

MATEMATIKA 1
3.5.2023.

1. (15) Ako su x_1, x_2, \dots, x_n nule polinoma $P_n(x) = x^n - x^{n-1} + 2x^{n-2} + \dots + (-1)^{n-1}(n-1)x + (-1)^n n$, odrediti proizvod $\prod_{i=1}^n (1 + x_i)$.

2. (a) (10) Ispitati algebarsku strukturu $(G, *)$ ako je $G = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x < 1\}$ gdje je binarna operacija $*$ definisana na G sa

$$a * b = \frac{a + b}{1 + ab}.$$

- (b) (10) Ako su A i B kvadratne matrice takve da je $A^2 = A$, $B^2 = B$ i $(A + B)^2 = A + B$, dokazati da je tada $AB = BA = 0$.

3. (15) Ispitati tok i skicirati grafik funkcije $f(x) = e^{\frac{1}{x^2 - x - 2}}$.

4. (a) (10) Odrediti

$$\int \frac{(9 \cos x - 10 - 3 \cos^2 x) \sin x}{(\cos x + 2)(\cos^2 x - 4 \cos x + 8)} dx.$$

- (b) (10) Ispitati konvergenciju reda

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n (\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n})$$

5. (a) (7) Skup realnih brojeva. Apsolutne vrijednosti, definicija i osnovne osobine, dokazati nejednakost trougla.

- (b) (8) Koristeći Gaus-Žordanovu metodu riješiti sistem

$$\begin{cases} x + y + z = 5 \\ 2x + 3y + 5z = 8 \\ 4x + 5z = 2. \end{cases}$$

6. (a) (7) Pravila diferenciranja (izvod zbira, razlike, proizvoda, količnika, kompozicije dvije funkcije, izvod inverzne funkcije).

- (b) (8) Definicija numeričkog reda. Parcijalne sume. Konvergencija. Potreban uslov za konvergenciju reda.