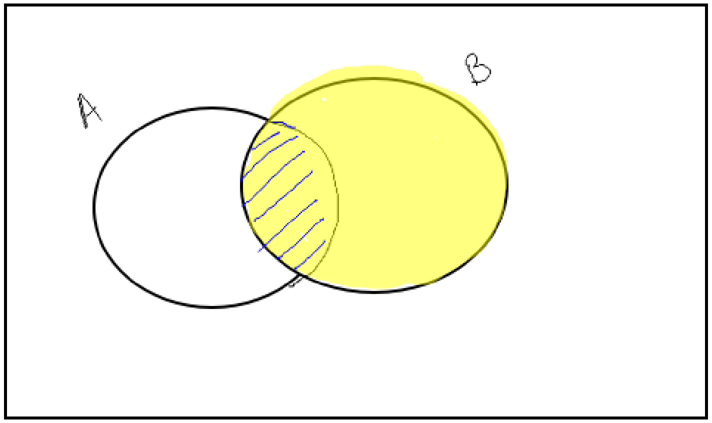


$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P((A \cup B)|C) = P(A|C) + P(B|C) - P((A \cup B)|C)$$

ya sucedió

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \qquad P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

$$P(A \cap B) = P(A|B)\,P(B) = P(B|A)\,P(A)$$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \ldots \cap A_k) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_2 \cap A_1) \ldots P(A_k|A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{k-1})$$

A1: Aprobar el filtro de documentos
A2: Aprobar la primera entrevista
A3: Aprobar la segunda entrevista
A4: Aprobar la entrevista final

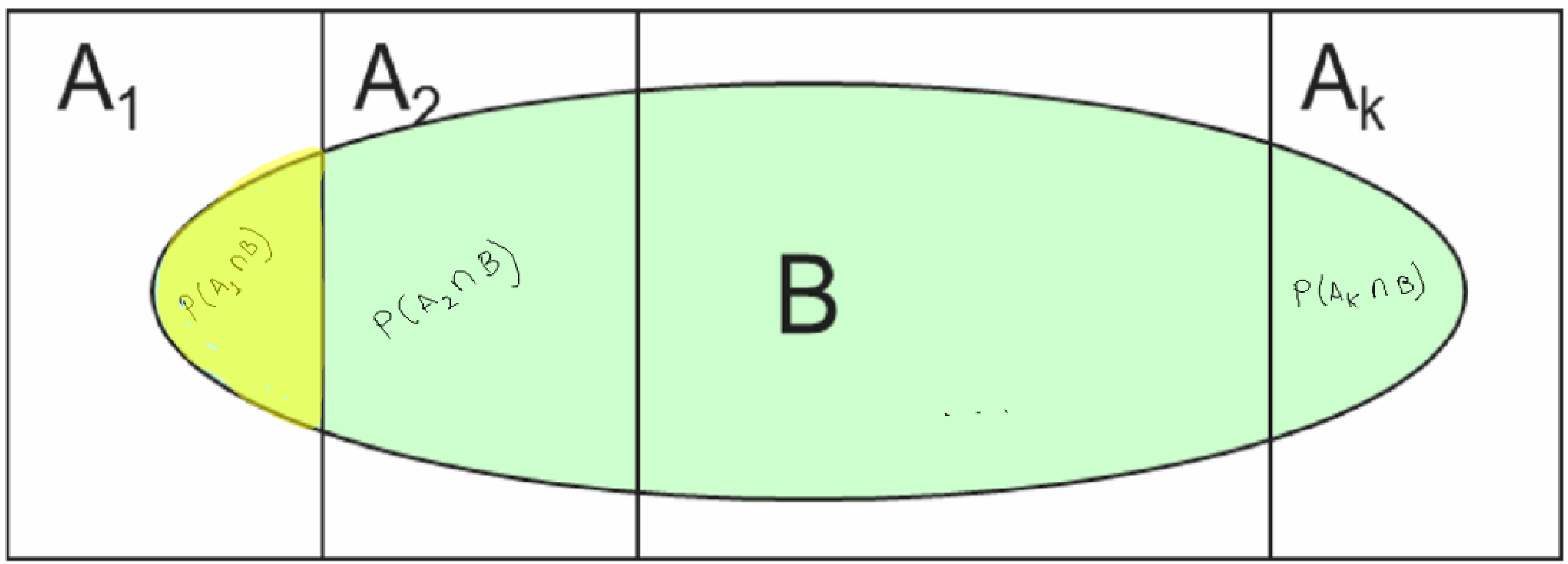
Probabilidad de aprobar la segunda entrevista dado que aprobó la primera y el filtro de documentos

