Taller de variable aleatoria

Pregunta 1

Una empresa de logística desea mejorar la gestión del mantenimiento de su flota de camiones de reparto. Para ello, ha empezado a recolectar información sobre las fallas mecánicas registradas durante los últimos meses. Con base en los datos recopilados, se sabe lo siguiente:

Cada camión puede presentar un número variable de fallas por mes. La empresa no conoce la distribución exacta de este **número mensual de fallas por camión**, pero cuenta con registros históricos que permiten estimar su distribución empírica, la cual se presenta a continuación:

$$f(x) = 0.10\mathbf{I}_{\{x=0\}} + 0.30\mathbf{I}_{\{x=1\}} + 0.36\mathbf{I}_{\{x=2\}} + 0.14\mathbf{I}_{\{x=3\}} + 0.08\mathbf{I}_{\{x=4\}} + 0.02\mathbf{I}_{\{x=5\}}$$

- a. Si el límite de tolerancia de la empresa es de 3 fallas por mes, calcula la probabilidad de incumplimiento (tener más de 3 fallas).
- b. Calcular el coeficiente de variación del número mensual de fallas por camión.
- c. ¿Cuál es la probabilidad de que la cantidad mensual de fallas por camión sea mayor a su media?
- d. Interpretar el percentil 60 de la cantidad mensual de fallas mecánicas por camión.
- e. Si se sabe que un camión tiene al menos una falla en el último mes, ¿cuál es la probabilidad de que tenga como máximo 3?
- f. Si el costo mensual por reparación de fallas de un camión es de 250 dólares, ¿cuál es el costo esperado?
- g. Si se seleccionan 4 camiones de manera independiente, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente dos de ellos no presenten ninguna falla en el mes?

Pregunta 2

La duración X (en horas) de una reparación de camión es una variable aleatoria continua cuya densidad empírica estimada:

$$f(x) = \frac{x}{4} \mathbf{I}_{\{x \in [0,1)\}} + \frac{1}{4} \mathbf{I}_{\{x \in [1,3]\}} + \frac{6-x}{12} \mathbf{I}_{\{x \in (3,6]\}}$$

- a. Verificar que f(x) es una función de densidad.
- b. Calcular e interpretar el valor de f(2)
- c. Calcular e interpretar $P(X > \mu_X)$
- d. Calcular e interpretar la mediana de X.
- e. ¿El coeficiente de variación de la duración de reparación de un camión es menor al 10%?
- f. Calcular el rango intercuartílico de X.
- g. Si ya han transcurrido 3 horas desde que inició una reparación, ¿cuál es la probabilidad de que la duración total sea menor a 5 horas?