Variable aleatoria discreta

Ejercicio

Un supervisor de atención al cliente evalúa aleatoriamente 2 llamadas realizadas por los operadores de un call center, para medir la calidad del servicio.

Cada llamada se califica con una puntuación de 1 (mala), 2 (regular) o 3 (buena), según una rúbrica de desempeño. → equiprobables

La selección de llamadas es con reposición porque se toman de una base grande y se permite que una misma calificación se repita.

Sea X la variable aleatoria, definida como la suma de las dos calificaciones. Hallar la función de probabilidad de la variable aleatoria X. ✓

Exp. Aleatorio: Seleccionar 2 llamadas (con reposición) y evaluarla

Espacio muestral: $\{(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3)\}$

X = Suma de valores

$R_X = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ →

i)

x	$f(x)$
2	1/9
3	2/9
4	3/9
5	2/9
6	1/9

ii) $$f(x) = \begin{cases} 1/9, & x \in \{2,6\} \\ 2/9, & x \in \{3,5\} \\ 3/9, & x = 4 \end{cases}$$

iii) $$f(x) = \frac{1}{9} I_{\{x \in \{2,6\}\}} + \frac{2}{9} I_{\{x \in \{3,5\}\}} + \frac{3}{9} I_{\{x=4\}}$$

En un distrito de Lima el número de hijos por familia es una variable aleatoria con la siguiente función de probabilidad:

$$\underbrace{P(X=x)}_{f(x)} = \begin{cases} 0.5k, & \text{si } x \in \{0,1\} \\ k, & \text{si } x \in \{2,3\} \\ 2.0k, & \text{si } x = 4 \\ 0, & \text{otra manera.} \end{cases}$$

a. Halle el valor de k para que $f(x)$ sea una función de probabilidad.

b. Si se escoge al azar una familia, ¿cuál es la probabilidad de que tenga por lo menos dos hijos? (2 o más)

c. Si se escoge al azar una familia con al menos un hijo, ¿cuál es la probabilidad de que tenga 3 como máximo?

a.

$0.5k + 0.5k + k + k + 2k = 1$

$5k = 1$

$k = 0.2$

$$P(X=x) = \begin{cases} 0.1, & x \in \{0,1\} \\ 0.2, & x \in \{2,3\} \\ 0.4, & x = 4 \\ 0, & \text{de otra manera} \end{cases}$$

b. $P(X \geq 2) = P(X=3) + P(X=4)$

$= f(3) + f(4)$

$= 0.2 + 0.4 = 0.6$

c. $P(\underbrace{X \leq 3}_{A} \mid \underbrace{X \geq 1}_{B}) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{P(1 \leq X \leq 3)}{P(X \geq 1)} = \dfrac{f(1)+f(2)+f(3)}{1 - f(0)} = \dfrac{0.1 + 0.2 + 0.2}{1 - 0.1} = \dfrac{0.5}{0.9}$

$= \dfrac{5}{9} = 0.555$

Ejercicio

Un dispositivo electrónico está compuesto por tres elementos independientes: A, B y C. Cada uno puede funcionar correctamente o fallar durante una prueba. La probabilidad de que cada elemento falle es 0.1

a. Halle la función de probabilidad de la variable aleatoria X: número de elementos que fallan en una prueba $\Omega \rightarrow R_X$

b. ¿Cuál es la probabilidad de que falle al menos un elemento en una prueba?

a: $X = \#$ fallas

R_X	Ω	Probabilidad
0	$A^c \cap B^c \cap C^c$	$0.9 \times 0.9 \times 0.9 = 0.729$
1	$A \cap B^c \cap C^c$ $A^c \cap B \cap C^c$ $A^c \cap B^c \cap C$	$3 \times 0.1 \times 0.9 \times 0.9 = 0.243$
2	$A \cap B \cap C^c$ $A \cap B^c \cap C$ $A^c \cap B \cap C$	$3 \times 0.1 \times 0.1 \times 0.9 = 0.027$
3	$A \cap B \cap C$	$0.1 \times 0.1 \times 0.1 = 0.001$
		1.000

