# 1. Познате ф-је

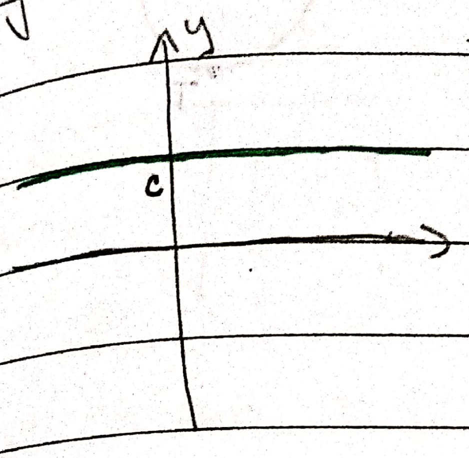
## константна

$f: \mathbb{R} \to \{c\}$

домен: $\mathbb{R}$

кодомен: $c \in \mathbb{R}$

$f(x) = c, \ \forall x \in \mathbb{R}$



- непрекидна,
- ограничена,
- парна,
- монотона,
- сама је себи лијева и десна хориз. асимп.
- нема кос. ни вертик. ас.

## линеарна

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

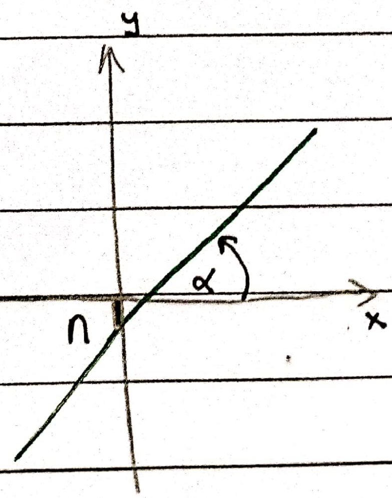
домен: $\mathbb{R}$

кодомен: $\mathbb{R}$

$f: \ y = kx + n$

k - коеф. правца, нагиб, $k = tg\alpha$, $\alpha$ - угао који права гради са поз. смјером x осе,

n - одсјечак на y оси



Сама себи коса асимп.

$k \neq 0$

нула: $-\frac{n}{k}$

$k > 0$ расте

$k < 0$ опада

# Квадратна

$$y=ax^2+bx+c$$

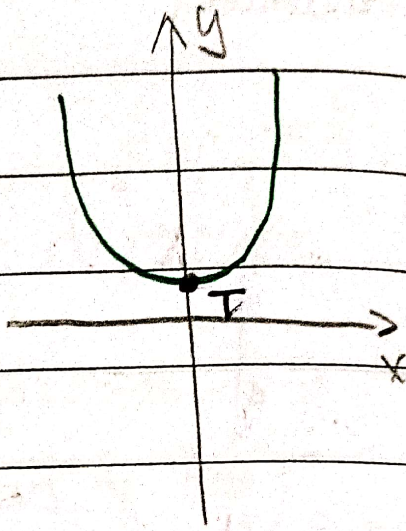



График: парабола

домен: $\mathbb{R}$, $x \in (-\infty, +\infty)$

кодомен:

$a>0$ $K: [T, \infty)$ конвексна

$a<0$ $K: (-\infty, T]$ конкавна

Нуле: 0, 1, 2 у зависности од рј. једн.

D - дискриминанта, ф-је

$D>0$ – 2 различита, реална рј.

$D=0$ – једно реално рј.

