Regla de la multiplicación

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$$

B = Reunir la cantidad mínima de personal operativo para que funcione una fábrica
A = Poner en marcha la fábrica

La probabilidad de reunir la cantidad mínima de personal para el funcionamiento de la fábrica y que funcione la fábrica es igual a la probabilidad de que funcione la fábrica dado que se reunió la cantidad mínima de personal por la probabilidad de que se reuna la cantidad mínima de personal.

$$P(A|B)\,P(B) = P(A \cap B)$$

poner en marcha la fábrica

reunir personal

y

M = El CV del postulante es aprobado
L = El postulante aprueba el examen de conocimientos
S = El postulante aprueba la entrevista
B = El postulante consigue el empleo

$$P(M)P(L|M)P(S|L\cap M)P(B|M\cap L\cap S) = P(M\cap L\cap S\cap B)$$

- Generalizando, sean los eventos $A_1,...,A_k$, entonces:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap ... \cap A_k) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_2 \cap A_1)...P(A_k|A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_{k-1})$$

a) Si la selección se realiza sin reposición:

Sean los eventos:

$D_i = \{$el microchip seleccionado en el lugar i está defectuoso$\}$

condición

$$P(D_1 \cap D_2) = P(D_1)P(D_2|D_1) = \frac{20}{250} \times \frac{19}{249} = 0.0061$$

$$P(A \cap B) = P(B \cap A)$$

$$P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$$

$$P(D_1 \cap D_2) = P(D_2 \cap D_1)$$

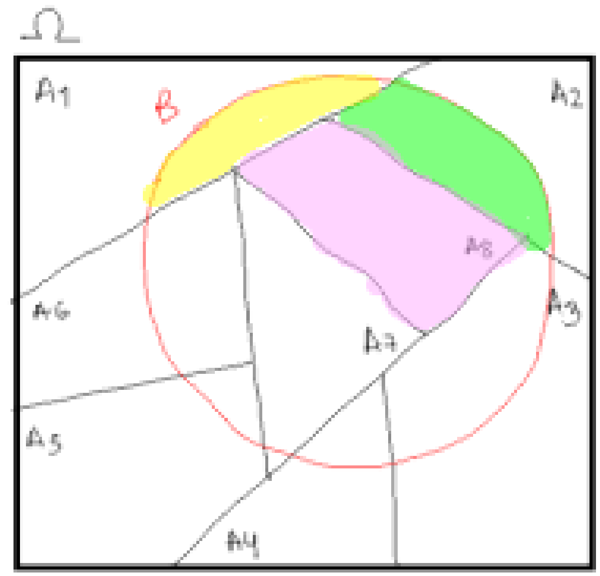
$$P(D_1|D_2)P(D_2) = P(D_2|D_1)P(D_1)$$

Si hubieran 3 microchips: $P(D_1)P(D_2|D_1)P(D_3|D_2 \cap D_1)$

Probabilidad $\boxed{\text{total}}$

Permite calcular la probabilidad de un evento A cuando el espacio muestral se divide en eventos mutuamente excluyentes y exhaustivos.

Sean los eventos $A_1, A_2, \ldots, A_k$ del espacio muestral Ω. Se define como una partición de Ω si son mutuamente excluyentes, es decir $A_i \cap A_j = \emptyset \quad \forall i \neq j = 1, 2, \ldots, k$, y colectivamente exhaustivos, esto es $\cup_{j=1}^{k} A_j = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_k = \Omega$, entonces $P\left(\cup_{j=1}^{k} A_j\right) \quad \sum_{j=1}^{k} P(A_j)$.



¿Qué datos conocemos?

- La probabilidad de cada partición (A_k)

- La probabilidad del evento B dada cada partición (B | A_k)

$$P(B) = \sum \begin{cases} P(B \cap A_1) = P(B|A_1)\,P(A_1) \\ P(B \cap A_2) = P(B|A_2)\,P(A_2) \\ \vdots \\ P(B \cap A_8) = P(B|A_8)\,P(A_8) \end{cases}$$

