

Теорија бројева

Поправни првог колоквијума

16. јануар 2016. године

1. (5 поена)

Одредити најмањи четвороцифрени број дељив са 9 чији је производ цифара једнак 180.

2. (6 поена)

а) За природне бројеве a, b, c, d важи $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$. Да ли је $a + b + c + d$ сложен број?

б) Доказати да ако је $2^n - 1$ прост број, онда је $2^{n-1}(2^n - 1)$ савршен број.

3. (5 поена)

Одредити најмањи природан број чија је половина потпун квадрат, трећина потпун куб, петина потпун пети степен.

4. (7 поена)

а) Одредити две последње цифре броја 3^{400} .

б) Одредити три последње цифре збира $1^{2017} + 2^{2017} + \dots + 1000^{2017}$.

Теорија бројева

Поправни другог колоквијума

16. јануар 2016. године

1. (5 поена)

Петар и Иван живе у истој згради која на сваком спрату има по 10 станова. Станови почињу од првог спрата и нумерисани су бројевима 1,2,3,4... Петар живи на спрату чији је број једнак броју стана у ком живи Иван. Збир бројева станова Ивана и Петра је 239. Који је број стана у ком живи Петар?

2. (6 поена)

Решити систем конгруенција:

$$x \equiv 1 \pmod{7}, \quad x \equiv 3 \pmod{4}, \quad x \equiv 9 \pmod{15}.$$

3. (7 поена)

У скупу целих бројева решити једначине:

а) $y^4 + x = xy + 9$,

б) $x^2 + xy + y^2 = 1$.

4. (5 поена)

У скупу природних бројева решити једначину:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} + \frac{1}{xy}.$$