

MATEMATIKA 1
13.2.2023.

1. (15) Na skupu $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ data je relacija ρ definisana sa

$$(a, b)\rho(c, d) \Leftrightarrow (a - c, b - d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}.$$

Ispitati da li je ρ relacija ekvivalencije i ako jeste odrediti klase ekvivalencije kojima pripadaju elementi $(0, 0)$ i $(-\frac{1}{3}, 1)$.

2. (a) (10) Izračunati

$$\binom{99}{0} + \binom{100}{2} + \binom{99}{3} + \binom{100}{5} + \binom{99}{6} + \binom{100}{8} + \cdots + \binom{100}{98} + \binom{99}{99}.$$

- (b) (10) Naći sve uređene parove $(p, q) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ takve da je polinom $x^4 + px^2 + q$ djeljiv sa polinomom $x^2 + px + q$.

3. (15) Ispitati tok i skicirati grafik funkcije $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$.

4. (a) (10) Odrediti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - x^2 \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right).$$

- (b) (10) Ispitati konvergenciju reda

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2^{n+1}} \right)$$

5. (a) (7) Podgrupa date grupe, red grupe. Lagranžova teorema o podgrupi konačne grupe.

- (b) (8) Kramerovo pravilo.

6. (a) (7) Definisati prividan prekid, prekid I i prekid II vrste i dati odgovarajuće primjere funkcija koje imaju takve prekide.

- (b) (8) Definisati Tejlorov polinom stepena n funkcije f . Navesti Košijev i Lagranžov oblik ostatka u Tejlorovoj formuli.