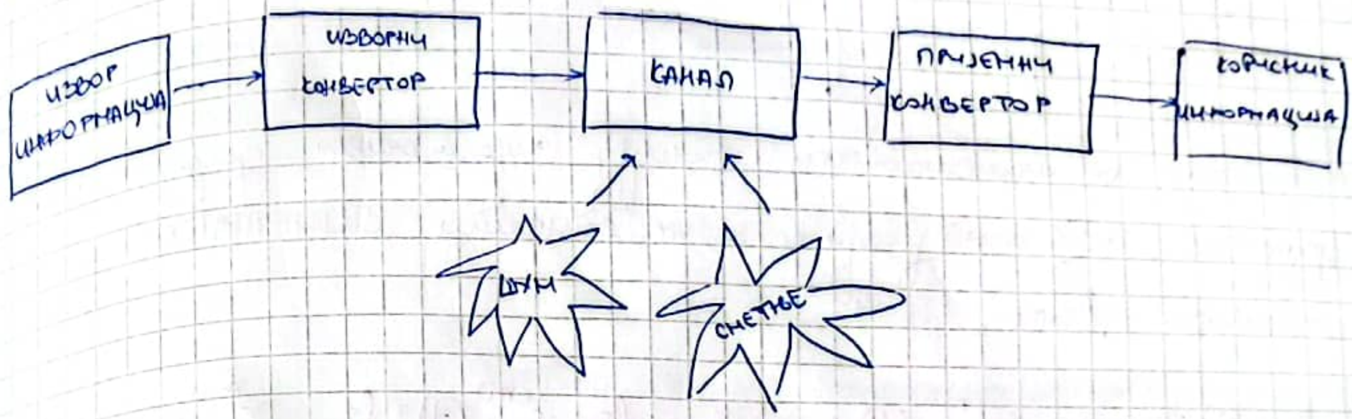
1. Модел телекомуникационог система тачка-тачка

ОПШТА БЛОК ШЕМА КОМУНИКАЦИОНОГ СИСТЕМА:



извор информација генерише поруке које треба пренијети кориснику

ТЕКСТ, ГОВОР, МУЗИКА, СЛИКА

да бисмо информацију пренијели на даљину посредством неког телекомуникационог система, неопходно је изворну информацију конвертовати у ЕЛЕКТРИЧНИ СИГНАЛ

изворни конвертор конвертује изворну информацију у електрични сигнал (еквивалент)

систем преноса / канал представља средину кроз коју се сигнал преноси од извора до корисника информације

- до веће нарушене преносу података
- присутност шума и сметњи утицај на облик сигнала на пријемној страни

пријемни конвертор примљени електрични сигнал конвертује у облик који одговара кориснику информације

2. Преносни системи

- Преносни систем може да има један или више улаза.
- Модел система са једним улазом и једним излазом.

- Системи се математички описују коришћењем диференцијалних једначина. За систем који се може описати ЛИНЕАРНОМ диф. једначином важи:

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_0 = b_m y^{(m)}(t) + b_{m-1} y^{(m-1)}(t) + \dots + b_0$$

t - континуална временска променљива

- НЕСТАЦИОНАРАН СИСТЕМ ⇔ a_n и b_n зависе од времена
- СТАЦИОНАРАН СИСТЕМ ⇔ константни коефицијенти
  - ако побуда $x(t)$ даје одзив $y(t)$, онда побуда $x(t-\tau)$ обезбеђује одзив $y(t-\tau)$ за све вредности $x(t)$ и $\tau>0$
- НЕЛИНЕАРАН СИСТЕМ - не може се описати генералним диф. једначинама коначног реда
- ЛИНЕАРАН СИСТЕМ - важи закон суперпозиције
  - $y_1(t)$ одзив система на побуду $x_1(t)$;
    $y_2(t)$ — " — " — $x_2(t)$

  ⇒ за лин. комб. побуда $x(t)=k_1x_1(t)+k_2x_2(t)$ одзив је:

  $$y(t)=k_1y_1(t)+k_2y_2(t)$$

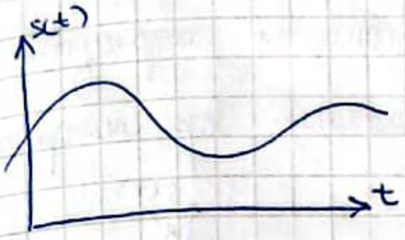
- СИСТЕМИ СА КОНЦЕНТРИСАНИМ ПАРАМЕТРИМА (филтри, појачавачи, мотори)
- -||- СА РАСПОДЕЉЕНИМ ПАРАМЕТРИМА (водови)
- ТРЕНУТНИ СИСТЕМИ (без меморије)
- ДИНАМИЧКИ СИСТЕМИ (са меморијом)

Scanned with CamScanner

3. Сигнали као физички носиоци информација

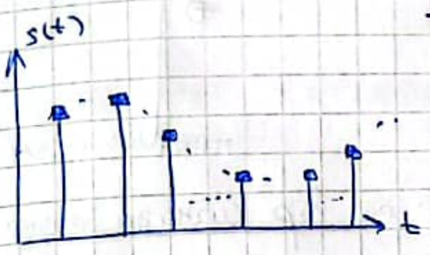
- Сигнал као физички носилац информација обично представљамо као једнодимензионалну реалну временску ф-ју $s(t)$ (аудио-сиг.) као дводимензионалну ф-ју $s(x,y)$ (сигнал слике) или као функцију зависну од три или више варијабли $s(x,y,t)$ (видео-сиг.)

* КОНТИНУАЛНИ И ВРЕМЕНСКИ ДИСКРЕТНИ СИСТЕМИ



← ф-ја (s) и аргумент (t) дефинисани су над бесконачно непребројивим скупом који су обично подскупови R бројева

ВР. ОБЛИК КОНТИНУАЛНОГ СИГНАЛА

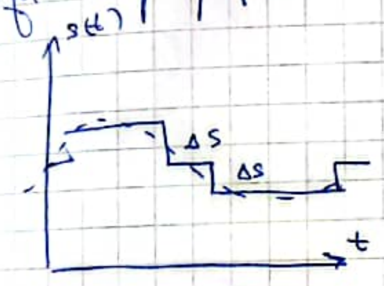


← тренутне амплитуде припадају бесконачном пребројивом скупу, а аргумент највише пребројивом скупу

ВР. ОБЛИК ВРЕМЕНСКИ ДИСКРЕТНОГ СИГНАЛА

* КВАНТОВАНИ (ДИСКРЕТНИ СИГНАЛИ У АМПЛИТУДСКОМ ДОМЕНУ)

