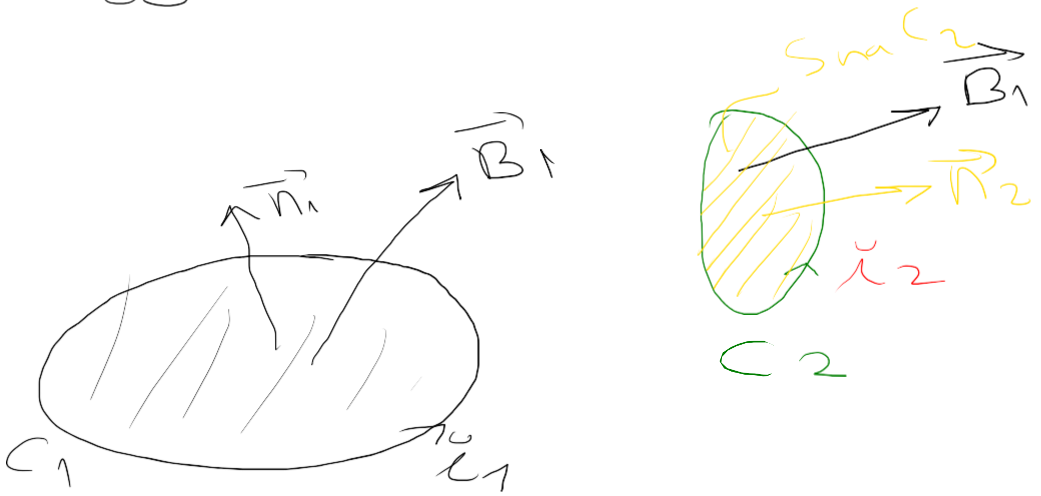
Промјенљиво електрично и магнетско поље (Индуктивности). Енергија магнетског поља.

Основи електротехнике 2

Предавање: 6. блок

ИНДУКТИВНОСТИ

– Међусобне индуктивности



$$\Phi_{21} \begin{matrix} >0 \\ <0 \\ =0 \end{matrix}$$

$$\Phi_{21} = \int_{S \text{ na } C_2} B_1 \, dS \cos\sphericalangle(\vec{B}_1, \vec{n}_2)$$

$$\Phi_{21} = \int_{S \text{ na } C_2} \vec{B}_1 \, d\vec{S}$$

2 – контура која ствара флукс

1 – контура кроз коју пролази флукс

* може мобилно

$$\left.\begin{array}{l} B = k \cdot i \\ \Phi_{21} = \int\limits_{S \text{ на } C_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} \end{array}\right\} \Rightarrow \Phi = k' \cdot i$$

може бити и I
нпр. не мора
i(t)

$$\left.\Phi_{21} = \underbrace{K_{21}}_{\text{индуктивност}} \cdot i_1 \right\} \quad L_{21} = \frac{\Phi_{21}}{i_1} \; [H] \neq f(i_1)$$

Хенри

за лин. средине

међуиндуктивност

$L_{21} > 0$ $\qquad L_{21} < 0$ $\qquad L_{21} = 0$

$$\Phi_{12} = L_{12} \cdot i_2 \Rightarrow \cancel{\Phi_{12}} \quad L_{12} = \frac{\Phi_{12}}{i_2}$$

За линеарне средине: $\boxed{L_{12} = L_{21}}$

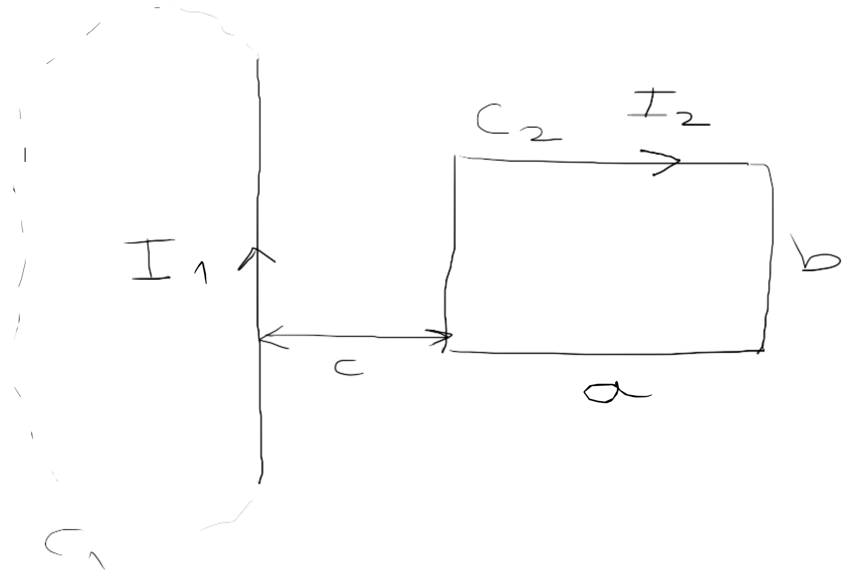
За одређење међуиндуктивности следећи кораци

$$\Phi_{21} = L_{21} \cdot I_1$$

$$L_{21} \cdot i_1$$

1. Претпоставимо да у контури C_1 протиче струја јачине I_1
2. Одредимо B_1 који ствара од I_1 на месту C_2
3. Φ_{21}
4. $L_{21} = \dfrac{\Phi_{21}}{I_1}$

