción se termine a tiempo y no haya huelga?

Definimos los eventos:

$A = \{\text{La construcción se termina a tiempo}\}$

$B = \{\text{No haya huelga}\}$

Tenemos $P(A) = \frac{17}{20}$, $P(B) = \frac{3}{4}$, $P(A|B) = \frac{14}{15}$, $P(A^c \cap B^c) = \frac{1}{10}$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B) = \frac{14}{15} \times \frac{3}{4} = 0.70$$

