

Prvi kolokvijum iz predmeta Matematika 1
27.8.2021.

Zadatak 1.

[2] Dokazati da je $5^{n-1} + 2^n$ djeljivo sa 3, za svako $n \in \mathbb{N}$.

Zadatak 2.

[2] Riješiti jednačinu $z^3 - 8 = 0$.

Zadatak 3.

[2] Dokazati da je $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$, $n \in \mathbb{N}$, $k = 0, 1, 2, \dots, n-1$.

Zadatak 4.

[2] U skupu $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ definisana je relacija ρ sa

$$x\rho y \Leftrightarrow x - y \leq 0 \quad x, y \in X.$$

Ispitati da li je ρ relacija ekvivalencije.

Zadatak 5.

[2] Odrediti vrijednost parametra $a \in \mathbb{R}$ tako da funkcija $f(x) : (-\infty, -2] \mapsto (-\infty, a]$ zadata sa $f(x) = 9 - (x + 1)^2$ bude bijekcija. Obrazložiti odgovor.

Zadatak 6.

[2] Jedna nula polinoma $p(x) = 4x^4 - 4x^3 + 13x^2 - 16x - 12$ je $-2i$. Naći ostale nule.

Zadatak 7.

[2] Zapisati polinom $q(x) = x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 2x - 2$ po stepenima od $x - 1$.

Zadatak 8.

[2] Naći realan parametar a , tako da matrice $C = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ i $D = \begin{bmatrix} a & -3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ komutiraju u odnosu na množenje.

Zadatak 9.

[2] Neka je binarna operacija $*$ definisana sa $a * b = 1 - (a + b) + 2ab$. Ispitati algebarsku strukturu $(\mathbb{R}, *)$.

Zadatak 10.

[2] Da li sistem $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - 7x_3 = 0 \end{cases}$ ima jedinstveno rješenje?

Ukupno bodova