Примјер:



L_{21} или L_{12}

$$L_{21} = \frac{\Phi_{21}}{I_1} \quad \text{или} \quad L_{12} = \frac{\Phi_{21}}{I_2}$$

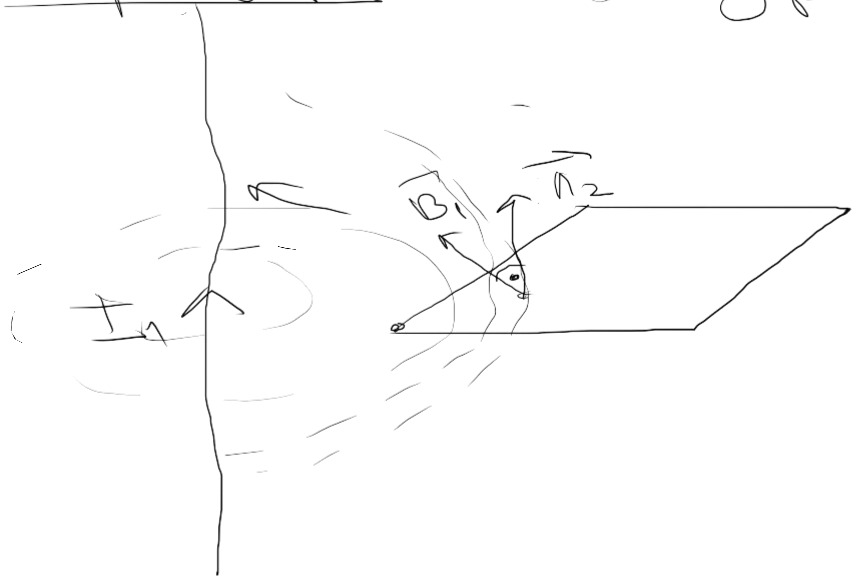
$$L_{21} = \frac{\int_{S_2} \vec{B}_1 d\vec{S}}{I_1} = \frac{\Phi_{21}}{I_1}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

$$\Phi_{21} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} b \ln\frac{a+c}{c}$$

$$L_{21} = \underbrace{L_{12}}_{?} = \frac{\mu_0 b}{2\pi} \ln\frac{a+c}{c}$$

Примјер: Контура је [illegible] [illegible]



$$\vec{B}_1 \perp \vec{n}_2 \Rightarrow \Phi_{21} = 0 \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} L_{21} &= 0 \\ L_{12} &= 0 \end{aligned}}$$

Примјер: промјена оријентације контуре

први случај

$$L_{21} = \frac{\mu_0 b}{2\pi} \ln \frac{a+c}{c}$$

$\otimes \vec{B}_1$ C_2 након промјене

$$\Phi_{21} = \int_{S \text{ над } C_2} \vec{B}_1 \, d\vec{S} = -\frac{\mu_0 I_1 b}{2\pi} \ln \frac{a+c}{c}$$

$$L_{21} = L_{12} = -\frac{\mu_0 b}{2\pi} \ln \frac{a+c}{c} = -\boxed{\text{1. примјера}}$$

РЕЗУЛТАТ ИЗ

Раф. структури стања не морају бити дефини-
сани и тада их можемо произвољно узети.
[illegible] ће зависе од улаза стања
(морају се дефинисати) или зависе од раф.
структура и то се мора назначити.

Ако је струја у првој контури промјенљива, мијења се и флукс вектора $\vec{B}_1$ кроз другу контуру па се у другој контури јавља инд. емс:

$$e_{ind\,21} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(L_{21}\, i_1\right)$$

$$= -L_{21}\frac{di_1}{dt}$$

- Сопствена индуктивност

- самоиндукција

$B = \gamma \cdot i$

$$\oint_C \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 \sum_C I$$

сопствени флукс

$$\Phi = \int_{S \text{ на } C} \vec{B}\, d\vec{S} \Rightarrow \Phi = \gamma' i$$

фактор пропорционалности између сопственог флукса и струје кроз одговарајућу контуру назива се Сопствена индуктивност:

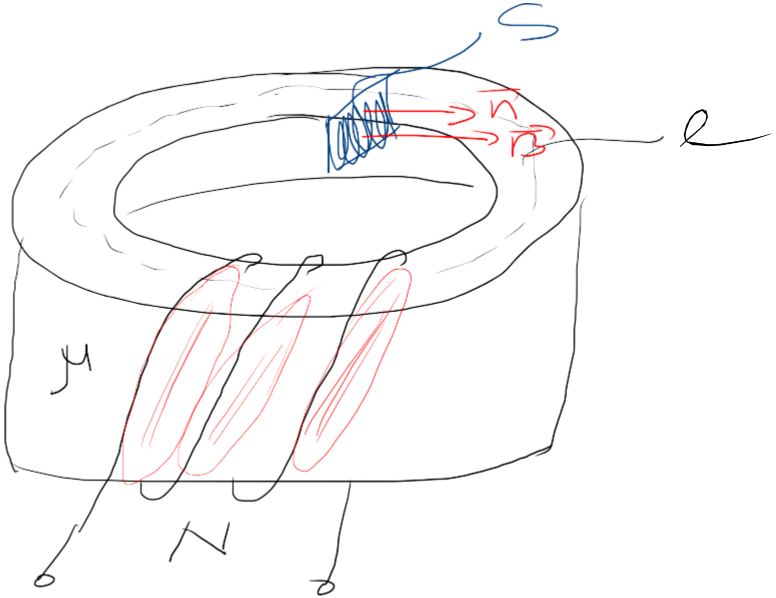
$$L = \frac{\Phi(i)}{i} \quad [H] \neq f(i)$$

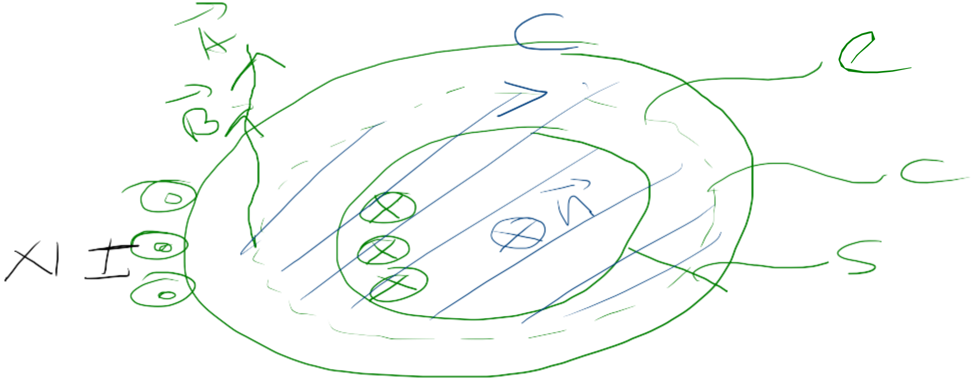
$\boxed{L > 0 \text{ увијек позитивна}}$

Размишљање:

- унутрашњу
- везу сопственог [illegible]

Пример:





$$\Phi = N\Phi^{(1)}$$

$$\Phi^{(1)} = \int_S \vec{B}\, d\vec{S}$$

за 1 зав

$$\oint_c \vec{H}\, d\vec{l} = \sum_c I$$

$$H \cdot l = NI$$

$$H = \frac{NI}{l}$$

$$B = \mu H = \frac{\mu N I}{l}$$

$$\Phi^{(1)} = B \cdot S^{(1)} \quad S$$

$$\Phi^{(1)} = \frac{\mu N I S}{l}$$

$$\Phi = N \cdot \Phi^{(1)} = \frac{\mu N^2 I S}{l}$$

$$L = \frac{\Phi}{I}$$

$$L = \frac{\mu N^2 S}{l}$$

КОЕФИЦИЈЕНТ СПРЕГЕ

Коеф. инд. спреге:

апсолутна вредност међуиндуктивности контура

$$k = \frac{|L_{12}|}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}$$

сопствена инд. контуре 1

сопствена инд. контуре 2

$$0 \leq k \leq 1$$

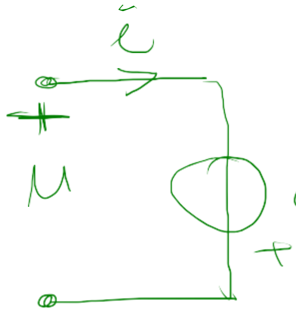
нема спреге

маг. флукс је цели кроз обе контуре тј. нема расипања

Шематски приказ индуктивитета

$$e_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

сопствена инд.
посматрани завоја

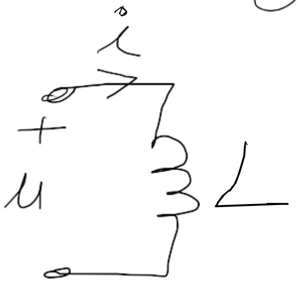


$$e_{ind} = -L\frac{di}{dt}$$

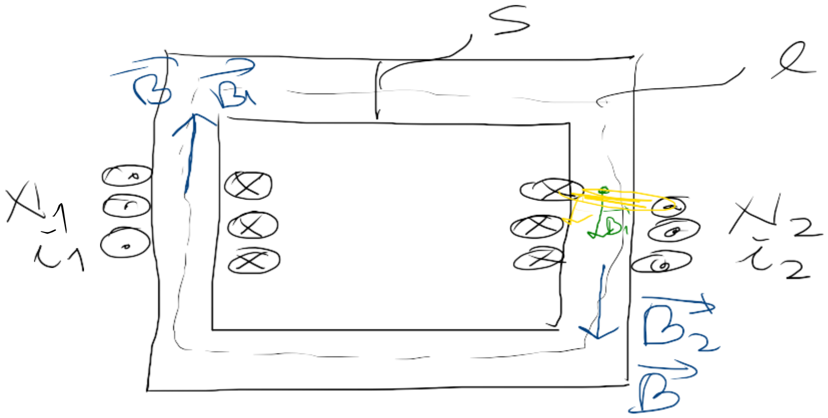
$$u = -e_{ind} = L\frac{di}{dt}$$

Елемент инд. L има везу између напона и струје:

$$u = L\frac{di}{dt}$$ ако има усаглашене реф. смерове



Еквивалентна шема спрегнутих контура



$$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2}$$

$$\Phi_1 = L_1 \cdot i_1 + L_{12} \cdot i_2$$

$L_1 > 0$

$L_{12} > 0 \quad L_{12} < 0 \quad L_{12} = 0$

$\vec{B_1}$ и $\vec{B_2}$ имају исти смер

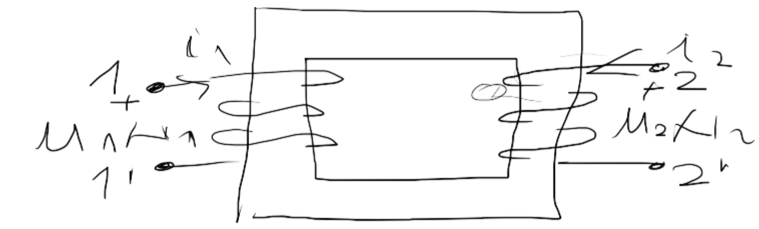
Занемарено отп. намотаја N_1 и N_2

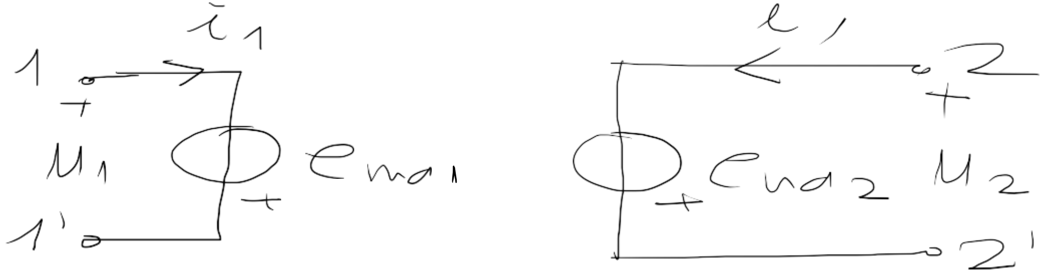
$$\Phi_2 = L_2 i_2 + L_{21} \cdot i_1$$

Пошто i_1 и i_2 промењиве у времену:

$$e_{ind\,1} = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -L_1 \frac{di_1}{dt} - L_{12} \frac{di_2}{dt} \qquad u_1 = -e_{ind\,1}$$

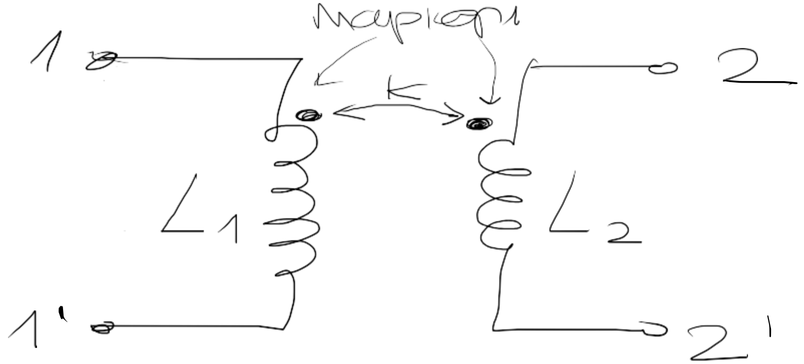
$$e_{ind\,2} = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -L_2 \frac{di_2}{dt} - L_{21} \frac{di_1}{dt} \qquad u_2 = -e_{ind\,2}$$