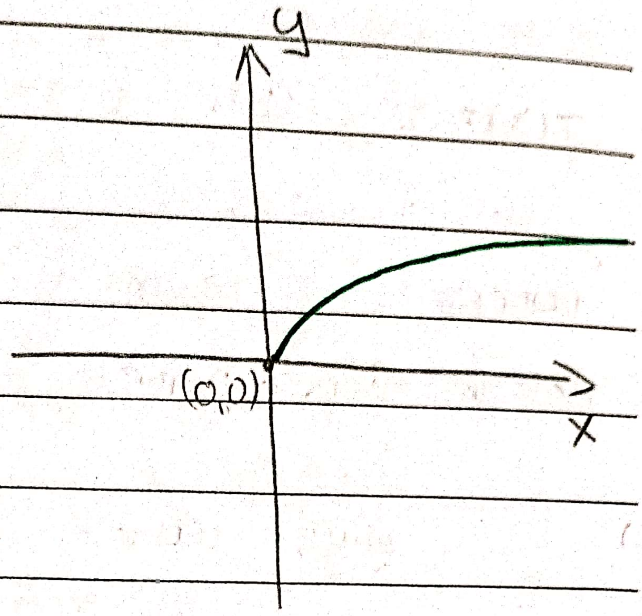
$D<0$ – нема реалних рјешења

$$D=\sqrt{b^2-4ac}$$

Координате тјемена: $x_T = -\frac{b}{2a}$, $y_T = \frac{4ac-b^2}{4a}$

## 2. Инверзне потенцијске ф-је

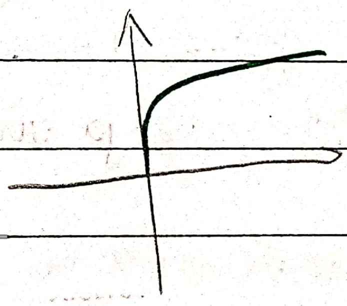
### квадратни корјен



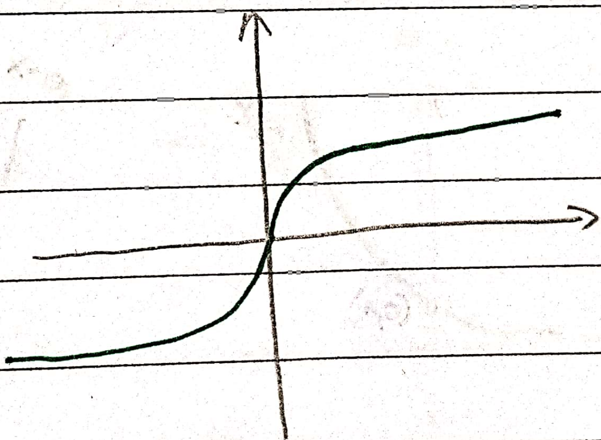

$y = \sqrt[2]{x}, \quad x \geq 0$

- нула: $x=0, y=0$
- домен: $x \in [0, +\infty)$
- кодомен: $x \in [0, +\infty)$
- знак: $\geq$ нули за $\forall x$ из домена
- растућа ф-ја
- непрекидна
- ограничена одоздо
- ни парна, ни непарна

нпр. $\sqrt[6]{x}$



### трећи корјен



$y = \sqrt[3]{x}$

домен: $x \in \mathbb{R}$

кодомен: $x \in \mathbb{R}$

Нула: $x=0, y=0$

Знак: „+" за $x > 0$, „−" $x < 0$

Ток: растућа за $\forall x \in D$

- непрекидна
- није ограничена, непарна

## 3. експоненцијална ф-ја

$f(x)=a^x \quad a>0 \land a\neq 1, \; x\in\mathbb{R}$

Пресјеца y осу у тачки (0,1)

помак: горе-доље $f(x)=a^x+b$ $\uparrow b>0$ $\downarrow b<0$

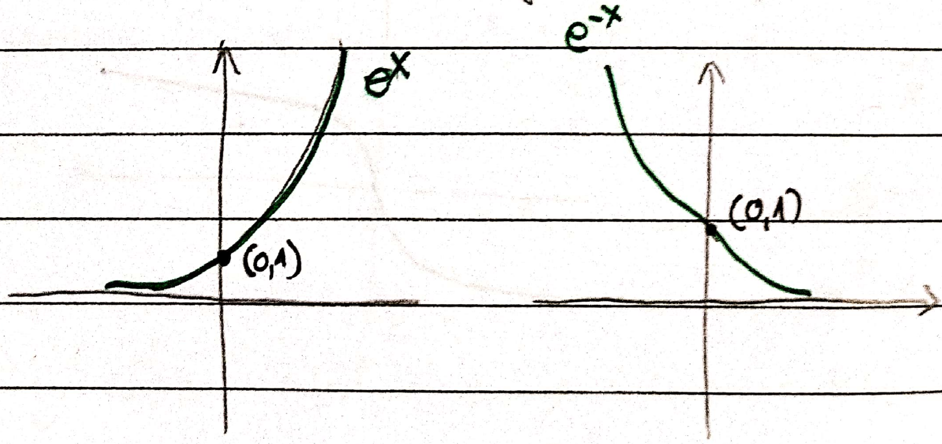
лијево-десно $f(x)=a^{x+b}$ лијево $b>0$ десно $b<0$

