

Први колоквијум из Теорије бројева

19. 11. 2016. године

1. (а) Збир цифара једног четвороцифреног броја је 27. Доказати да је збир датог броја и броја записаног истим цифрама, али у обрнутом редоследу, дељив са 27.
(б) Одредити најмањи природан број записан само помоћу цифре 1 тако да је дељив са $\underbrace{33\dots3}_{100}$.
2. Да ли постоје природни бројеви p, q и r такви да збир $3^{5p} + 4^{5q+2} + 5^{5r+1}$ није дељив са 11?
3. (а) Одредити највећи заједнички делилац бројева $2012! + 1$ и $2013!$.
(б) Ако је p прост број, доказати да $p^3 \mid (p!)^2 - p^2$.
4. (а) Одредити које остатке при дељењу са 7 даје куб природног броја.
(б) Доказати да број 2001 не може да се представи као збир кубова два природна броја.