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = \underbrace{\underbrace{P(A_1) \times P(A_2|A_1)}_{P(A_2 \cap A_1)} \times \overbrace{P(A_3|A_2 \cap A_1)}^{\uparrow}}_{P(A_3 \cap A_2 \cap A_1)} \times P(A_4|A_3 \cap A_2 \cap A_1)$$

Ejercicio

Una empresa de manufactura tiene un lote de $\boxed{25}$ microchips, de los cuales $\boxed{3}$ presentan fallas internas que no fueron detectadas visualmente. Un técnico realiza una inspección aleatoria de 2 microchips, y se desea calcular la probabilidad de que ambos seleccionados estén defectuosos.

$$\left.\begin{array}{l} * \text{ Sin reposición: } P(D_1 \cap D_2) = \dfrac{3}{25} \times \dfrac{2}{24} = 0.01 \\[2em] * \text{ Con reposición: } P(D_1 \cap D_2) = \dfrac{3}{25} \times \dfrac{3}{25} = 0.0144 \end{array}\right\} \Delta \simeq 0.0044$$



$$P(B) = P(A_1 \cap B) + ... + P(A_k \cap B)$$

$$P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + ... + P(A_k)P(B|A_k)$$

$$\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} = \frac{P(B|A)}{P(B)} \times P(A)$$

permite actualizar P(A)

Probabilidad a posteriori

Probabilidad a priori

$$P(A_h|B) = \frac{P(B|A_h)P(A_h)}{P(B)} = \frac{P(B|A_h)P(A_h)}{\sum_{j=1}^{k} P(B|A_j)P(A_j)}$$

h-ésima partición

Probabilidad Total

Ejercicio

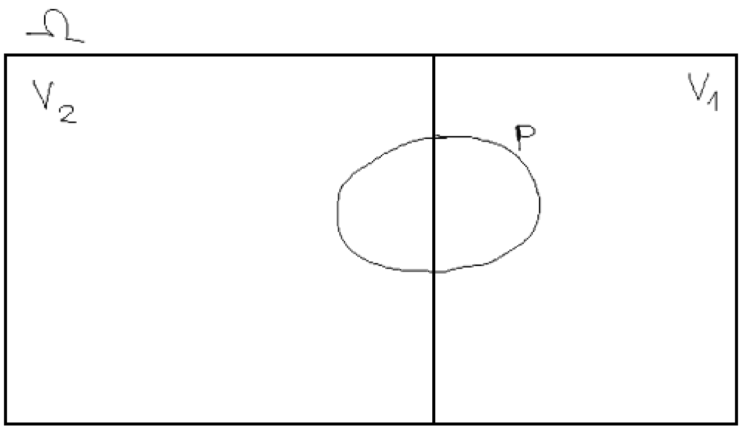
Un agricultor compra semillas de dos viveros (V1 y V2). Compra el 45% de las semillas del vivero V1 y el 55% del V2. Se sabe que cierta plaga ataca al 1.5% de las semillas del vivero V1 y 2.5% de V2. Sean los eventos:

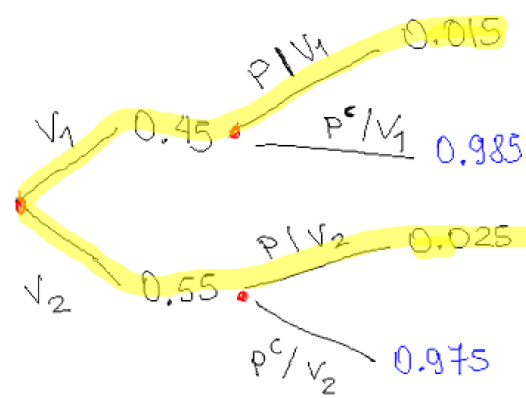
V1 = {Semilla comprada del vivero V1}, P(V1) = 0.45

V2 = {Semilla comprada del vivero V2}, P(V2) = 0.55

P = {Semilla atacada con plaga}, $P(P|V1) = 0.015$, $P(P|V2) = 0.025$

$$P(V2|P) = \frac{P(V2)P(P|V2)}{P(P)} = \frac{0.55 \times 0.025}{0.0205} = 0.6707$$





$P(V_2) = 0.55$

$P(V_2|P) \approx 0.67$

$P(V_1) \approx 0.45$

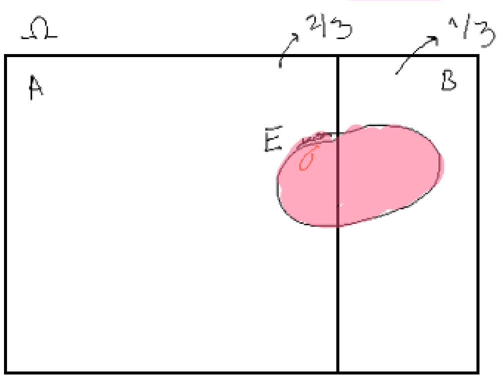
$P(V_1|P^c) = 0.4525$

Probabilidad Total ⇒ $P(P) = P(V1)P(P|V1)+P(V2)P(P|V2) = 0.45\times0.015+0.55\times0.025 = 0.0205$

Ejercicio

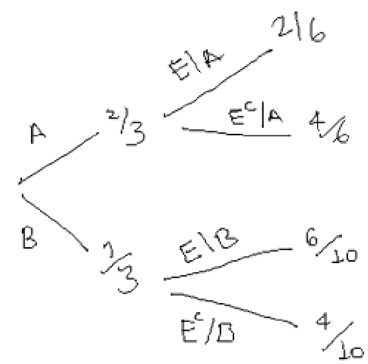
Una empresa tecnológica tiene dos centros de datos:
El Centro de Datos A (C_A) tiene 4 servidores de alto rendimiento y 2 servidores estándar.
El Centro de Datos B (C_B) tiene 4 servidores de alto rendimiento y 6 servidores estándar.
La probabilidad de que se use el Centro A para alojar una aplicación es el doble que la de usar el Centro B, debido a su cercanía y eficiencia energética.
Se selecciona al azar un centro de datos para desplegar una aplicación y luego se asigna un servidor al azar dentro de ese centro

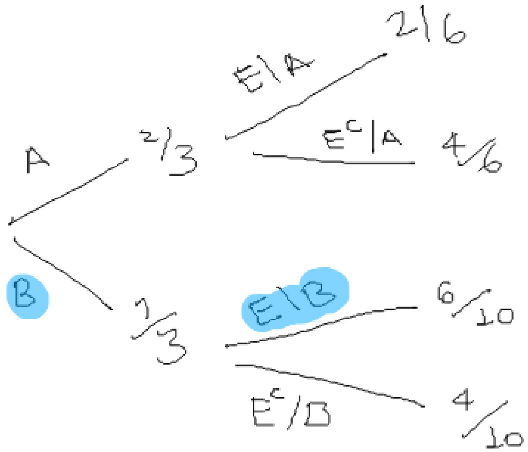
a. ¿Cuál es la probabilidad de que el servidor asignado sea estándar, $\underbrace{\text{si se sabe}}_{\text{Condición}}$ que proviene del centro B?