Finalmente:

$$f(x) = P(X=x) = \begin{cases} 0.729, & x=0 \\ 0.243, & x=1 \\ 0.027, & x=2 \\ 0.001, & x=3 \end{cases}$$

b. $\underbrace{P(X \geq 1)}_{\text{al menos uno}} = 1 - \underbrace{P(X=0)}_{\text{Ninguno}} = 1 - 0.729 = 0.271$

Ejercicio

Sea la v.a. X: número de reclamos por día en una compañía de telefonía móvil, cuya función de probabilidad es:

x	8	12	18	24	32
$P(X = x)$	0.32	0.25	0.20	0.15	0.08

a. Hallar la probabilidad de que en un día se tenga más de 18 reclamos.

b. Calcule e interprete la media, la desviación estándar y el coeficiente de variación.

c. Si por cada reclamo la empresa tiene un costo de \$3.5, al cual se añade un costo fijo de \$0.50 por gastos administrativos. Halle el cv del costo por reclamo.

d. Si se sabe que un día se registraron más de 15 reclamos, ¿cuál es el valor esperado del número de reclamos? ¿Y cuál es su desviación estándar?

a. $P(X > 18) = f(24) + f(32)$

$= 0.15 + 0.08$

$= 0.23$

b. $\mu_X = E(X) = 8 \times 0.32 + 12 \times 0.25 + 18 \times 0.2 + 24 \times 0.15 + 32 \times 0.08 = 15.32$

Se espera tener 15.32 reclamos por día (aprox 15)

$E(X^2) = 8^2 \times 0.32 + \ldots + 32^2 \times 0.08$

$= 289.6$

$\sigma_X^2 = V(X) = 289.6 - 15.32^2 = 54.9$

$\sigma_X = \sqrt{54.9} = 7.41$ reclamos

$cv = \frac{7.41}{15.32} \times 100\% = 48.4\%$

Ejercicio

Sea la v.a. X: número de reclamos por día en una compañía de telefonía móvil, cuya función de probabilidad es:

x	8	12	18	24	32
$P(X = x)$	0.32	0.25	0.20	0.15	0.08

a. Hallar la probabilidad de que en un día se tenga más de 18 reclamos.

b. Calcule e interprete la media, la desviación estándar y el coeficiente de variación.

c. Si por cada reclamo la empresa tiene un costo de \$3.5, al cual se añade un costo fijo de \$0.50 por gastos administrativos. Halle el cv del costo por reclamo.

d. Si se sabe que un día se registraron más de 15 reclamos, ¿cuál es el valor esperado del número de reclamos? ¿Y cuál es su desviación estándar?

X = N° reclamos

Y = Costo x reclamo

$Y = 3.5X + 0.5$

$\mu_X = 15.32$

$\mu_Y = 3.5 \times 15.32 + 0.5$

$= 54.12$

$\sigma_X = 7.41$

$\sigma_Y = 3.5 \times 7.41 = 25.935$

$CV_Y = \frac{25.935}{54.12} \times 100\% = 47.9\%$

Ejercicio

Sea la v.a. X: número de reclamos por día en una compañía de telefonía móvil, cuya función de probabilidad es:

$E(x)$

x	8	12	18	24	32
$P(X=x)$	0.32	0.25	0.20	0.15	0.08

a. Hallar la probabilidad de que en un día se tenga más de 18 reclamos.

b. Calcule e interprete la media, la desviación estándar y el coeficiente de variación.

c. Si por cada reclamo la empresa tiene un costo de \$3.5, al cual se añade un costo fijo de \$0.50 por gastos administrativos. Halle el cv del costo por reclamo.

d. Si se sabe que un día se registraron más de 15 reclamos, ¿cuál es el valor esperado del número de reclamos? ¿Y cuál es su desviación estándar?

