Glava 0

UVOD

0.1 Merenje i obrada rezultata

0.1.1 Merenje fizičkih veličina

Za opisivanje i karakterizaciju osobina tela, pojava i procesa u prirodi koriste se različite fizičke veličine. To su npr. sila, dužina, masa, snaga, energija, vreme, temperatura itd. Fizičke veličine su sve one osobine fizičkih objekata i procesa koje se mogu kvantitativno odrediti. Neka fizička veličina je potpuno definisana tek onda kada je poznat način na koji se ona može ne samo teorijski izračunati, već i eksperimentalno izmeriti.

Pod fizičkim merenjem se podrazumeva postupak (ili niz postupaka) kojim se neka veličina (neposredno ili posredno) upoređuje sa veličinom iste vrste koja je izabrana za jedinicu mere. Drugim rečima, merenjem se utvrđuje koliko puta se određena jedinica sadrži u veličini koja se meri. Kao rezultat merenja dobija se brojna vrednost fizičke veličine i odgovarajuća jedinica.

Da bi se merenje moglo izvršiti, potrebno je definisati jedinicu za datu fizičku veličinu i izabrati odgovarajući etalon, a zatim utvrditi način upoređivanja date veličine sa jedinicom mere. Npr. etalon mase je jednakokraki valjak (39 mm) napravljen od legure platine (90 %) i iridijuma (10 %). Masa ovog tela, etalona mase, definisana je kao 1 kg, jedinica mase u Međunarodnom (SI) sistemu jedinica. Na sličan način, pomoću odgovarajućih etalona, definisane su i jedinice nekih drugih veličina [1].

U zavisnosti od prirode fizičke veličine, merenja se mogu izvesti neposrednim upoređivanjem sa kopijom etalona (npr. sa tegovima, metrom itd.), upotrebom mernih instrumenata (nonijus, luksmetar, ampermetar, voltmetar, itd.) ili pomoću mernih uređaja koji predstavljaju kombinaciju etalona, instrumenata i pomoćnih naprava povezanih u funkcionu celinu. Merenja koja se mogu izvesti neposrednim poređenjem fizičke veličine sa odgovarajućom jedinicom, nazivaju se *direktna merenja.* Takva su merenja dužine metrom, vremena hronometrom,

[1] O fizičkim veličinama i njihovim jedinicama detaljnije videti u [1,2].

mase pomoću terazija itd. Međutim, veliki broj fizičkih veličina ne može direktno da se meri; njihove brojne vrednosti se određuju pomoću drugih fizičkih veličina koje se direktno mere i odgovarajućih matematičkih formula (bilo definicionih, bilo fizičkih zakona). Kao primer takvih *indirektnih merenja* može poslužiti određivanje ubrzanja Zemljine teže pomoću matematičkog klatna. Direktno se mere dužina matematičkog klatna i period oscilovanja, pa se ubrzanje izračunava pomoću formule za period malih oscilacija matematičkog klatna.

Brojne vrednosti koje se dobijaju kao rezultat fizičkih merenja su približni brojevi jer se mogu izraziti ograničenim brojem cifara čija je tačnost zagarantovana. To je posledica nesavršenosti i ograničene tačnosti mernih instrumenata i metoda merenja, nepotpunosti naših znanja, teškoća da se uzmu u obzir sve prateće pojave itd. Drugim rečima, pri merenjima se neizbežno javlja veliki broj grešaka tako da dobijanje pouzdanih brojnih vrednosti merenih fizičkih veličina ne predstavlja jednostavan zadatak.

0.1.2 Greške pri merenju

Postoji mnogo vrsta grešaka, a isto tako i više načina na koji se one mogu klasifikovati. Greške nastaju usled: neadekvatne metode i uslova merenja, neispravnosti i nesavršenosti instrumenta, nepažnje eksperimentatora, slučajnih okolnih uticaja itd. Prema prirodi, tj. uzroku nastanka greške se dele na:

- subjektivne, koje obuhvataju omaške i sistematske greške i
- objektivne ili slučajne greške.

Omaške se najčešće čine pri očitavanju rezultata merenja, na primer kada se pročita 69 umesto 96. Tu spadaju i greške koje su posledica pogrešne upotrebe instrumenta, npr. paralaksa [2], kao i uopšte greške nastale nepažnjom ili neznanjem lica koje vrši merenje. Ove greške su obično dovoljno grube da se mogu lako uočiti i odmah ukloniti.

Sistematske greške nastaju usled jednog ili više faktora koji deluju u određenom smeru. One se javljaju u slučajevima kada merni instrument ili metoda merenja sadrži neki stalni nedostatak ili nisu uzeti u obzir faktori koji utiču na rezultat merenja. Sistematske greške se mogu prepoznati u rezultatima merenja po tome što dovode do odstupanja u istom smeru. Kod ponovljenih merenja svi dobijeni rezultati su uvek ili manji ili veći od tačne vrednosti. Za razliku od omaški, ove greške se ne mogu lako ukloniti, jer ne postoje opšta pravila za njihovo prepoznavanje i odstranjivanje. Najčešći uzroci sistematskih grešaka su: oštećenje, nepravilno baždarenje ili nepravilna upotreba instrumenata, zanemarivanje uticaja nekih faktora kao što su temperatura, pritisak, vlažnost itd. Najbolji način da se ustanovi njihova prisutnost jeste stalna kontrola instrumenata i metoda merenja i njihovo upoređivanje sa drugim instrumentima i metodama.

Objektivne greške, za razliku od subjektivnih, dovode do izvesnih pravilnosti ili simetrije u rezultatima merenja, što omogućava njihovo matematičko

[2] Pošto se kazaljke instrumenata uvek nalaze na izvesnom odstojanju od površine skale, očitavanje se vrši u pravcu posmatranja predviđenom za upotrebljeni instrument.

opisivanje pomoću statističkih metoda. Naime, ako se istom aparaturom izvrši više uzastopnih merenja neke veličine, rezultati merenja će se uvek razlikovati. Uzmu li se tačniji instrumenti i bolje metode merenja, ove razlike će se smanjiti ali nikada neće iščeznuti. Ako se rezultati merenja napišu jedan pored drugog, može se uočiti da su ove vrednosti statistički raspoređene oko neke vrednosti u određenom intervalu. Za svako naredno merenje može se reći da će sigurno biti u tom intervalu, ali se ne može ništa reći o tome gde će se tačno naći u tom intervalu. Ova odstupanja se ponašaju po zakonima verovatnoće. Zbog toga je za uspešno tretiranje (uvek prisutnih slučajnih) grešaka potrebno *izvršiti veliki broj merenja i upotrebiti zakone statistike.*

Na taj način, grube greške pri merenjima se mogu odbaciti, sistematske greške se mogu ukloniti ili uračunati, dok slučajne greške zahtevaju specijalnu matematičku obradu rezultata. Pri tome, treba posebno obratiti pažnju na različit tretman grešaka pri direktnim ili indirektnim merenjima.

0.1.3 Obrada rezultata direktnih merenja

Neka je pri direktnim merenjima veličine x dobijeno n ($n \leqslant 10$) vrednosti: $x_1, x_2, \cdots, x_n$, koje se međusobno, manje ili više, razlikuju zbog prisustva slučajnih grešaka [3].

Pre svega, na osnovu teorije verovatnoće može se pokazati da je najverovatnija vrednost merene veličine jednaka *srednjoj aritmetičkoj vrednosti* rezultata dobijenih merenjima:

$$\overline{x} \equiv \overline{x}(n) = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \equiv \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \,. \tag{0.1.1}$$

Drugim rečima, srednja vrednost predstavlja najbolju aproksimaciju stvarne vrednosti merene veličine ukoliko u merenjima postoje samo slučajne greške.

Pomoću srednje vrednosti $\overline{x}$ mogu se odrediti odstupanja $x_i - \overline{x}$, odnosno *apsolutne greške* Δx_i pojedinih merenja:

$$\Delta x_i = |x_i - \overline{x}|, \quad i = 1, 2, \cdots, n \,. \tag{0.1.2}$$

Međutim, da bi se potpunije ocenila tačnost nekog merenja, potrebno je izračunati i *relativnu grešku:*

$$\delta x_i = \frac{\Delta x_i}{\overline{x}} \cdot 100\ [\%], \quad i = 1, 2, \cdots, n \,. \tag{0.1.3}$$

Za razliku od apsolutne greške, koja se izražava u istim jedinicama kao i merena veličina, relativna greška je neimenovani broj (bez dimenzije). Treba napomenuti da se dobijanje rezultata sa tačnošću do 1 %, u većini slučajeva, smatra vrlo zadovoljavajućim.

---

[3] Ukoliko je broj merenja veliki ($n \gg 10$), dobijeni rezultati mogu se analizirati statistički. Upotrebljava se i „najbolja" je Gausova raspodela [3].

Konačno, kod analize rezultata n direktnih merenja jedne veličine x treba izdvojiti maksimalnu vrednost apsolutne i relativne greške:

$$\Delta x = \max\{\Delta x_i, \quad i = 1, 2, \cdots, n\}\,; \quad \delta x = \frac{\Delta x}{\overline{x}}\,. \tag{0.1.4}$$

Rezultat merenja se tada može prikazati u obliku:

$$x = \overline{x} \pm \Delta x\, [\,\mathrm{x}\,]\,, \tag{0.1.5}$$

gde je $[\,\mathrm{x}\,]$ odgovarajuća jedinica fizičke veličine x. Ovakav zapis rezultata merenja označava da svi mereni rezultati leže u intervalu $(\overline{x} - \Delta x, \overline{x} + \Delta x)$ [4].

0.1.4 Obrada rezultata indirektnih merenja

Neka se indirektno merena veličina y izražava pomoću formule oblika:

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)\,, \tag{0.1.6}$$

gde su $x_1, x_2, \cdots, x_n$ veličine dostupne direktnim merenjima. Radi procene apsolutne i relativne greške može se koristiti diferencijalni račun jer su apsolutne greške (Δx_i) dovoljno male konačne veličine da se aproksimativno mogu tretirati i kao diferencijalno male veličine (dx_i). To znači da je apsolutna greška indirektno merene veličine određena totalnim diferencijalom:

$$\Delta y \to dy = \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| dx_i\,, \tag{0.1.7}$$

gde je $\dfrac{\partial f}{\partial x_i}$ parcijalni izvod funkcije f po x_i. U ovom izrazu uzete su apsolutne vrednosti parcijalnih izvoda, čime se, zapravo, dobija maksimalna apsolutna greška.

Pomoću izraza (0.1.7) može se dobiti i maksimalna relativna greška:

$$\frac{dy}{y} = \frac{1}{f} \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| dx_i\,. \tag{0.1.8}$$

Ovaj izraz se može napisati u kompaktnijem obliku:

$$\frac{dy}{y} = d\, \mid \ln f(x_1, \ldots, x_n) \mid\,, \tag{0.1.9}$$

[4] Međutim, ukoliko je izvršen veći broj merenja, tada je ovaj interval tačnije određen *standardnim odstupanjem ili devijacijom* [1,4]:

$$\mathcal{D}x \equiv \sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}$$

i ponegde se naziva srednja kvadratna greška pojedinih merenja. Standardna devijacija ima svojstvo da u intervalu $(\overline{x} \pm \sigma)$ leži 68,3 % od svih merenih vrednosti; u intervalu $(\overline{x} \pm 2\sigma)$ leži 95,3 %, a u intervalu $(\overline{x} \pm 3\sigma)$ čak 99,9 % od svih vrednosti. Na taj način, interval $(\overline{x} \pm 3\sigma)$ praktično obuhvata sve merene vrednosti.

što znači da se *maksimalna relativna greška* može izračunati pomoću totalnog diferencijala prirodnog logaritma indirektno merene veličine.

Kada se pomoću (0.1.8) i (0.1.9) izračunaju diferencijali funkcije (0.1.6) i njenog logaritma, rezultati indirektnih merenja se mogu napisati u obliku:

$$y = (\overline{y} \pm \Delta y)\,[\,\mathrm{y}\,]\,, \tag{0.1.10}$$

gde je dy prosto zamenjen sa Δy, tj. $dy \to \Delta y$.