$a>1$ - ф-ја расте, што је a веће ф-ја стрмија

$0<a<1$ - ф-ја опада, што је a мањи $\Rightarrow$ ф-ја стрмија

- симетричне на y осу

хоризонтална асимптота $y=0$




домен: $x\in\mathbb{R}$

кодомен: $y\in(0,+\infty)$

## 4) логаритамске ф-је

$\log_a y = x$

a - база лог

y - аргумент

x - вриједност

кодомен: $y \in \mathbb{R}$

домен: (за пол. x) $(0, +\infty)$

за нег x: $(-\infty, 0)$

- инверзна ф-ја експоненцијалну

$f(x) = \log_a x$ сијече x осу у $(1,0)$

$f(x) = \log_a x + b$ - помак горе-доље

$b > 0$ ↑ $b < 0$ ↓

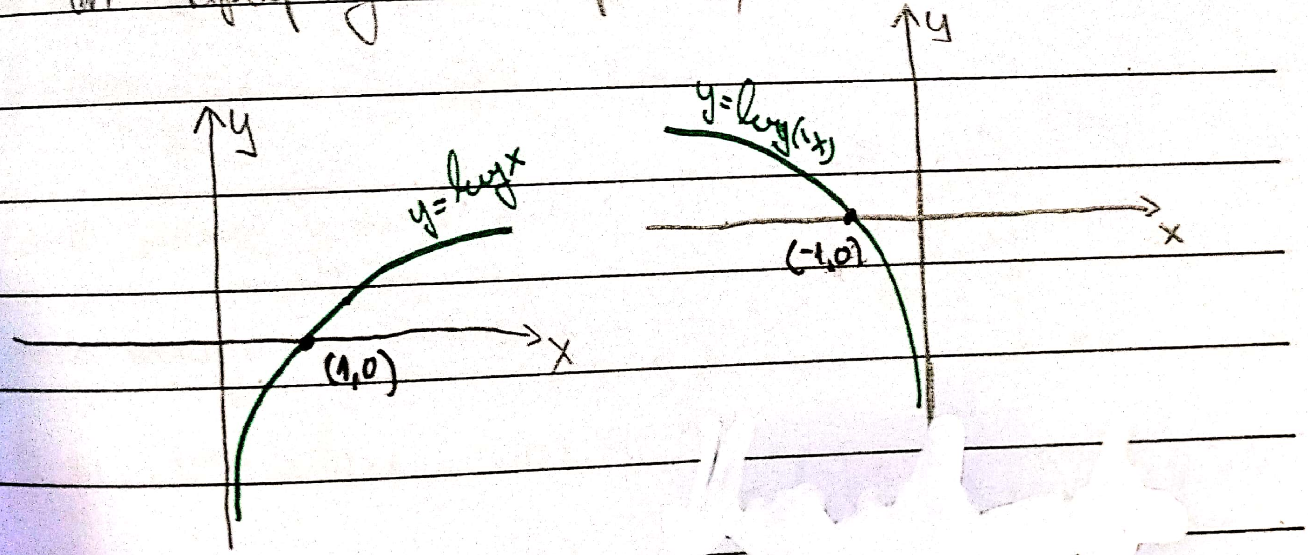
$f(x) = \log_a (x+b)$ - помак лијево десно