X	Probab
18	$P(X=18 \mid X>15) = 0.465$
24	$P(X=24 \mid X>15) = 0.349$
32	$P(X=32 \mid X>15) = 0.186$
	1.000

$$P(X=18 \mid X>15) = \frac{P(X=18)}{P(X>15)} = \frac{0.20}{0.43} = 0.465$$

$$P(X=24 \mid X>15) = \frac{0.15}{0.43} = 0.349$$

$$P(X=32 \mid X>15) = \frac{0.08}{0.43} = 0.186$$

X	$f(x)$
18	0.465
24	0.349
32	0.186

$$E(X \mid X>15) = 18\times 0.465 + 24\times 0.349 + 32\times 0.186 = 22.698$$

$$E(X^2 \mid X>15) = 18^2\times 0.465 + 24^2\times 0.349 + 32^2\times 0.186 = 542.148$$

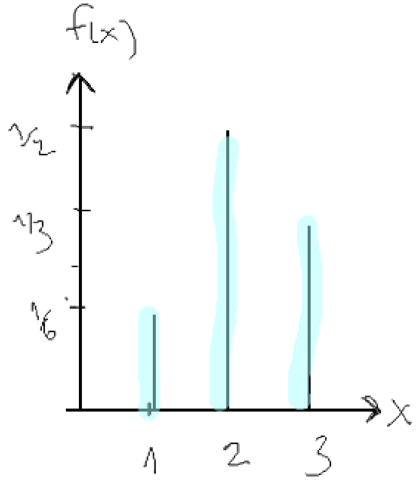
$$\sigma^2_{X\mid X>15} = 542.148 - 22.698^2 \qquad \sigma_{X\mid X>15} = 5.19$$

V. A. Discreta

$$f(x) = \begin{cases} 1/6 \ , & x = 1 \\ 1/2 \ , & x = 2 \\ 1/3 \ , & x = 3 \end{cases}$$

↓

$P(X=x)$



$$\sum_{R_x} f(x) = 1$$

$$P(X=2) = 1/2$$

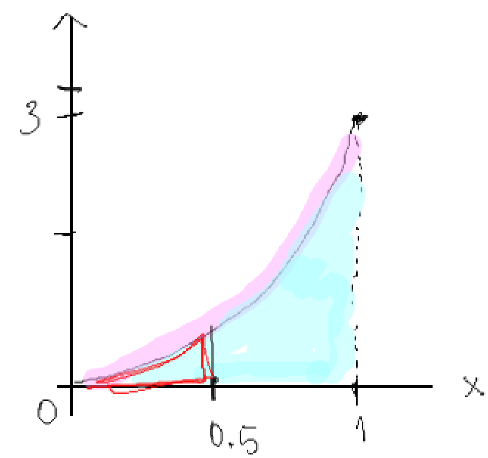
V. A. Continua

$f(x) \rightarrow$ densidad

$$f(x) = 3x^2 , \ 0 \leq x \leq 1$$

↓

No es una probabilidad



PROBABILIDAD = ÁREA

↓

INTERVALO

$$\int_{R_x} f(x)\,dx = 1$$

$$P(X=0.5) = \int_{0.5}^{0.5} 3x^2\,dx = 0$$

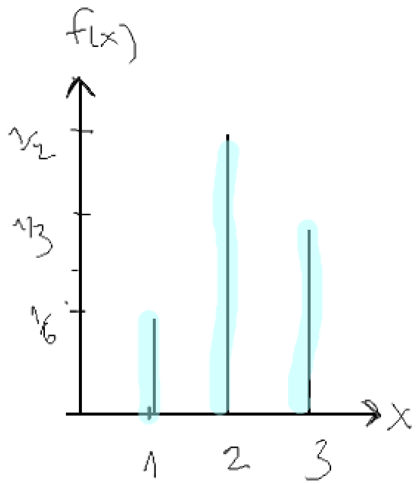
$$P(X \leq 0.5) = \int_{0}^{0.5} 3x^2\,dx = \ldots$$

V. A. Discreta

$$f(x) = \begin{cases} 1/6, & x = 1 \\ 1/2, & x = 2 \\ 1/3, & x = 3 \end{cases}$$