Primer: Neka je posredno merena veličina određena funkcijom:

$$y \equiv f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{x_2}\,.$$

Njen totalni diferencijal je:

$$dy = \frac{dx_1}{x_2} - \frac{x_1 dx_2}{x_2^2} = \frac{x_2 dx_1 - x_1 dx_2}{x_2^2}\,,$$

tako da je maksimalna apsolutna greška:

$$\Delta y = \frac{|\,x_1 \Delta x_2\,| + |\,x_2 \Delta x_1\,|}{x_2^2}\,.$$

Izračunavanjem totalnog diferencijala prirodnog logaritma funkcije

$$\frac{dy}{y} = d\left[\ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right)\right] = \left|\frac{dx_1}{x_1}\right| + \left|\frac{dx_2}{x_2}\right|,$$

dobija se maksimalna relativna greška:

$$\delta y = \frac{\Delta y}{y} = \left|\frac{\Delta x_1}{x_1}\right| + \left|\frac{\Delta x_2}{x_2}\right|.$$

Prema tome, maksimalna relativna greška količnika direktno merenih veličina jednaka je zbiru njihovih relativnih grešaka. Analogno se mogu izračunati maksimalne relativne i apsolutne greške i drugih funkcija. Neki primeri dati su u tabeli 0.1.1.

Funkcija y	Apsolutna greška Δy	Relativna greška δy
$x_1 \pm x_2$	$\Delta x_1 + \Delta x_2$	$\dfrac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{x_1 \pm x_2}$
$x_1 x_2$	$x_1 \Delta x_2 + x_2 \Delta x_1$	$\dfrac{\Delta x_1}{x_1} + \dfrac{\Delta x_2}{x_2}$
$\dfrac{x_1}{x_2}$	$\dfrac{x_1 \Delta x_2 + x_2 \Delta x_1}{x_2^2}$	$\dfrac{\Delta x_1}{x_1} + \dfrac{\Delta x_2}{x_2}$
x^k	$kx^{k-1}\Delta x$	$k\dfrac{\Delta x}{x}$
$\sin x$	$\cos x\,\Delta x$	$\cot x\,\Delta x$
$\cos x$	$\sin x\,\Delta x$	$\tan x\,\Delta x$

Tabela 0.1.1: Maksimalne apsolutne i relativne greške nekih funkcija

0.1.5 Izražavanje rezultata merenja

Kao što je rečeno, rezultati direktnih i indirektnih merenja predstavljaju se u obliku: $x = (\overline{x} \pm \Delta x)\,[\,\mathrm{x}\,]$, gde je $\overline{x}$ srednja aritmetička vrednost, Δx maksimalna apsolutna greška, dok je $[\,\mathrm{x}\,]$ odgovarajuća jedinica. Ovakvim zapisom rezultata merenja ističe se njihova ograničena tačnost koja se može proceniti pomoću relativne greške. Ako u rezultatu nekih merenja nisu navedene apsolutne greške [5] tada se, po dogovoru, kao apsolutna greška uzima polovina poslednje cifre. Ako se vrši direktno merenje neke veličine samo jednom, onda se za grešku merene veličine uzima *greška instrumenta*. Greška instrumenta se definiše kao polovina njegove *tačnosti*, tj. polovina vrednosti najmanjeg podeoka.

Kao primer direktnog merenja može se uzeti očitavanje temperature sa termometra kod kojeg vrednost (jedno – najmanjeg) podeoka iznosi 0,1 °C – apsolutna greška ovog merila je $\Delta t = 0,05$ °C. Ako se stub žive prilikom merenja temperature zaustavlja npr. na 234-tom podeoku merne skale. Rezultat onda treba zapisati u obliku:

$$t = (23,40 \pm 0,05)\ ^\circ\mathrm{C}\,.$$

Dobijeni rezultat nema smisla izraziti kao $23,4$ °C, jer bi to značilo da termometar ima podelu po 0,2, a ne 0,1 °C.

Pošto se pri direktnim merenjima dobijaju samo brojevi ograničene tačnosti, jasno je da se kod izračunavanja rezultata indirektnih merenja (najčešće pomoću kalkulatora) nužno vrši zaokruživanje dobijenih brojnih vrednosti [6]. Zaokruživanje brojeva se vrši prema poznatim pravilima:

- ako je odbačena cifra manja od 5, prethodna ostaje nepromenjena,
- kada je odbačena cifra veća od 5, prethodna se povećava za 1,
- u slučaju da odbačena cifra ima vrednost 5, prethodna se poveća za 1 ako je neparna, ako je parna ostaje nepromenjena.

Primer: Osnovu prirodnog logaritma (e = $2,71828\ldots$ treba zaokružiti na pet, četiri i tri cifre, dobijaju se sledeći brojevi:

$$\mathrm{e} \approx 2,7183 \approx 2,718 \approx 2,72.$$

Pomoću pravila zaokruživanja, kod indirektnih merenja treba najpre *apsolutnu grešku izraziti jednom ili najviše dvema ciframa različitim od nule.* Ako se zaokruživanje vrši na jednu cifru, onda se to uvek čini na višu. Kada je određena apsolutna greška, *rezultat merenja se zaokružuje tako da njegova poslednja cifra bude na istom decimalnom mestu kao prva cifra broja koji izražava apsolutnu grešku.*

Primer: U toku izračunavanja intenziteta ubrzanja sile Zemljine teže, dobijene su vrednosti: $\bar{g} = 9,763452\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $\Delta g = 0,04951\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Ovaj rezultat je ispravno napisati u obliku:

$$g = (9,76 \pm 0,05)\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\,.$$

Broj decimalnih brojeva, kojima se iskazuje srednja vrednost i apsolutna greška u rezultatu – mora biti isti!

[5] Tako su najčešće date vrednosti fizičkih konstanti u tablicama.

[6] Treba imati na umu da je tačnost indirektnih merenja fizičkih veličina određena tačnošću direktnih merenja, a ne tačnošću izračunavanja.

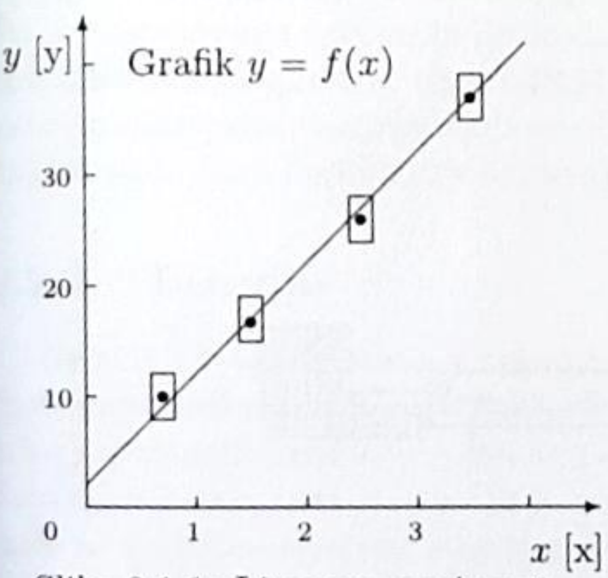
0.1.6 Grafičko prikazivanje rezultata merenja

U laboratorijskoj praksi rezultati merenja prikazuju se tabelarno i grafički. Tabelarni prikaz predstavlja pregledan popis svega onoga što je u eksperimentu urađeno, izmereno i izračunato. Konstrukcija tabele zavisi od sadržaja samog eksperimenta i obično se formira pre početka merenja. Tabelarni zapis rezultata merenja omogućava njihovu dalju obradu, a pre svega grafički prikaz koji pruža bolju vizuelnu predstavu o rezultatima jedne ili više serija merenja. Pravilno nacrtan grafik predstavlja usrednjavanje merenih vrednosti. Pored toga, grafički prikaz predstavlja metod ili način pomoću kojeg se, primenom različitih grafičkih metoda, može doći do značajnih kvalitativnih i kavantitativnih zaključaka o pojavama na koje se eksperiment odnosi.

Rezultati merenja najčešće se prikazuju na milimetarskom papiru u pravouglom koordinatnom sistemu [7]. Koordinatne ose moraju biti označene, obično na krajevima, simbolima prikazanih fizičkih veličina pri čemu se odgovarajuće jedinice navode u uglastim zagradama. Svaki grafik mora imati svoj naslov koji koncizno saopštava šta je na grafiku prikazano. Ako je na istom grafiku prikazano više serija merenja obeleženih na razne načine, on mora sadržati i legendu. Nadalje, kod izbora skala (razmera) na koordinatnim osama treba se pridržavati sledećih kriterijuma:

- *grafik treba da se proteže celom raspoloživom površi,*
- *ako grafik prikazuje linearnu zavisnost, da je nagib prave oko* $\pm 45°$.

Da bi se ova pravila zadovoljila, posebno kad treba izdvojiti neki deo krive, ove skale ne moraju da počinju od svojih nultih vrednosti.



Slika 0.1.1: Linearna zavisnost

Kada su na koordinatnim osama naznačene izabrane skale, rezultati merenja se nanose kao odgovarajuće tačke (kada na nekom grafiku nisu naznačene eksperimentalne tačke, to znači da je dobijen teorijskim izračunavanjem). Ako su poznate apsolutne greške merenih veličina, one se prikazuju u obliku duži ili pravougaonika oko eksperimentalnih tačaka kao na sl.0.1.1.

Postupak povlačenja glatke linije, bez prekida i preloma, između naznačenih tačaka naziva se *interpolacija*. Kriva/prava povlači se tako da ima pravilan oblik.

Pri tome, sa obe strane krive/prave treba da bude približno isti broj tačaka, ili zbir rastojanja sa jedne i sa druge strane krive treba da je približno isti. Jasno je da navedene zahteve može zadovoljiti veći broj linija, što znači da ovakva interpolacija nije jednoznačna. Zbog toga se u praksi koriste analitički postupci interpolacije [8].

[7] U nekim slučajevima koristi se logaritamska skala.
[8] Najčešće se koristi *metod najmanjih kvadrata* [1,4].

0.2 Osnovni merni instrumenti

U toku eksperimentalnih vežbi iz fizike, posebno u prvom ciklusu, veoma često se mere dužina, masa i vreme. Za merenje linearnih dimenzija tela koriste se *lenjir sa nonijusom* i *mikrometarski zavrtanj* kod kojih apsolutna greška iznosi 0,1 ili 0,05 mm i 0,02 ili 0,01 mm, respektivno. Za tačnija merenja dužine, sa tačnošću od 1 μm, koriste se *komparatori*.

Za merenje mase koriste se različite terazije: *tehnička vaga* čija tačnost iznosi 10^{-5} kg (10 mg = 1 cg) i *analitička vaga* sa tačnošću od 10^{-6} kg (1 mg). Proizvode se i *automatske elektronske vage* čija tačnost prevazilazi i 10^{-9} kg.

Za merenje vremena u laboratorijskim praktikumu najčešće se koristi *hronometar*, temperatura se meri *termometrom* sa tečnošću, dok se atmosferski pritisak meri *batometrom*. Jačina električne struje i električni napon se mere *ampermetrom* i *voltmetrom*, koji će ovde takođe biti opisani.

0.2.1 Lenjir sa nonijusom i mikrometarski zavrtanj

Lenjir sa nonijusom je merni instrument koji se koristi za direktno merenje linearnih dimenzija tela: dužine, širine, unutrašnjeg i spoljašnjeg prečnika i dubine. Sastoji se od većeg nepomičnog lenjira L sa milimetarskom podelom i manjeg, pomičnog lenjira N, koji se naziva nonijus, sl.0.2.1.