- амплитуде припадају коначном (пребројивом) скупу, а аргумент t припада непребројивом скупу реалних бројева



* ДИГИТАЛНИ СИГНАЛИ

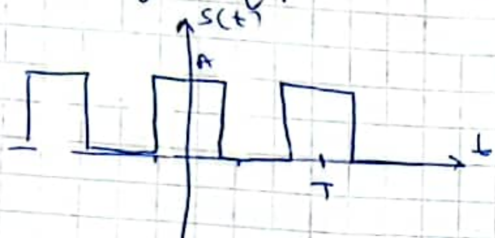
- извршена је дискретизација у временском и амплитудском домену, па аргумент и ф-ја припадају пребројивим скуповима
- дигитални сигнал можемо посматрати као ВРЕМ. СЕКВЕНЦУ БРОЈЕВА

Scanned with CamScanner

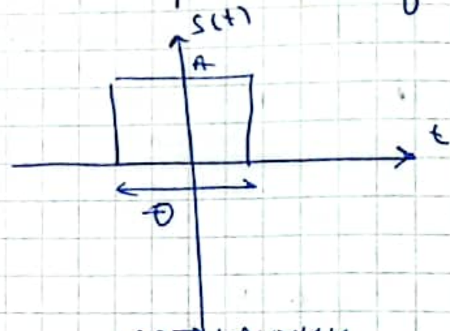
ИЛУСТРАЦИЈА ДИГИТАЛНОГ СИГНАЛА

* ПОДЈЕЛА СИГНАЛА

- према степену неодређености:
  - **ДЕТЕРМИНИСТИЧКИ** (апериодични и периодични)
    - тачно дефинисани у бесконачном вр. интервалу $-\infty<t<$



ПЕРИОДИЧНИ



АПЕРИОДИЧНИ

- задају се у виду ф-је, те се вр. сигнала може израчунат[и у] било којем тренутку => не преносе се кроз телекомуник. кан[але]

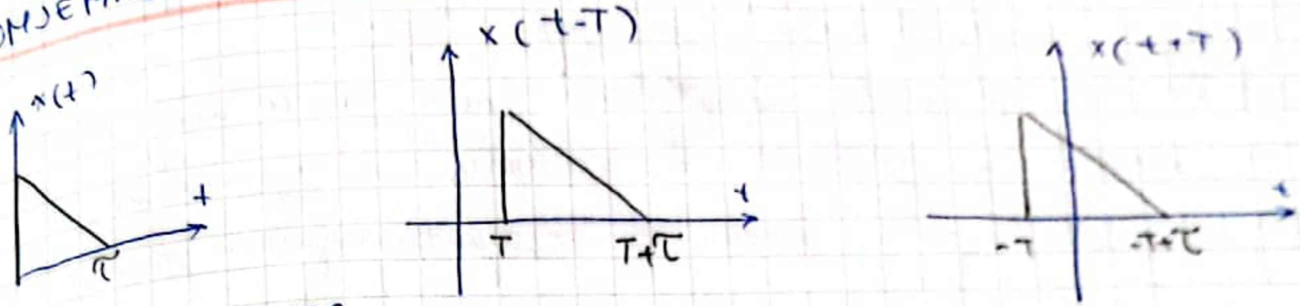
  - **СЛУЧАЈНИ / СТОХАСТИЧКИ**
    - не могу се дефинисати временском ф-јом
    - преносе се телекомуникационим системом

- према фреквенцијском опсегу:
  - НИСКОФРЕКВЕНЦИЈСКИ
  - ВИСОКОФРЕКВЕНЦИЈСКИ

Scanned with CamScanner

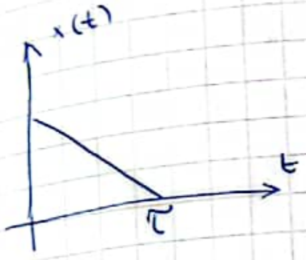
* КОРИСНЕ ОПЕРАЦИЈЕ:

• ПОМЈЕРАЊЕ СИГНАЛА

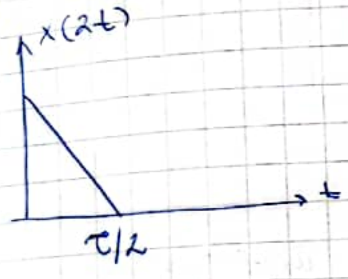


• СКАЛИРАЊЕ СИГНАЛА

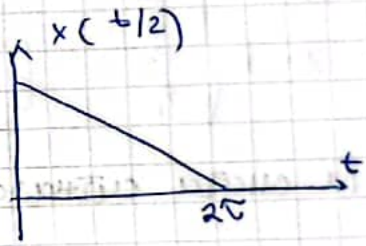
$x_1(t) = x(\alpha t)$, $\alpha > 0$



1) $a > 1$ => СУЖАВАЊЕ СИГНАЛА



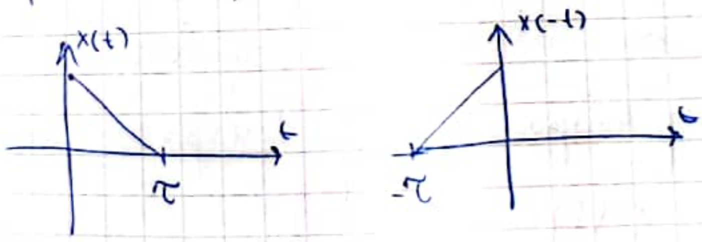
2) $a < 1$ => ПРОШИРИВАЊЕ С.