$P(E|A) = 2/6$

$P(E|B) = 6/10$





b. ¿Cuál es la probabilidad de que se haya elegido el centro B y se haya asignado un servidor estándar?

intersección

$$P(B \cap E) = P(B|E)\,P(E) = P(E|B)\,P(B)$$

$$P(B \cap E) = \frac{\cancel{6}^{\,2}}{10} \times \frac{1}{\cancel{3}} = 0.2$$

c. ¿Cuál es la probabilidad de que el servidor asignado sea estándar?

con A

con B

$$P(E) = P(E|A)P(A) + P(E|B)P(B)$$

$$= \frac{2}{6} \times \frac{2}{3} + \frac{6}{10} \times \frac{1}{3} = 0.422$$

(Prob. Total)

condición

d. Si se sabe que el servidor asignado fue estándar, ¿cuál es la probabilidad de que haya provenido del Centro B?

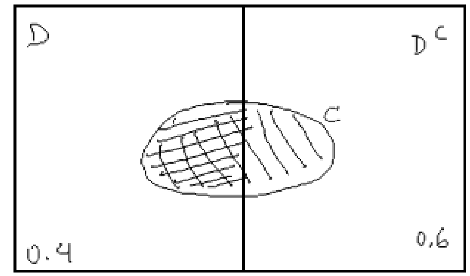
$$P(B|E) = \frac{P(B \cap E)}{P(E)} = \frac{0.2}{0.422} = 0.474$$ (Prob. a posteriori)

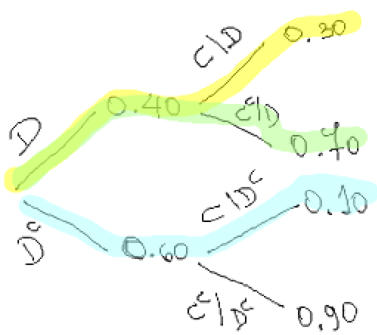
$$P(B) = 0.333$$ (Prob. a priori)

Ejercicio

En una universidad, se sabe que:
El 40% de los estudiantes participa en actividades deportivas. Entre quienes participan en deportes, el 30% también participa en actividades culturales. Por otro lado, entre los que no participan de actividades deportivas, el 90% tampoco participa de actividades culturales.

a. Si se selecciona un estudiante que participa en actividades culturales, ¿cuál es la probabilidad de que forme parte de las actividades deportivas?
b. Si se selecciona un estudiante que no participa en actividades culturales, ¿cuál es la probabilidad de que forme parte de las actividades deportivas?





a. $P(D|C) = \dfrac{P(C|D)P(D)}{P(C)} = \dfrac{P(C|D)P(D)}{P(C|D)P(D) + P(C|D^c)P(D^c)} = \dfrac{0.4 \times 0.3}{0.4\times 0.3 + 0.6 \times 0.1} = 2/3$

$P(D) = 0.40 \rightarrow$ P. a priori

$P(D|C) = 0.667 \rightarrow$ P. a posteriori

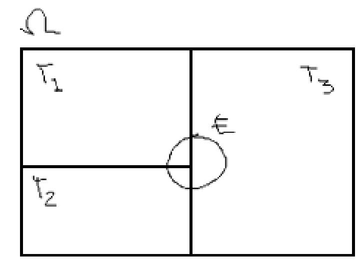
$P(D|C)$ y $P(D^c|C)$ son complementarios

b. $P(D|C^c) = \dfrac{P(C^c|D)P(D)}{P(C^c)} = \dfrac{0.4 \times 0.7}{0.4\times 0.7 + 0.6\times 0.9} = 0.34$