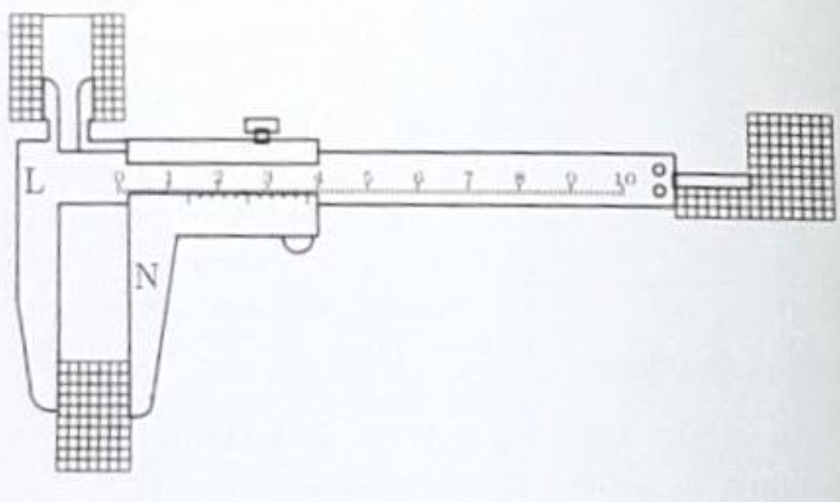
Skala na nonijusu je odabrana tako da dužina n podelaka nonijusa odgovara $(n-1)$ podeoku nepomičnog lenjira. Ako je a – vrednost jednog podeoka na nonijusu, a b – vrednost podeoka na lenjiru, tada je:

$$na = (n-1)b\,, \tag{0.2.1}$$

odnosno,

$$b - a = \frac{b}{n} \equiv \tau\,, \tag{0.2.2}$$

što predstavlja tačnost nonijusa.



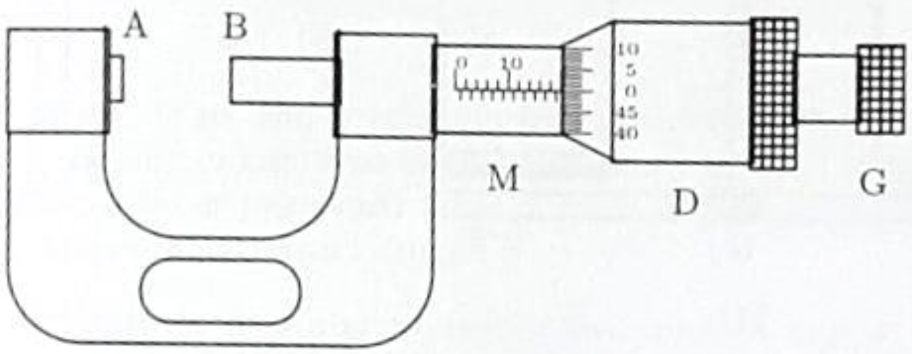
Slika 0.2.1: Lenjir sa nonijusom

U praksi se koriste sledeći nonijusi:

$$\begin{aligned} \tau &= 0,10\ \mathrm{mm}\,, \quad (b = 1\ \mathrm{mm}\,,\ n = 10)\,, \\ \tau &= 0,05\ \mathrm{mm}\,, \quad (b = 1\ \mathrm{mm}\,,\ n = 20)\,. \end{aligned} \tag{0.2.3}$$

U svim navedenim slučajevima način merenja dimenzija tela je isti. Najpre se na skali nepokretnog lenjira očita broj celih milimetara. Zatim se očitaju delovi milimetra tako što se nađe podelak na skali nonijusa koji se najbolje poklapa sa nekim od podelaka skale nepomičnog lenjira i ta vrednost pomnoži sa τ.

Mikrometarski zavrtanj se koristi za tačnija merenja linearnih dimenzija tela: debljine, prečnika itd. Osnovni deo mikrometra je zavrtanj D+G koji se može uvrtati na matricu M, sl.0.2.2. Dužina za koju se zavrtanj pomeri aksijalno pri jednom obrtu naziva se hod. Hod zavrtnja iznosi 0,5 mm kada je kružna skala na dobošu D zavrtnja podeljena na 50 delova, ili 1 mm kada se na ovoj skali nalazi 100 podelaka. Tačnost je određena odnosom njegovog hoda i broja podelaka na kružnoj skali ($\frac{1}{100}$ mm ili $\frac{0,5}{50}$ mm).



Slika 0.2.2: Mikrometarski zavrtanj

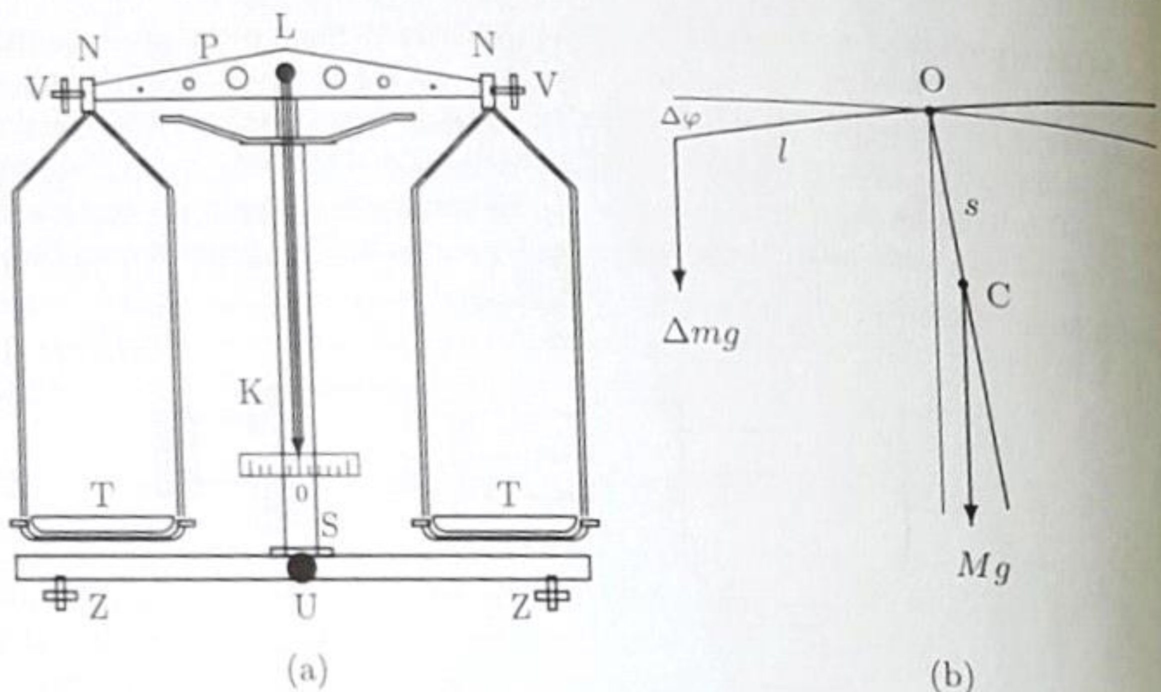
Telo čije dimenzije treba izmeriti stavlja se jednim krajem na površ A. Obrtanje zavrtnja dovodi do naleganja površine B na drugi kraj tela. Da prilikom postavljanja tela ne bi došlo do njegove deformacije, mikrometarski zavrtanj obično ima glavu G (čegrtaljka) koja obezbeđuje bezbedno zatezanje. Na milimetarskoj skali matrice sada se očitaju celi milimetri (i polovine, ako ih ima) dok se stoti delovi milimetra očitavaju na kružnoj skali zavrtnja.

0.2.2 Terazije

Na sl.0.2.3(a) prikazana je tehnička vaga [9] koja se najčešće koristi u laboratorijskom praktikumu. Na osnovnoj ploči vage nalazi se vertikalan stub S na čijem vrhu je postavljen oslonac – ležište poluge L. Ravnokraka poluga P je izrađena u vidu rešetkastog nosača i za nju je učvršćena kazaljka K čiji se vrh nalazi ispred skale na kojoj je označena nula vage (0). Na krajevima poluge su posebni oslonci N koji nose tasove vage T. Oslonci tasova i poluge izrađeni su u obliku čeličnih prizmi koje se svojom oštrom ivicom oslanjaju na ravne uglačane pločice od specijalnih čelika. Na taj način se smanjuje trenje i povećava osetljivost vage. Međutim, ovakva ležišta su veoma osetljiva i mogu se lako oštetiti zbog čega je vaga opremljena posebnim mehanizmom kojim se ležišta mogu osloboditi.

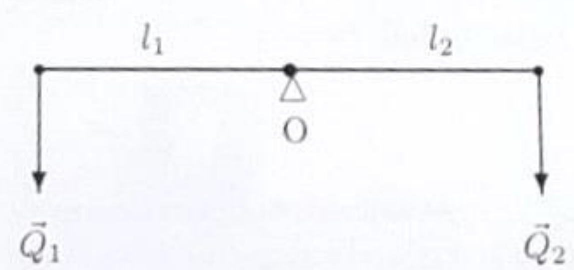
[9] Analitička vaga se po principu rada ne razlikuje od tehničke vage: to je (isto) dvokraka poluga sa osloncem u sredini, kao na sl.0.2.3(b). Ona je „zatvorena" u staklenu kutiju radi otklanjanja smetnji od strujanja vazduha. Pored toga, snabdevena je i amortizerima, kao i jahačem koji joj omogućava 10 puta veću tačnost.

Okretanjem ručice U oslonac poluge se spušta i ona naleže na dva oslonca, a tasovi se spuštaju na osnovnu ploču. Time se sva tri oslonca oslobađaju i vaga je ukočena (aretirana). Vaga se mora zakočiti pri svakoj manipulaciji: postavljanju merenog tela i/ili dodavanje/oduzimanje tegova i sl.



Slika 0.2.3: (a) Tehnička vaga, (b) Osetljivost vage

Pre svakog merenja vagu treba postaviti u horizontalni položaj pomoću dva zavrtnja Z, koji ujedno služe kao nožice vage, i libele (ili viska) na njenoj osnovnoj ploči. Takođe treba podesiti i nulu vage, tj. ravnotežni položaj neopterećene vage, pomoću dva tega – zavrtnja V, koji se nalaze na krajevima poluge [10].



Slika 0.2.4: Ravnoteža vage

Princip merenja terazijama se sastoji u ravnoteži momenata sila (sl.0.2.4) dvokrake poluge:

$$Q_1 l_1 = Q_2 l_2 , \tag{0.2.4}$$

Q_1 predstavlja težinu tela (mase m_1) i ostalih (levih) delova poluge sa tasom (M_1), tj. $Q_1 = (m_1 + M_1)g$. S druge strane, Q_2 je težina tegova (m_2) i ostalih (desnih) delova poluge sa tasom (M_2), odnosno: $Q_2 = (m_2 + M_2)g$. Terazije su „tehnički" vrlo precizno napravljene (a to podrazumeva podjednakost krakova poluge: $l_1 \simeq l_2$ i podjednakost masa tasova i ostalih delova krakova poluge: $M_1 \simeq M_2$), onda iz gornjih razmatranja sledi da je:

$$m_1 = m_2 . \tag{0.2.5}$$

U ravnotežnom položaju terazija masa merenog tela jednaka je masi tegova.

[10] Sve ove operacije radi laborant za fiziku!

Osetljivost i tačnost su veoma važne karakteristike svake vage. *Osetljivost* se definiše kao ugao skretanja kazaljke $\Delta\varphi$ po jedinici mase Δm (obično 10^{-5} kg $\equiv$ 10 mg):

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta m}\left[\frac{\text{pod}}{\text{kg}}\right]. \tag{0.2.6}$$

Recipročna vrednost osetljivosti naziva se *tačnost* vage. Prema osnovnom dinamičkom zakonu rotacionog kretanja i primenom uslova jednakosti momenta sila, pokazuje se da je osetljivost vage direktno proporciona dužini kraka vage (l), a obrnuto proporciona proizvodu mase krakova zajedno sa tasovima (M) i udaljenosti (s) težišta C (slika 0.2.3b) od oslonca O:

$$\omega = \frac{l}{Ms}. \tag{0.2.7}$$

Pored osetljivosti vage, kod preciznijih merenja mase treba uzeti u obzir da je praktično nemoguće napraviti vagu sa idealno jednakim kracima. Radi uklanjanja greške usled nejednakosti krakova vage, koristi se više metoda za merenje mase: Gausova, Bordova i druge.