$\downarrow$

$P(X = x)$

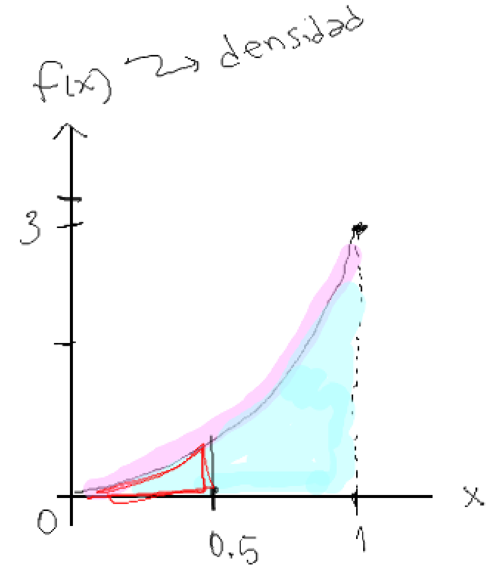


V. A. Continua

$f(x) = 3x^2, \ 0 \leq x \leq 1$

$\downarrow$

No es una probabilidad



$P(X < 3) = P(X \leq 2)$

$P(X < 0.5) = P(X \leq 0.5)$

$P(X > 0.7) = P(X \geq 0.7)$

$E(X) = \sum_{R_X} x f(x)$

$E(X) = \int_{R_X} x f(x)\, dx$

$E(X^2) = \sum_{R_X} x f(x)$

$E(X^2) = \int_{R_X} x^2 f(x)\, dx$

a, b y m son números

$$\int_a^b x^m\,dx = \left.\frac{x^{m+1}}{m+1}\right|_a^b = \frac{b^{m+1} - a^{m+1}}{m+1}$$

Ejercicio Una empresa fabrica un tipo de artículo cuya producción está sujeta a pequeñas variaciones de peso. Según estudios de control de calidad, el peso (en kg) de los artículos sigue la siguiente distribución:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x, & 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{para otros valores de } x \end{cases}$$

a. ~~Verifique que f(x) es una función de densidad~~

b. ~~¿Cuál es la probabilidad de que un artículo pese entre 1.5 kg y 2 kg?~~

c. ~~¿Qué porcentaje de artículos pesa menos de 1.8 kg?~~

d. Dado que un artículo pesa al menos 1.2 kg, ¿cuál es la probabilidad de que pese menos de 1.6 kg?

e. ¿Cuál debe ser el peso mínimo para que un artículo esté considerado dentro del 12.5% de los que más pesan?

f. ¿Cuál debe ser el peso máximo para que un artículo esté considerado dentro del 14.5% de los que menos pesan?

a. $f(x) > 0, \quad 1 \leq x \leq 2$

$f(x) = 0, \quad x \in [1,2]$

$$\int_1^2 \frac{2}{3}x\,dx = \cancel{\frac{2}{3}}\cdot\frac{x^2}{\cancel{2}}\Big|_1^2 = \frac{4-1}{3}$$

$$= 1$$

```
> densidad = function(x){2*x/3}
> integrate(densidad, lower = 1, upper = 2)$value
[1] 1
```

b. $P(1.5 < X < 2)$

$$\int_{1.5}^{2} \frac{2}{3}x\,dx = 0.583$$

```
> integrate(densidad, lower = 1.5, upper = 2)$value
[1] 0.5833333
```

c. $P(X < 1.8) = \int_1^{1.8} \frac{2}{3}x\,dx = 0.7467 = 74.67\%$

Ejercicio Una empresa fabrica un tipo de artículo cuya producción está sujeta a pequeñas variaciones de peso. Según estudios de control de calidad, el peso (en kg) de los artículos sigue la siguiente distribución:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x, & 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{para otros valores de } x \end{cases}$$

a. Verifique que f(x) es una función de densidad

b. ¿Cuál es la probabilidad de que un artículo pese entre 1.5 kg y 2 kg?

c. ¿Qué porcentaje de artículos pesa menos de 1.8 kg?

d. Dado que un artículo pesa al menos 1.2 kg, ¿cuál es la probabilidad de que pese menos de 1.6 kg?

e. ¿Cuál debe ser el peso mínimo para que un artículo esté considerado dentro del 12.5% de los que más pesan?