A_1 = El estudiante es de Agronomía

A_2 = El estudiante es de Ciencias

$\vdots$

A_8 = El estudiante es de Zootecnia

B = El estudiante ingresó por 1° opción

$B \cap A_1$ = El estudiante es de Agronomía e ingresó por 1° opción

$P(A_1) = \ldots$, $P(B|A_1) = \ldots$

$P(A_2) = \ldots$, $P(B|A_2) = \ldots$

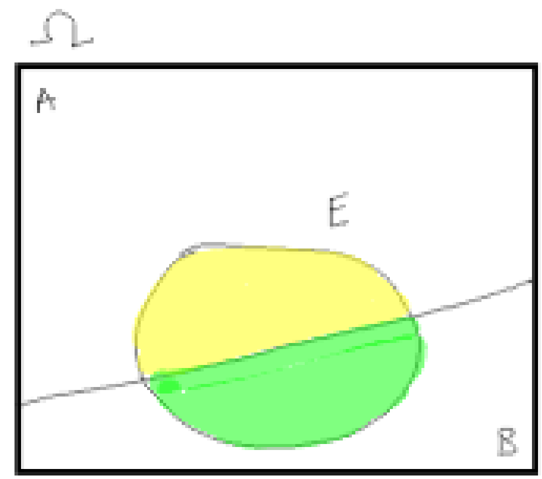
$\vdots$

$P(A_5) = \ldots$, $P(B|A_5) = \ldots$

$$P(A_h|B) = \frac{P(B|A_h)P(A_h)}{P(B)} = \frac{P(B|A_h)P(A_h)}{\sum_{j=1}^{k} P(B|A_j)P(A_j)}$$

Ejercicio

Una empresa tecnológica tiene dos centros de datos:
El Centro de Datos A (C_A) tiene 4 servidores de alto rendimiento y 2 servidores estándar.
El Centro de Datos B (C_B) tiene 4 servidores de alto rendimiento y 6 servidores estándar.
La probabilidad de que se use el Centro A para alojar una aplicación es el doble que la de usar el Centro B, debido a su cercanía y eficiencia energética.
Se selecciona al azar un centro de datos para desplegar una aplicación y luego se asigna un servidor al azar dentro de ese centro



$P(A) = 2/3$

$P(B) = 1/3$

A y B son particiones

E = Se asigna un servidor estándar

$P(E|A) = 2/6 = 1/3$

$P(E|B) = 6/10 = 3/5 = 0.6$

$\Rightarrow P(E\cap A) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$

$\Rightarrow P(E\cap B) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$

PROBAB. TOTAL $\Rightarrow P(E) = P\big((E\cap A) \cup (E\cap B)\big) = \frac{2}{9} + \frac{1}{5} = \frac{19}{45}$

a. ¿Cuál es la probabilidad de que el servidor asignado sea estándar, si se sabe que proviene del centro B?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que se haya elegido el centro B y se haya asignado un servidor estándar?

Ejercicio

Una empresa tecnológica tiene dos centros de datos:
El Centro de Datos A (C_A) tiene 4 servidores de alto rendimiento y 2 servidores estándar.
El Centro de Datos B (C_B) tiene 4 servidores de alto rendimiento y 6 servidores estándar.
La probabilidad de que se use el Centro A para alojar una aplicación es el doble que la de usar el Centro B, debido a su cercanía y eficiencia energética.
Se selecciona al azar un centro de datos para desplegar una aplicación y luego se asigna un servidor al azar dentro de ese centro

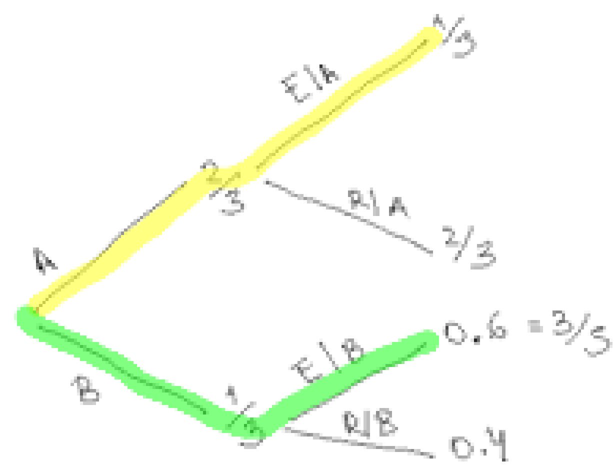
$P(A) = 2/3$

$P(B) = 1/3$

E = Se asigna un servidor estándar
R = Se asigna un serv. de alto rendim.