Gausova ili **metoda dvojnog merenja**: telo mase m koje se meri, prvo se postavi se na levi tas i uspostavi ravnoteža tegovima mase m_1. Zatim se telo postavi na desni tas i uspostavi ravnoteža tegovima mase m_2, koja se neznatno razlikuje od m_1 zbog nejednake dužine krakova. Ako su dužine krakova l_1 i l_2, može se pisati:

$$\left.\begin{aligned} mgl_1 &= m_1 gl_2\,, \\ m_2 gl_1 &= mgl_2\,, \end{aligned}\right\} \Rightarrow m = \sqrt{m_1 m_2}\,. \tag{0.2.8}$$

Pošto se mase m_1 i m_2 neznatno razlikuju,

$$\left.\begin{aligned} m_2 = m_1 + \Delta m\,, \\ \Delta m \ll m\,, \end{aligned}\right\} \Longrightarrow m = m_1\sqrt{1+\frac{\Delta m}{m_1}} \approx m_1\left(1+\frac{1}{2}\frac{\Delta m}{m_1}\right),$$

dobija se:

$$m = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\,. \tag{0.2.9}$$

Prema tome, masa tela se dobija kao srednja aritmetička vrednost masa merenih na levom i desnom tasu. Radi eliminisanja i nejednakosti masa tasova, potrebno je (zajedno sa telom) premestiti i tasove, tj. treba im zameniti mesta!

Bordova ili **metoda supstitucije**: telo se prvo stavi na jedan tas, a ravnoteža vage uspostavi pomoću sitnih kuglica ili peska (tara). Zatim se telo skida i na tas se stavljaju tegovi do uspostavljanja ravnoteže. Na taj način se direktno dobija masa tela i ujedno izbegava greška usled nejednakosti krakova vage i masa tasova.

0.2.3 Hronometar

Hronometar (štoperica) služi za merenje manjih vremenskih intervala, do 30 min [11]. Na sl.0.2.5 je prikazan izgled najčešće upotrebljavanog hronometra. On ima dve kazaljke i dve skale: veliku – *sekundnu* i malu – *minutnu*. Vrednost najmanjeg podeoka na velikoj skali obično iznosi 0,2 s, što znači da je apsolutna greška ovakvog hronometra 0,1 s. Međutim, tačnost merenja zavisi i od brzine reakcije pri uključenju i isključenju hronometra. Da bi greška pri merenju bila manja, mereni interval vremena mora biti dovoljno dug. Npr. pri merenju perioda oscilovanja matematičkog klatna treba izmeriti vreme za desetak oscilacija, a zatim odrediti period oscilovanja.

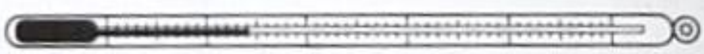
Slika 0.2.5: Štoperica

Puštanje u rad i zaustavljanje hronometra vrši se pritiskom na dugme S. Uspostavljanje početnog položaja vrši se ponovnim pritiskom na isto dugme.

0.2.4 Termometri

Merenje temperature se zasniva na čitavom nizu fizičkih pojava: toplotnom širenju tela (živini, alkoholni i gasni termometri), zavisnosti elektromotorne sile termoelementa od razlike temperatura (termopar), zavisnosti otpora provodnika od temperature (termometri otpora) itd. [12]

Za merenje *sobnih temperatura* najčešće se koristi živin termometar, sl.0.2.6. Živa se nalazi u staklenom rezervoaru koji se produžava u kapilarnu cev konstantnog preseka, zatvorenu na gornjem kraju. Pošto je prečnik kapilarne cevi veoma mali to će i pri neznatnim promenama zapremine žive u rezervoaru, doći do znatne promene nivoa žive u kapilari. To omogućava merenje temperature sa tačnošću od 0,1 ili 0,5 °C. [13]



Slika 0.2.6: Živin termometar

Prilikom merenja temperature, rezervoar termometra mora biti u dobrom toplotnom kontaktu sa sredinom. Da bi se izjednačile temperature žive u rezervoaru i sredine potrebno je određeno vreme (2 – 3 min, za tečnosti, a za gasove i nešto više.) Pri tome, temperaturu treba očitati još dok se termometar nalazi u sredini.

[11] Za najtačnija merenja vremena danas se koriste *atomski časovnici* koji imaju grešku ispod 1 s za 300 godina.

[12] O ovim pojavama konsultovati udžbenike [1].

[13] Pri tome je opseg merenja temperature određen temperaturom mržnjenja žive (−38 °C) i temperaturom na kojoj dolazi do znatnijeg isparavanja žive (300 °C). Za merenje nižih temperatura upotrebljavaju se termometri sa alkoholom (do −120 °C) sa pentanom (do −220 °C). Za merenje visokih temperatura (i do 750 °C) koriste se termometri od naročitog stakla ili kvarca, pri čemu se kapilarne cevi pune azotom pod pritiskom od više bara (1 bar = 10^5 Pa)

0.2.5 Manometri

Pritisak gasova (i tečnosti) u zatvorenim sudovima meri se *manometrima* (od grčke reči *manos* – redak). Za merenje atmosferskog pritiska koriste se *barometri* (*baros* – težak). U studentskom praktikumu, za merenje pritiska gasova najčešće se koristi otvoreni živin manometar, dok se atmosferski pritisak meri pomoću metalnog barometra.

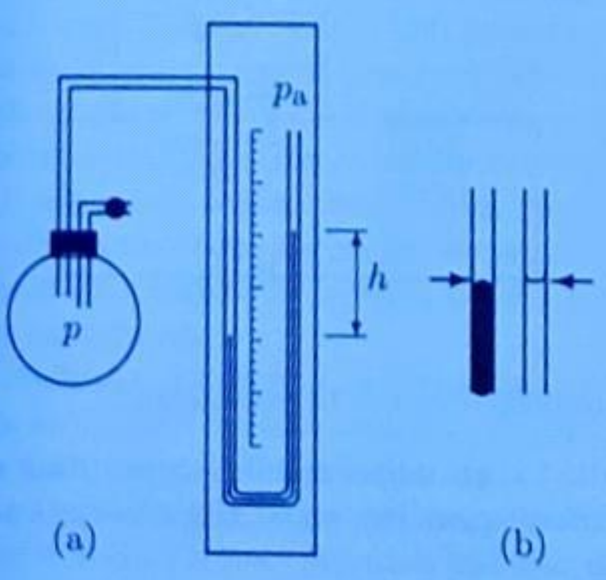
Najprostiji tip manometra je **manometar sa otvorenom cevi**, sl.0.2.7(a), pomoću koga se meri razlika pritisaka. On se sastoji od staklene cevi u obliku latinskog slova U koja sadrži neku tečnost, najčešće živu ili vodu. Iza cevi se nalazi milimetarska skala pomoću koje se meri visinska razlika nivoa tečnosti (h) u kracima cevi. Jedan krak cevi je otvoren prema atmosferi, a drugi je spojen sa sudom u kome se nalazi gas čiji se pritisak meri. Merenje pritiska (p) u sudu svodi se na očitavanje visinske razlike h. Razlika pritisaka u kracima cevi jednaka je hidrostatičkom pritisku stuba tečnosti:

$$p - p_{\mathrm{a}} = \pm \varrho g h\,, \tag{0.2.10}$$

gde je p_{a} atmosferski pritisak, a ϱ gustina manometarske tečnosti. Na taj način, pritisak u sudu iznosi:

$$p = p_{\mathrm{a}} \pm \varrho g h\,, \tag{0.2.11}$$

pri čemu može biti veći (+) ili manji (–) od atmosferskog.



Slika 0.2.7: Manometar sa U cevi

Na tačnost pokazivanja manometra najviše mogu uticati promene temperature, usled promene gustine manometarske tečnosti. Isto tako, na tačnost merenja mogu uticati i kapilarne pojave. Zbog toga, prilikom očitavanja, cev manometra treba kucnuti vrhom prsta kako bi se meniskus postavio pravilnije. Samo očitavanje vrši se prema centralnom delu meniskusa. Ako je meniskus konkavan, očitavanje se vrši prema njegovoj donjoj tangenti. Kod konveksnog meniskusa treba uzeti gornju tangentu, sl.0.2.7(b).

Za merenje atmosferskog pritiska veoma često se koristi membranski manometar, koji se naziva **barometar-aneroid**. Kružna skala ovog barometra kalibrisana je pomoću normalnog živinog barometra [4], a pritisak se najčešće očitava u milibarima (1 m bar = 10^2 Pa).

Glava 1

PRVI CIKLUS VEŽBI

1.1 Određivanje gustine čvrstih tela

Gustina ili zapreminska masa predstavlja jedno od osnovnih svojstava svakog tela. U slučaju homogenog tela, gustina ϱ se definiše kao odnos njegove mase m i zapremine V:

$$\varrho = \frac{m}{V}\left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right]. \tag{1.1.1}$$

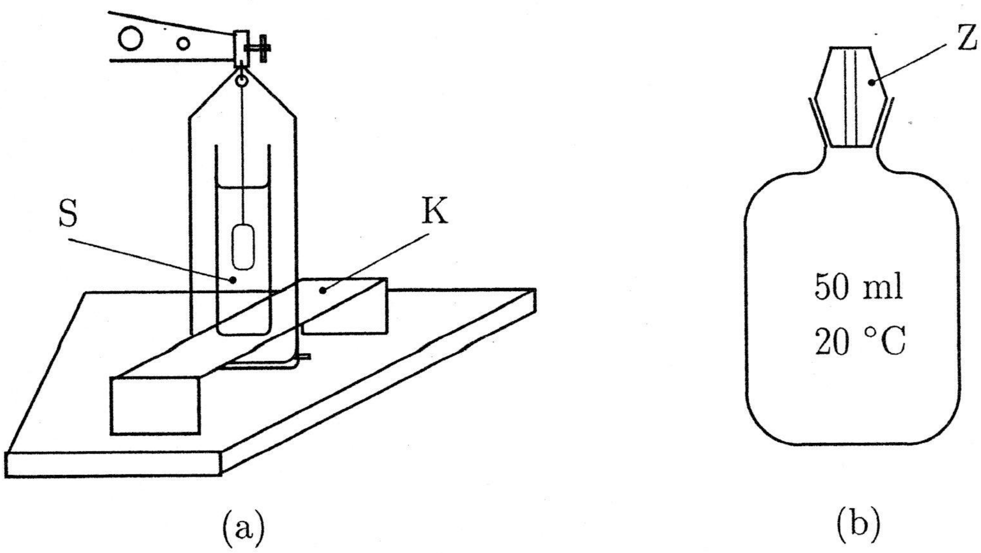
Kod nehomogenih tela ovaj izraz određuje srednju gustinu (detaljnije u [1,2]). Za određivanje gustine čvrstih tela potrebno je poznavati masu i zapreminu. Masa se može direktno izmeriti pomoću vage. Zapremina tela pravilnog geometrijskog oblika može se odrediti direktnim merenjem njegovih dimenzija (npr. lenjirom sa nonijusom ili mikrometarskim zavrtnjem).

Kada je telo nepravilnog oblika, njegova zapremina, a time i gustina, može se odrediti neposredno merenjem zapremine pomoću menzure (telo nerastvorljivo u tečnosti zagnjuri se u nju i odredi promena zapremine). Masa se direktno meri terazijama.

Međutim, zapremina, tj. gustina, može se odrediti i posredno, pomoću potiska koji deluje na telo uronjeno u vodu. Naime, prema Arhimedovom zakonu, telo uronjeno u vodu prividno izgubi od svoje težine onoliko koliko teži njime istisnuta voda. Prema tome, zapremina tela može se odrediti tako što se telo uroni u vodu i izmeri prividan gubitak njegove težine (mase). Gustina vode se pri tome smatra poznatom. Gustina vode na različitim temperaturama može se naći u tabelama. Na taj način se određuje gustina nepravilnih čvrstih tela pomoću hidrostatičke vage i piknometra.

1.1.1 Hidrostatička vaga

Hidrostatička vaga je tehnička vaga, sl.1.1.1(a), na čijoj jednoj strani je okačeno telo tako da se njegova masa može meriti i u vazduhu i u vodi. Ovakvom vagom može se odrediti gustina čvrstog tela, pod uslovom da nije rastvorljivo u vodi i da nije higroskopno.



