Јелена Матијаш 1102/23

Лабораторијска вјежба - 2

1) $$f(t) = \begin{cases} A, & 0 \le t < \theta \\ 0, & \theta \le t < T \end{cases} \Rightarrow F_n = \frac{1}{T}\int_0^T f(t) e^{-j\frac{2\pi}{T}nt} dt$$

$$\Rightarrow F_n = \frac{1}{T}\int_0^{\theta} A e^{-j\frac{2\pi}{T}nt} dt \Rightarrow F_n = \frac{A}{T} \cdot \left. \frac{e^{-j\frac{2\pi}{T}nt}}{-j\frac{2\pi}{T}n} \right|_0^{\theta}$$

$$\Rightarrow F_n = \frac{A}{\cancel{T}} \cdot \frac{1}{-j\frac{2\pi}{\cancel{T}}n}\left(e^{-j\frac{2\pi}{T}n\theta} - 1\right)$$

$$\Rightarrow F_n = \frac{A}{-j2\pi n}\left(e^{-j\frac{2\pi}{T}n\theta} - 1\right)$$

$$e^{-jx} - 1 = -2j\sin\left(\frac{x}{2}\right) e^{-j\frac{x}{2}}$$

$$\Rightarrow F_n = \frac{A}{-j2\pi n}\left(-2j\sin\left(\frac{\pi n\theta}{T}\right) e^{-j\pi n\theta/T}\right)$$

$$\Rightarrow F_n = \frac{A}{n\pi} e^{-j\frac{\pi n\theta}{T}} \sin\left(\frac{\pi n\theta}{T}\right)$$

$$n=0: \quad F_0 = \frac{1}{T}\int_0^{\theta} A\,dt = \frac{A\theta}{T}$$

$$\Rightarrow a_n = 2\,\mathrm{Re}(F_n), \quad b_n = -2\,\mathrm{Im}(F_n)$$

2) $$e^{-j\frac{n\pi\theta}{T}} = \cos\left(\frac{n\pi\theta}{T}\right) - j\sin\left(\frac{n\pi\theta}{T}\right)$$

$$F_n = \frac{A}{n\pi}\sin\left(\frac{n\pi\theta}{T}\right)\left[\cos\left(\frac{n\pi\theta}{T}\right) - j\sin\left(\frac{n\pi\theta}{T}\right)\right]$$

$$a_n = 2\frac{A}{n\pi}\sin\left(\frac{n\pi\theta}{T}\right)\cos\left(\frac{n\pi\theta}{T}\right) = \frac{A}{n\pi}\sin\left(\frac{2n\pi\theta}{T}\right)$$

$$b_n = -2\frac{A}{n\pi}\sin\left(\frac{n\pi\theta}{T}\right)\left(-\sin\left(\frac{n\pi\theta}{T}\right)\right) = \frac{2A}{n\pi}\sin^2\left(\frac{n\pi\theta}{T}\right)$$

3) Потражимо квадрат еф. вриједности задатом сигнала $s(t)$ Фуријеовим редом у комплексном облику:

$$S_{ef}^2 = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s^2(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t)\,dt \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_0 t}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \cdot \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t) e^{jn\omega_0 t}\,dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \cdot F_{-n}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \cdot F_n^{*} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |F_n|^2$$

Дакле, снага периодичног сигнала може се добити из фреквенцијског домена као сума квадрата модула коефицијената Фуријеовог реда и позната је као Парсевалова теорема.

4) $A = 1V$, $T = 4s$, $\theta = 1s$

$\frac{2\pi}{\theta} = 2\pi \qquad \frac{T}{\theta} = \frac{4}{1} = 4 \qquad F_0 = \frac{1 \cdot 1}{4} = 0{,}25$