• ИНВЕРЗИЈА СИГНАЛА

- као скалирање за $\alpha = -1$

$x_1(t) = x(-t)$



Scanned with CamScanner

4. Јединице у обради и преносу сигнала у телекомуникацијама

- умјесто апсолутних вриједности сигнала користе се релативни нивои у логаритамској размјери. Разлози:
  1) величине је могуће употребљавати чак и ако се мијењ. много раз.
  2) множење и дијељење ⟹ сабирање и одузимање
  3) човјекова чула се понашају по Вебер-Фехнеровом закону

АПСОЛУТНИ

НИВО НАПОНА: $n_u = 20\log\frac{U}{U_0}$ [dBr] ; $U_0 = 0{,}775V$

НИВО СТРУЈЕ: $n_i = 20\log\frac{I}{I_0}$; $I_0 = 1{,}29mA$

НИВО СНАГЕ: $n_p = 10\log\frac{P}{P_0}$; $P_0 = 1mW$

- Релативни однос (појачање) [dB]

$$\left.\begin{aligned} A_v &= 20\log\frac{V_o}{V_i} \\ A_i &= 20\log\frac{I_o}{I_i} \\ A_p &= 10\log\frac{P_o}{P_i} \end{aligned}\right] [dB]$$

5. Енергија и снага сигнала

- поред вриједности сигнала у датом тренутку треба нам и трајање сигнала (површина испод криве)

$$M = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\,dt$$

- пошто сигнал може да буде позитиван или негативан, најбоље рјешење за ненегативну површину је израчунавање површине под кривом облика $x^2(t)$.
- Енергија:

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)\,dt \quad \leftarrow \text{ЗА РЕАЛНЕ}$$

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2\,dt \quad \leftarrow \text{ЗА КОМПЛЕКСНЕ}$$

Scanned with CamScanner

- за периодичне сигнале дефинишемо средњу снагу:

$$P = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)\,dt$$

- Тренутна снага за реалне сигнала:

$$P = \frac{1}{R}\, x^2(t)$$

6. Основни и изведени облик Фуријевог реда

* ОСНОВНИ ОБЛИК

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} \left(a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)\right)$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t)\cos(n\omega_0 t)\,dt$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s(t)\sin(n\omega_0 t)\,dt$$

- ИЗВЕДЕНИ ОБЛИК

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} c_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n)$$

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

$$\theta_n = \operatorname{arctg}\left(-\frac{b_n}{a_n}\right)$$

Scanned with CamScanner

7. Комплексни облик Фуријевог реда

$$\cos(n\omega_0 t) = \frac{e^{jn\omega_0 t} + e^{-jn\omega_0 t}}{2}$$

$$\sin(n\omega_0 t) = \frac{e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}}{2j}$$

-Убацивањем ових израза у основни облик Ф. реда:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \frac{e^{jn\omega_0 t} + e^{-jn\omega_0 t}}{2} + b_n \frac{e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}}{2j} \Big/ \cdot \frac{j}{j} =$$

$$= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \frac{e^{jn\omega_0 t} + e^{-jn\omega_0 t}}{2} - j b_n \frac{e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}}{2} =$$

$$= \frac{a_0}{2} + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{+\infty} (a_n - j b_n) \cdot e^{jn\omega_0 t} + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{+\infty} (a_n + j b_n) \cdot e^{-jn\omega_0 t}$$

$$a_{-n} = a_n$$

$$b_{-n} = -b_n$$

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{+\infty} (a_n - j b_n) \cdot e^{jn\omega_0 t} + \frac{1}{2}\sum_{n=-1}^{-\infty} (a_n - j b_n) \cdot e^{jn\omega_0 t}$$

$$\Longrightarrow \quad s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} F_n \cdot e^{jn\omega_0 t}$$

$$F_n = \frac{1}{2}(a_n - j b_n), \quad n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

$$F_{-n} = F_n^{*}$$

-израз за комплексне коеф. Фуријевог реда F_n:

$$F_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cdot e^{-jn\omega_0 t} \, dt, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Scanned with CamScanner

$F_n = |F_n| \cdot e^{j\varphi_n}$

$|F_n| = \frac{1}{2}\sqrt{a_n^2+b_n^2}$ - амплитудски спектар ф-је $s(t)$ - ПАРНА

$\varphi_n = arctg\left(-\frac{b_n}{a_n}\right)$ - фазни - // - НЕПАРНА

8. Парсевалова теорема за периодичне сигнале

- Ако је ријеч о сигналу напона или струје, снага периодичног сигнала на једноомској отпорности је једнака квадрату ефективне вриједности.
- Ефективна вриједност представља кв. коријен из средњоеквадратне вриједности сигнала.

$$S_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s^2(t)dt}$$

- Замијенимо $s(t)$ Фуријеовим редом у комплексном облику и квадрирамо

$$S_{ef}^2 = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s^2(t)dt = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s(t)dt\left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} F_n \cdot e^{jn\omega_0 t}\right) =$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} F_n \cdot \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cdot e^{jn\omega_0 t} dt = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} F_n \cdot F_{-n} =$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} F_n \cdot F_n^* = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |F_n|^2$$

9. Корелација периодичних сигнала

- Корелација два сигнала је мера њихове сличности у функцији њиховог међусобног померања τ.
- Ако два периодична сигнала имају исти период T, а међу њима постоји временски померај од τ секунди онда је њихова „међурелација“:

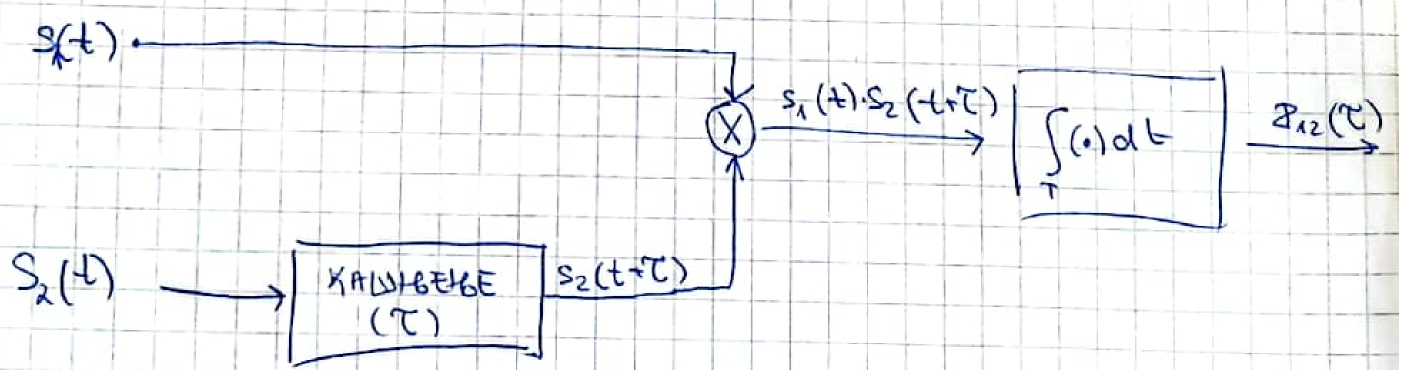
$$R_{12}(\tau) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s_1(t)\cdot s_2(t+\tau)\,dt$$

$$R_{21}(\tau) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s_2(t)\cdot s_1(t+\tau)\,dt$$

- У поступку корелације обављамо три сукцесивне операције:

1. померање једног од два сигнала дуж временске осе за τ секунди
2. множење помереног сигнала са другим сигналом истог периода
3. усредњавање (интеграл) добијеног производа у оквиру једног периода

Илустрација рачунања:



Смјена: $t+\tau = u$

$t = u-\tau$

Израз за $R_{12}(\tau)$ (унакрсна корелациона ф-ја):

$$R_{12}(\tau) = \frac{1}{T}\int_{-T/2+\tau}^{T/2+\tau} s_1(u-\tau)\cdot s_2(u)\,du = R_{21}(-\tau)$$

- Умјесто s_2 уврштавамо израз за Фуријеов ред у комплексном облику:

$$R_{12}(\tau) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s_1(t)\cdot s_2(t+\tau)\,dt = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s_1(t)\left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} F_{n2}\, e^{jn\omega_0(t+\tau)}\right)dt$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} F_{n2}\, e^{jn\omega_0\tau}\cdot\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s_1(t)\cdot e^{jn\omega_0 t} =$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} F_{n2}\cdot \underbrace{F_{n1}^*}_{\text{КОЊУГОВАНО КОМПЛЕКСНИ СПЕКТАР РЕАЛНОГ СИГ.}}\cdot e^{jn\omega_0\tau}$$

$$S_{12}(n\omega_0) = F_{n1}^*\cdot F_{n2} = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} R_{12}(\tau)\cdot e^{-jn\omega_0\tau}\,d\tau$$

- Унакрсна корелациона ф-ја $R_{12}(\tau)$ и спектар унакрсне снаге $S_{12}(n\omega_0) = F_{n1}^*\, F_{n2}$ образују Фуријеов трансформациони пар који изражава „КОРЕЛАЦИОНУ ТЕОРЕМУ" ЗА ПЕРИОДИЧНЕ СИГНАЛЕ.

- Уколико претпоставимо да је $s_1(t) = s_2(t) = s(t)$, добијамо специјалан случај корелације: АУТОКОРЕЛАЦИЈА

$$R_{11}(\tau) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s(t)\cdot s(t+\tau)\,dt = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} F_n\cdot F_n^*\cdot e^{jn\omega_0\tau} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |F_n|^2\cdot e^{jn\omega_0\tau}$$

- За $\tau = 0 \Rightarrow$ $R_{11}(0) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s^2(t)dt = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |F_n|^2$

$S_{11}(n\omega_0) = |F_n|^2$

↘ СПЕКТРАЛНА СНАГА n-ТОГ ХАРМОНИКА ПЕРИОДИЧНОГ СИГНАЛА

$$\Rightarrow R_{11}(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S_{11}(n\omega_0)\cdot e^{jn\omega_0\tau}$$

$$S_{11}(n\omega_0) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} R_{11}(\tau)\cdot e^{-jn\omega_0\tau}d\tau$$

„аутокорелациона тореми"

- Смена: $\tau + t = u \Rightarrow R_{11}(\tau) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s(t)\cdot s(t+\tau)dt =$

$$= \frac{1}{T}\int_{-T/2+\tau}^{T/2+\tau} s(u-\tau)s(u)du = R_{11}(-\tau)$$

$R_{11}(\tau) = R_{11}(-\tau) \Rightarrow$ АУТОКОРЕЛАЦИОНА Ф-ЈА ЈЕ ПАРНА

10. Конволуција периодичних сигнала

- За два периодична сигнала $s_1(t)$ и $s_2(t)$ који имају исти период, конволуциони интеграл дефинишемо релацијом:

$$\rho_{12}(\tau) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s_1(t)\cdot s_2(\tau-t)dt =$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} F_{n_1} F_{n_2}\cdot e^{jn\omega_0\tau}$$

$$F_{n_1}\cdot F_{n_2} = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} \rho_{12}(\tau)\cdot e^{-jn\omega_0\tau}d\tau$$

Фуријеов трансф. ТЕОРЕМА О КОНВОЛУ... ЗА ПЕРИОДИЧНЕ СИГ...

$\rho_{12}(\tau) = \rho_{21}(\tau)$

- редослед операција $s_1(t)$ и $s_2(t)$ није битан

1. Фуријеова трансформација

Апериодичну ф-ју можемо добити (у лим. смислу) као гранични случај периодичне ф-је, када период тежи бесконачности.

- Нека је $s(t)$ периодичан сигнал чији је период $T=\frac{2\pi}{\omega_0}$.

Уврстићемо израз за коефицијенте Фуријеовог реда (F_n) у израз за Фуријеов ред ($s(t)$):

$$s(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} F_n\cdot e^{jn\omega_0 t}$$

$$F_n=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s(t)\cdot e^{-jn\omega_0 t}\,dt$$

$$s(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{T}\cdot e^{jn\omega_0 t}\int_{-T/2}^{T/2} s(\mu)\cdot e^{-jn\omega_0 \mu}\,d\mu$$

убацићемо $T=\frac{2\pi}{\omega_0}$:

$$s(t)=\frac{1}{2\pi}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{jn\omega_0 t}\cdot\omega_0\int_{-T/2}^{T/2} s(\mu)\cdot e^{-jn\omega_0 \mu}\,d\mu$$

- Сада период пуштамо да неограничено расте, па имамо следеће апроксимације:

$$\sum_{-\infty}^{+\infty}\longrightarrow\int_{-\infty}^{+\infty}$$

$$\omega_0\longrightarrow d\omega$$

$$n\omega_0\longrightarrow\omega$$

- АПЕРИОДИЧАН СИГНАЛ:

$$s(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\omega t}\,d\omega\int_{-\infty}^{+\infty} s(\mu)\cdot e^{-j\omega\mu}\,d\mu$$

Scanned with CamScanner

- Други облик:

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{j\omega t} \, d\omega$$

ФУР. ТРАНС. F(ω)

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot e^{-j\omega t} \, dt$$

ФУРИЈЕОВА ТР. АПЕРИОДИЧНОГ СИГНАЛА

Фуријеов трансформациони пар за апериодични сигнал $s(t)$

- Услов за постојање Фуријеове трансформације је апсолутна интеграбилност (сигнал је коначне енергије)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)| \, dt < \infty \quad \text{или} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 \, dt < \infty$$

$$F(\omega) = \underbrace{|F(\omega)|}_{\text{густина амплитуда - парна}} \cdot e^{j\theta(\omega)}$$

$\theta(\omega)$ → СПЕКТРАЛНА ГУСТИНА ФАЗА - непарна

12. Парсевалова теорема за апериодичне сигнале

- Сигнал треба да је коначне енергије.
- Користећи дефинициони израз за енергију реалног сигнала:

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} s^2(t) \, dt = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{j\omega t} \, d\omega \right] dt =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot e^{j\omega t} \, dt \right] d\omega =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) \cdot F(-\omega) \, d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) \cdot F^*(\omega) \, d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(\omega)|^2 \, d\omega$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(2\pi f)|^2 \, df$$

Scanned with CamScanner

Средња снага апериодичног сигнала је 0, па се посматра укупна енергија:

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |F(2\pi f)|^2 df = 2\int_{0}^{+\infty} |F(2\pi f)|^2 df$$

13. Корелација апериодичних сигнала

- За два апериодична сигнала $s_1(t)$ и $s_2(t)$ корелациона ф-ја је дефинисана као:

$$R_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_1(t)\, s_2(t+\tau)\, dt$$

- Нека $s_1(t)$ и $s_2(t)$ имају одг. Фуријеове трансформације $F_1(\omega)$ и $F_2(\omega)$.

$$R_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_1(t) \cdot \left[\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} F_2(\omega) \cdot e^{j\omega(t+\tau)} d\omega\right] dt =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} F_2(\omega) \cdot e^{j\omega\tau} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} s_1(t) \cdot e^{j\omega t} dt\right] d\omega$$

$$R_{12}(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} F_1^*(\omega)\, F_2 \cdot e^{j\omega\tau} d\omega$$

$$S_{12}(\omega) = F_1^*(\omega) \cdot F_2(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{12}(\tau) \cdot e^{j\omega\tau} d\tau$$

- Корелациона ф-ја $R_{12}(\tau)$ и спектрална густина енергије $S_{12}(\omega)$ представљају Фуријеов тр. пар, који представља КОРЕЛАЦИОНУ ТЕОРЕМУ ЗА АПЕРИОДИЧНЕ СИГНАЛЕ.

Scanned with CamScanner

АУТОКОРЕЛАЦИОНА ТЕОРЕМА:

$$R_{11}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |F_1(\omega)|^2 \cdot e^{j\omega\tau} d\omega$$

$$S_{11}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{11} \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau$$

за $\tau = 0$:

$$R_{11}(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} s^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{11}(\omega) d\omega = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{+\infty} S_{11}(\omega) d\omega$$

14. Конволуција апериодичних сигнала

- за два апериодична сигнала $s_1(t)$ и $s_2(t)$ конволуциони интеграл је дефинисан као:

$$\rho_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_1(t)\, s_2(\tau - t) dt$$

- Уврштавањем одг. Фуријеових трансформација $F_1(\omega)$ и $F_2(\omega)$ добијамо:

$$\rho_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_1(t) \cdot \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F_2(\omega) \cdot e^{j\omega(\tau - t)} d\omega \right] dt =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F_2(\omega) e^{j\omega\tau} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} s_1(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \right] d\omega =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F_1(\omega) \cdot F_2(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega$$

$$\Rightarrow F_1(\omega) \cdot F_2(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_{12}(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau$$

Scanned with CamScanner

и $F_1(\omega) \cdot F_2(\omega)$ чине Фуријеов трансформациони пар, ρ_{12}

што чини ТЕОРЕМУ О КОНВОЛУЦИЈИ

$\rho_{12}(\tau) = \rho_{21}(\tau)$

15. Особине Фуријеове трансформације

1° ЛИНЕАРНОСТ

- Линеарној комбинацији сигнала у временском домену одговара линеарна комбинација спектара у фреквенцијском домену. Претпоставимо да сигнал $s_1(t)$ има спектар $F_1(\omega)$ и сигнал $s_2(t)$ има спектар $F_2(\omega)$, онда вриједи:

$$\alpha_1 s_1(t) + \alpha_2 s_2(t) \longleftrightarrow \alpha_1 F_1(\omega) + \alpha_2 F_2(\omega), \quad \alpha_1, \alpha_2 \in C$$

2° ПОМЈЕРАЈ У ВРЕМЕНСКОМ ДОМЕНУ

- Претпоставимо да сигнал $s(t)$ има спектар $F(\omega)$, тада вриједи (τ_0 је позитивна врем. константа):

$$s(t-\tau_0) \longleftrightarrow F(\omega) \cdot e^{-j\omega\tau_0}$$

- Ако сигнал $s(t)$ касни у времену за τ_0 секунди, тј. $s(t-\tau_0)$, тада је спектар новог сигнала модификован у односу на спектар сигнала $s(t)$ за линеарни фазни помјерај са нагибом $-\omega\tau_0$.

3° СКАЛИРАЊЕ

- Претпоставимо да сигнал $s(t)$ има спектар $F(\omega)$, тада вриједи (α - позитивна константа):

$$s(\alpha t) \longleftrightarrow \frac{1}{|\alpha|} \cdot F\left(\frac{\omega}{\alpha}\right), \quad \alpha \in R$$

Scanned with CamScanner

- Сужавање или проширивање у једном домену резултује сужавању, односно проширивању у другом домену.

4° СИМЕТРИЈА ИЛИ ДУАЛНОСТ

- Ако постоји трансформациони пар $s(t) \leftrightarrow F(\omega)$ тада важи:

$$F(t) \longleftrightarrow 2\pi s(-\omega) \quad / \quad F(t) \longleftrightarrow s(-f)$$

5° ТРАНСЛАЦИЈА СПЕКТРА - МОДУЛАЦИОНА ТЕОРЕМА

- Помножимо сигнал у времену са комплексном експоненцијалном ф-јом $e^{j\omega_0 t}$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} s(t)\cdot e^{-j\omega t}\cdot e^{j\omega_0 t}\,dt = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)\cdot e^{-j(\omega-\omega_0)t}\,dt = F(\omega-\omega_0)$$

$$s(t)\cdot e^{j\omega_0 t} \longleftrightarrow F(\omega-\omega_0)$$

⇒ множење сигнала $s(t)$ са комплексном ф-јом $e^{j\omega_0 t}$ доводи до транслације спектра сигнала дуж f-осе за f_0 (удесно

$$s(t)\cdot\cos(\omega_0 t) = s(t)\cdot\frac{1}{2}\left(e^{j\omega_0 t}+e^{-j\omega_0 t}\right)$$

$$\Rightarrow \quad s(t)\cos(\omega_0 t) \longleftrightarrow \frac{1}{2}F(\omega-\omega_0)+\frac{1}{2}F(\omega+\omega_0)$$