$P(E|A) = 2/6 = 1/3$

$P(E|B) = 6/10 = 3/5 = 0.6$



$$P(E) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{19}{45}$$

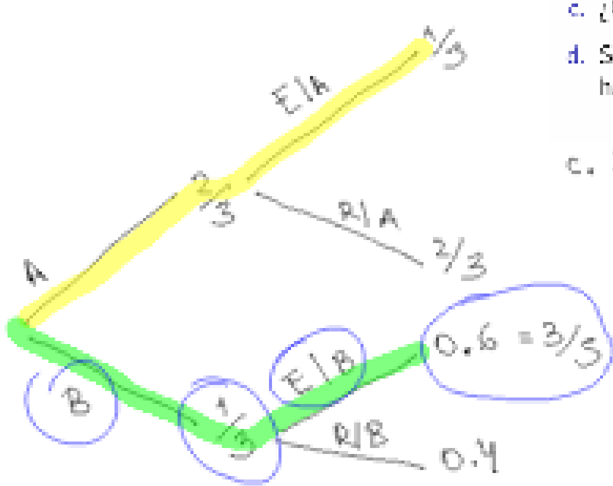
condición

a. ¿Cuál es la probabilidad de que el servidor asignado sea estándar, si se sabe que proviene del centro B? $\longrightarrow P(E|B)$

b. ¿Cuál es la probabilidad de que se haya elegido el centro B y se haya asignado un servidor estándar? $\longrightarrow P(B \cap E)$

a. $P(E|B) = 0.6$, por el dato ya disponible

b. $P(B \cap E) = P(B|E)\,P(E) = P(E|B)\,P(B) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{5} = 0.2$



c. ¿Cuál es la probabilidad de que el servidor asignado sea estándar?

d. Si se sabe que el servidor asignado fue estándar, ¿cuál es la probabilidad de que haya provenido del Centro B?

c. $P(E) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{19}{45}$

d. $P(B|E) = \frac{P(B \cap E)}{P(E)} = \frac{0.2}{\frac{19}{45}} = 0.4736$

Consolidando:

$P(B) = 1/3$ $\rightarrow$ probabilidad a priori

$P(E|B) = 0.6$

$P(E) = 19/45 = 0.4222$

$P(B|E) = 0.4736$ $\rightarrow$ probabilidad a posteriori

Si no se sabe nada sobre la aplicación desplegada, la probabilidad de usar el centro de datos B es 1/3 = 0.333, pero **si se sabe que se utilizó un servidor estándar**, la probabilidad de que se haya usado el centro de datos B sube a 0.4736.

Si no sabe nada sobre el centro de datos empleado, la probabilidad de que se utilice un servidor estándar es 0.422, pero **si se sabe que se usó el centro de datos B**, la probabilidad de que se use un servidor estándar se incrementa a 0.6

Ejercicio

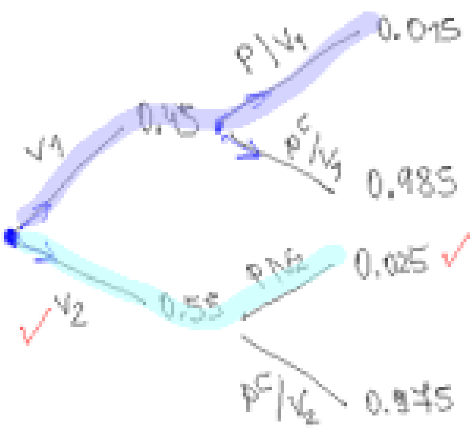
Un agricultor compra semillas de dos viveros (V1 y V2). Compra el 45% de las semillas del vivero V1 y el 55% del V2. Se sabe que cierta plaga ataca al 1.5% de las semillas del vivero V1 y 2.5% de V2. Sean los eventos:

V1 = {Semilla comprada del vivero V1}, P(V1) = 0.45
V2 = {Semilla comprada del vivero V2}, P(V2) = 0.55
P = {Semilla atacada con plaga}, $P(P|V1) = 0.015$, $P(P|V2) = 0.025$

dato inicial

P(V2) = **0.55** significa que si no sabemos nada acerca de la semilla, la probabilidad de elegir el vivero 2 es 0.55; sin embargo **si sabemos que la semilla está afectada por la plaga**, la probabilidad de que provenga del vivero 2 es **0.6707** = P(V2 **|** P)

fue calculado en b



a. ¿Cuál es la probabilidad de que compre una semilla con plaga?

$$P(P) = P(V1)P(P|V1) + P(V2)P(P|V2) = \boxed{0.45 \times 0.015} + \boxed{0.55 \times 0.025} = 0.0205$$