$P(D) = 0.40$

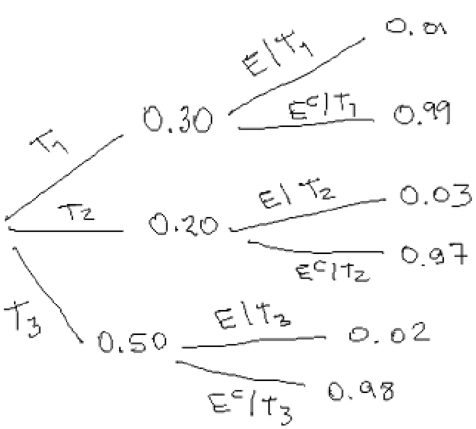
$P(D|C^c) = 0.34$ ↓

Ejercicio



Una compañía constructora de departamentos multifamiliares debe estimar los costos del 30% de los proyectos tipo 1, 20% del tipo 2 y 50% del tipo 3 para presentarse a una licitación. Sabiendo que las probabilidades de cometer un error en las estimaciones del costo para los tipos 1, 2 y 3 son 0.01, 0.03 y 0.02, respectivamente.

a. Halle la probabilidad de que se cometa un error al estimar el costo en un proyecto.
b. Sabiendo que se cometió un error en estimar el costo en un proyecto, halle la probabilidad de que sea del tipo 2
c. Halle la probabilidad de que sea del tipo 1, $\underbrace{\text{sabiendo}}_{\text{condicional}}$ que no se cometió un error en estimar el costo en un proyecto.



a. $P(E) = P(E|T_1)P(T_1) + P(E|T_2)P(T_2) + P(E|T_3)P(T_3)$
$= 0.01 \times 0.3 + 0.03 \times 0.2 + 0.02 \times 0.5$
$= 0.003 + 0.006 + 0.010 = 0.019$

b. $P(T_2|E) = \dfrac{P(E|T_2)P(T_2)}{P(E)} = \dfrac{0.2 \times 0.03}{0.019} = 0.316$

$P(T_2) = 0.20 \rightarrow$ P. a priori
$P(T_2|E) = 0.316 \rightarrow$ P. a posteriori

c. $P(T_1|E^c) = \dfrac{P(E^c|T_1)P(T_1)}{P(E^c)} = \dfrac{0.99 \times 0.30}{1 - 0.019} = 0.303$

$P(T_1) = 0.30$
$P(T_1|E^c) = 0.303$

Ejercicio

Un estudio acerca de los trabajadores de 2 plantas de una empresa manufacturera incluye la pregunta *¿cuán efectiva es la gerencia para responder las quejas de los trabaadores?*. En la planta 1, 48 de 192 trabajadores contestaron "poco efectiva", una respuesta desfavorables, mientra que en la planta 2, 80 de 248 trabajadores dieron esta respuesta. Se va a seleccionar aleatoriamente a un empleado de la empresa manufacturera. Sea A el evento "el trabajador procede de la planta 1", y B el evento "la respuesta es desfavorable". Encontrar e interpretar el valor de $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$, $P(B|A)$, $P(B|A^c)$ y $P(B^C|A)$. → $1-P(B|A) = 0.75$

es la probabilidad de que el trabajador **no** dé una respuesta desfavorable, si se sabe que proviene de la planta A

	Resp. desf (B)	Resp fav (B^c)	Total
Planta 1 (A)	48	144	192
Planta 2 (A^c)	$\boxed{80}$	168	248
	128	312	440

$P(A) = 192/440 = 0.436$ es la probabilidad de que el trabajador proceda de la planta 1

$P(B) = 128/440 = 0.291$ es la probabilidad de que el trabajador dé una respuesta desfavorable

$P(A \cap B) = 48/440 = 0.109$ es la probabilidad de que el trabajador proceda de la planta 1 **y** tenga una respuesta desfavorable

$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0.109}{0.436} = 0.25$ es la probabilidad de que el trabajador dé una respuesta desfavorable, si se sabe que proviene de la planta A

$P(B|A^c) = \frac{P(B \cap A^c)}{P(A^c)} = \frac{80/440}{248/440} = 0.323$

es la probabilidad de que el trabajador dé una respuesta desfavorable, si se sabe que **no** proviene de la planta A

