

## SPA pitanja

1. Dati definiciju kompletnog binarnog stabla, a zatim i izraz koji određuje visinu takvog stabla sa  $n$  čvorova. Korišćenjem *level order* algoritma, napisati u pseudokodu funkciju kojom se ispisuje sadržaj čvorova na zadatom nivou *level* kompletnog binarnog stabla na koje pokazuje pokazivač *root*. Komentarisati rešenje.
2. Neka se posmatra kvadratna matrica  $A[1:N, 1:N]$  linearizovana po kolonama. Izvesti i objasniti adresnu funkciju za smeštanje i pristup elementu na poziciji  $A[i, j]$ , ukoliko se za smeštanje elementa matrice koriste dve memorijske reči.
3. Definirati pojam kružnog bafera i navesti uslove punog i praznog reda, ukoliko se on implementira nizom  $Q[1:5]$ . Prikazati stanje bafera nakon umetanja elemenata 8, 3, 6, 9, 7, dohvatanja tri elementa i umetanja 2, 4.
4. Dati i objasniti pseudokod algoritma za određivanje topološkog poretka zadatog acikličnog usmerenog grafa. Navesti složenost.
5. Definirati pojmove protočnog i rezidualnog grafa i objasniti problem maksimizacije protoka u grafovima. Napisati u pseudokodu i objasniti implementaciju Ford-Fulkersonovog algoritma za maksimizaciju protoka u grafovima. Komentarisati složenost algoritma i od čega ona zavisi.
6. Korišćenjem *postorder* algoritma za obilazak binarnog stabla, napisati u pseudokodu iterativnu implementaciju funkcije koja oslobađa iz memorije zadato binarno stablo na koje ukazuje pokazivač *root*.
7. Definirati pojam projektnog grafa i kritičnog puta i objasniti koji problem oni rešavaju. Napisati u pseudokodu i objasniti implementaciju algoritma za pronalaženje kritičnog puta u projektnom grafu. Komentarisati složenost algoritma i od čega ona zavisi.
8. Objasniti kako se dva steka mogu implementirati u okviru jednog vektora. Navesti uslov prekoračenja i odgovor ilustrovati slikom.
9. Definirati pojam minimalnog obuhvatnog stabla grafa, a zatim dati u pseudokodu Primovog algoritam za određivanje minimalnog obuhvatnog stabla grafa. Komentarisati složenost operacije. Da li je minimalno obuhvatno stablo jedinstveno i od čega to zavisi? Odgovor ilustrovati primerom.
10. Definirati pojmove internih i eksternih čvorova stablu reda  $m$ , a zatim navesti vezu između broja internih i eksternih čvorova u  $m$ -arnom stablu.
11. Za dati izraz u prefiksnoj notaciji -  $* + 4 5 3 / - 2 1$ , predložite algoritam koji će korišćenjem steka izračunati vrijednost datog izraza. Detaljno objasnite korake algoritma i odredite konačnu vrijednost izraza.
12. Napisati u pseudokodu i objasniti iterativnu implementaciju Dijkstrinog algoritma za određivanje najkraćeg puta od jednog zadatog čvora do drugog zadatog čvora. Komentarisati kako se algoritam razlikuje od osnovne varijante algoritma i komentarisati složenost u slučaju matrice reprezentacije grafa.

13. Dati pseudokod i objasniti statički *Huffman*-ov algoritam sa implementacijom prioritetnog reda korišćenjem jednostruko ulančane liste. Komentarisati složenost algoritma.
14. Objasniti na koji način se skupovi mogu efikasno implementirati korišćenjem niza, ukoliko se u skupu mogu smeštati samo vrednosti u opsegu od 0..999. Komentarisati implementaciju operacija unije i preseka dva skupa.
15. Napisati u pseudokodu i objasniti implementaciju algoritma za obilazak grafa po širini. Komentarisati složenost u slučaju matične i ulančane reprezentacije grafa. Objasniti kako se algoritam može iskoristiti da se utvrdi dostižnost između dva čvora.
16. Definirati *preorder*, *inorder* i *postorder* način za obilazak binarnog stabla. Objasniti kako se na osnovu zadatog *preorder* i *inorder* poretka može rekonstruisati izgled stabla.
17. Neka se neprioritetni red implementira u vektoru  $Q[1:N]$  korišćenjem tehnike kružnog bafera. Objasniti operacije umetanja i brisanja i definisati uslove punog i praznog reda.
18. Dati pseudokod i objasniti statički *Huffman*-ov algoritam za minimizaciju težinske eksterne dužine puta u binarnom stablu. Prioritetni red i njegove operacije implementirati korišćenjem jednostruko ulančane liste vodeći računa o obradi elemenata sa istim prioritetima. Objasniti složenost tako realizovanog *Huffman*-ovog algoritma.
19. Neka se 3-bitni elementi smeštaju u niz 16-bitnih celobrojnih promenljivih. Objasniti način smeštanja koji optimizuje iskorišćenje prostora uz efikasan pristup elementima tehnikom pakovanja. Navesti i prokomentarisati odgovarajuću adresnu funkciju.
20. Definirati pojam povezanog binarnog stabla i motivaciju za njihovo korišćenje. Navesti šta je potrebno promeniti u strukturi čvora da bi ovakva stabla mogla da se implementiraju.
21. Dati i objasniti pseudokod algoritma za rekonstrukciju puta između dva čvora  $i$  i  $j$  u usmerenom težinskom grafu, ukoliko je dostupna matrica prethodnika dobijena *Floyd-Warshall*-ovim algoritmom.
22. Napisati u pseudokodu iterativnu implementaciju algoritma za koverziju  $m$ -arnog u binarno stablo. Objasniti rad algoritma i navesti šta su njegovi ulazi, a šta izlaz.
23. Napisati u pseudokodu i objasniti implementaciju Kruskalovog algoritma za određivanje minimalnog obuhvatnog stabla u težinskom neusmerenom grafu. Da li dobijeno stablo mora biti jedinstveno i od čega to zavisi?
24. Neka se posmatra neprioritetni red realizovan u vektoru  $V[1:N]$  korišćenjem tehnike kružnog bafera. Za pamćenje početka i kraja reda se koriste pokazivači *head* i *tail*, respektivno. Navesti i objasniti kriterijume praznog i punog reda i odgovor ilustrovati slikom.
25. Definirati topološki poredak čvorova u usmerenom grafu, a zatim napisati u pseudokodu i objasniti algoritam za topološko sortiranje usmerenog grafa. Koja reprezentacija grafa je pogodnija za ovaj postupak i koja je složenost algoritma?
26. Napisati u pseudokodu implementaciju funkcije koja pronalazi *inorder* sledbenika zadatog čvora *node* u stablu binarnog pretraživanja. Komentarisati složenost operacije.
27. Neka su date jedna donje trougaona A i jedna gornje trougaona matrica B istih dimenzija  $n$ . Objasniti na koji način se one efikasno mogu zajedno smestiti u memoriju korišćenjem treće matrice C. Navesti dimenzije matrice C i izraze za pristup elementima. Odgovor ilustrovati slikom.
28. Izvesti i objasniti izraz koji definiše minimalnu visinu binarnog stabla sa  $n$  čvorova. Komentarisati karakteristike takvog stabla.
29. Dati pseudokod i objasniti algoritam za obilazak grafa po širini u netežinskom, neusmerenom grafu. Pretpostaviti da se za reprezentaciju grafa koriste liste susednosti.