f. ¿Cuál debe ser el peso máximo para que un artículo esté considerado dentro del 14.5% de los que menos pesan?

f. $\int_1^m \frac{2}{3} x\,dx = 0.145 \rightarrow m = 1.2$

```
> fx = function(x){2/3*x}
> area <- function(m){integrate(fx,1,m)$value - 0.145}
> uniroot(area, lower = 1, upper = 2)$root
[1] 1.197926
```

d. $P(X < 1.6 \mid X \geq 1.2)$

$$= \frac{P(1.2 \leq X < 1.6)}{P(X \geq 1.2)}$$

$$\overset{R}{=} \frac{0.3733}{0.8533} = 0.437$$

e. $\int_m^2 \frac{2}{3} x\,dx = 0.125$

$$\frac{\cancel{2}}{3}\frac{x^2}{\cancel{2}}\Big|_m^2 = \frac{1}{3}(4 - m^2) = 0.125$$

$4 - m^2 = 0.375$

$m^2 = 3.625$

$m = 1.9$

```
> fx = function(x){2/3*x}
> area <- function(m){integrate(fx,m,2)$value - 0.125}
> uniroot(area, lower = 1, upper = 2)$root
[1] 1.903944
```

Ejercicio

En un centro de inspección vehicular, se ha determinado que el tiempo (en minutos) que demora un automóvil en pasar la revisión técnica sigue una distribución continua, cuya función de densidad es:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{600}, & 20 \leq x \leq 40 \\ 0, & \text{para otros valores de } x \end{cases}$$

a. ¿Cuál es la probabilidad de que un automóvil termine su revisión en menos de 32 minutos?

b. Si un automóvil ya lleva 30 minutos en revisión, ¿cuál es la probabilidad de que termine en menos de 5 minutos adicionales?

c. ¿Qué porcentaje de vehículos termina la revisión en un tiempo entre 25 y 35 minutos?

d. Halle la media y el coeficiente de variación del tiempo de revisión técnica.

e. Con la implementación de dos casetas adicionales, se estima que el tiempo promedio disminuirá en un 12.5%. ¿Cuál será el nuevo tiempo promedio de revisión?

f. Determine la mediana del tiempo de revisión.

c. $P(25 \leq X \leq 35) = \int_{25}^{35} \frac{x}{600}\,dx = 0.5$

```
> integrate(fx, 25, 35)$value
[1] 0.5
```

a. $P(X < 32) = \int_{20}^{32} \frac{x}{600}\,dx$

$= 0.52$

```
> fx = function(x){x/600}
> integrate(fx, 20, 32)$value
[1] 0.52
```

b. $P(X < 35 \mid X \geq 30)$

$= \dfrac{P(30 \leq X < 35)}{P(X \geq 30)}$

$= 0.464$

```
> fx = function(x){x/600}
> integrate(fx, 20, 32)$value
[1] 0.52
> (num <- integrate(fx, 30, 35)$value)
[1] 0.2708333
> (den <- integrate(fx, 30, 40)$value)
[1] 0.5833333
> num/den
[1] 0.4642857
```

Ejercicio

En un centro de inspección vehicular, se ha determinado que el tiempo (en minutos) que demora un automóvil en pasar la revisión técnica sigue una distribución continua, cuya función de densidad es:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{600}, & 20 \leq x \leq 40 \\ 0, & \text{para otros valores de } x \end{cases}$$

a. ¿Cuál es la probabilidad de que un automóvil termine su revisión en menos de 32 minutos?

b. Si un automóvil ya lleva 30 minutos en revisión, ¿cuál es la probabilidad de que termine en menos de 5 minutos adicionales?

c. ¿Qué porcentaje de vehículos termina la revisión en un tiempo entre 25 y 35 minutos?

d. Halle la media y el coeficiente de variación del tiempo de revisión técnica.

e. Con la implementación de dos casetas adicionales, se estima que el tiempo promedio disminuirá en un 12.5%. ¿Cuál será el nuevo tiempo promedio de revisión?

f. Determine la mediana del tiempo de revisión.