Independencia de eventos

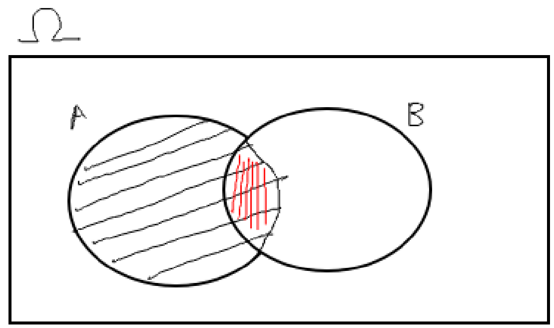
$$P(A|B) = P(A)$$

La probabilidad de que suceda A dado que sucedió B es la misma que la probabilidad de A

↓ la ocurrencia de B no afecta la ocurrencia de A.

⇓

A y B son independientes



$P(A) = 0.3$

$P(A|B)$

$$P(A|B) = P(A)$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A)$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

Ejercicio

Un sistema consta de 3 componentes independientes: A, B_1 y B_2. La probabilidad de falla de A es 0.01, la de B_1 es 0.02, y la probabilidad de que B_2 funcione bien es $\frac{9}{10}$. Si para el funcionamiento del sistema son necesarios el componente A y al menos uno de los B, ¿cuál es la probabilidad de que el sistema funcione?

falla → $1/10$

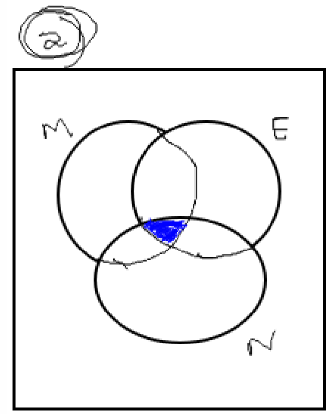
* A y B_1, y no B_2 → $P(A \cap B_1 \cap B_2^c) = P(A)P(B_1)P(B_2^c) = 0.99 \times 0.98 \times 0.10 = 0.097$
* A y B_2, y no B_1 → $P(A \cap B_1^c \cap B_2) = P(A)P(B_1^c)P(B_2) = 0.99 \times 0.02 \times 0.90 = 0.018$
* A y B_2 y B_1 → $P(A \cap B_1 \cap B_2) = P(A)P(B_1)P(B_2) = 0.99 \times 0.98 \times 0.90 = 0.873$

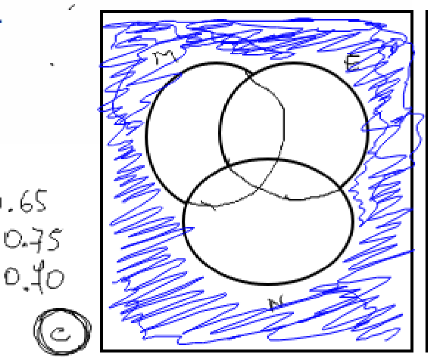
0.998

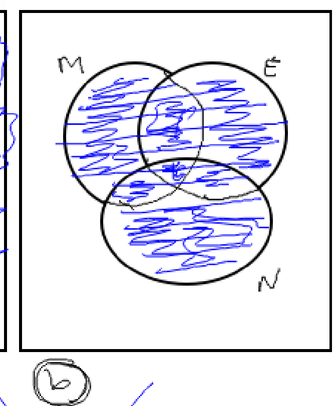
Ejercicio

En una encuesta realizada a los productores ganaderos con la finalidad de obtener una línea base para desarrollar un programa de asistencia técnica, se encontró que el 35% prefiren un programa de manejo de pastos, 25% un programa de manejo de enfermedades y ~~el resto~~ 30% un programa de manejo de engorde. Suponiendo que las preferencias por los programas son independientes. Si se selecciona al azar a un productor ganadero:

a. Halle la probabilidad de que se prefiera los tres programas.
b. Halle la probabilidad de que se prefiera al menos un programa.
c. Halle la probabilidad de que se considere ningún problema.







