Variable aleatoria discreta
X = Número de candidatos a una alcaldía distrital

$R_X = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$$\boxed{\sum f(x) = 1}$$

*

| X | f(x) |
|---|---|
| 2 | 0.1 |
| 3 | 0.1 |
| 4 | 0.2 |
| 5 | 0.4 |
| 6 | 0.2 |

* $$f(x) = \begin{cases} 0.1, & x \in \{2,3\} \\ 0.2, & x \in \{4,6\} \\ 0.4, & x = 5 \end{cases}$$

* $$f(x) = 0.1\, I_{(x \in \{2,3\})} + 0.2\, I_{(x \in \{4,6\})} + 0.4\, I_{(x=5)}$$

¿Cuál es la probabilidad de que en un distrito haya no menos de 4 candidatos? $\rightarrow P(X \geq 4) = f(4) + f(5) + f(6) = 0.8$

Hasta el momento se han inscrito 3 candidatos, ¿cuál es la probabilidad de que, al finalizar el periodo de inscripciones de candidatos, haya como máximo 5?

$$P(\underbrace{X \leq 5}_{A} \mid \underbrace{X \geq 3}_{B}) = \frac{P(3 \leq X \leq 5)}{P(X \geq 3)} = \frac{f(3) + f(4) + f(5)}{1 - f(2)} = \frac{0.1 + 0.2 + 0.4}{1 - 0.1} = \frac{0.7}{0.9} = 7/9$$

Variable aleatoria discreta

X = Número de candidatos a una alcaldía distrital

$R_X = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

* 

| X | f(x) |
|---|---|
| 2 | 0.1 |
| 3 | 0.1 |
| 4 | 0.2 |
| 5 | 0.4 |
| 6 | 0.2 |

* $f(x) = \begin{cases} 0.1, & x \in \{2,3\} \\ 0.2, & x \in \{4,6\} \\ 0.4, & x = 5 \end{cases}$

¿Cuál es la cantidad esperada de candidatos a una alcaldía distrital

$E(X) = 2 \times 0.1 + 3 \times 0.1 + 4 \times 0.2 + 5 \times 0.4 + 6 \times 0.2$

$\mu = 0.2 + 0.3 + 0.8 + 2 + 1.2 = 4.5_{\text{cand.}}$

Se espera tener entre 4 y 5 candidatos a la alcaldía distrital

¿Cuál es la varianza de la cantidad de candidatos a una alcaldía distrital?

$E(X^2) = 2^2 \times 0.1 + 3^2 \times 0.1 + 4^2 \times 0.2 + 5^2 \times 0.4 + 6^2 \times 0.2$

$= 0.4 + 0.9 + 3.2 + 10 + 7.2 = 21.7$

$\sigma^2 = V(X) = 21.7 - 4.5^2 = 1.45 \text{ candidatos}^2$

$\sigma = DE(X) = \sqrt{1.45} = 1.2 \text{ candidatos}$

$CV(X) = \frac{1.2}{4.5} \times 100\% = 26.6\%$

## Propiedades de transformación

$a$ y $b$ son números reales

$$X \longrightarrow Y = aX + b$$

$$\mu_X \longrightarrow \mu_Y = a\mu_X + b$$

- $\sigma_X^2 \longrightarrow \sigma_Y^2 = a^2 \sigma_X^2$
- $\sigma_X \longrightarrow \sigma_Y = |a|\,\sigma_X$

Ejm

$X$ tiene $\mu_X = 6$

$Y = 2X$, $\mu_Y = 2 \times 6 = 12$

$Y = 0.5X + 1$, $\mu_Y = 0.5 \times 6 + 1 = 4$

$X$ tiene $\sigma_X = 6$

$Y = 8X$, $\sigma_Y = 8 \times 6 = 48$

$Y = -2X$, $\sigma_Y = |-2| \times 6 = 12$

$Y = 5 + 4X$, $\sigma_Y = 4 \times 6 = 24$

$Y = 37.4 - 1X$, $\sigma_Y = |-1| \times 6 = 6$

$X$ tiene $\sigma_X^2 = 10$

$Y = 3X$, $\sigma_Y^2 = 3^2 \times 10 = 90$

$Y = 3X - 5$, $\sigma_Y^2 = 3^2 \times 10 = 90$

$Y = \frac{1}{2}X$, $\sigma_Y^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 10 = 2.5$

**Ejercicio**

Sea la v.a. X: número de reclamos por día en una compañía de telefonía móvil, cuya función de probabilidad es:

| $x$ | 8 | 12 | 18 | 24 | 32 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X = x)$ | 0.32 | 0.25 | 0.20 | 0.15 | 0.08 |

$$\sum \frac{(x_i - \mu)^2}{N}$$

$$\frac{\sum x_i^2 - N\mu^2}{N}$$

$$\frac{\sum x_i^2}{N} - \mu^2$$

a. Hallar la probabilidad de que en un día se tenga más de 18 reclamos.

$$P(X > 18) = f(24) + f(32) = 0.15 + 0.08 = 0.23$$

b. Calcule e interprete la media, la desviación estándar y el coeficiente de variación.