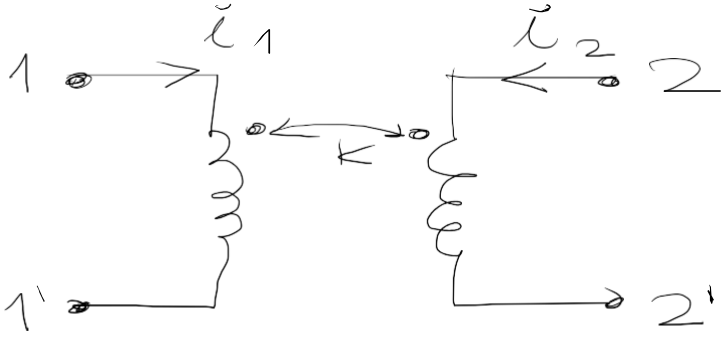


$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt}$$

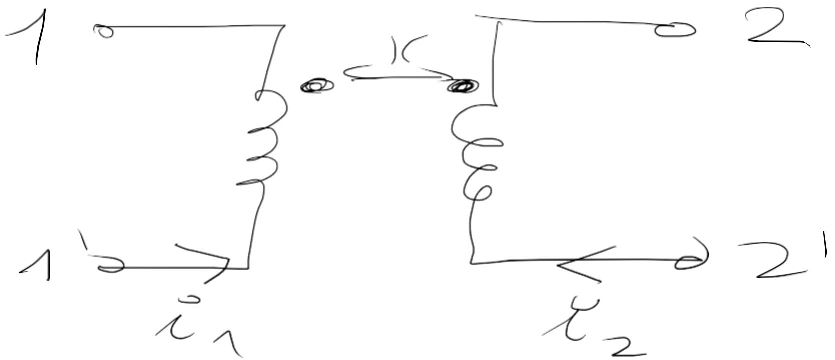
$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + L_{21} \frac{di_1}{dt}$$

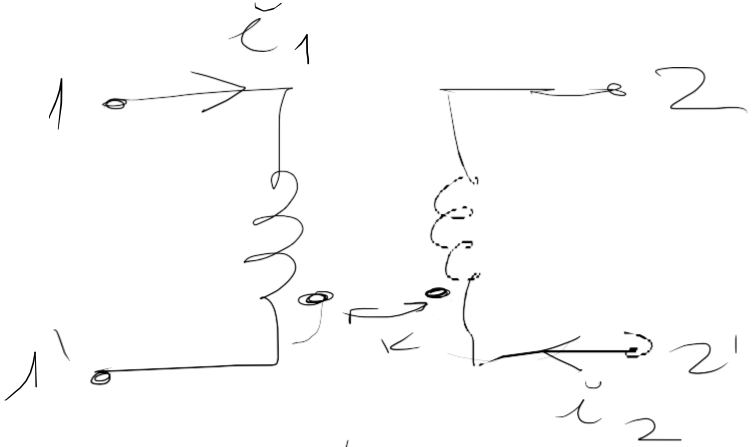


$$k = \frac{|L_{12}|}{\sqrt{L_1 L_2}}$$



$$L_{12},\ L_{21} > 0$$

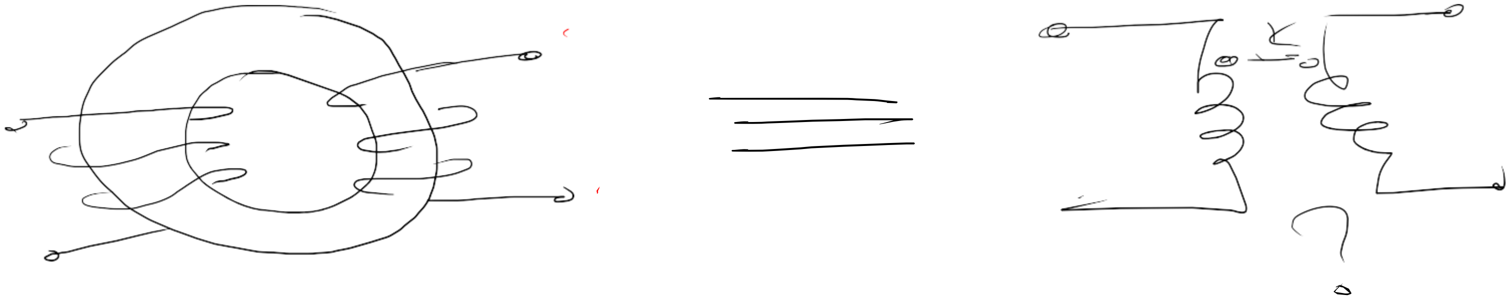


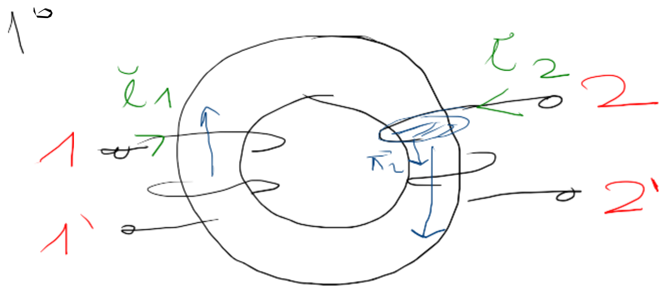


$$L_{12},\ L_{21} < 0$$

$$k = \frac{|L_{12}|}{\sqrt{L_1 L_2}} \Rightarrow |L_{12}| = k\sqrt{L_1 L_2} \rightarrow L_{12} = \pm k\sqrt{L_1 L_2}$$