M = Prefiere P. Manejo de Pastos, $P(M) = 0.35$, $P(M^c) = 0.65$

E = Prefiere P. Manejo de Enf. $P(E) = 0.25$, $P(E^c) = 0.75$

N = Prefiere P. Manejo de Engorde $P(N) = 0.30$, $P(N^c) = 0.70$

a) $P(M \cap E \cap N) = 0.35 \times 0.25 \times 0.30$

b) P(Al menos un programa) = 1 − P(ningún programa) = $1 - 0.65 \times 0.75 \times 0.70$

c) $P(M^c \cap E^c \cap N^c) = 0.65 \times 0.75 \times 0.70$

Complementarias

Ejercicio

La probabilidad de que un estudiante de Estadística apruebe el curso de Química I es 0.62, mientras que para uno de Agronomía es 0.84 y para uno de Industrias Alimentarias es 0.91. Asumiendo que los alumnos aprueban el curso de manera independiente:

a. Se seleccionan 3 estudiantes (uno de cada carrera) al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que los tres aprueben?

b. Se seleccionan 2 estudiantes de estadística y uno de agronomía. ¿Cuál es la probabilidad de que solo uno de ellos apruebe el curso?

c. Se seleccionan 2 estudiantes de agronomía, uno de Estadística y 4 de industrias. ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante de Estadística apruebe el curso si los otros aprobaron?

d. Se seleccionan 2 estudiantes de cada carrera, ¿cuál es la probabilidad de que todos desaprueben el curso?

a. $P(E \cap A \cap I) = P(E)P(A)P(I) = 0.62 \times 0.84 \times 0.91 =$

b. $P(E_1 \cap E_2^c \cap A^c) + P(E_1^c \cap E_2 \cap A^c) + P(E_1^c \cap E_2^c \cap A) = 0.62 \times 0.38 \times 0.16 + 0.38 \times 0.62 \times 0.16 + 0.38 \times 0.38 \times 0.84 =$

c. $P(E \mid A_1 \cap A_2 \cap I_1 \cap I_2 \cap I_3 \cap I_4) = P(E) = 0.62$

d. $P(E_1^c \cap E_2^c \cap I_1^c \cap I_2^c \cap A_1^c \cap A_2^c) = 0.38 \times 0.38 \times 0.09 \times 0.09 \times 0.16 \times 0.16 =$

Pregunta 1

Una empresa de consultoría necesita conformar un equipo de 4 profesionales para desarrollar un proyecto confidencial. Para ello, dispone de un grupo de 10 especialistas distribuidos de la siguiente manera: 4 en análisis de datos, 3 en estrategia empresarial y 3 en tecnología.

1. Definir el experimento aleatorio correspondiente a esta situación y plantee dos eventos mutuamente excluyentes.
2. Calcular la probabilidad de que un equipo seleccionado al azar esté conformado exclusivamente por profesionales de una sola área.
3. Por razones de confidencialidad, se requiere que el equipo esté integrado por exactamente 2 analistas de datos, al menos 1 estratega empresarial y que el resto se complete con especialistas en tecnología. Calcule la probabilidad de que un equipo seleccionado al azar cumpla con estos requisitos.
4. Un equipo de 4 profesionales ha sido seleccionado al azar entre 10 especialistas, y se sabe que exactamente 2 de ellos son especialistas en estrategia empresarial, calcular la probabilidad de que los otros 2 integrantes del equipo sean especialistas en tecnología.
5. Se ha seleccionado aleatoriamente el equipo de 4 profesionales, y se sabe que entre ellos hay al menos 3 analistas de datos, calcule la probabilidad de que el cuarto miembro también sea analista de datos.