$b > 0$ лијево $b < 0$ десно

- симетрични у односу на x осу

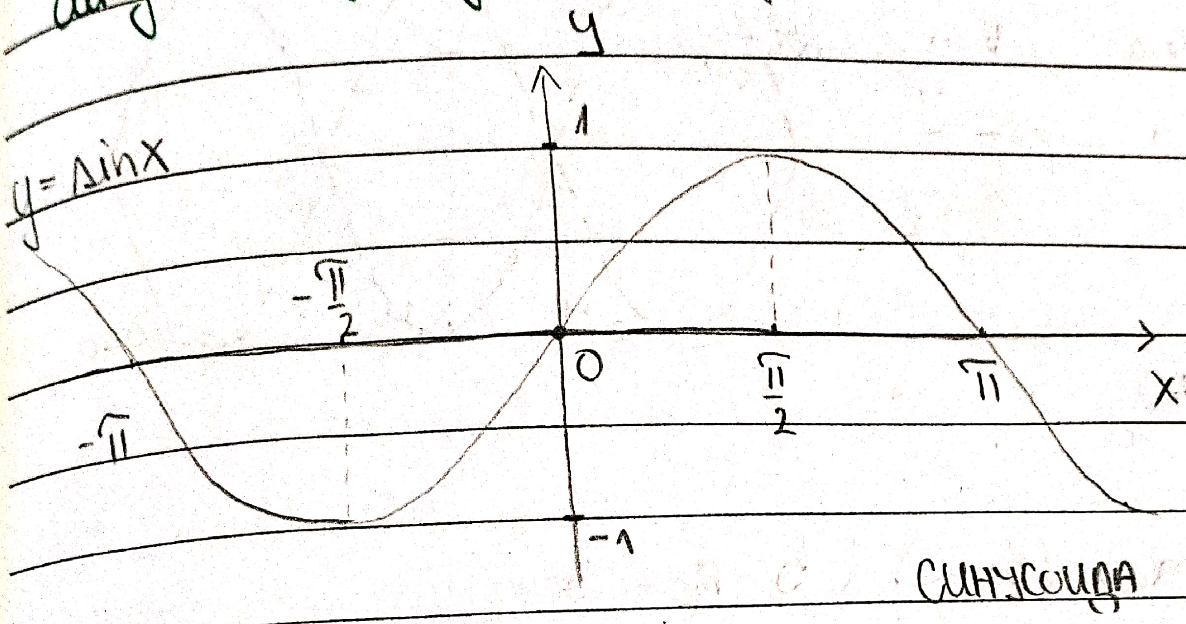
- хориз асимптота $x = 0$

ln - природни логаритам, база e, $e = 2{,}7182...$



## 5. Тригонометријске функције:

**синусна функција** $y = a\sin(bx+c)$




- домен: $x \in \mathbb{R}$
- кодомен: $y \in [-1, 1]$
- периодична ф-ја, основни период $2\pi$
- нуле: мјеста гдје сијече x осу: $(0, \pi, 2\pi \ldots)$ $x = k\pi$
- максимуми: $\frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$
- минимуми: $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

$\sin x$ расте у интервалу: $\left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$

$\sin x$ опада у интервалу: $\left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, -\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$

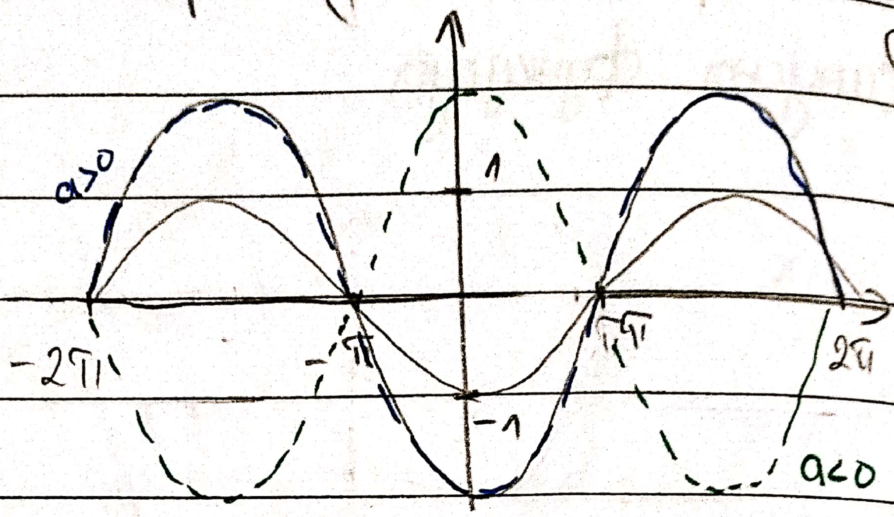
ф-ја позитивна, $\sin x > 0$ $x \in (2k\pi, (2k+1)\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$

ф-ја негативна, $\sin x < 0$ $x \in ((2k-1)\pi, 2k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$

$y = a\sin x$

а - амплитуда, макс. растојање тачке графика од х осе.

