

Први колоквијум из Теорије бројева

9.11.2018. године

1. Одредити непознате бројеве $\overline{64a02b}$ и $\overline{3cccd}$ тако да је $\overline{3cccd} \cdot 18 = \overline{64a02b}$.

2. (а) Ако је p прост број, онда је

$$p + (p + 1) + \cdots + (p + 2012) + (p + 2013)$$

сложен број. Доказати.

(б) Одредити све просте бројеве p , q и r тако да је $p = q^3 - r^3$.

3. Одредити најмањи природан број који је дељив са 897 и има онолико делилаца колико и број 2020.

4. (а) Доказати да је за сваки природан број n и сваки прост број p , број

$$1 + \sum_{k=1}^{p-1} k^{n(p-1)}$$

дељив са p .

(б) Доказати да не постоје природни бројеви x и y такви да је $x^3 + y^3 = 2^{2006}$.