d. $E(X) = \int_{20}^{40} x \cdot \frac{x}{600} dx = \int_{20}^{40} \frac{x^2}{600} dx$

$= 31.11$ minutos

$E(x^2) = \int_{20}^{40} x^2 \cdot \frac{x}{600} dx = \int_{20}^{40} \frac{x^3}{600} dx$

$= 1000 \text{ min}^2$

$V(x) = \sigma_x^2 = 1000 - 31.11^2 = 32.17$

$\sigma_x = \sqrt{32.17} = 5.67$

$CV_x = \frac{5.67}{31.11} \times 100\% = 18.23\%$

e. $X \rightarrow$ Tiempo original

$Y \rightarrow$ Nuevo tiempo $\rightarrow Y = 0.875X$

$\mu_y = 0.875 \mu_x = 0.875 \times 31.11 = 27.22$ minutos

Ejercicio

En un centro de inspección vehicular, se ha determinado que el tiempo (en minutos) que demora un automóvil en pasar la revisión técnica sigue una distribución continua, cuya función de densidad es:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{600}, & 20 \leq x \leq 40 \\ 0, & \text{para otros valores de } x \end{cases}$$

a. ¿Cuál es la probabilidad de que un automóvil termine su revisión en menos de 32 minutos?

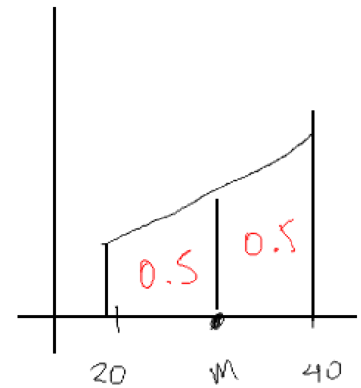
b. Si un automóvil ya lleva 30 minutos en revisión, ¿cuál es la probabilidad de que termine en menos de 5 minutos adicionales?

c. ¿Qué porcentaje de vehículos termina la revisión en un tiempo entre 25 y 35 minutos?

d. Halle la media y el coeficiente de variación del tiempo de revisión técnica.

e. Con la implementación de dos casetas adicionales, se estima que el tiempo promedio disminuirá en un 12.5%. ¿Cuál será el nuevo tiempo promedio de revisión?

f. Determine la mediana del tiempo de revisión.



$$\int_{20}^{m} \frac{x}{600}\,dx = 0.5$$

$$\int_{m}^{40} \frac{x}{600}\,dx = 0.5$$

```
> area <- function(m){integrate(fx,20,m)$value - 0.5}
> uniroot(area, lower = 20, upper = 40)$root
[1] 31.62277
> area <- function(m){integrate(fx,m,40)$value - 0.5}
> uniroot(area, lower = 20, upper = 40)$root
[1] 31.62277
```

$m = P_{50} = 31.6227 \text{ min}$

X = Número mensual de fallas

$$f(x) = 0.10\mathbf{I}_{\{x=0\}} + 0.30\mathbf{I}_{\{x=1\}} + 0.36\mathbf{I}_{\{x=2\}} + 0.14\mathbf{I}_{\{x=3\}} + 0.08\mathbf{I}_{\{x=4\}} + 0.02\mathbf{I}_{\{x=5\}}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0.1, & x=0 \\ 0.3, & x=1 \\ 0.36, & x=2 \\ 0.14, & x=3 \\ 0.08, & x=4 \\ 0.02, & x=5 \end{cases}$$

a. Si el límite de tolerancia de la empresa es de 3 fallas por mes, calcula la probabilidad de incumplimiento (tener más de 3 fallas).

$$P(X>3) = f(4) + f(5) = 0.10$$

b. Calcular el coeficiente de variación del número mensual de fallas por camión.