6° ТЕОРЕМА О КОНВОЛУЦИЈИ

- Конволуција сигнала у временском домену одговара множењу у фреквенцијском домену

$$s_1(t) * s_2(t) \longleftrightarrow F_1(\omega)\cdot F_2(\omega)$$

Scanned with CamScanner

- Конволуција у фреквенцијском домену одговара множењу у временском домену.

$$s_1(t) \cdot s_2(t) \longleftrightarrow \frac{1}{2\pi} F_1(\omega) * F_2(\omega)$$

7° ДИФЕРЕНЦИРАЊЕ У ВРЕМЕНСКОМ ДОМЕНУ

Ако постоји трансформациони пар $s(t) \longleftrightarrow F(\omega)$, тада важи:

$$\frac{ds(t)}{dt} \longleftrightarrow j\omega F(\omega)$$

$$\frac{d^n s(t)}{dt^n} \longleftrightarrow (j\omega)^n F(\omega)$$

$$F(\omega) = \frac{1}{(j\omega)^n} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^n s(t)}{dt^n} \cdot e^{-j\omega t} \, dt$$

8° ИНТЕГРАЦИЈА У ВРЕМЕНСКОМ ДОМЕНУ

- Интеграција у временском домену одговара дељењу у фреквенцијском домену са $j\omega$.

$$\int_{-\infty}^{t} s(t) dt \longleftrightarrow \frac{1}{j\omega} \cdot F(\omega) + \pi F(0) \delta(\omega)$$

- Уколико временска ф-ја нема једносмерну (DC) компоненту други члан на десној страни се не појављује.

16. Предности и недостаци дигиталних система

ПРЕДНОСТИ:

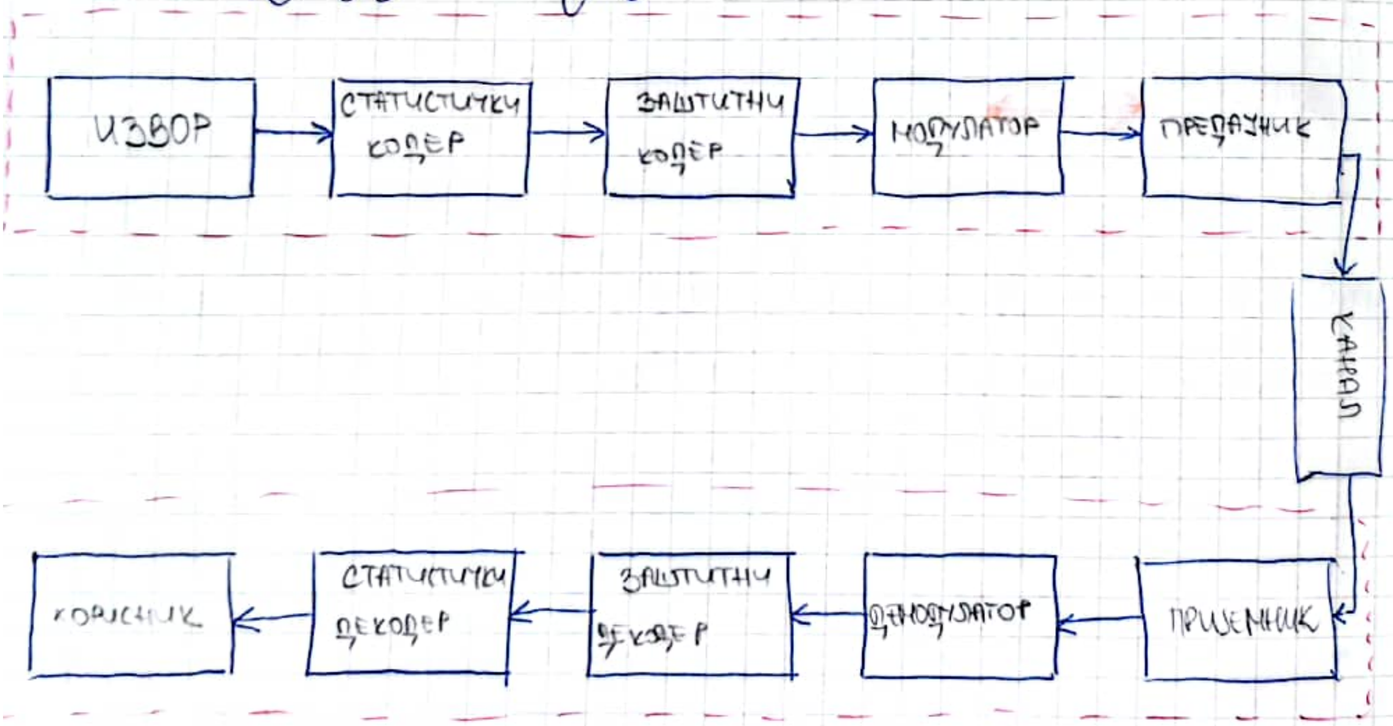
- боља енергетска ефикасност
- прилагодљив хардвер,
- могућност мултиплексирања у вишеструком приступу,
- могућност контроле грешака (откривање/исправљање),
- побољшана безбједност и
- напредни сервиси и боља интеракција са корисником.

НЕДОСТАЦИ:

- већа комплексност реализације и потреба за синхронизацију
- потреба за обимнијом обрадом сигнала и
- пад перформанси за лошије услове преноса („дигитална литица")

17. Модел дигиталног преносног система

- Основна блок шема дигиталног преносног система: (пренос у једном смјеру)



ИЗВОР генерише сигнал који по природи може бити КОНТИНУАЛНИ и ДИСКРЕТНИ.

потребна дигитализација (A/D конв.)

СТАТИСТИЧКИ КОДЕР - служи за компресију (уклањање сувишности) информација у циљу представљања сигнала што мањим бројем бита. Поступци који се користе: Хафменов, Шенон-Феноов... У оквиру статистичког кодера може бити укључено и СКРЕМБЛОВАЊЕ које „поправља" статистичке особине дигиталног сигнала.

ЗАШТИТНИ КОДЕР - служи за додавање редундантних (информационо сувишних) бита који се користе при откривању (детекцији) и исправљању (корекцији) грешака насталих при преносу због шума и сметњи.

МОДУЛАТОР - служи да модулацијом транслира спектар улазног сигнала из ОСНОВНОГ у ВИШИ фреквенцијски опсег због њена погодности при преносу.

ПРЕДАЈНИК представља блок где се генерише радио-фреквенцијски сигнал одређене снаге и емитује у расположиви медијум. Медијум може да буде посебно намењен и организован за пренос сигнала или представља неки природни ресурс, при чему се врло често користи реч КАНАЛ.