$a > 0$




$a < 0$

$y = a\sin(bx + c)$, b - фреквенција

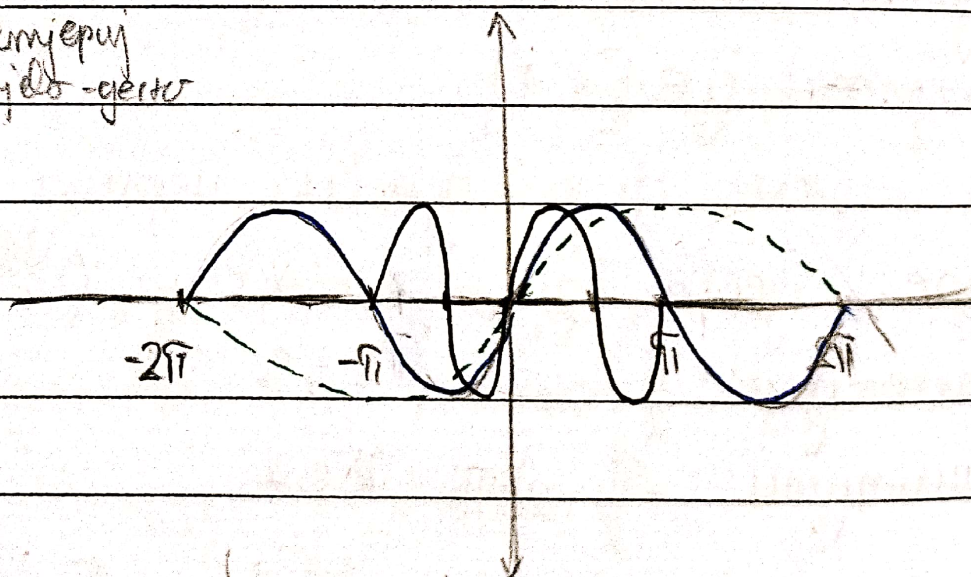
$T = \frac{2\pi}{b}$

помјерај лијево-десно

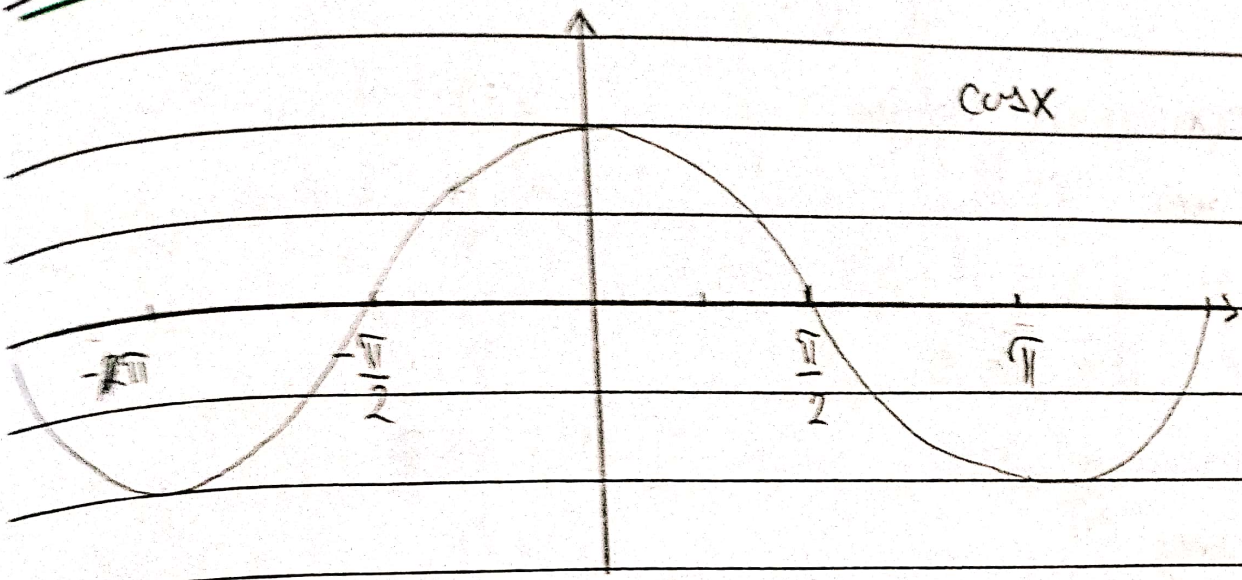
$\sin x$

$\sin 2x$

$\sin \frac{x}{2}$



## Косинусна функција




- домен: $x \in \mathbb{R}$
- кодомен: $y \in [-1, 1]$
- парна
- период $2\pi$
- нуле: $\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$
- максимум: $x = 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$
- минимум $x = (2k+1)\pi$
- знак: позитивна: $\left(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right),\ k \in \mathbb{Z}$

  негативна: $\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right),\ k \in \mathbb{Z}$

ток:

расте: $\left((2k+1)\pi,\ (2k+2)\pi\right),\ k \in \mathbb{Z}$

опада $\left(2k\pi,\ (2k+1)\pi\right),\ k \in \mathbb{Z}$

## тангенс

$y = tg(x)$

$y = A\,tg(Bx + c) + D$

A - стрмина

B - период $P = \frac{\pi}{B}$

C - лијев десн $-\frac{C}{B}$

D - горе-дол

-периодична ф-ја

кодомен: $y \in \mathbb{R}$

домен: $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

нуле: $k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

вертикалне асимптоте $\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

период: $\pi$

-расте на свом интервалу између 2 асимптоте

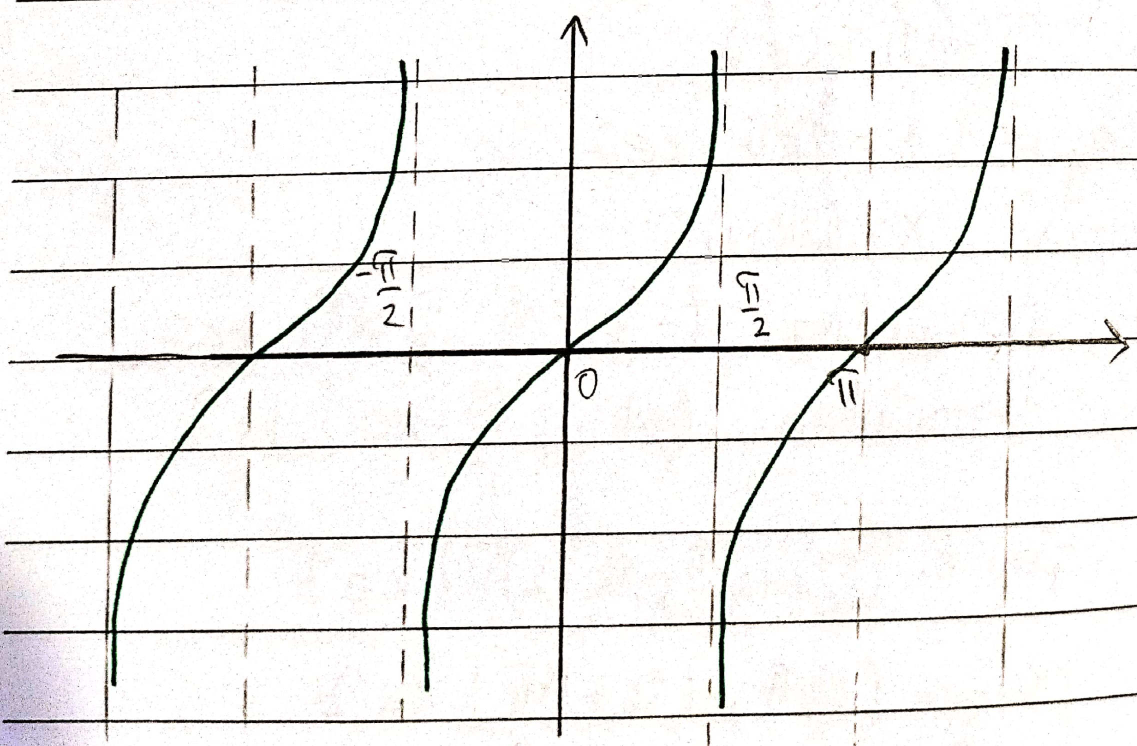
-непарна функција

знак:

ја бих рекла

нег. $[k\pi - \frac{\pi}{2},\ k\pi],\ k \in \mathbb{Z}$

поз. $[k\pi,\ k\pi + \frac{\pi}{2}]$

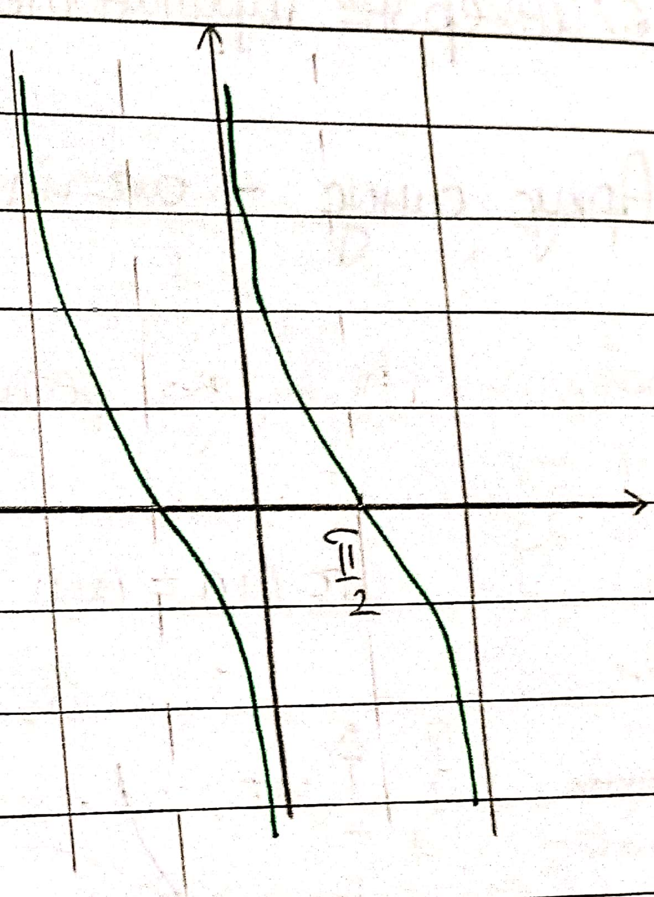


## Котангенс

кодомен: $y \in \mathbb{R}$

домен: $x \neq k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

- непарна
- период: $\pi$
- нуле: $(k+\frac{1}{2})\pi$, $k \in \mathbb{Z}$
- превојна тачка: $(k+\frac{1}{2})\pi$
- асимптоте: $k\pi$