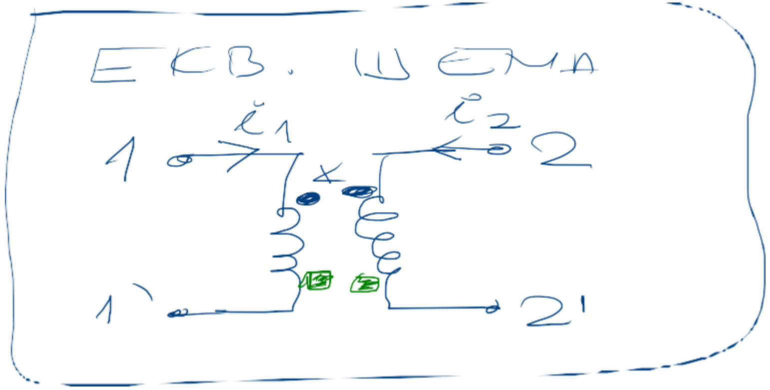
Поступак преласка са физичке структуре на шематски симбол





$L_{21} > 0$ јер је

$\sphericalangle(\vec{B}_1, \vec{n}_1) = 0$



јер је за

i_1 од $1 - 1'$

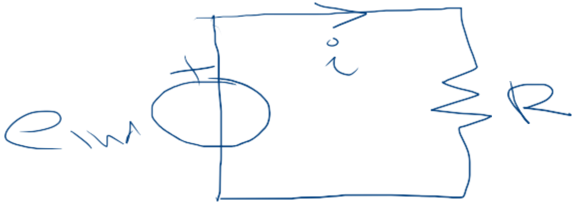
i_2 од $2 - 2'$

$L_{21} > 0$

ЈЕДНАЧИНА ПРОТОКА

$$\Phi = \int_{S_{nac}} \vec{B}\, d\vec{S} \Rightarrow \Phi(t)$$

$$e_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt}$$



$$e_{ind} = R \cdot i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$-\frac{d\Phi}{dt} - Ri = 0$$

$$d\Phi + Ri\, dt = 0$$

Промјене $d\Phi$ се одвијају у временском интервалу од t_1 до t_2

$$d\Phi + Ri\,dt = 0$$

$$\int_{t_1}^{t_2} d\Phi + \int_{t_1}^{t_2} Ri\,dt = 0$$

$$[\Phi(t_2) - \Phi(t_1)] + R\int_{t_1}^{t_2} i\,dt = [\Phi(t_2) - \Phi(t_1)] + RQ = 0$$