• Пријемна страна:

ПРИЈЕМНИК садржи улазни филтар са малошумним појачавачем и обавља конверзију на доњи фреквенцијски домен

ДЕМОДУЛАТОР обавља демодулисање сигнала, тј. враћање у временски облик који је сигнал имао пре модулатора.

Scanned with CamScanner

а који је сигурно изобличен. До изобличења сигнала може да дође како услед детерминистичких особина канала, тако и услед шумова и сметњи. На излазу треба да се појави низ бита који је идентичан низу на улазу модулатора.

ЗАШТИТНИ ДЕКОДЕР врши откривање и евентуално исправљање грешака насталих у току преноса. Овај процес је сложенији од заштитног кодовања.

СТАТИСТИЧКИ ДЕКОДЕР у случају потребе врши D/A конверзију сигнала. Затим се тај сигнал може превести у одг. неелектричну величину.

8. Теорема одмјеравања.

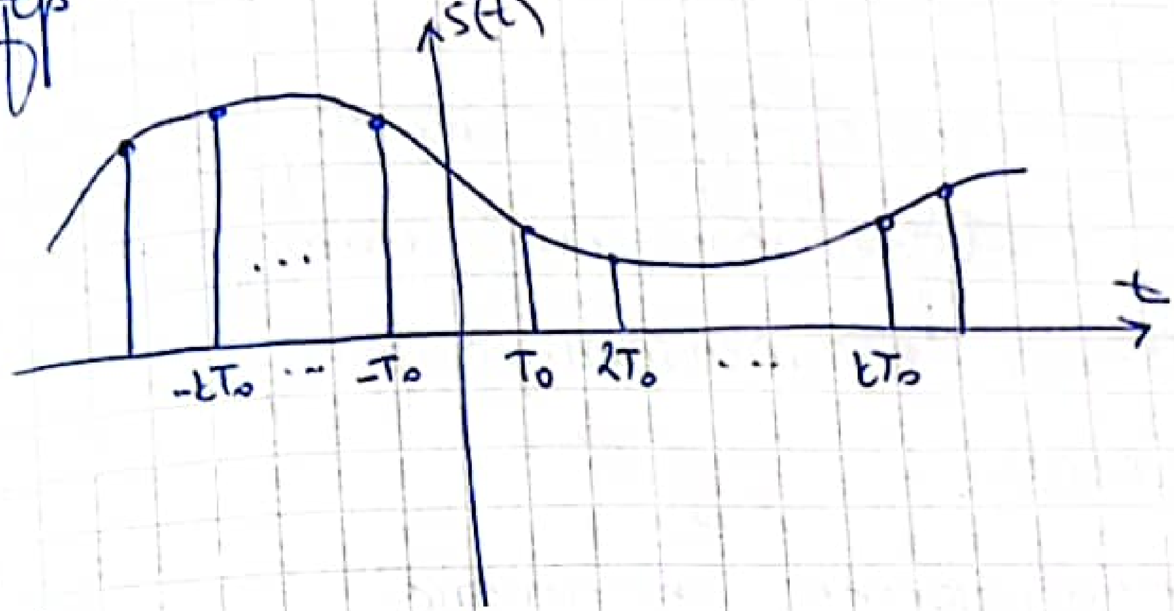
Представља везу између временски континуалних и дискретних сигнала.

Теорема одмјеравања (Шенонова или Котељникова т.):
Ако се континуалан сигнал тренутно одмјерава у еквидистантним врем. интервалима (T_0) брзином (f_0) која је једнака или већа од двоструке највише фреквенције (f_g) у спектру датог континуалног сигнала, онда одмјерци садрже цјелокупну информацију о одмјераваном континуалном сигналу. *

$$T_0 = \frac{1}{f_0} \leq \frac{1}{2f_g} = \frac{\pi}{\omega_g}$$

$$f_0 = \frac{1}{T_0} \geq 2f_g$$

Пример:



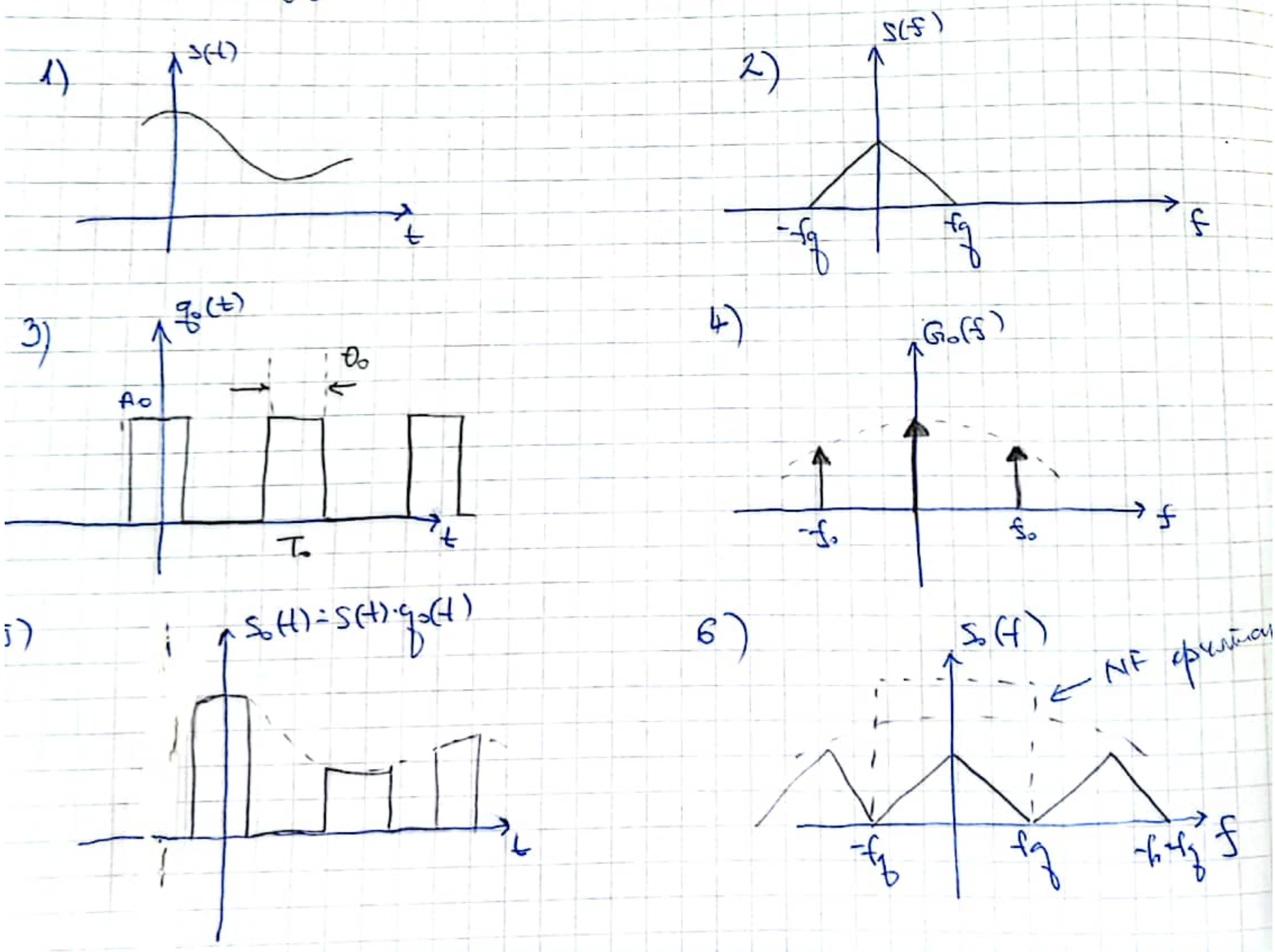
Зкаэ?