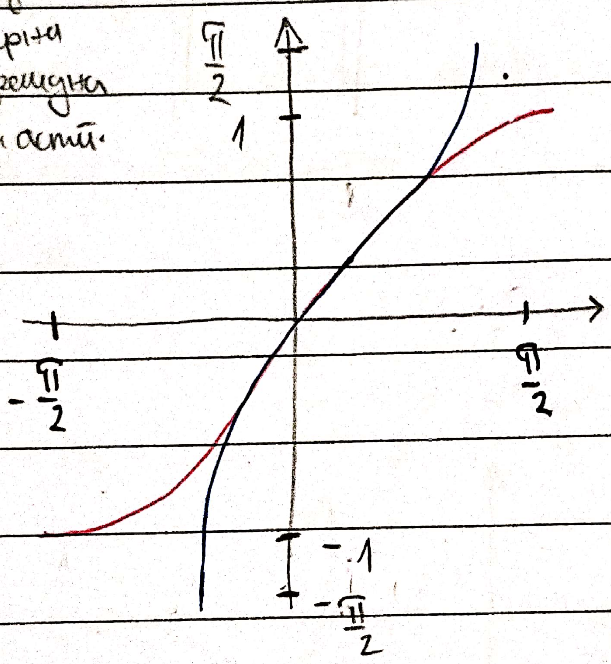
# 6. Инверзне тригонометријске ф-је

## Аркус синус – arcsin(x)

Инверзна функција рестрикције синуса на интервалу $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

$$\arcsin = \sin^{-1} : [-1, 1] \to \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

- растућа
- непарна
- непрекидна
- нема асимпт.




arcsin x

sin x

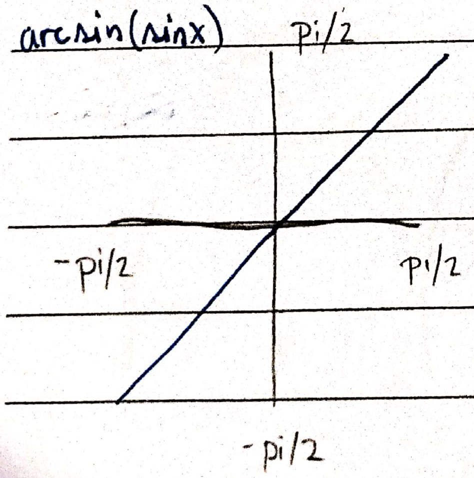
$\arcsin(\sin x) = x$

$x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

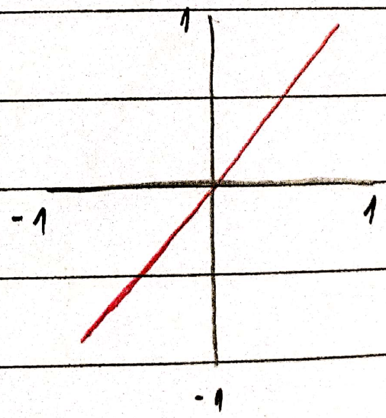
$\sin(\arcsin x) = x$

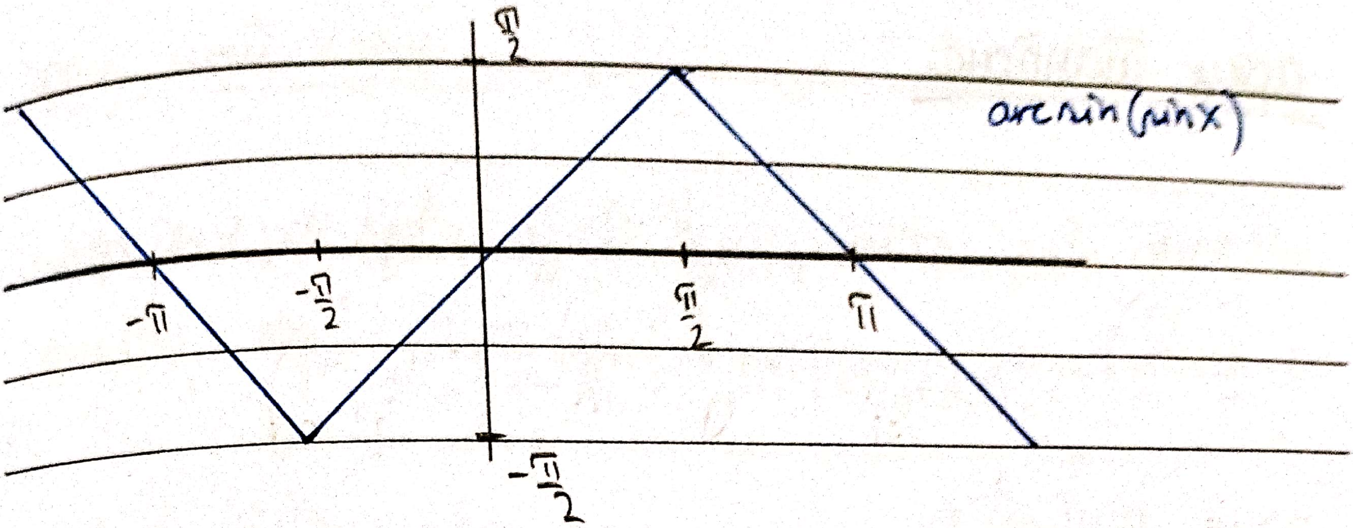
$x \in [-1, 1]$

arcsin(sinx)




sin(arcsinx)



