

**Министерство образования и науки РФ
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий
Высшая школа программной инженерии**

**Отчёт по дисциплине «Алгоритмы и структуры данных»
Реализация алгоритмов сортировки**

Работу выполнил:

студент группы 3530904/00006 Смирнов Е. А.

Работу принял:

преподаватель Павлов Е. А

Постановка задачи

1. Реализация указанных сортировок

1.1 Сортировка по методу вставок с двоичным поиском места вставки

1.2 Сортировка Шелла с выбором длин промежутков, предложенных Шеллом, Хиббардом, Седжвиком. Сравнение результатов.

1.3 Сортировка поразрядная

2. Описание проведенного тестирования

2.1 Выполнить тесты для лучшего, худшего и среднего случаев

2.2 Сравнить результаты экспериментальной оценки временной сложности с теоретическими

Реализация

1. Сортировка вставками с бинарным поиском

```
void binaryInsertion(int inputArray[], int size)
{
    int left = 0; // индекс первого элемента отсортированного массива
    int right = 0; // индекс последнего элемента отсортированного массива
    int temp;

    for (int i = 1; i < size; i++)
    {
        if (inputArray[i] < inputArray[i-1])
        {
            temp = inputArray[i];
            left = 0;
            right = i - 1;
            while (left <= right) // бинарный поиск
            {
                int mid = (left + right) / 2;
                if (inputArray[mid] < temp)
                { left = mid + 1; }
                else
                { right = mid - 1; }
            }
            for (int j = i - 1; j >= left; j--) // сдвиг вправо
            { inputArray[j + 1] = inputArray[j]; }
            inputArray[left] = temp;
        }
    }
}
```

2. Поразрядная сортировка

```
void radix(int inputArray[], int size, int d, int outArray[])
{
    int temp = 0;
    const int divider = 10;
    int integer = 1;

    for (int k = 0; k < d; k++) // цикл по разрядам
    {
        int count[10]{ 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0 };

        // количество элементов от 0 до 9
        for (int i = 0; i < size; i++)
            count[(inputArray[i] / integer) % divider]++;

        // количество чисел меньших i-индекса
        for (int i = 1; i < 10; i++)
            count[i] = count[i] + count[i - 1];

        // заполнение выходного массива
        for (int i = size - 1; i >= 0; i--)
        {
            temp = (inputArray[i] / integer) % divider;
            count[temp]--;
            outArray[count[temp]] = inputArray[i];
        }

        integer *= 10;
        std::swap(inputArray, outArray);
    }
}
```

3. Сортировка Шелла

3.1 с шагом Шелла

```
void shellShell(int inputArray[], int size)
{
    int step = size;
    for (step = step / 2; step > 0; step = step / 2)
    {
        for (int i = step; i < size; i++)
        {
            for (int j=i-step; j>=0 && inputArray[j]>inputArray[j+step]; j-=step)
            {
                std::swap(inputArray[j], inputArray[j + step]);
            }
        }
    }
}
```

3.2 с шагом Хиббарда

```
void shellHibbard(int inputArray[], int size)
{
    int I = 1;
    while (pow(2, I) - 1 <= size) // O(logN)
    {
        I++;
    }
    while (I > 0)
    {
        int step = pow(2, I) - 1;
        for (int i = step; i < size; i++)
        {
            for (int j = i - step; j >= 0 && inputArray[j] > inputArray[j + step]; j -= step)
            {
                std::swap(inputArray[j], inputArray[j + step]);
            }
        }
        I--;
    }
}
```

3.3 с шагом Седжвика

```
void shellSedgwick(int inputArray[], int size)
{
    double p1 = 1;
    double p2 = 1;
    double p3 = 1;

    int inc[20]; // массив, в который заносятся шаги

    int s = -1;
    do {
        // заполняем по формуле Роберта Седжвика
        if (++s % 2) {
            inc[s] = 8 * p1 - 6 * p2 + 1;
        }
        else {
            inc[s] = 9 * p1 - 9 * p3 + 1;
            p2 *= 2;
            p3 *= 2;
        }
        p1 *= 2;
    } while (3 * inc[s] < size);
    s--;
    int step = 0;

    while (s >= 0) {
        //извлекаем из массива очередную инкременту
        step = inc[s--];
        // сортировка вставками с инкрементами inc
        for (int i = step; i < size; i++)
        {
            // сдвигаем элементы до тех пор, пока не дойдем до конца или не
            упорядочим в нужном порядке
            for (int j = i - step; j >= 0 && inputArray[j] > inputArray[j +
1]; j -= step)
            {
                std::swap(inputArray[j], inputArray[j + step]);
            }
        }
    }
}
```

