

# Формальные языки

домашнее задание до 23:59 26.03

2. Начальная грамматика:

- $S \rightarrow RS \mid R$
- $R \rightarrow aSb \mid cRd \mid ab \mid cd \mid \varepsilon$

Избавимся от правил, в которых есть терминалы и нетерминалы и избавимся от длинных правил :

- $S \rightarrow RS \mid R$
- $R \rightarrow AS_1 \mid CS_2 \mid AB \mid CD \mid \epsilon$
- $A \rightarrow a, B \rightarrow b, C \rightarrow c, D \rightarrow d$
- $S_1 \rightarrow SB$
- $S_2 \rightarrow RD$

Удалим  $\varepsilon$ -правила. Нетерминалы S и R являются  $\varepsilon$ -порождающими, поэтому для них добавим нужные правила:

- $S \rightarrow RS \mid R \mid \varepsilon$
- $R \rightarrow AS_1 \mid CS_2 \mid AB \mid CD$
- $A \rightarrow a, B \rightarrow b, C \rightarrow c, D \rightarrow d$
- $S_1 \rightarrow SB \mid B$
- $S_2 \rightarrow RD \mid D$

Добавляем новое стартовое:

- $S' \rightarrow S \mid \varepsilon$
- $S \rightarrow RS \mid R$
- $R \rightarrow AS_1 \mid CS_2 \mid AB \mid CD$
- $A \rightarrow a, B \rightarrow b, C \rightarrow c, D \rightarrow d$
- $S_1 \rightarrow SB \mid B$
- $S_2 \rightarrow RD \mid D$

4. Убираем унарные правила:

- $S' \rightarrow RS \mid AS_1 \mid CS_2 \mid AB \mid CD \mid \varepsilon$
- $S \rightarrow RS \mid AS_1 \mid CS_2 \mid AB \mid CD$
- $R \rightarrow AS_1 \mid CS_2 \mid AB \mid CD$
- $A \rightarrow a; B \rightarrow b; C \rightarrow c; D \rightarrow d$

- $S_1 \rightarrow SB \mid B$
- $S_2 \rightarrow RD \mid D$

Всё.

3. Язык  $\{a^m b^n \mid m + n > 0, m + n \div 2\}$  является контекстно-свободным, грамматика:

$$S \rightarrow aaS \mid Sbb \mid aSb \mid ab \mid aa \mid bb$$

Понятно, что эти правила описывают язык из строк, в которых после  $a$  идут  $b$  и их всего четное число (но не 0), потому что после применения любого правила их число увеличивается на 2

Как получать строки из данного языка? Пусть  $a^m b^n$  ( $m + n > 0$  и  $\div 2$ ):

- Если  $n = 0$ , то  $m$  кратно 2, поэтому можно просто применить  $S \rightarrow aaS$   $\frac{m}{2} - 1$  раз и правило  $S \rightarrow aa$
- Если  $m = 0$ , то аналогично
- Если  $n \neq 0, m \neq 0$ , и они четные, то применяем первые 2 правила и последнее (по сути комбинируем случай 1 и 2)
- Если же они оба нечетны, то еще пользуемся  $S \rightarrow aSb$

Итого это нужная грамматика.