

## Први колоквијум из Теорије бројева

29. април 2023. године

1. Ако је  $a$  непаран цео број, доказати да је број  $a(a^6 - 1)$  дељив са 24.
2. (а) Производ 5 узастопних природних бројева је  $\overline{95a4b}$ . Који су то бројеви?  
(б) Одредити све природне бројеве такве да је  $\tau(n) = 6$  и  $\sigma(n) = 350$ .
3. Одредити све просте бројеве  $p$  такве да је и број  $8p^2 + 1$  прост.
4. (а) Одредити остатке при дељењу квадрата непарног целог броја са 8.  
(б) Нека су  $b, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  цели бројеви такви да је

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 = b^2.$$

Доказати да је бар један од ових бројева паран.

5. Одредити остатак при дељењу са 5 броја  $2022^{23} + 23^{2022}$ .