2. A = { los 4 prof. son de la misma área }

$$P(A) = \frac{\binom{4}{4}\binom{6}{0}}{\binom{10}{4}}$$

3. B = { 2 analistas de datos, al menos un estratega y el resto de Tecnología }

Analistas : 2 | 2
Estrategas : 1 | 2
Tecnología : 1 | 0

$$P(B) = \frac{\quad + \quad}{\binom{10}{4}}$$

4. C = { 2 son estrat. empresarial }
D = { 2 son prof. tecnología }

$$P(D|C) = \frac{P(D\cap C)}{P(C)} = \frac{\binom{3}{2}\binom{3}{2} / \binom{10}{4}}{\binom{3}{2}\binom{7}{2} / \binom{10}{4}}$$

5. E = { Al menos hay 3 analistas de datos } → 3 o más = 3 o 4

F = { El 4° miembro es analista de datos } los 4 son analistas de datos

$$P(F|E) = \frac{P(F\cap E)}{P(E)} = \frac{\binom{4}{4}\binom{6}{0} / \cancel{\binom{10}{4}}}{\binom{4}{3}\binom{6}{1} / \cancel{\binom{10}{4}} + \binom{4}{4}\binom{6}{0} / \cancel{\binom{10}{4}}} = \frac{1}{24+1} = 0.04$$

Pregunta 2

Una empresa de auditoría clasifica a sus nuevos clientes como de alto, moderado o bajo riesgo financiero, con probabilidades respectivas de 0.2, 0.5 y 0.3. Como parte de su análisis, se aplica un algoritmo de detección automática que emite una alerta de revisión si encuentra patrones sospechosos en la documentación financiera.

Se sabe que:

- La probabilidad de que el sistema emita una alerta, dado que el cliente es de alto riesgo, es 0.9.
- Dado que el cliente es de riesgo moderado, esta probabilidad baja a 0.4.
- Para clientes de bajo riesgo, la probabilidad de alerta es de 0.1.

Además, se ha comprobado que el algoritmo actúa de manera independiente respecto a otras variables no financieras.

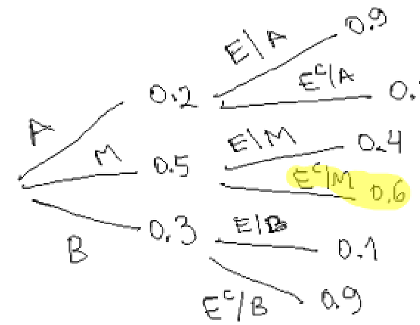
1. Definir el experimento aleatorio correspondiente a esta situación e indique un grupo de 2 o más eventos colectivamente exhaustivos.
2. Se selecciona al azar a un cliente, ¿cuál de las siguientes situaciones es más probable?

- Que sea de alto riesgo y el sistema no emita ninguna alerta
- Que sea de bajo riesgo y el sistema emita alerta

3. Se selecciona al azar a un cliente, calcular la probabilidad de que se emita la alerta.
4. Se sabe que para un cliente seleccionado al azar, el sistema no emitió ninguna alerta, calcular la probabilidad de que el riesgo de este cliente sea moderado.
5. Se definen los eventos "el cliente es de riesgo bajo" y "el sistema emite alerta". Justificar si estos eventos son independientes o no.

B E

A = Cliente de alto riesgo
M = Cliente de riesgo moderado
B = Cliente de bajo riesgo
E = Emitir una alerta de revisión



2. $P(A \cap E^c) = P(E^c|A)\,P(A) =$

$P(B \cap E) = P(E|B)\,P(B) =$

3. $P(E) = P(E \cap A) + P(E \cap M) + P(E \cap B)$

$= P(E|A)\,P(B) + P(M/E)P(E) + P(B/E)P(E)$

4. $P(M|E^c) \neq P(E^c|M)$

$$P(M|E^c) = \frac{P(E^c|M)\,P(M)}{P(E^c)}$$ ← $1 - P(E)$

5. ¿$P(E|B) = P(E)$?, ¿$P(B|E) = P(B)$?

¿$P(E \cap B) = P(E) \times P(B)$?