Prob. Total

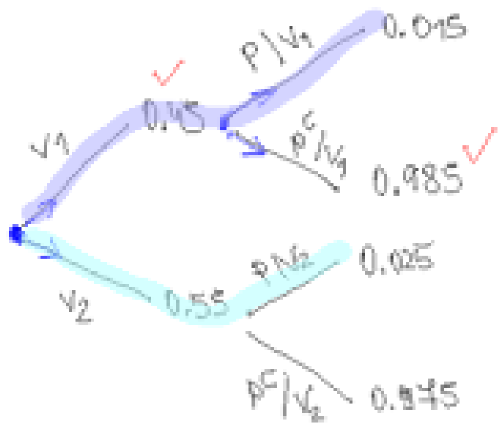
b. Si se elige al azar una semilla y se encuentra afectada por la plaga ¿Cuál es la probabilidad de que sea del vivero V2?

$$P(V2|P) = \frac{P(V2)P(P|V2)}{P(P)} = \frac{0.55 \times 0.025}{0.0205} = 0.6707$$

Se sabe

Regla de la multiplicación

$$\frac{P(V_2 \cap P)}{P(P)}$$



c. Si se elige al azar una semilla y no se encuentra afectada por la plaga ¿Cuál es la probabilidad de que sea del vivero V1?

$$P(V1|P^c) = \frac{P(V1)P(P^c|V1)}{P(P^c)} = \frac{0.45 \times (1 - 0.015)}{1 - 0.0205} = 0.4525$$

Se sabe

$$\frac{P(V_1 \cap P^c)}{P(P^c)}$$

→ prob. a priori

→ prob. a posteriori

Si no se sabe nada acerca de la semilla, la probabilidad de que provenga del vivero 1 es **0.45**, pero si
se sabe que la semilla no fue afectada por la plaga, la probabilidad de que provenga del vivero 1 es **0.4525** = P(V1|P^c)

Ejercicio

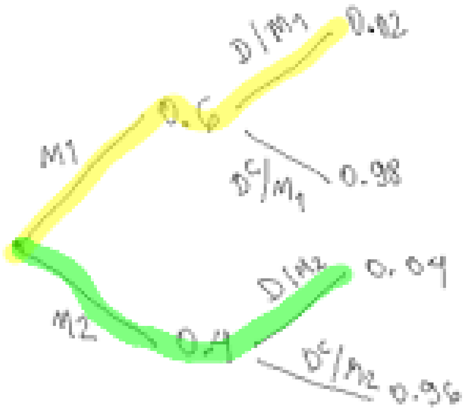
Una empresa manufacturera tiene dos máquinas (M1 y M2) para producir un producto. El área de control de calidad a determinado que la máquina M1 produce el 60% de la producción total y la máquina M2 el restante. El 2% de las unidades producidas por la máquina M1 son defectuosos, mientras que la máquina M2 tiene una tasa de defectuosos del 4%. Si se selecciona un producto al azar:

a. ¿Cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?
b. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido producido por la máquina M1, si se sabe que es defectuoso?
c. ¿Cuál es la probabilidad de que no sea defectuoso?

Prob. Total

a. $P(D) = 0.60 \times 0.02 + 0.40 \times 0.04 = 0.012 + 0.016 = 0.028$

b. $P(M1 \mid D) = \dfrac{P(M_1 \cap D)}{P(D)} = \dfrac{P(M_1)\,P(D \mid M_1)}{P(D)} = \dfrac{0.6 \times 0.02}{0.028} = 0.428$



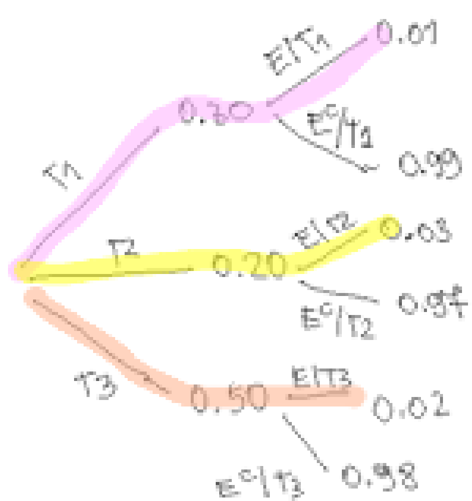
Si no se conoce nada sobre el estatus del producto, la probabilidad de que haya sido producido por la máquina 1 es **0.6 (probabilidad a priori)**; sin embargo **si sabemos que el producto es defectuoso**, la probabilidad de que se haya producido con la máquina 1 disminuye a **0.428 (probabilidad a posteriori)**