$$\mu = E(X) = 8 \times 0.32 + 12 \times 0.25 + 18 \times 0.2 + 24 \times 0.15 + 32 \times 0.08 = 15.32 \text{ reclamos}$$

Se espera recibir alrededor 15 reclamos por día

$$E(X^2) = 8^2 \times 0.32 + 12^2 \times 0.25 + 18^2 \times 0.2 + 24^2 \times 0.15 + 32^2 \times 0.08 = 289.6$$

$$\sigma^2_x = V(X) = 289.6 - 15.32^2 = 54.9 \text{ reclamos}^2, \quad \sigma_x = 7.41 \text{ reclamos}, \quad CV = \frac{7.41}{15.32} \times 100\% = 48.36\%$$

c. Si por cada reclamo la empresa tiene un costo de \$3.5, al cual se añade un costo fijo de \$0.50 por gastos administrativos. Halle el cv del costo por reclamo.

$$Y = 3.5X + 0.5 \quad , \quad CV_Y = \frac{\sigma_Y}{\mu_Y} \times 100\%$$

$$\mu_X = 15.32 \Rightarrow \mu_Y = 3.5(15.32) + 0.5 = \$\,54.12$$

$$\sigma_X = 7.41 \Rightarrow \sigma_Y = 3.5(7.41) = \$\,25.9$$

$$CV_Y = \frac{25.9}{54.12} \times 100\% = 47.86\%$$

d. Si se sabe que un día se registraron más de 15 reclamos, ¿cuál es el valor esperado del número de reclamos? ¿Y cuál es su desviación estándar?

| $x$ | ~~8~~ | ~~12~~ | 18 | 24 | 32 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | ~~0.32~~ | ~~0.25~~ | 0.20 | 0.15 | 0.08 |

$Z$ = Número de reclamos dado que son más de 15 $(X \mid X>15)$

| $Z$ | 18 | 24 | 32 |
|---|---|---|---|
| $P(Z=z)$ | 0.465 | 0.348 | 0.187 |

$$P(Z=18) = P(X=18 \mid X>15) = \frac{P(X=18)}{P(X>15)} = \frac{0.20}{0.43}$$

$$E(Z) = \underset{\text{reclamos}}{22.706} = \mu_Z \quad , \quad E(Z^2) = 542.596 \,,\; V(Z) = \sigma_Z^2 = 27.03$$

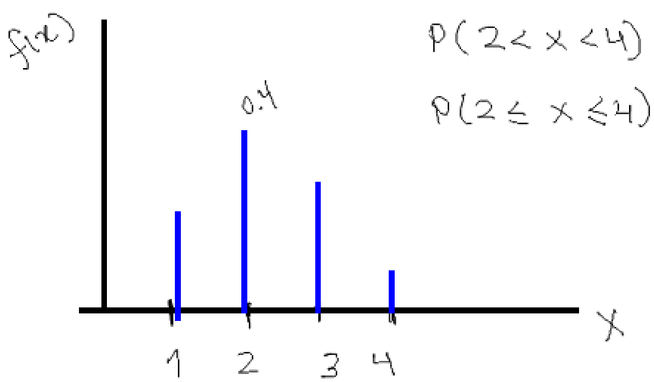
$\sigma_Z = 5.2$ reclamos

$f(x) \geq 0$

VARIABLE ALEATORIA DISCRETA

f(x) es una función de probabilidad

f(x) = P(X = x) es una probabilidad




$P(2 < X < 4) \neq P(2 \leq X \leq 4)$

$f(2) = 0.4$ es probabilidad

$$\sum_{R_X} f(x) = 1$$

$R_X = \{1, 2, 3, 4\}$

4.5 → 4.58

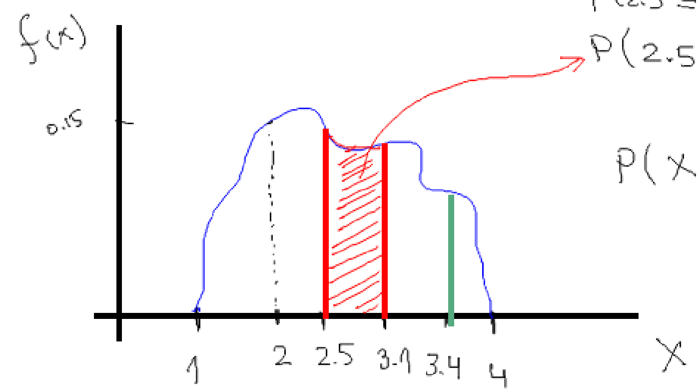
4.6

VARIABLE ALEATORIA CONTINUA

f(x) es una función de densidad

f(x) no es una probabilidad

$P(2.5 \leq X \leq 3.1) = P(2.5 < X < 3.1)$




$P(X = 3.4) = 0$

$f(2) = 0.15$ NO es probabilidad

$$\int_{R_X} f(x)\,dx = 1$$

$R_X = [1, 4]$