

  
**FIAP**

# Differentiated Problem Solving

## Aula 19: Integrais Indefinidas

---

**Prof. Jones Egydio**

[profjones.egydio@fiap.com.br](mailto:profjones.egydio@fiap.com.br)



# Objetivos

- Entender o conceito de resolução de integrais indefinidas;
- Formas de representação;
- Exemplos e exercícios;
- Conclusão;
- Perguntas.

# Integrais Indefinidas

O **Teorema Fundamental do Cálculo** (TFC) estabelece conexões entre as **primitivas** e as **integrais definidas**.

Precisamos de uma notação conveniente para as primitivas...

$$\int f(x)dx = F(x) \text{ significa } F'(x) = f(x)$$

Integral Indefinida

**Exemplo:** Podemos escrever  $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$  pois  $\frac{d}{dx} \left( \frac{x^3}{3} + C \right) = x^2$

# Integrais Indefinidas

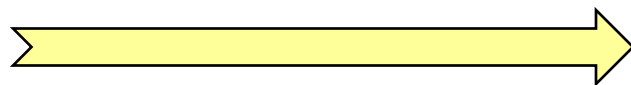
**ATENÇÃO**

$$\underbrace{\int_a^b f(x)dx}_{\text{A integral definida é um número!}} \neq \underbrace{\int f(x)dx}_{\text{A integral indefinida é uma família de funções!}}$$

A integral definida  
é um número!

A integral indefinida  
é uma família de funções!

A conexão entre as integrais  
definida e indefinida é expressa  
pela Parte 2 do TFC:



$$\int_a^b f(x)dx = \left( \int f(x)dx \right) \Big|_a^b$$

**Ex01:** Calcule as integrais:

$$(a) \int (3e^x + 5 \cos x - 10 \operatorname{cosec}^2 x) dx$$

$$(b) \int \left( 2 \sec w \operatorname{tg} w + \frac{1}{6w} \right) dw$$

$$(c) \int \left( \frac{23}{y^2+1} + 6 \operatorname{cosec} y \cotg y + \frac{9}{y} \right) dy$$

$$(d) \int \left( \frac{3}{\sqrt{1-x^2}} + 6 \operatorname{sen} x + 10 \sec^2 x \right) dx$$

$$(e) \int \frac{7-6 \operatorname{sen}^2 \theta}{\operatorname{sen}^2 \theta} d\theta$$

# Exercícios

**Ex02:** Calcule as integrais:

$$(a) \int 4^x \ln 16 \, dx$$

$$(b) \int \frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} dx$$

$$(c) \int \frac{\operatorname{sen} 6x}{1 + \cos 6x} dx$$

$$(d) \int \frac{x^4}{1 + x^{10}} dx$$

$$(e) \int x e^{-x^2} dx$$

$$(f) \int \frac{\operatorname{sen} 2x}{\sqrt{\cos 2x}} dx$$

$$\int f'(x) dx = f(x) + c$$

# Exercícios

**Ex03:** Classifique as sentenças a seguir em verdadeiras ou falsas. Admita que  $f$  é uma primitiva de  $v$ .

$$(a) \int v(u(x)) dx = f(u(x)) + C$$

$$(b) \int v^2(x) dx = \frac{1}{3} f^3(x) + C$$

$$(c) \int v(x) \left( \frac{du}{dx} \right) dx = f(u(x)) + C$$

$$(d) \int v(x) \left( \frac{dv}{dx} \right) dx = \frac{1}{2} f^2(x) + C$$

$$(e) \int f(x) \left( \frac{dv}{dx} \right) dx = \frac{1}{2} f^2(x) + C$$

$$(f) \int v(v(x)) \left( \frac{dv}{dx} \right) dx = f(v(x)) + C$$

# Tarefa Complementar

**TC01:** Verifique, por derivação, que

$$\int \frac{x}{\sqrt{a+bx}} dx = \frac{2}{3b^2} (bx - 2a)\sqrt{a+bx} + C$$

**TC02:** Encontre a integral indefinida geral.

(a) $\int (\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x^2}) dx$	(b) $\int v(v^2 + 2)^2 dv$	(c) $\int \left( x^2 + 1 + \frac{1}{x^2+1} \right) dx$
--	----------------------------	--



# Tarefa Complementar

**TC03:** Encontre a integral indefinida geral.

$$(a) \int (\operatorname{cosec}^2 t - 2e^t) dt$$

$$(b) \int (\theta - \operatorname{cosec} \theta \cotg \theta) d\theta$$

$$(c) \int (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) d\alpha$$

$$(d) \int \frac{\operatorname{sen} 2x}{\operatorname{sen} x} dx$$

**TC04:** Calcule a integral.

$$(a) \int_1^4 \left( \frac{4+6u}{\sqrt{u}} \right) du$$

$$(b) \int_0^4 (3\sqrt{t} - 2e^t) dt$$

$$(c) \int_0^1 x (\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}) dx$$

$$(d) \int_0^{\pi/4} \frac{1+\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} d\theta$$



# Referências bibliográficas

- STEWART, J., Calculus 7E Early Transcendentals, CENGAGE Learning, NY, 2012.

Obrigado!