c. $P(D^c) = 0.972 = 1 - 0.028$

Ejercicio

Una compañía constructora de departamentos multifamiliares debe estimar los costos del 30% de los proyectos tipo 1, 20% del tipo 2 y 50% del tipo 3 para presentarse a una licitación. Sabiendo que las probabilidades de cometer un error en las estimaciones del costo para los tipos 1, 2 y 3 son 0.01, 0.03 y 0.02, respectivamente.

a. Halle la probabilidad de que se cometa un error al estimar el costo en un proyecto.
b. Sabiendo que se cometió un error en estimar el costo en un proyecto, halle la probabilidad de que sea del tipo 2
c. Halle la probabilidad de que sea del tipo 1, sabiendo que no se cometió un error en estimar el costo en un proyecto.



Prob. Total

a. $P(E) = 0.30 \times 0.01 + 0.20 \times 0.03 + 0.50 \times 0.02 = 0.003 + 0.006 + 0.010 = 0.019$

$P(E) = 0.019$, $P(E|T3) = 0.02$

La probabilidad de que se cometa error de estimación de costos si no se conoce el proyecto es de 0.019 (probabilidad a priori). **Si se sabe que es del proyecto 3** la probabilidad de que se cometa error de estimación en costos es 0.02 (probabilidad a posteriori)

b. $P(T2|E) = \dfrac{P(T2 \cap E)}{P(E)} = \dfrac{P(T_2)\,P(E|T_2)}{P(E)} = \dfrac{0.20 \times 0.03}{0.019} = 0.3157$

$P(T_2) = 0.20$, $P(T2|E) = 0.3157$

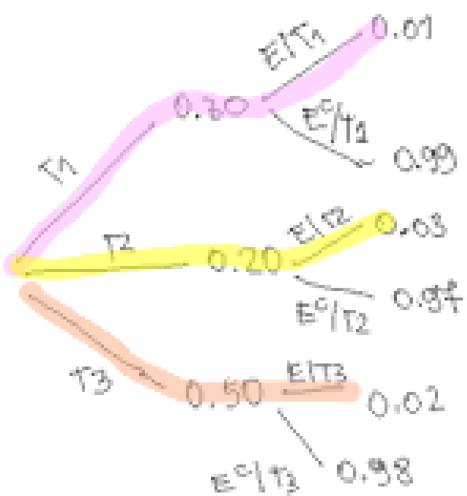
La probabilidad de realizar la estimación de costos del proyecto 2 es 0.20 (probabilidad a priori). **Si se sabe que se cometió error en la estimación**, la probabilidad de que sea del proyecto 2 se incrementa a 0.3157 (probabilidad a posteriori).

Ejercicio

Una compañía constructora de departamentos multifamiliares debe estimar los costos del 30% de los proyectos tipo 1, 20% del tipo 2 y 50% del tipo 3 para presentarse a una licitación. Sabiendo que las probabilidades de cometer un error en las estimaciones del costo para los tipos 1, 2 y 3 son 0.01, 0.03 y 0.02, respectivamente.

exp. aleatorio =...
eventos (diagrama)

a. Halle la probabilidad de que se cometa un error al estimar el costo en un proyecto.
b. Sabiendo que se cometió un error en estimar el costo en un proyecto, halle la probabilidad de que sea del tipo 2
c. Halle la probabilidad de que sea del tipo 1, sabiendo que no se cometió un error en estimar el costo en un proyecto.



c. $P(T1 \mid E^c) = \dfrac{P(T1 \cap E^c)}{P(E^c)} = \dfrac{P(T_1)\,P(E^c \mid T_1)}{P(E^c)} = \dfrac{0.30 \times 0.99}{0.981} = 0.303$

$P(T_1) = 0.30$

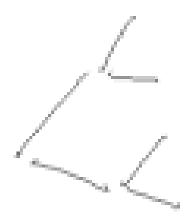
$P(T_1 \mid E^c) = 0.303$

La probabilidad de que se realice la estimación de costos del proyecto 1 es **0.30 (probabilidad a priori)**. Sin embargo, **si se sabe que no se cometió en error en la estimación**, la probabilidad de que se trate del prouecto 1 es **0.303 (probabilidad a posteriori)**.


