

MATEMATIKA 1
12.6.2023.

1. (15) Neka je $S = (-4, -2) \subset \mathbb{R}$ i ρ relacija na skupu S koja je definisana na sljedeći način:

$$(x, y) \in \rho \Leftrightarrow \frac{y - x}{2} \geq \frac{1}{2x + 2y}.$$

Ispitati refleksivnost, simetričnost, antisimetričnost i tranzitivnost relacije ρ .

2. (a) (10) Neka je x pozitivan realan broj i $n \in \mathbb{N}$ paran broj. Zbir svih binomnih koeficijenata u razvoju binoma $(x^{2019} + \frac{1}{x^{2019}})^n$ četiri puta je veći od zbira svih binomnih koeficijenata u razvoju binoma $(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})^{\frac{n}{2}}$. Naći zbir onih članova ova dva razvoja binoma koji ne sadrže x .
- (b) (10) Ako su p, q, r rješenja jednačine $x^3 - x + 1 = 0$, naći $p^5 + q^5 + r^5$.

3. (15) Ispitati tok i skicirati grafik funkcije $f(x) = \frac{x}{1 - \ln x}$.

4. (a) (10) Odrediti

$$\int \frac{dx}{1 + x + x^2 + x^3}.$$

- (b) (10) Ispitati konvergenciju reda

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3}{(1 + \frac{1}{n})^n}.$$

5. (a) (7) Definirati uređeni par i Dekartov proizvod dva skupa.
- (b) (8) Osobine determinanti.
6. (a) (7) Definirati neprekidnu funkciju u tački. Navesti osnovne osobine neprekidnih funkcija. Pokazati da jednačina

$$x^4 - 3x^2 + 2x - 1 = 0$$

ima bar jednu nulu na segmentu $[1, 2]$.

- (b) (8) Osobine neodređenog integrala. Metoda smjene. Parcijalna integracija.