$$\mu_X = E(X) = 0\times0.1 + 1\times0.3 + \dots + 5\times0.02 = 1.86$$

$$E(X^2) = 0^2\times0.1 + 1^2\times0.3 + \dots + 5^2\times0.02 =$$

$$\sigma_X^2 = E(X^2) - (E(X))^2 =$$

$$\sigma_X = \sqrt{\sigma_X^2}$$

$$CV_X = \sigma_X / \mu_X \cdot 100\% =$$

```
> x = 0:5
> f = c(0.1, 0.3, 0.36, 0.14, 0.08, 0.02)
> sum(x*f)
[1] 1.86
```

c. ¿Cuál es la probabilidad de que la cantidad mensual de fallas por camión sea mayor a su media?

$$P(X>\mu_X) = P(X>1.86) = P(X\geq2) = 0.6$$

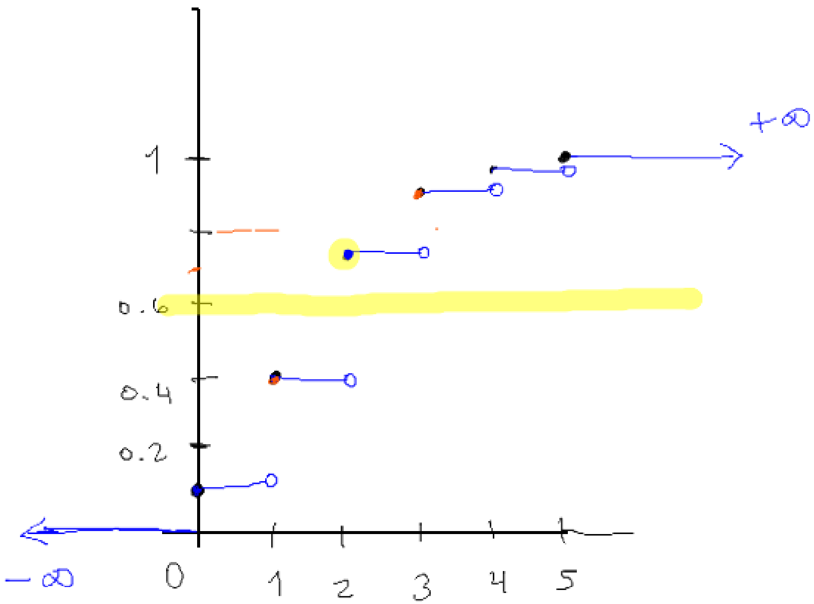
$\rightarrow 2$

d. Interpretar el percentil 60 de la cantidad mensual de fallas mecánicas por camión.

Función de distribución acumulada $F(x) = P(X \leq x)$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.1, & x = 0 \\ 0.4, & x = 1 \\ 0.76, & x = 2 \\ 0.9, & x = 3 \\ 0.98, & x = 4 \\ 1, & x = 5 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0.1, & x = 0 \\ 0.3, & x = 1 \\ 0.36, & x = 2 \\ 0.14, & x = 3 \\ 0.08, & x = 4 \\ 0.02, & x = 5 \end{cases}$$



$F(m) = P(X \leq m) = 0.6$

$F(1) = P(X \leq 1) = 0.4$

$\Rightarrow$ 1 no es P_{60}

$F(2) = P(X \leq 2) = 0.76$

$\Rightarrow$ 2 es P_{60}

$P_{40} = 1$ $\quad P_{70} = 2$ $\quad P_{80} = 3$

e. Si se sabe que un camión tiene al menos una falla en el último mes, ¿cuál es la probabilidad de que tenga como máximo 3?

$$f(x) = \begin{cases} 0.1, & x=0 \\ 0.3, & x=1 \\ 0.36, & x=2 \\ 0.14, & x=3 \\ 0.08, & x=4 \\ 0.02, & x=5 \end{cases}$$

$$P(X \leq 3 \mid X \geq 1) = \ldots$$

una

f. Si el costo mensual por reparación de ~~fallas~~ falla de un camión es de 250 dólares, ¿cuál es el costo esperado?

$X = N^o$ fallas

$Y =$ Costo de reparación de fallas, $Y = 250X$

$$\mu_Y = 250\,\mu_X = 250 \times 1.86$$

g. Si se seleccionan 4 camiones de manera independiente, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente dos de ellos no presenten ninguna falla en el mes?