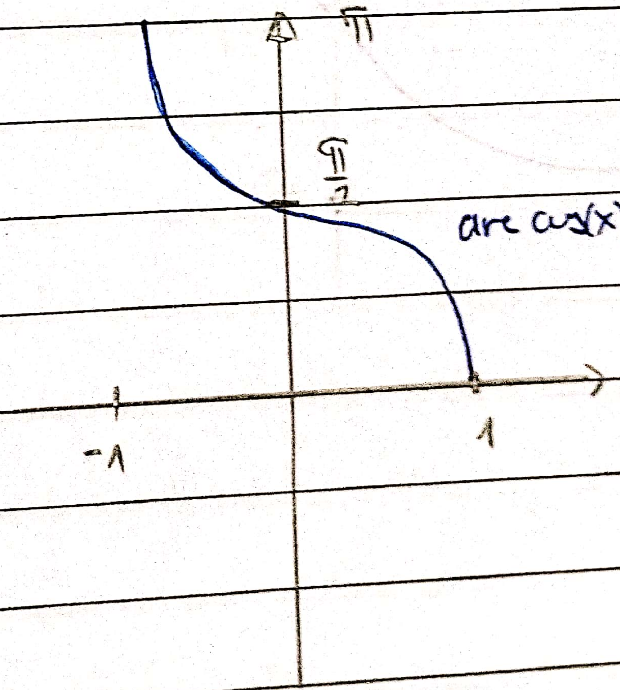



## Аркус-косинус - arccos(x)

Инверзна ф-ја ф-је $\cos x$ на интервалу $[0, \pi]$

$\arccos \equiv \cos^{-1} : [-1, 1] \to [0, \pi]$

- строго опадајућа
- непрекидна
- нема асимптоте

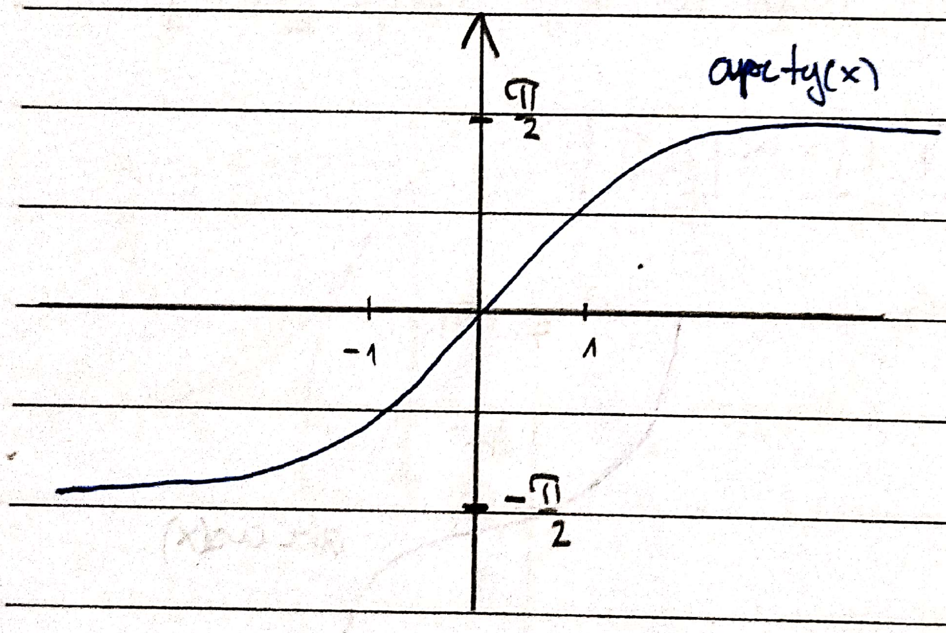


## аркус тангенс

Инверзна ф-ја рестрикције ф-је $tgx$ на интервалу $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

$$\text{arctg}(x) \equiv tg^{-1} : \mathbb{R} \to \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

Строго растућа,
- непарна
- непрекидна
- хориз. асимп.: $y = -\frac{\pi}{2}$ (лијева), $y = \frac{\pi}{2}$ (десна)



# аркус котангенс

- инверзна ф-ја рестрикције $ctg(x)$ на интервал $(0, \pi)$

$arcctg \equiv ctg^{-1} : \mathbb{R} \to (0, \pi)$

- строго опадајућа
- непрекидна
- хориз. асимп. $y = \pi$ (лијево), $y = 0$ (десно)