C
N
C
J
A
M


M
MC
N
V
E


L1
L2
L3



$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Independencia de eventos (no es lo mismo que mutuamente excluyentes)

los eventos no se afectan entre sí

$P(A \cap B) > 0$

$\boxed{P(A \cap B) = P(A)P(B)} \neq 0$

$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)}$

$= P(A)(1 - P(B)) + P(B)$

$P(A|B) = P(A)$

No afecta

$P(B|A) = P(B)$

Si A y B son independientes: A y B^c son indep

A^c y B son indep

A^c y B^c son indep

los eventos no suceden al mismo tiempo

$A \cap B = \phi$

$\boxed{P(A \cap B) = 0}$

$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B) \to 0}{P(B)} = 0$

$P(B|A) = 0$

Ejercicio

Los reclamos que presentan los clientes de una aseguradora son de dos clases. Se sabe que el 12.5% de los clientes presentan el reclamo tipo uno y el 10.5% el tipo dos. Suponiendo que los tipos de reclamos son eventos independientes.

a. Hallar la probabilidad de que se presente los dos tipos de reclamos

Sean los eventos:

R_1={Reclamo tipo 1}, $P(R_1) = 0.125$, $P(R_1^c) = 0.875$

R_2={Reclamo tipo 2}, $P(R_2) = 0.105$, $P(R_2^c) = 0.895$

$$P(R_1 \cap R_2) = P(R_1)P(R_2) = 0.125 \times 0.105 = 0.0131$$ ✓

y

b. Hallar la probabilidad de que se presente el tipo de reclamo uno o el tipo dos

$$P(R_1 \cup R_2) = P(R_1) + P(R_2) - P(R_1)P(R_2) = 0.125 + 0.105 - 0.125 \times 0.105 = 0.2169$$ ✓

c. Hallar la probabilidad de que se presente el tipo de reclamo uno y no el dos

$$P(R_1 \cap R_2^c) = P(R_1)P(R_2^c) = 0.125 \times 0.895 = 0.1119$$

d. Hallar la probabilidad de que se presente sólo un tipo de reclamo

$$P(R_1 \cap R_2^c) + P(R_1^c \cap R_2) = 0.125 \times 0.895 + 0.875 \times 0.105 = 0.2038$$

$A \rightarrow P(A) = 0.70$

$B \rightarrow P(B) = 0.31$

$C \rightarrow P(C) = 0.04$

$\left.\right\}$ A, B y C son independientes $\Rightarrow P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$

$= 0.70 \times 0.31 \times 0.04$

* M = Sacar un 4 en un dado, $P(M) = 1/6$

N = Salir cara en una moneda, $P(N) = 1/2$

$P(M \cap N) = P(M)P(N) = \frac{1}{12}$

* R = la persona tiene rulos, $P(A) = 0{,}25$

L = la persona usa lentes, $P(L) = 0{,}40$

$P(R \cap L) = 0.25 \times 0.4 = 0.10$

Ejercicio

En una encuesta realizada a los productores ganaderos con la finalidad de obtener una línea base para desarrollar un programa de asistencia técnica, se encontró que el 35% prefiren un programa de manejo de pastos, 25% un programa de manejo de enfermedades y 10% un programa de manejo de engorde. Suponiendo que las preferencias por los programas son independientes. Si se selecciona al azar a un productor ganadero:

a. Halle la probabilidad de que se prefiera los tres programas.
b. Halle la probabilidad de que se prefiera al menos un programa.
c. Halle la probabilidad de que se considere ningún ~~problema~~. programa

$$\text{indep}\begin{cases} M = \text{prefiere Manejo de pastos} & P(M) = 0.35 \\ E = \text{prefiere manejo de enfermedades} & P(E) = 0.25 \\ G = \text{prefiere manejo de engorde} & P(G) = 0.10 \end{cases}$$

$$P(A|B) = P(A)$$

a) $P(G \cap M \cap E) = P(M)P(E)P(G) = 0.35 \times 0.25 \times 0.10 = 0.00875$

b) $P(\text{al menos un programa}) = 1 - P(\text{ningún programa}) = 1 - P(M^c \cap E^c \cap G^c) = 1 - P(M^c)P(E^c)P(G^c)$
$= 1 - 0.65 \times 0.75 \times 0.90 = 0.56125$

c) $P(\text{ningún programa}) = 0.43875$