Objasniti kolika je složenost algoritma u tom slučaju. Kako se algoritam može modifikovati da se odrede najkraća rastojanja u grafu u smislu broja grana između dva čvora? Navesti šta bi se izmenilo u algoritmu.

30. Neka se elementi smeštaju u kvadratnu matricu  $A[0:N-1, 0:N-1]$ . Izvesti i prokomentarisati odgovarajuću adresnu funkciju, ukoliko se elementi smeštaju po kolonama, a jedan element zauzima dve memorijske reči.
31. Definisati pojmove protočnog grafa i puta povećanog protoka u protočnom grafu.
32. Napisati i objasniti pseudokod operacije za umetanje elementa u prioritetni red koji se implementira kao nerastuće uređeni niz. Smatrati da se element reda sastoji od dva polja koja sadrže informacioni sadržaj i celobrojni prioritet.
33. Definisati topološki poredak čvorova, a zatim dati pseudokod i objasniti algoritam za topološko sortiranje usmerenog, acikličnog grafa. Koji su uslovi za njegovu primenu? Navesti složenost. Da li se i kako algoritam može prilagoditi za ispitivanje da li je graf cikličan? **(kao 25.)**
34. Neka se posmatra težinski, usmereni graf. Dati pseudokod i objasniti Dijkstra-in algoritam za pronalaženje najkraćeg rastojanja od zadatog čvora do preostalih čvorova u stablu. Kako se čuvaju rezultati rada algoritma? Komentarisati složenost operacije u slučaju matrične reprezentacije grafa.
35. Definisati pojam težinske eksterne dužine puta u binarnom stablu, a zatim objasniti kako se ona može minimizovati korišćenjem *Huffman*-ovog algoritma. Napisati u pseudokodu implementaciju funkcije koja odgovara navedenom postupku. Komentarisati složenost i diskutovati kako implementacija prioritetnog reda utiče na nju. **(kao 18.)**
36. Definisati pojam minimalnog obuhvatnog stabla grafa, a zatim dati u pseudokodu Kruskalov algoritam za određivanje minimalnog obuhvatnog stabla grafa. Komentarisati složenost operacije. Da li je minimalno obuhvatno stablo jedinstveno i od čega to zavisi? Odgovor ilustrovati primerom.
37. Definisati pojam obuhvatnog stabla neusmerenog, povezanog grafa, a zatim dati u pseudokodu algoritam za određivanje širinskog obuhvatnog stabla grafa. Da li dobijeni rezultat zavisi od izbora početnog čvora? Obrazložiti. Komentarisati složenost operacije u slučaju matrične reprezentacije grafa.
38. Definisati pojmove internih i eksternih čvorova u stablu i reda stabla, a zatim izvesti vezu između broja internih čvorova  $n$ , broja eksternih čvorova  $e$  i reda stabla  $m$ .
39. Za dati izraz u postfiksnoj notaciji  $2\ 3\ 4\ +\ *\ 5\ -$ , predložiti algoritam koji će korišćenjem steka izračunati vrijednosti datog izraza. Na datom izrazu korak po korak objasniti predloženi algoritam i odrediti konačnu vrijednost izraza. **(kao 11.)**
40. Napisati u pseudokodu implementaciju *Hufmann*-ovog algoritma za minimizaciju težinske eksterne dužine puta u binarnom stablu. Komentarisati složenost operacije, ulogu prioritetnog reda i predložiti implementaciju prioritetnog reda kojom bi se postigla minimalna složenost algoritma. **(kao 35. i 18.)**
41. Definisati pojam topološkog poretka čvorova u grafu. Za koje grafove se on može definisati i da li je jednoznačan? Napisati u pseudokodu implementaciju algoritma za topološko sortiranje grafa. **(kao 33. i 25.)**