Slika 1.1.1: (a) Hidrostatička vaga, (b) Piknometar

Telo čija se gustina određuje, veže se lakim koncem o jedan krak vage i odredi masa kada je u vazduhu (m) i kada je potpuno potopljeno u posudu sa vodom (m_{p}). To omogućuje klupica K na koju se postavlja sud S sa vodom. Na osnovu toga može se odrediti zapremina tela jer su, prema Arhimedovom zakonu (videti u [1]), intenziteti sile potiska i težine telom istisnute tečnosti jednaki, tj.

$$m\,g - m_{\mathrm{p}}g = \varrho_0 g\,V\,, \tag{1.1.2}$$

gde je ϱ_0 – gustina vode ($\varrho_0 = 10^3\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ na 4 °C). Prema tome, zapremina iznosi:

$$V = \frac{m - m_{\mathrm{p}}}{\varrho_0} \tag{1.1.3}$$

tako da je, pomoću (1.1.1), tražena gustina tela:

$$\varrho = \varrho_0\,\frac{m}{m - m_{\mathrm{p}}}\,. \tag{1.1.4}$$

Znači, pomoću terazija (sa greškom Δm) mere se mase tela u vazduhu i vodi, a ϱ_0 se uzima iz tabele 1.1.1 (sa sledeće stranice). Greška merenja se izračunava. Rezultate ovih merenja treba obraditi prema uputstvima datim u radnom listu.

1.1.2 Piknometar

Piknometar je staklena bočica sa finim staklenim zatvaračem („šlifovani" čep Z) kroz koji prolazi kanal za isticanje viška tečnosti, sl.1.1.1(b). Pomoću piknometra može se odrediti gustina usitnjenih čvrstih tela ako nisu higroskopna i rastvorljiva u vodi.

Da bi se odredila gustina čvrstog tela, treba najpre izmeriti njegovu masu (m). Zatim se čist i suv piknometar napuni destilovanom vodom i izmeri njegova masa zajedno sa čvrstim telom pored njega (m_1). Konačno, usitnjeno čvrsto telo ubaci se u piknometar i ponovo izmeri njegova masa (m_2). Mase m_1 i m_2 se razlikuju jer je usitnjeno telo istisnulo deo vode iz piknometra. Na osnovu toga može se odrediti zapremina istisnute tečnosti koja je jednaka zapremini tela:

$$V = \frac{m_1 - m_2}{\varrho_0}, \tag{1.1.5}$$

a time, uz definiciju (1.1.1), i gustina čvrstog tela:

$$\varrho = \varrho_0 \frac{m}{m_1 - m_2}. \tag{1.1.6}$$

Prema tome, da bi se odredila gustina čvrstog tela piknometrom, pomoću tehničke vage treba izmeriti: masu usitnjenog tela m, masu piknometra napunjenog destilovanom vodom i tela pored njega m_1 i masu piknometra sa telom ubačenim u njega m_2.

Prilikom prvog merenja treba obratiti pažnju da piknometar bude suv.[1] Nakon sipanja destilovane vode, pomoću posebnog levka, kao i nakon ubacivanja usitnjenog čvrstog tela, piknometar treba dobro izbrisati (osušiti) sa spoljašnje strane.

Pošto je određivanje gustine piknometrom veoma tačno, gustinu destilovane vode ϱ_0 na sobnoj temperaturi treba uzeti iz tabele 1.1.1. Rezultate dobijene direktnim merenjem obraditi prema uputstvu datom u radnom listu.

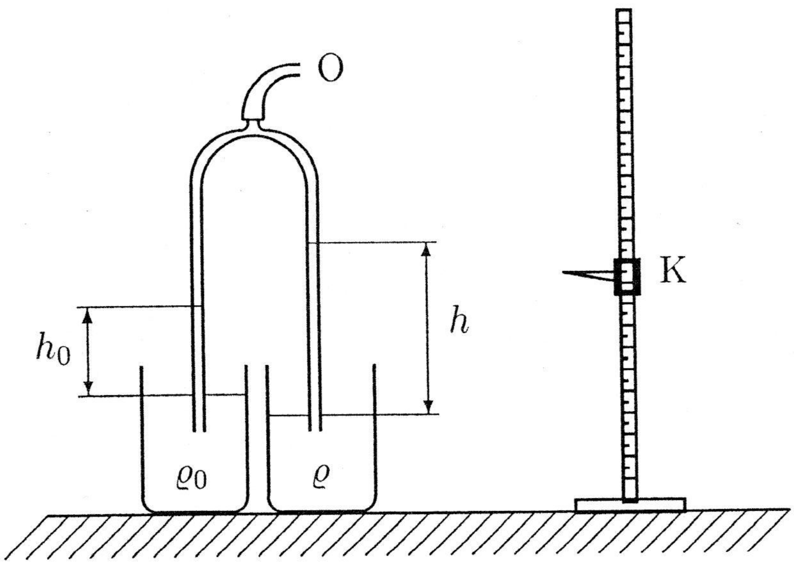
t [°C]	15	16	17	18	19	20	21	22
ϱ $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	999,1	999,0	998,8	998,6	998,4	998,2	998,0	997,8

t [°C]	23	24	25	26	27	28	29	30
ϱ $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	997,6	997,3	997,1	996,8	996,5	996,3	996,0	995,7

Tabela 1.1.1: Gustina destilovane vode na različitim temperaturama

1.2.2 Hidrometar

Hidrometar predstavlja staklenu U – cev, sl.1.2.1 čiji su donji krajevi potopljeni u dve čaše u kojima se nalazi tečnost poznate gustine ϱ_0 (najčešće voda) i tečnost čija se gustina ϱ određuje. Kada se kroz otvor O pumpicom evakuiše nešto vazduha, nivo tečnosti u cevima se podiže. Tečnost se podiže u cevima sve dok se atmosferski pritisak p_a koji deluje na površinu tečnosti u čaši, ne izjednači sa zbirom pritisaka razređenog vazduha u cevi p i hidrostatičkog pritiska stuba tečnosti (detaljnije videti u [1]).



Slika 1.2.1: Hidrometar sa katetometrom

U ravnotežnom položaju za oba kraka hidrometra važe jednakosti:

$$p_a = p + \varrho_0 g\, h_0\,, \quad p_a = p + \varrho\, g\, h\,, \tag{1.2.5}$$

odakle sledi da je gustina nepoznate tečnosti:

$$\varrho = \varrho_0\, \frac{h_0}{h}\,. \tag{1.2.6}$$

Prema tome, gustina nepoznate tečnosti određena je visinama stubova tečnosti u kracima hidrometra koje se mogu direktno meriti pomoću vertikalnog lenjira – *katetometra* K koji je prikazan na sl.1.2.1. Prilikom merenja ovih visina uzimaju se položaji centralnog dela meniskusa u odnosu na nivoe tečnosti u odgovarajućim čašama. Pored toga, treba uvek raditi sa većim visinama stubova tečnosti, jer je tada manja relativna greška. Kao poznatu tečnost uzeti destilovanu vodu sa gustinom prema tab.1.1.1, a rezultate obraditi prema uputstvima datim u radnom listu.

Vežba	GUSTINA ČVRSTIH TELA H I D R O S T A T I Č K A V A G A	DATUM

1) Eksperimentalni podaci:

- temperatura u laboratoriji $t_0 =$
- gustina destilovane vode $\varrho_0 =$
- masa tela (u vazduhu) $m =$
- masa tela (u vodi) $m_{\mathrm{p}} =$
- greška vage $\Delta m =$

---

2) Gustina čvrstog tela

$$\varrho\left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right] = \varrho_0\,\frac{m}{m - m_{\mathrm{p}}} =$$

3) Relativna greška

$$\delta\varrho = \left(\frac{1}{m} + \frac{2}{m - m_{\mathrm{p}}}\right)\Delta m =$$

4) Apsolutna greška

$$\Delta\varrho\left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right] = \varrho\,\delta\varrho =$$

5) Rezultat

$$\varrho\left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right] = \varrho \pm \Delta\varrho =$$

P r e g l e d a o :

Vežba	GUSTINA TEČNOSTI HIDROMETAR	DATUM

1) Eksperimentalni podaci:

- temperatura u laboratoriji $t_0 =$
- gustina destilovane vode $\varrho_0 =$

visina stuba	1	3	3	srednje vrednosti
vode h_0 [mm]				$\overline{h_0} =$
tečnosti h [mm]				$\overline{h} =$

- greška katetometra $\Delta h =$

---

2) Gustina tečnosti

$$\varrho \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right] = \varrho_0 \, \frac{\overline{h_0}}{\overline{h}} =$$

3) Relativna greška

$$\delta\varrho = \left(\frac{1}{\overline{h_0}} + \frac{1}{\overline{h}}\right) \Delta h =$$

4) Apsolutna greška

$$\Delta\varrho \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right] = \varrho \, \delta\varrho =$$

5) Rezultat

$$\varrho \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right] = \varrho \pm \Delta\varrho =$$

P r e g l e d a o :

1.3 Određivanje gravitacionog ubrzanja

Ubrzanje slobodnog padanja g najčešće se određuje pomoću matematičkog klatna. Matematičko klatno predstavlja materijalnu tačku obešenu o neistegljivu nit bez mase. U praksi, kao matematičko klatno može se uzeti telo (mesingana ili olovna kuglica) obešeno o tanak konac čija je dužina znatno veća od veličine tela. Poznato je da period malih oscilacija matematičkog klatna T zavisi jedino od njegove dužine l:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{1.3.1}$$

(detaljnije pogledati u [1]). Merenjem dužine klatna lenjirom i perioda oscilovanja hronometrom, može se, uz pomoć navedene jednačine, odrediti gravitaciono ubrzanje Zemlje:

$$g = 4\pi^2\frac{l}{T^2}\,. \tag{1.3.2}$$

Aparatura za izvođenje ove vežbe, sl.1.3.1(a), sastoji se od metalne kuglice dijametra D koja je obešena o tanak neistegljiv konac dužine l_0. Konac je namotan na kalem tako da se njegova dužina može malo menjati, obično oko 1 m. Dužina klatna predstavlja udaljenost od tačke vešanja do težišta kuglice i može se odrediti merenjem dužine konca lenjirom i dijametra kuglice mikrometarskim zavrtnjem:

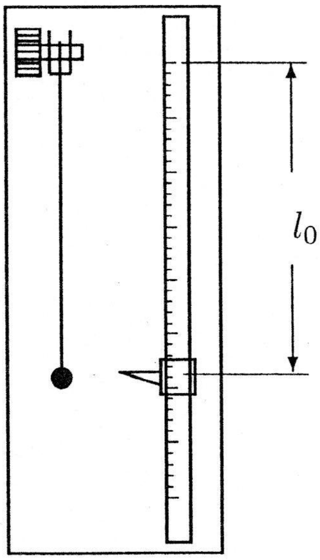
$$l = l_0 + \frac{D}{2}\,. \tag{1.3.3}$$

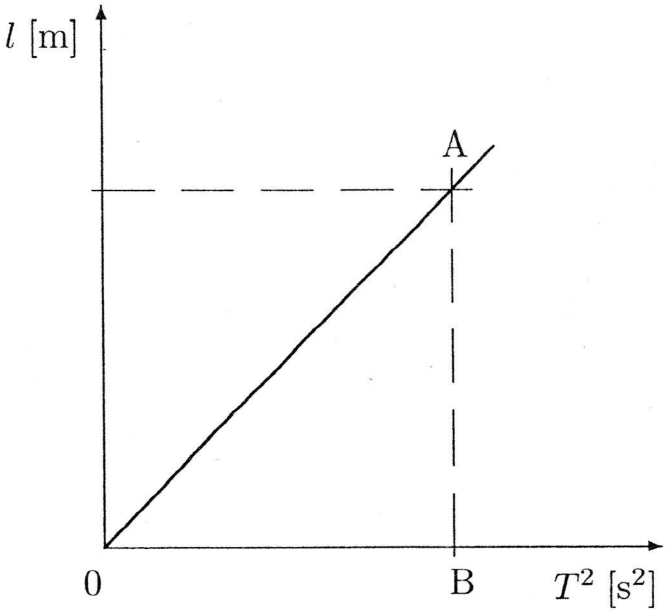
Period malih oscilacija klatna određuje se iz većeg broja oscilacija kako bi se smanjila greška pri merenju vremena hronometrom. Ako se izmeri ukupno vreme τ za n izvršenih celih oscilacija (obično $10-20$), tada je period oscilovanja:

$$T = \frac{\tau}{n}\,. \tag{1.3.4}$$

Da bi merenje perioda oscilovanja bilo što tačnije, oscilacije klatna treba odbrojavati u odnosu na ravnotežni položaj. Prolazak klatna kroz ravnotežni položaj može se tačnije odrediti od prolaska kroz amplitudni položaj. U amplitudnom položaju brzina kuglice klatna postepeno se smanjuje do nule, pa nije moguće tačno odrediti trenutak zaustavljanja.