$$Q = -\frac{\Delta\Phi}{R} = -\frac{\Phi(t_2) - \Phi(t_1)}{R}$$

једначина удара

$\Phi(t_2)$ — флукс у другом стању

$\Phi(t_1)$ — флукс у првом стању

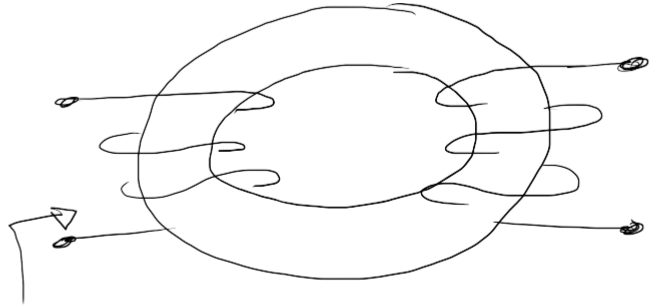
R – отпорност намотаја контуре

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО: БАЛИСТИЧКИ ГАЛВАНОМЕТАР


dφ>0
φ_t e^{iwθ}
R
C


BG
g

ТРАНСФОРМАТОР

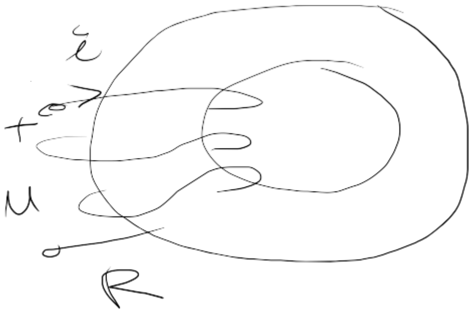


СЕКУНДАР

- прикључимо напон
- доводимо енергију

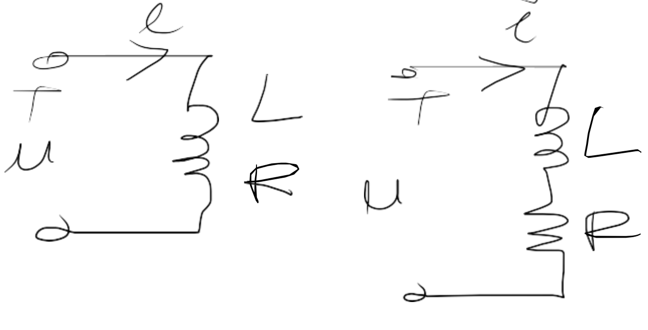
ПРИМАР

$$u = L\frac{di}{dt}$$

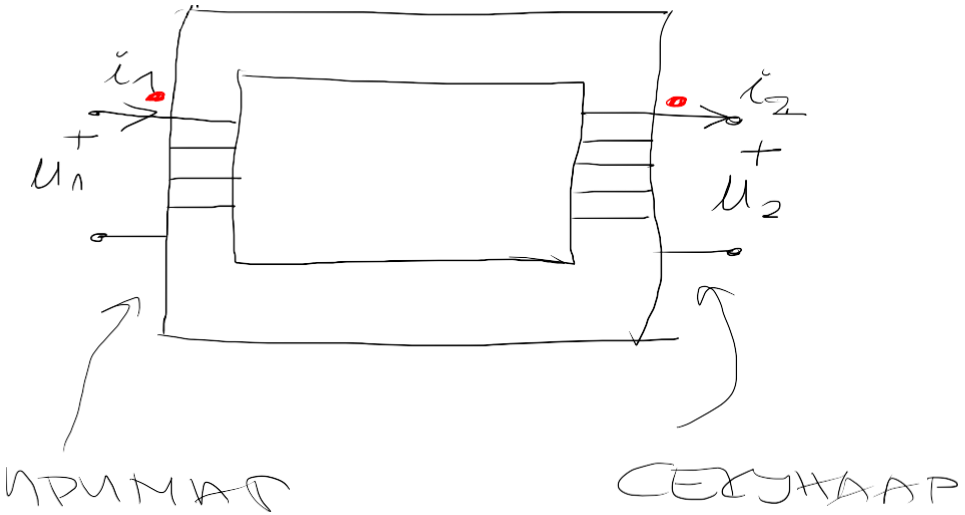


$$u = Ri + L\frac{di}{dt}$$

$\equiv$



- линеарни
- совршени ($R=0$, $k=1$)
- идеални трансформатор ($R=0$, $k=1$, $\mu \to \infty$)



- САВРШЕНИ ТРАНС.

$R = \emptyset$

$K = 1$

1. отворен секундарни намотај ($i_2 = 0$) празан ход, неоптерећен трафо.

$$u_1(t) = L_1 \frac{di_1}{dt}$$

$i_1(t) \rightarrow$ струја празног хода

$\Phi_j(t)$

$$u_1(t) = N_1 \cdot \frac{d\Phi_j(t)}{dt}$$

$$u_2 = N_2 \cdot \frac{d\Phi_j(t)}{dt}$$

$$\frac{u_1(t)}{u_2(t)} = \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

2. Струјни односи на кругелна саодудара

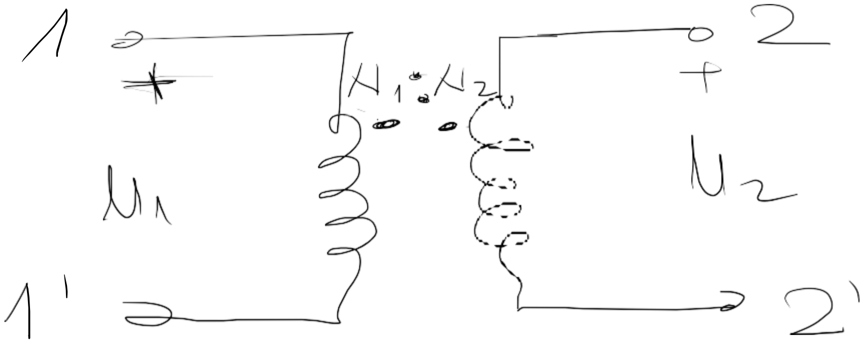
$$u_1(t) = N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

$\Rightarrow i_1(t) \nearrow \Rightarrow$ контрира отпор фурса 180° $i_2(t)$

$$N_2 i_2(t) = N_1 i_1(t)$$

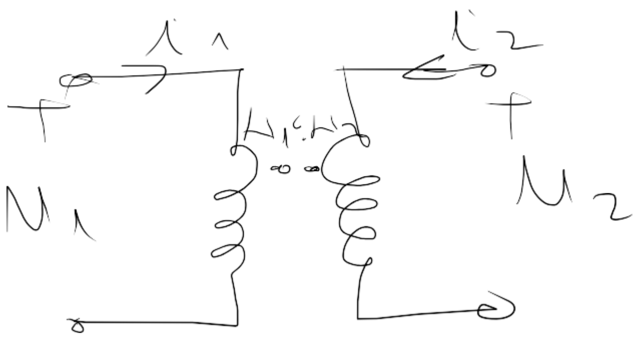
$$\frac{i_1(t)}{i_2(t)} = \frac{N_2}{N_1}$$