Тестирование

```
void testBinaryInsertion()
{
    using namespace std;

    cout << "\nСортировка вставками с двоичным поиском\n";

    cout << "\nЛучший случай: ";
    int bestArray[SIZE] = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10};
    binaryInsertion(bestArray, SIZE);
    print(bestArray, SIZE);

    cout << "\nСредний случай: ";
    int midArray[SIZE] = {1, 2, 3, 5, 7, 4, 9, 10, 8, 6};
    binaryInsertion(midArray, SIZE);
    print(midArray, SIZE);

    cout << "\nХудший случай: ";
    int worstArray[SIZE] = {10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1};
    binaryInsertion(worstArray, SIZE);
    print(worstArray, SIZE);

    cout << endl;
}

void testRadix()
{
    using namespace std;
    cout << "\nПоразрядная сортировка\n";

    cout << "\nЛучший случай: ";
    int outbest[SIZE]{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0};
    int bestArray[SIZE] = { 100, 102, 113, 214, 225, 336, 347, 458, 459, 569 };
    radix(bestArray, SIZE, 3, outbest);
    print(outbest, SIZE);

    cout << "\nСредний случай: ";
    int outmid[SIZE]{ 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0 };
    int midArray[SIZE] = { 101, 254, 336, 328, 439, 212, 223, 335, 447, 459 };
    radix(midArray, SIZE, 3, outmid);
    print(outmid, SIZE);

    cout << "\nХудший случай: ";
    int outworst[SIZE]{ 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0 };
    int worstArray[SIZE] = { 989, 878, 767, 656, 545, 434, 323, 212, 101, 100 };
    radix(worstArray, SIZE, 3, outworst);
    print(outworst, SIZE);

    cout << endl;
}
```

```
void testShell()
{
    using namespace std;
    cout << "\nШЕЛЛ\n";

    int shell[SIZE] = { 900, 800, 700, 600, 500, 400, 300, 200, 100, 10 };
    shellShell(shell, SIZE);
    print(shell, SIZE);

    int shell1[SIZE] = { 989, 878, 767, 656, 545, 434, 323, 212, 101, 100 };
    shellHibbard(shell1, SIZE);
    print(shell1, SIZE);

    int shell2[SIZE] = { 989, 878, 767, 656, 545, 434, 323, 212, 101, 100 };
    shellSedgwick(shell2, SIZE);
    print(shell2, SIZE);
}
```

Вычисление сложности Сортировка простыми вставками с бинарным поиском:

Линия сравнения	Худший случай	Средний случай	Лучший случай
Внешний цикл	N-1	N-1	N-1
Бинарный поиск	$O(\log N)$	$O(\log N)$	$O(1)$
Сдвиг (число обменов)	$O(N*(N+1))/2 = O(N^2/2)$	$O(N*N(+1)/2*2 = O(N^2/4)$	$O(1)$
Итого:	$O(N^2/2)$	$O(N^2/4)$	$O(N)$

1. Присвоение temp, left, right ... = $O(\text{константы})$ – не влияет на вычисление сложности алгоритма.
2. For() – внешний цикл, в любом случае будет выполнено n-1 сравнений, поэтому его сложность $O(N)$;
3. При лучшем случае произойдет только N-1 сравнений, в других случаях будет выполняться бинарный поиск, сложность которого $O(\log N)$.
4. Сами вставки (сдвиг элементов и вставка i-ого элемента) выполняется за $O(N(N-1)/2)$ в худшем случае.

Алгоритм работает за $O(N+k)$ где k — число обменов элементов входного массива.

Табличная сложность алгоритмов :

Алгоритм	Худший случай	Средний случай	Лучший случай
Вставками с бинарным поиском	$O(N^2/2)$	$O(N^2/4)$	$O(N)$
Поразрядная сортировка	$O(N*k)$, k – число разрядов	$O(N*k)$	$O(N*k)$

Для поразрядной сортировки нужна доп. Память $O(N)$.

Сортировка Шелла с выбором длины промежутка предложенные:

Линия сравнения	Худший случай	Средний случай	Лучший случай
Шеллом	$O(N^2)$	$O(N*\log N)$	$O(N*\log N)$
Хиббардом	$O(N^{1.5})$	$O(N*\log N)$	$O(N*\log N)$
Сэдживком	$O(N^{4/3})$	$O(N^{7/6})$	$O(N*\log N)$

Экспериментальная сложность алгоритмов:

Линия сравнения	Худший случай	Средний случай	Лучший случай
Вставками с бинарным поиском	$O(N^2/2)$	$O(N^2/4)$	$O(N)$
Поразрядная сортировка	$O(N*k)$, k – число разрядов	$O(N*k)$	$O(N*k)$
Шеллом	$O(N*\log N - (N-1)N/N) = O(N\log N) = O(N^2)$	$O(N*\log N - (N-1)N/N) = O(N\log N)$	$O(N*\log N)$
Хиббардом	$O(N*\log N - (N-1)N/N) = O(N\log N) = O(N^2)$	$O(N*\log N - (1-N)N/N) = O(N\log N)$	$O(N*\log N)$
Сэдживком	$O(N^{4/3})$	$O(N^{7/6})$	$O(N*\log N)$