

FIAP

Differentiated Problem Solving

Aula 19: Integrais Indefinidas

Prof. Jones Egydio

profjones.egydio@fiap.com.br

Objetivos

- Entender o conceito de resolução de integrais indefinidas;
- Formas de representação;
- Exemplos e exercícios;
- Conclusão;
- Perguntas.

Integrais Indefinidas

O Teorema Fundamental do Cálculo (TFC) estabelece conexões entre as **primitivas** e as **integrais definidas**.

Precisamos de uma notação conveniente para as primitivas...

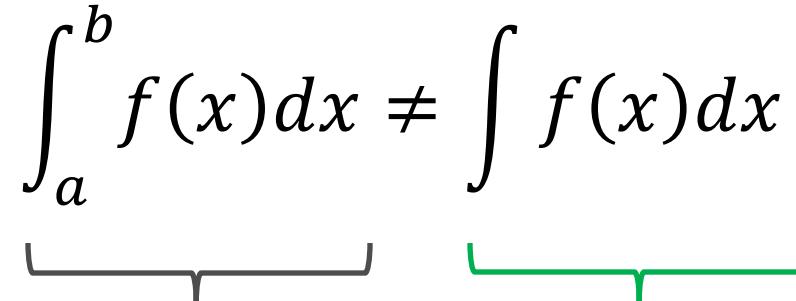
$\int f(x)dx = F(x)$ significa $F'(x) = f(x)$

Integral Indefinida

Exemplo: Podemos escrever $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$ pois $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^3}{3} + C \right) = x^2$

Integrais Indefinidas

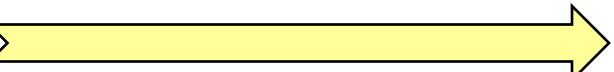
ATENÇÃO

$$\int_a^b f(x)dx \neq \int f(x)dx$$


A integral definida
é um número!

A integral indefinida
é uma família de funções!

A conexão entre as integrais
definida e indefinida é expressa
pela Parte 2 do TFC:



$$\int_a^b f(x)dx = \left(\int f(x)dx \right) \Big|_a^b$$

Exercícios

Ex01: Calcule as integrais:

(a) $\int (3e^x + 5 \cos x - 10 \operatorname{cossec}^2 x) dx$

(b) $\int \left(2 \sec w \tan w + \frac{1}{6w} \right) dw$

(c) $\int \left(\frac{23}{y^2+1} + 6 \operatorname{cossec} y \cot y + \frac{9}{y} \right) dy$

(d) $\int \left(\frac{3}{\sqrt{1-x^2}} + 6 \sin x + 10 \sec^2 x \right) dx$

(e) $\int \frac{7-6 \sin^2 \theta}{\sin^2 \theta} d\theta$

Exercícios

Ex02: Calcule as integrais:

$$(a) \int 4^x \ln 16 \, dx$$

$$(b) \int \frac{1-\operatorname{tg}^2 x}{1+\operatorname{tg}^2 x} \, dx$$

$$(c) \int \frac{\operatorname{sen} 6x}{1+\cos 6x} \, dx$$

$$(d) \int \frac{x^4}{1+x^{10}} \, dx$$

$$(e) \int x e^{-x^2} \, dx$$

$$(f) \int \frac{\operatorname{sen} 2x}{\sqrt{\cos 2x}} \, dx$$

$$\int f'(x) \, dx = f(x) + c$$

Exercícios

Ex03: Classifique as sentenças a seguir em verdadeiras ou falsas.
Admita que f é uma primitiva de v .

(a) $\int v(u(x)) dx = f(u(x)) + C$

(b) $\int v^2(x)dx = \frac{1}{3}f^3(x) + C$

(c) $\int v(x) \left(\frac{du}{dx}\right) dx = f(u(x)) + C$

(d) $\int v(x) \left(\frac{dv}{dx}\right) dx = \frac{1}{2}f^2(x) + C$

(e) $\int f(x) \left(\frac{dv}{dx}\right) dx = \frac{1}{2}f^2(x) + C$

(f) $\int v(v(x)) \left(\frac{dv}{dx}\right) dx = f(v(x)) + C$

Tarefa Complementar

TC01: Verifique, por derivação, que

$$\int \frac{x}{\sqrt{a+bx}} dx = \frac{2}{3b^2} (bx - 2a)\sqrt{a+bx} + C$$

TC02: Encontre a integral indefinida geral.

(a) $\int (\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x^2}) dx$

(b) $\int v(v^2 + 2)^2 dv$

(c) $\int \left(x^2 + 1 + \frac{1}{x^2+1}\right) dx$

Tarefa Complementar

TC03: Encontre a integral indefinida geral.

(a) $\int (\csc^2 t - 2e^t) dt$

(b) $\int (\theta - \csc \theta \cot \theta) d\theta$

(c) $\int (1 + \tan^2 \alpha) d\alpha$

(d) $\int \frac{\sin 2x}{\sin x} dx$

TC04: Calcule a integral.

(a) $\int_1^4 \left(\frac{4+6u}{\sqrt{u}} \right) du$

(b) $\int_0^4 (3\sqrt{t} - 2e^t) dt$

(c) $\int_0^1 x(\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}) dx$

(d) $\int_0^{\pi/4} \frac{1+\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} d\theta$

Referências bibliográficas

- STEWART, J., Calculus 7E Early Transcendentals, CENGAGE Learning, NY, 2012.

Obrigado!