

TERMIN 3 - zadaci za samostalan rad

★

Zadatak 1.

U skupu $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ definisana je relacija ρ sa

$$x\rho y \Leftrightarrow x + y = 0.$$

Ispitati osobine relacije ρ .

★ ★

Zadatak 2.

U skupu \mathbb{R} definisana je relacija ρ sa

$$x\rho y \Leftrightarrow x^2 - y^2 \leq 5.$$

Ispitati osobine relacije ρ .

★

Zadatak 3.

Naći inverznu funkciju za $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x$.

K1 09.02.2022. ③

★ ★

Zadatak 4.

Neka su $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ i $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ preslikavanja definisana na sljedeći način:

$$f(x) = x^2 - 9 \text{ i } g(x) = x + 3.$$

Ispitati injektivnost i surjektivnost preslikavanja $f \circ g$.

★ ★

Zadatak 5.

Odrediti domen D i ispitati surjektivnost funkcije $f : D \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{1 - \ln x}{1 + \ln x}.$$

★ ★ ★

Zadatak 6.

U skupu \mathbb{C} data je relacija

$$z_1\rho z_2 \Leftrightarrow \operatorname{Re}(z_1) = \operatorname{Re}(z_2).$$

Dokazati da je ρ relacija ekvivalencije i odrediti $C_{2e^{\frac{i\pi}{3}}}$.

★ ★ ★

Zadatak 7.

Neka je preslikavanje

$$f : A \rightarrow B, \quad A, B \subseteq \mathbb{R}$$

dato izrazom

$$f(x) = -\sqrt{1 - x^2}.$$

Odrediti najveće moguće skupove A i B tako da preslikavanje f bude:

(a) injektivno,

(b) surjektivno,

(c) bijektivno.

★ ★ ★ ★

Zadatak 8.

U skupu \mathbb{R}^2 definisana je relacija ρ sa

$$(x, y) \rho (a, b) \Leftrightarrow \frac{(x - 1)^2}{16} + \frac{(y - 1)^2}{25} = \frac{(a - 1)^2}{16} + \frac{(b - 1)^2}{25}.$$

Ispitati da li je ρ relacija ekvivalencije. Ukoliko jeste, odrediti $C_{(1,1)}, C_{(5,1)}$ i dati geometrijsku interpretaciju relacije ρ .

★ ★ ★ ★

Zadatak 9.

Funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ definisana je sa

$$f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}.$$

Ispitati bijektivnost funkcije f i odrediti f^{-1} ukoliko postoji.

★ ★ ★ ★ ★

ZI 12.06.2023. ⓘ

Zadatak 10.

Neka je $S = (-4, -2) \subset \mathbb{R}$ i ρ relacija na skupu S koja je definisana na sljedeći način:

$$(x, y) \in \rho \iff \frac{y - x}{2} \geq \frac{1}{2x + 2y}.$$

Ispitati refleksivnost, simetričnost, antisimetričnost i tranzitivnost relacije ρ .