Na osnovu izmerenih vrednosti perioda oscilovanja za više različitih dužina, obično desetak, konstruiše se grafik $l = f(T^2)$. Ukoliko su merenja izvršena dobro, sve tačke na grafiku treba da leže na pravoj liniji koja prolazi kroz koordinatni početak, sl.1.3.1(b).





Slika 1.3.1: (a) Matematičko klatno, (b) Grafik $l = l(T^2)$

Pomoću ovog dijagrama može se grafički odrediti srednja vrednost ubrzanja slobodnog padanja:

$$\overline{g} \equiv 4\pi^2 \frac{\overline{AB}}{\overline{0B}}\,, \tag{1.3.5}$$

pri čemu tačku A treba uzeti pri kraju prave linije. Pošto relacija (1.3.5) važi samo za male oscilacije matematičkog klatna, treba voditi računa o tome da ugaona amplituda ne bude veća od 5° kao i da se oscilacije vrše samo u jednoj ravni [2]. Rezultate merenja treba obraditi prema uputstvima datim u radnom listu. Obratiti pažnju na zamenu brojnih vrednosti fizičkih veličina u SI jedinicama (videti u [2]).

[2]Za proizvoljne zmplitude oscilovanja, period oscilovanja zavisi od amplitude:

Vežba	GRAVITACIONO UBRZANJE M A T E M A T I Č K O K L A T N O	DATUM

1) Eksperimentalni podaci:

Br. m.	l [cm]	τ [s]	n	$T = \frac{\tau}{n}$ [s]	T^2 [s^2]
1					
2					
3					
4					
5					
6					

2) Grafik $l = f(T^2)$

Pregledao :

3) Ubrzanje slobodnog padanja

$$\bar{g}\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right] = 4\,\pi^2\,\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{0\mathrm{B}}} =$$

1.4 Torziona konstanta i moment inercije

1.4.1 Određivanje torzione konstante i modula smicanja

Kada na homogenu žicu, koja je na jednom kraju učvršćena, deluje spreg sila, tada dolazi do njenog uvrtanja – torzije. Eksperimentalno je dokazano da ugao uvrtanja žice φ linearno zavisi od intenziteta momenta sprega M u granicama elastičnih deformacija:

$$\varphi = \frac{1}{C} M . \tag{1.4.1}$$

Koeficijent C, koji se naziva *torziona konstanta, predstavlja intenzitet moment sprega sila koji dovodi do uvrtanja od* 1 rad. Torziona konstanta zavisi od dužine žice l, poluprečnika kružnog preseka r, kao i od modula smicanja E_S materijala žice:

$$C = \frac{\pi}{2} \frac{E_S r^4}{l} \tag{1.4.2}$$

(detaljnije videti u [1]).

Za određivanje torzione konstante postoje dve metode: statička i dinamička. Ovde je opisana statička, a dinamička metoda se koristi za određivanje momenta inercije čvrstih tela nepravilnog oblika.

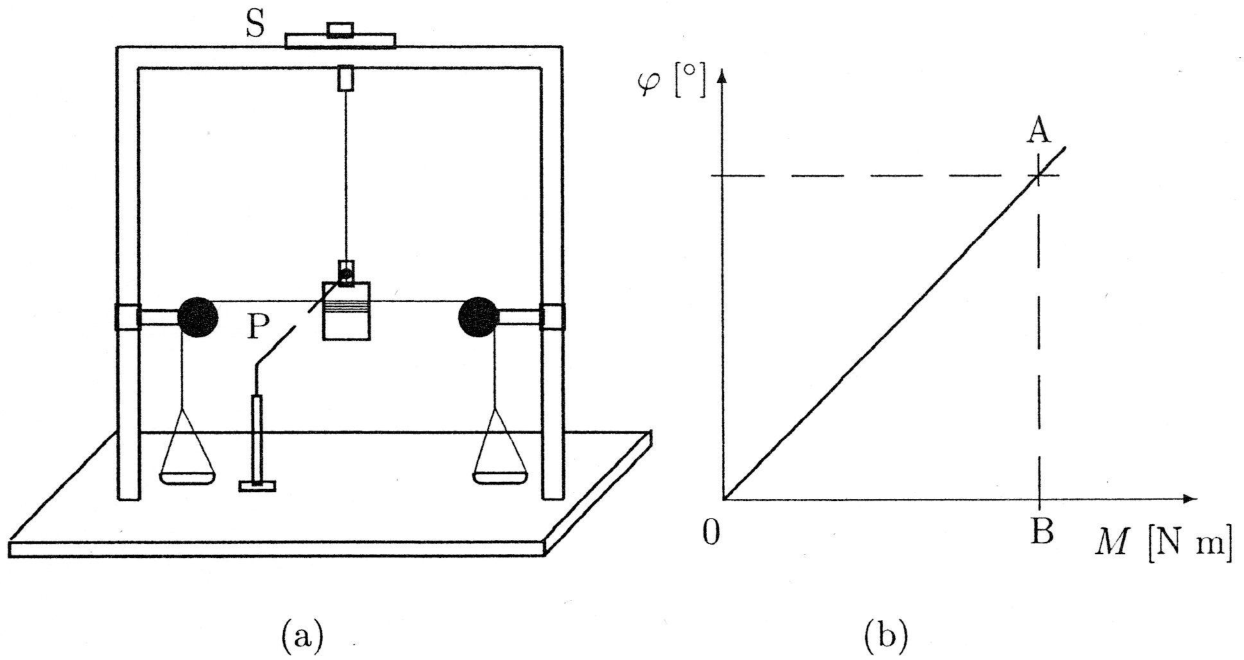
Na slici 1.4.1(a) prikazana je aparatura za određivanje torzione konstante, odnosno modula smicanja. Na gornjem delu drvenog rama aparature postavljena je kružna skala S sa ugaonom podelom u stepenima. Na kružnoj skali se očitava ugao uvrtanja žice za koju je pričvršćeno valjkasto telo dijametra D. Valjak je nekoliko puta omotan koncem na čijim krajevima vise mali tasovi. Na valjku se nalazi pokazivač P koji omogućava da se valjak uvek postavlja u isti položaj prema nepokretnom pokazivaču.

Pre početka merenja, kada su tasovi neopterećeni, pokazivače treba postaviti jedan naspram drugog pri čemu je kazaljka kružne skale na nultom podeoku. Nakon toga tasovi se opterećuju tegovima iste mase m, obično od 10^{-2} kg. Težine ovih tegova obrazuju spreg sila, čiji je momenta intenziteta $M = mgD$, koji uvrće žicu za određeni ugao. Ugao uvrtanja se očitava na kružnoj skali pošto se prethodno pokazivač na valjku vrati u početni položaj. Na ovaj način teba izvršiti bar pet merenja i rezultate merenja uneti u tabelu na radnom listu. Dužina žice l meri se lenjirom, a njen poluprečnik kao i dijametar valjka nonijusom.

Na osnovu podataka iz tabele sa radnog lista, konstruiše se grafik $\varphi = f(M)$. Tačke na grafiku, slika 1.4.1(b), treba približno da leže na pravoj liniji koja polazi iz koordinatnog početka. Koeficijent pravca ove prave predstavlja recipročnu vrednost torzione konstante, tj.

$$\overline{C} = \frac{\Delta M}{\Delta \varphi} \equiv \frac{\overline{\mathrm{0B}}}{\overline{\mathrm{AB}}} \frac{180}{\pi} . \tag{1.4.3}$$

Faktor $180/\pi$ u ovoj relaciji javlja se zbog pretvaranja ugaonih stepeni u radijane [3]. Na taj način se određuje srednja vrednost torzione konstante pri čemu tačku A na grafiku treba uzeti pri kraju prave. Dobijene vrednosti se obrađuju prema uputstvima u radnom listu.



Slika 1.4.1: (a) Aparatura (b) Grafik $\varphi = \varphi(M)$

Poznavanje torzione konstante omogućava da se pomoću izraza (1.4.2) odredi modul smicanja materijala žice:

$$\overline{E}_{\mathrm{S}} = \frac{2l\overline{C}}{\pi r^4} . \tag{1.4.4}$$

Sve veličine koje ulaze u prethodnu relaciju izražavaju se u jedinicama SI sistema, tako da se modul smicanja dobija u $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$.

Vežba	TORZIONA KONSTANTA I MODUL SMICANJA S T A T I Č K A M E T O D A	DATUM

1) Eksperimentalni podaci:

Br.m.	m [kg]	φ [°]	M[Nm]
1			
2			
3			
4			
5			
6			

- dužina žice $l =$
- greška lenjira $\Delta l =$
- poluprečnik žice $r =$
- prečnik cil.tela $D =$
- greška nonijusa $\Delta r =$

2) Grafik $\varphi = f(M)$

Pregledao :

3) Torziona konstanta

$$\overline{C}\left[\frac{\mathrm{Nm}}{\mathrm{rad}}\right] = \frac{\overline{0\mathrm{B}}}{\overline{\mathrm{AB}}}\frac{180}{\pi} =$$

4) Modul smicanja

$$\overline{E}_{\mathrm{S}}\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\right] = \frac{2l\overline{C}}{\pi r^4} =$$

1.5 Koeficijent površinskog napona tečnosti

Iz iskustva je poznato da se površina tečnosti ponaša kao zategnuta opna koja se suprostavlja povećanju svoje površine [3]. Objašnjenje za ovu pojavu nalazi se u međumolekulskoj interakciji. Na svaki molekul u tečnosti deluju privlačne sile (električne prirode) svih ostalih susednih molekula. Ako se molekul nalazi u površinskom sloju, onda je rezultantna sila na njega usmerena u dubinu tečnosti (detaljnije proučiti u [1]).

Takvo ponašanje slobodne površi tečnosti – površinski napon, opisuje se pomoću *koeficijenta površinskog napona* γ. *On se definiše kao rad* ΔA *koji je potrebno uložiti da bi se površina tečnosti povećala za jediničnu vrednost* ΔS, ili kao intenzitet sile F koja deluje normalno na jedinicu dužine L linije koja „opasuje" u graničnoj površi tečnosti:

$$\gamma = \frac{\Delta A}{\Delta S} = \frac{F}{L} \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right]. \tag{1.5.1}$$

Za određivanje koeficijenta površinskog napona, u ovoj vežbi su opisane dve relativne metode koje se najčešće sreću u studentskom praktikumu: metoda kapilare i metoda kapi (stalagmometar).

1.5.1 Metoda kapilare

Ako se uska staklena cev – *kapilara* uroni u tečnost koja kvasi staklo (npr. u vodu, alkohol i dr.) tada će se nivo tečnosti u kapilari podići do visine h iznad nivoa u posudi, sl.1.5.1(a). Usled kvašenja zidova kapilare povećala bi se površina tečnosti, međutim, tečnost teži da smanji svoju površinu, usled čega se podiže na neku visinu. Tečnost u kapilari se podiže sve dok se sile površinskog napona ($\vec{F}$, koja deluje na gore i to po unutrašnjem obimu kapilare: $F = \gamma\, 2\pi r$) i težina stuba tečnosti u kapilari ($\vec{Q}$ – vertikalno na dole i $Q = \varrho\, g\, r^2 \pi h$) ne uravnoteže. Iz tog uslova ($F = Q$) za koeficijent površinskog napona se dobija:

$$\gamma = \frac{1}{2}\,\varrho g h r\,, \tag{1.5.2}$$

gde je r unutrašnji poluprečnik kapilare, a ϱ gustina tečnosti.