$F = \{$El camión no presenta fallas$\} = \{X = 0\} \Rightarrow P(F) = P(X=0) = 0.1$

$F\,F\,F^c F^c$ $F^c F\,F\,F^c$

$F\,F^c F\,F^c$ $F^c F\,F^c F$

$F\,F^c F^c F$ $F^c F^c F\,F$

$$C_2^4 = 6$$

$$0.1 \times 0.1 \times 0.9 \times 0.9 \times 6 = 0.0486$$

No F   No F   Sí F   Sí F

$$f(x) = \frac{x}{4}\mathbf{I}_{\{x\in[0,1)\}} + \frac{1}{4}\mathbf{I}_{\{x\in[1,3]\}} + \frac{6-x}{12}\mathbf{I}_{\{x\in(3,6]\}}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{4}, & 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{4}, & 1 \leq x \leq 3 \\ \frac{6-x}{12}, & 3 < x \leq 6 \end{cases}$$

a. Verificar que $f(x)$ es una función de densidad.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1 \Rightarrow \cancel{\int_{-\infty}^{0} 0\,dx}^{\,0} + \int_{0}^{1} \frac{x}{4}\,dx + \int_{1}^{3} \frac{1}{4}\,dx + \int_{3}^{6} \frac{6-x}{12}\,dx + \cancel{\int_{6}^{\infty} 0\,dx}^{\,0} = 1$$

```
> f = function(x){x^0/4}
> integrate(f, 1, 3)$value
[1] 0.5
```

b. Calcular e interpretar el valor de $f(2)$

densidad

c. Calcular e interpretar $P(X > \mu_X)$

$$\mu_x = \int_{0}^{1} x \cdot \frac{x}{4}\,dx + \int_{1}^{3} x \cdot \frac{1}{4}\,dx + \int_{3}^{6} x \cdot \left(\frac{6-x}{12}\right) dx =$$

$$P(X > \quad) = \int^{6} f(x)\,dx$$

→ seccionar de ser necesario

d. Calcular e interpretar la mediana de X.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{4}, & 0 \le x < 1. \\ \frac{1}{4}, & 1 \le x \le 3 \\ \frac{6-x}{12}, & 3 < x \le 6 \end{cases}$$

$$P(X<1) = \int_0^1 \frac{x}{4}\,dx = \left.\frac{x^2}{8}\right|_0^1 = \frac{1}{8} = 0.125$$

$$P(X<3) = \int_0^1 \frac{x}{4}\,dx + \int_1^3 \frac{1}{4}\,dx$$

$$= 0.125 + \left.\frac{x}{4}\right|_1^3 = 0.125 + 0.5 = 0.625 \Rightarrow \text{mediana está en } [1,3]$$

$$P(X<m) = 0.5 = \underbrace{P(X<1)}_{0.125} + \underbrace{P(1<X<m)}_{0.375} \Longrightarrow \int_1^m \frac{1}{4}\,dx = 0.375$$

$$m = \ldots$$

e. ¿El coeficiente de variación de la duración de reparación de un camión es menor al 10%?

de C $\rightarrow \mu_X$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{4}, & 0 \leq x < 1. \\ \frac{1}{4}, & 1 \leq x \leq 3 \\ \frac{6-x}{12}, & 3 < x \leq 6 \end{cases}$$

$$E(X^2) = \int_0^1 x^2 \cdot \frac{x}{4} dx + \int_1^3 x^2 \cdot \frac{1}{4} dx + \int_3^6 x^2 \left(\frac{6-x}{12}\right) dx = $$

$$V(X) = \sigma^2_X \quad , \quad \sigma_X \, , \quad CV_X$$

f. Calcular el rango intercuartílico de X.

Similar a la pregunta d, pero hallando P25 y P75

g. Si ya han transcurrido 3 horas desde que inició una reparación, ¿cuál es la probabilidad de que la duración total sea menor a 5 horas?

$$P(X<5 \mid X \geq 3) = \frac{P(3 \leq X < 5)}{P(X \geq 3)} = \frac{\int_3^5 \frac{6-x}{12} dx}{\int_3^6 \frac{6-x}{12} dx} = \ldots$$