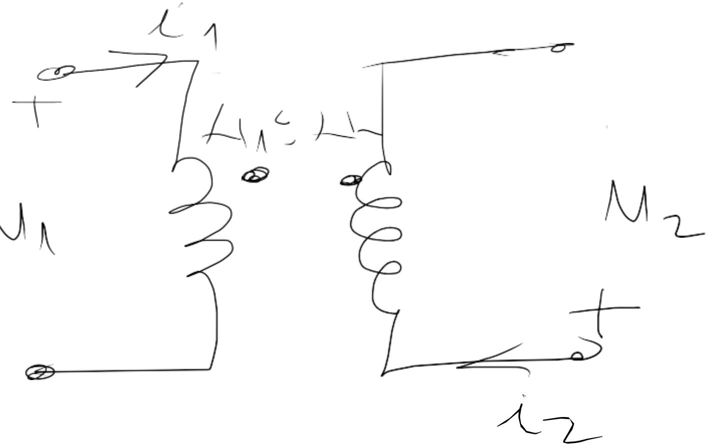
— идеални трансформатор



$$\frac{u_1}{u_2} = \pm \frac{N_1}{N_2}$$

$$\frac{i_1}{i_2} = \pm \frac{N_2}{N_1} \begin{cases} \text{„+" једна улази а друга излази} \\ \text{„−" обе улазе или излазе} \end{cases}$$





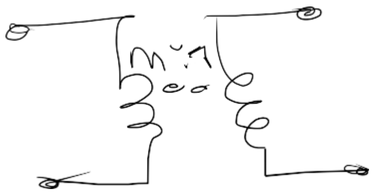
$$\frac{u_1}{u_2} = + \frac{n_1}{n_2} \qquad\qquad \frac{u_1}{u_2} = - \frac{n_1}{n_2}$$

$$\frac{i_1}{i_2} = \pm \frac{n_2}{n_1} \qquad\qquad \frac{i_1}{i_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{n_1}{n_2} = m$$ преносен однос (број) трансформатор.

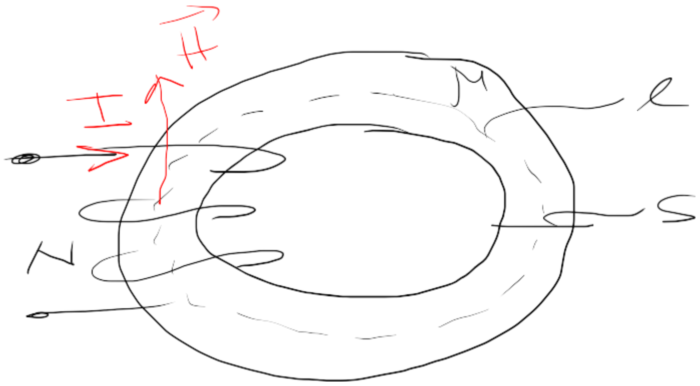
$n_1 : n_2 \quad / : n_2$

$\frac{n_1}{n_2} : 1 = m : 1$



ЕНЕРГИЈА МАГ. ПОЉА

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{\Phi^2}{2L} = \frac{1}{2} \Phi I$$



$$L = \frac{\mu N^2 S}{l}$$

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{\mu N^2 S I^2}{2 l}$$

$$H \cdot l = N I$$

$$\frac{N I}{l} = H$$

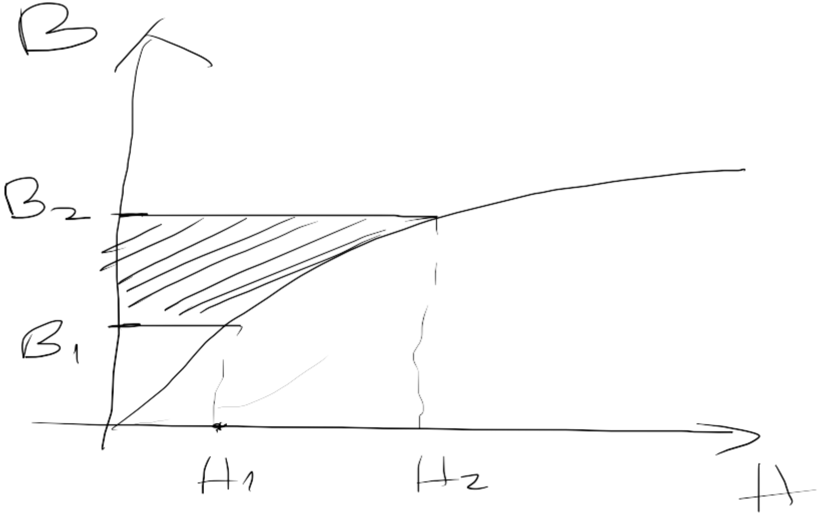
$$W_m = \frac{1}{2} \mu H^2 \cdot \underbrace{S \cdot l}_{\text{запремина у којој делује маг. поље}}$$

$$W_m = \underbrace{\frac{1}{2}\mu H^2}\cdot V = w_m \cdot V$$

$$w_m = \frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{1}{2}BH \left[\frac{Дж}{м^3}\right]$$

Запасённая
объёмная
маг. энергия

$$w_m = \frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H} \xrightarrow{\text{из. мат}} w_m = \frac{1}{2}BH$$



$$w_m = \int_{B_1}^{B_2} H\,dB$$