Na taj način, koeficijent površinskog napona se može odrediti merenjem visine stuba tečnosti (h) i poluprečnika kapilare (r) uz poznatu gustinu tečnosti (ϱ).

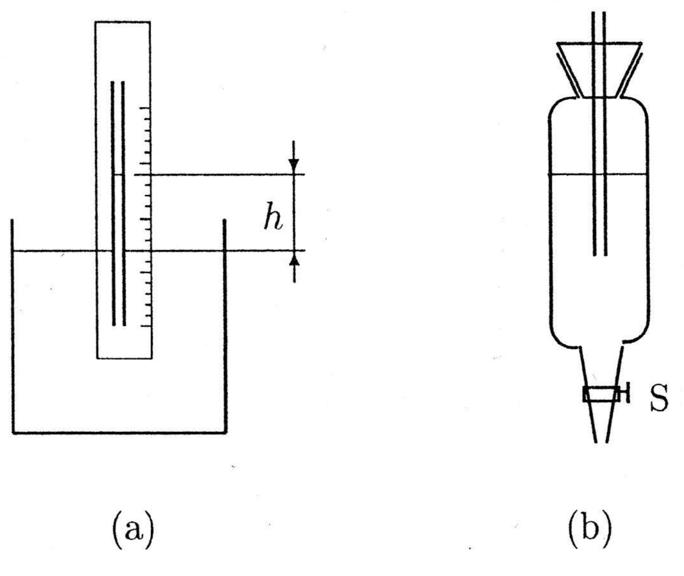
Međutim, da bi se izbeglo komplikovano merenje poluprečnika kapilare, vrši se *relativno* određivanje koeficijenta površinskog napona. Relacija (1.5.2) za poznatu tečnost (obično destilovana voda, $\gamma_0 = 73,26 \cdot 10^{-3} \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$, na +20 °C) ima oblik:

$$\gamma_0 = \frac{1}{2} \varrho_0 g h_0 r \,, \tag{1.5.3}$$

tako da se deljenjem izraza (1.5.2) i (1.5.3) dobija:

$$\gamma = \gamma_0 \frac{\varrho}{\varrho_0} \frac{h}{h_0} \,. \tag{1.5.4}$$

Pomoću ove relacije može se izračunati koeficijent površinskog napona ako se izmeri visina stuba poznate (h_0) i nepoznate (h) tečnosti, sl.1.5.1(a). Ova merenja će biti tačnija ukoliko su zidovi kapilare vlažni i iznad meniskusa. Zbog toga, tečnost treba nekoliko puta povući (usisati) do vrha kapilare. Pored toga, treba voditi računa da se kapilara ne uprlja (zamasti). Pri zameni tečnosti, kapilaru treba nekoliko puta isprati tom tečnošću.



Slika 1.5.1: (a) Kapilara (b) Stalagmometar

Gustine tečnosti mogu se jednostavno odrediti nekom od opisanih metoda ili su poznate za date tečnosti na istoj temperaturi. Rezultate ovih merenja treba uneti u radni list i obraditi prema priloženim uputstvima. Obratiti pažnju na izražavanje veličina u SI jedinicama (videti u [2]).

Vežba	KOEFICIJENT POVRŠINSKOG NAPONA K A P I L A R A	DATUM

1) Eksperimentalni podaci:

- temperatura u laboratoriji $t_0 =$
- gustina destilovane vode $\varrho_0 =$
- koeficijent površinskog napona vode $\gamma_0 = 73,26 \cdot 10^{-3}\ \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$
- gustina tečnosti $\varrho =$

visina stuba	1	3	3	srednje vrednosti
vode h_0 [mm]				$\overline{h_0} =$
tečnosti h [mm]				$\overline{h} =$

- greška lenjira $\Delta h =$

2) Koeficijent površinskog napona tečnosti

$$\gamma \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right] = \gamma_0 \frac{\varrho\, \overline{h}}{\varrho_0\, \overline{h_0}} =$$

3) Relativna greška

$$\delta\gamma = \left(\frac{1}{\overline{h}} + \frac{1}{\overline{h_0}}\right) \Delta h =$$

4) Apsolutna greška

$$\Delta\gamma \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right] = \gamma\, \delta\gamma =$$

5) Rezultat

$$\gamma \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right] = \gamma \pm \Delta\gamma =$$

1.6 Određivanje koeficijenta viskoznosti

Pri strujanju realnih fluida dolazi do pojave protivljenja usmerenom kretanju molekula, odnosno do pojave unutrašnjeg trenja ili najkraće – *viskoznosti.* Ovaj efekat je posledica postojanja, tj. delovanja međumolekulskih interakcija unutar tečnosti. Fenomenološki, intenzitet sile unutrašnjeg trenja pri laminarnom strujanju homogenih tečnosti određen je Njutnovim zakonom viskoznosti

$$F_\eta = \eta\, S\, \frac{dv}{dx}\,, \tag{1.6.1}$$

gde je S dodirna površina između dva sloja tečnosti, a $\frac{dv}{dx}$ gradijent brzine [5]. Koeficijent viskoznosti η izražava se u jedinicama Pa·s i zavisi od prirode fluida i njegove temperature. Pri povećanju temperature, koeficijent viskoznosti se smanjuje kod tečnosti a povećava kod gasova (detalje videti u [1]).

Sila viskoznog trenja igra važnu ulogu u mnogim fizičkim procesima zbog čega postoji čitav niz metoda i uređaja – *viskozimetara* za određivanje koeficijenta viskoznosti. U ovoj vežbi je opisana elementarna Stoksova metoda i dva tipa viskozimetara: Ostvaldov i Heplerov viskozimetar.

1.6.1 Stoksova metoda

Jedna od mogućnosti za određivanje koeficijenta viskoznosti zasniva se na Stoksovom zakonu [6], prema kome: intenzitet sile otpora F_S (deluje na kuglicu poluprečnika r pri njenom kretanju kroz fluid brzinom malog intenziteta v) iznosi:

$$F_\mathrm{S} = 6\pi\eta r\, v\,. \tag{1.6.2}$$

Pored ove sile, sl.1.6.1(a), pri kretanju kuglice kroz viskoznu sredinu, na nju deluju i sila Zemljine teže i sila potiska. Njihovi intenziteti su:

$$Q = mg = \frac{4}{3}r^3\pi\varrho g\,, \quad F_\mathrm{P} = \varrho_t g V = \frac{4}{3}r^3\pi\varrho_t g\,. \tag{1.6.3}$$

Sa ϱ i ϱ_t u u gornjim izrazima označene su gustine materijala kuglice i fluida, respektivno. Pošto Stoksova sila zavisi od brzine, jasno je da će se brzina kuglice povećavati sve dok se njena težina ne uravnoteži sa silom otpora i silom potiska, tj. kada je:

$$Q = F_\mathrm{S} + F_\mathrm{P}\,. \tag{1.6.4}$$

Ta vrednost stalne brzine ($v = \frac{l}{t}$) može se odrediti iz pređenog puta (l) između oznaka na posudi i proteklog vremena (t). Na osnovu toga i prethodnih izraza, dobija se izraz za izračunavanje koeficijenta viskoznosti (konsultovati udžbenike [1]):

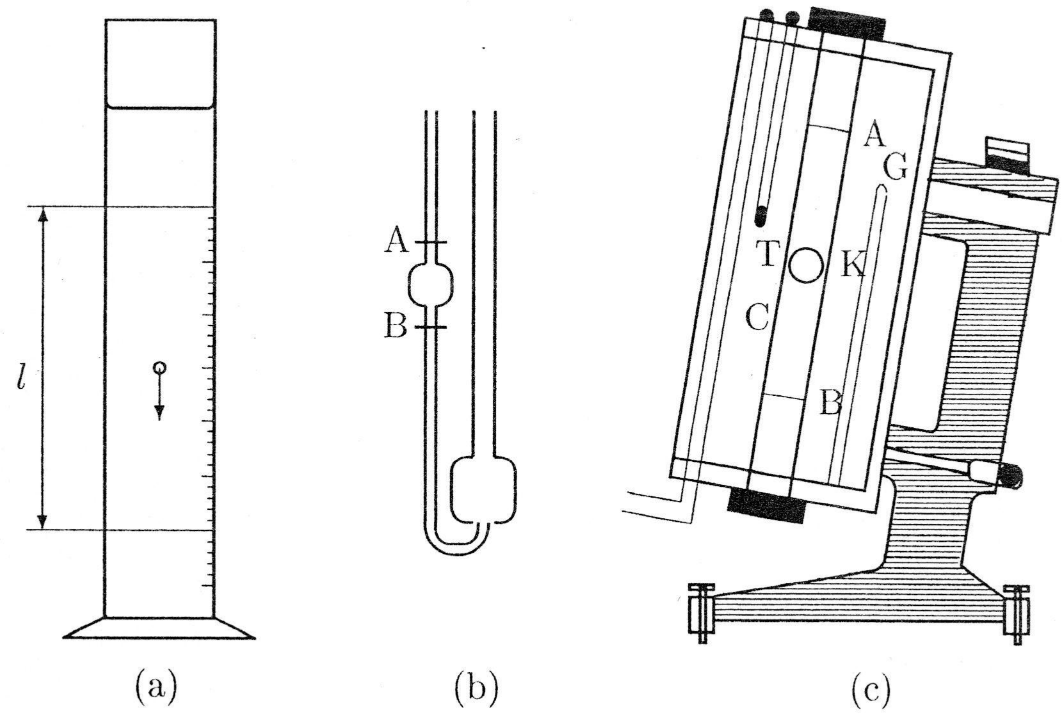
$$\eta = \frac{2r^2 g(\varrho - \varrho_t)\, t}{9l}\,. \tag{1.6.5}$$

---

[5] Gradijent brzine je promena brzine u pravcu normalnom na tok fluida.

[6] Detaljnije o ovom zakonu i uopšte o pojavi viskoznosti, proučiti iz [1].

U ovoj vežbi određuje se koeficijent viskoznosti glicerina ili ulja čiju gustinu treba odrediti. Prečnik staklene kuglice poznate gustine meri se mikrometarskim zavrtnjem, a vreme hronometrom. Potrebno je izvršiti tri merenja i rezultate obraditi prema uputstvima u radnom listu.



Slika 1.6.1: (a) Stoksova metoda (b) Ostvaldov (c) Heplerov viskozimetar

1.6.2 Ostvaldov viskozimetar

Određivanje koeficijenta viskoznosti Ostvaldovim viskozimetrom, sl.1.6.1(b) zasniva se na Poazejevom zakonu. Prema ovom zakonu, zapremina tečnosti V koja za vreme t protekne kroz kapilarnu cev dužine L i poluprečnika R, na čijim krajevima postoji razlika pritisaka Δp, iznosi [7]:

$$V = \frac{\pi R^4 \Delta p\, t}{8 L \eta}\,. \tag{1.6.6}$$

Pomoću ovog izraza može se direktno odrediti koeficijent viskoznosti ako su poznate sve ostale veličine. Međutim, uglavnom se vrše relativna merenja jer su znatno jednostavnija.