19. Природно одмјеравање.

- Одмјеравањем континуалног сигнала одређујемо његову вриједност у тачно дефинисаним временским интервалима.
- Ако је период одмјеравања константан, ријеч је о УНИФОРМНОМ ОДМЈЕРАВАЊУ.
- У пракси је трајање одмјерака коначно.
- Поступак одмјеравања је заправо множење у временском домену сигнала $s(t)$ и функције одмјеравања $g_0(t)$.
- Ф-ја одмјеравања је поворка правоугаоних импулса чија је учестаност понављања једнака учестаности одмјеравања $f_0 = \frac{1}{T_0}$ континуалног сигнала $s(t)$

$\Longrightarrow$ $S_0(t) = s(t)\,g_0(t)$

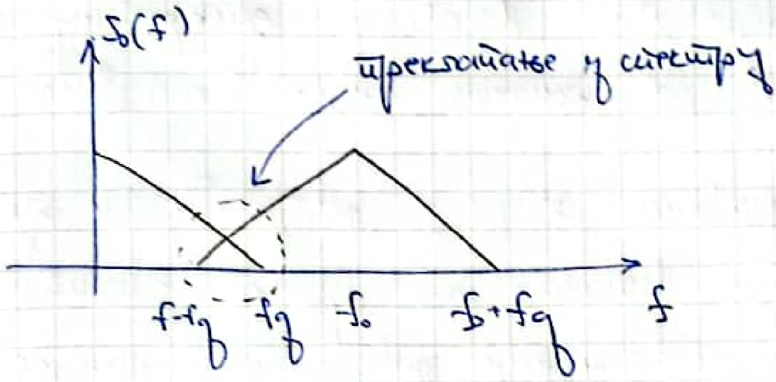
- Илустрација спектра природно одмјереног сигнала:



Дакле, из одмјереног сигнала $s_0(t)$, ако је $f_0 > 2f_g$, могуће је извршити коректну реконструкцију континуалног сигнала $s(t)$.

Поступак одмјеравања у временском домену је РЕВЕРЗИБИЛАН ПРОЦЕС.

Уколико је фреквенција одмјеравања $f_0 < 2f_g$, онда долази до преклапања највиших компонената у спектру континуалног сигнала и најнижих компонената доњег бочног опсега.



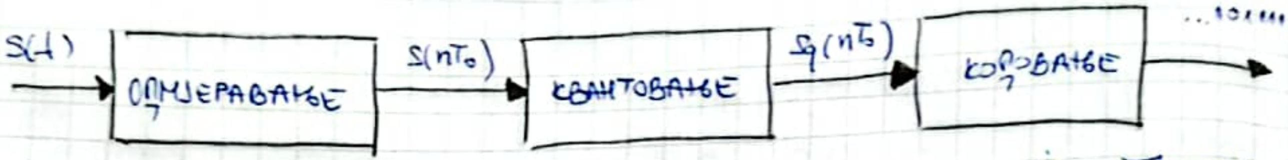
20. Квантовање сигнала.

У свим реалним телекомуникационим системима постоје сметње, а оне могу да маскирају сигнале који носе информације. С друге стране, корисник поруке располаже са коначном осјетљивошћу пријемног сигнала, односно са коначном резолуцијом. Нпр. људско ухо не може да разликује по јачини сигнале исте фреквенције ако је разлика нивоа тих сигнала мања од 1 dB. Због тога, сигнале који се међусобно врло мало разликују, корисник субјективно доживљава скоро идентично па се поставља питање: ДА ЛИ ЈЕ МОГУЋ КОРЕКТАН ПРЕНОС И УЗ ОДРЕЂЕНЕ (ПРИХВАТЉИВЕ) ГРЕШКЕ?

С тим у вези, поставља се питање: ДА ЛИ ЈЕ НЕОПХОДНО ВРШИТИ ПРЕНОС СВИХ АМПЛИТУДСКИХ СТАЊА ИНФО. СИГНАЛА ИЛИ ЈЕ ДОВОЉНО ПРЕНОСИТИ КОНАЧАН СКУП ТИХ СТАЊА?

КВАНТОВАЊЕ је поступак свођења непребројивог скупа амплитудских стања на коначан скуп.

- Блок шема дигитализације континуалних сигнала:



- По дефиницији, квантовање амплитуде је процес трансформације амплитуде узорка $s(nT_0)$ информационог сигнала $s(t)$ у тренутку $t=nT_0$ у дискретну амплитуду $S_q(nT_0)$ узетих из коначног скупа могућих амплитуда.
- За разлику од одмјеравања који је реверзибилан процес, губитак информација везаних за процес квантовања је неизбјежан. Дакле, квантовање није реверзибилан процес, јер није могуће у потпуности реконструисати одмјерени сигнал из квантованог сигнала.
- Међутим, због коначне осјетљивости крајњих корисника информација можемо у одређеном нивоу уносити грешку квантовања, а да то не буде примјетно корисни
- На излазу квантизера је квантовани сигнал $S_q(t)$ који је континуалан по времену и дискретан по тренутним вриједностима.

Разлика квантованог и улазног сигнала даје сигнал грешке квантовања $E_q(t) = S_q(t) - s(t)$.

- Зависно од корака квантизације разликујемо УНИФОРМНО и НЕУНИФОРМНО КВАНТОВАЊЕ.