Vežba	KOEFICIJENT VISKOZNOSTI STOKSOVA METODA	DATUM

1) Eksperimentalni podaci:

- gustina tela $\varrho =$
- gustina tečnosti $\varrho_t =$
- greške: – lenjira $\Delta l =$
  – mikrometarskog zavrtnja $\Delta r =$
  – hronometra $\Delta t =$

Br. m.	l [m]	r [mm]	t [s]	η [Pa s]	$\Delta\eta$ [Pa s]
1					
2					
3					

- srednja vrednost $\overline{\eta} =$
- maksimalna apsolutna greška $\Delta\eta =$

---

2) Koeficijent viskoznosti

$$\eta = \frac{2r^2 g(\varrho - \varrho_t)t}{9l} \text{ [Pa s]}$$

3) Relativna greška

$$\delta\eta = \frac{2\Delta r}{r} + \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta l}{l}$$

4) Apsolutna greška

$$\Delta\eta = \eta\ \delta\eta \text{ [Pa s]}$$

5) Rezultat

η [Pa s] $= \overline{\eta} \pm \Delta\eta =$

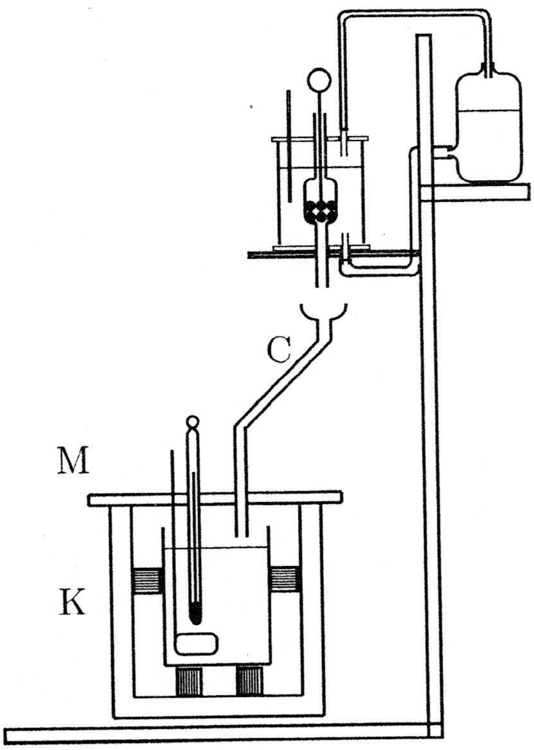
1.7 Određivanje specifične toplote čvrstih tela

Količina toplote ΔQ koja je potrebna za zagrevanje homogenog tela mase m, od temperature t_1 do t_2, proporciona je masi tela i promeni temperature $\Delta t = t_2 - t_1$ (detaljno proučiti iz [1]):

$$\Delta Q = c\, m \Delta t = c_{\mathrm{K}} \Delta t \quad [\ \mathrm{J}\ ]\,, \tag{1.7.1}$$

gde je c – *specifična* toplota tog tela, a c_{K} – *toplotna kapacitivnost*. Ove karakteristike zavise od prirode tela i njegove temperature, zbog čega se eksperimentalno određuju njihove srednja vrednosti za određeni temperaturski interval.

Merenje specifične toplote u ovoj vežbi vrši se pomoću aparature prikazane na sl.1.7.1, metodom mešanja [10]. Čvrsto telo (obično kuglice) mase m, čija se specifična toplota određuje, zagreva se u vodenom kupatilu V do temperature ključanja vode t. Tako zagrejano telo se kroz cev C ubacuje u kalorimetar K poznate toplotne kapacitivnosti c_{K}. U kalorimetru se nalazi voda mase m_1 na sobnoj temperaturi t_1. Nakon određenog vremena u kalorimetru se postiže ravnotežna temperatura t_{m}. Uspostavljanje toplotne ravnoteže potpomaže se mešalicom M. Količina toplote koju je pri tome otpustilo zagrejano telo iznosi:



Slika 1.7.1: Aparatura

$$\Delta Q_{\mathrm{T}} = c\, m\,(t - t_{\mathrm{m}})\,, \tag{1.7.2}$$

dok je količina toplote koju je primio sistem: voda i kalorimetar (čaša, mešalica i termometar):

$$\Delta Q_{\mathrm{S}} = c_{\mathrm{V}} m_1 (t_{\mathrm{m}} - t_1) + c_{\mathrm{K}} (t_{\mathrm{m}} - t_1)\,, \tag{1.7.3}$$

gde je $c_{\mathrm{V}} = 4186.8\ \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}}$ specifična toplota vode.

Pošto se pretpostavlja da sa tela na vodu i kalorimetar toplota prelazi bez gubitaka , tj. da je: $\Delta Q_{\mathrm{T}} = \Delta Q_{\mathrm{S}}$, dobija se sledeća relacija:

$$c = \frac{m_1 c_{\mathrm{V}} + c_{\mathrm{K}}}{m}\,\frac{t_{\mathrm{m}} - t_1}{t - t_{\mathrm{m}}}\,. \tag{1.7.4}$$

Pomoću ove relacije može se odrediti srednja vrednost specifične toplote čvrstog tela u intervalu zemperatura od t_1 do t. Dobijene vrednosti treba obraditi prema uputstvima u radnom listu.

---

[10] Ova metoda se zasniva na eksperimentalnoj činjenici da je u toplotno izolovanom sistemu

Vežba	SPECIFIČNA TOPLOTA Č V R S T O G T E L A	DATUM

1) Eksperimentalni podaci:

- toplotna kapacitivnost kalorimetra $c_{\text{K}} =$
- temperatura zagrejanog čvrstog tela $t =$
- početna temperatura vode u kalorimetru $t_1 =$
- ravnotežna temperatura $t_{\text{m}} =$
- masa čvrstog tela $m =$
- masa vode u čaši kalorimetra $m_1 =$
- greška vage $\Delta m =$
- greška termometra $\Delta t =$

---

2) Specifična toplota

$$c\left[\frac{\text{J}}{\text{kg K}}\right] = \frac{m_1 c_{\text{V}} + c_{\text{K}}}{m}\,\frac{t_{\text{m}} - t_1}{t - t_{\text{m}}} =$$

3) Relativna greška

$$\delta c = 2\left(\frac{1}{t_{\text{m}} - t_1} + \frac{1}{t - t_{\text{m}}}\right)\Delta t + \left(\frac{1}{m} + \frac{c_{\text{V}}}{m_1 c_{\text{V}} + c_{\text{K}}}\right)\Delta m$$

$$\delta c =$$

4) Apsolutna greška

$$\Delta c\left[\frac{\text{J}}{\text{kg K}}\right] = c\,\delta c =$$

5) Rezultat

$$c\left[\frac{\text{J}}{\text{kg K}}\right] = c \pm \Delta c =$$

1.8 Gasni zakoni

Prema molekulsko-kinetičkoj teoriji, stanje gasa je potpuno određeno sa četiri parametra međusobno povezanih jednačinom stanja koja i implicitnom obliku glasi:

$$f(m,p,V,T) = 0 \tag{1.8.1}$$

(m – masa gasa, p – pritisak, V – zapremina, T – apsolutna temperatura). U slučaju idealnog gasa [11], opšta jednačina gasnog stanja – Klapejronova jednačina, ima oblik (detaljno proučiti iz udžbenika [1]):

$$pV = \frac{m}{M} RT\,, \tag{1.8.2}$$

gde je M molska masa gasa, a $R = 8,314\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\ K}}$ univerzalna gasna konstanta. Ova jednačina se može primeniti i kod realnih gasova (npr. vazduh) pri niskim pritiscima i relativno visokim temperaturama.

Stanje idealnog gasa, čija je masa konstantna, određeno je sa tri parametra (p, V, T). Ako još jedan od ova tri parametra ima stalnu vrednost, tada je odnos preostala dva određen poznatim gasnim zakonima (Bojl-Mariotov i Gej-Lisakov, odnosno Šarlov zakon).

1.8.1 Bojl-Mariotov zakon

Prema Bojl-Mariotovom zakonu, proizvod pritiska i zapremine određene količine gasa, pri stalnoj temperaturi (izotermski proces) ostaje konstantan (konsultovati [1]), odnosno:

$$pV = \mathrm{const}\,, \quad T = \mathrm{const}\,; \quad m = \mathrm{const}\,. \tag{1.8.3}$$

Na $p - V$ dijagramu ovaj zakon se može grafički prikazati jednostranom hiperbolom, kao na sl.1.8.1(a).

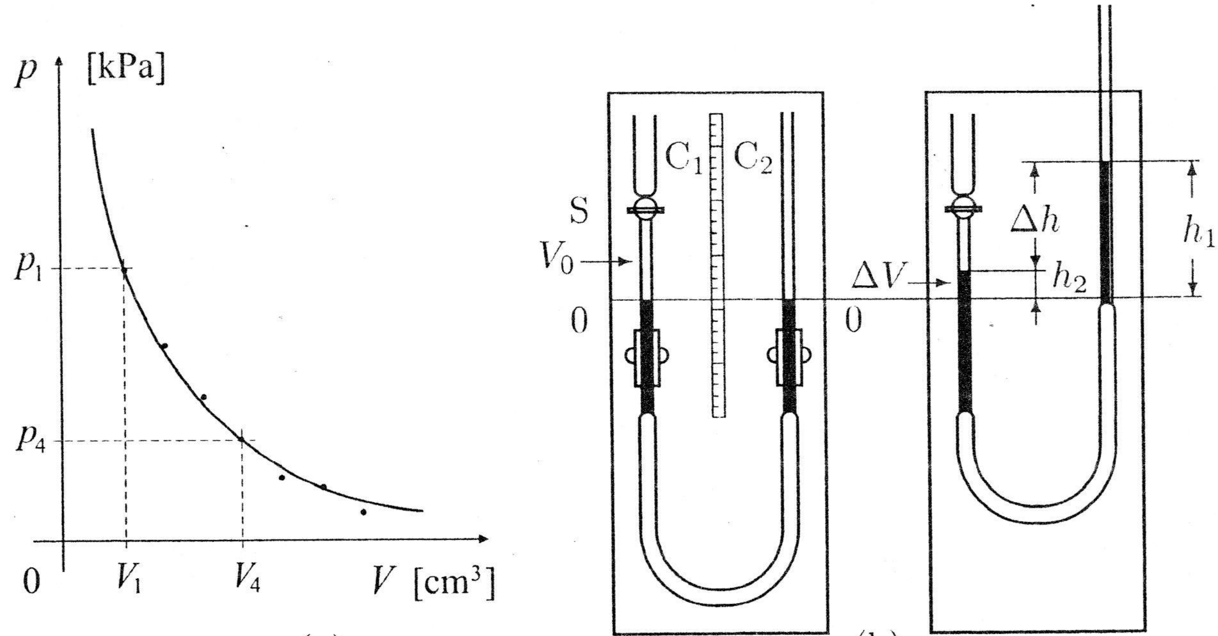
Na sl.1.8.1(b) prikazana je aparatura pomoću koje se može eksperimentalno proveriti Bojl-Mariotov zakon [12]. Dve staklene cevi C_1 i C_2, od kojih se jedna završava slavinom S, spojene su gumenim crevom i pričvršćene za stativ na kojem se nalazi lenjir sa milimetarskom podelom. Pre početka merenja otvori se slavina S i pomeranjem cevi nivo žive dovede u položaj $0-0$. Kada se slavina zatvori tada se između slavine i nivoa žive u cevi C_1 nalazi određena zapremina vazduha V_1 na atmosferskom pritisku $p_1 = p_\mathrm{a}$. Zapremina vazduha u cevi se očitava na skali graduisanoj u cm^3, koja se nalazi ispred slavine. Ova zapremina se može menjati podizanjem (spuštanjem) cevi C_2. Pri tome se pritisak vazduha u cevi C_2 povećava (smanjuje) za iznos hidrostatičkog pritiska stuba žive (videti sliku):

$$p = p_\mathrm{a} + \varrho\, g\, \Delta h\,, \tag{1.8.4}$$

[11] Idealan gas predstavlja skup materijalnih tačaka koje ne deluju međusobno i sa zidovima posude, osim u (s)udarima koji se smatraju apsolutno elastičnim.

[12] U nekim laboratorijama koristi se Feličijev aparat *Zavoda za fiziku u Beogradu.* U tom

gde je ϱ – gustina žive. Kada se na taj način izvrši nekoliko (5 – 6) merenja, treba izračunati proizvode $p \cdot V$. Pošto se radi o izotermskom procesu, ovi proizvodi treba da su približno jednaki (u granicama grešaka merenja) čime se i pokazuje Bojl-Mariotova zakonitost. Pored toga, ako se konstruiše grafik $p = f(V)$, videće se da eksperimentalne tačke leže na jednoj grani hiperbole [13].



(a) (b)

Slika 1.8.1: (a) Bojl-Mariotov zakon (b) Aparatura

Rezultate merenja i njihovu obradu treba srediti na radnom listu.

1.8.2 Gej-Lisakov zakon

Prema Gej-Lisakovom zakonu, pri izohorskim procesima, pritisak date mase gasa menja se linearno sa temperaturom [14], tj.

$$p = p_0\,(1 + \gamma\, t)\,, \qquad V = \text{const}\,; \qquad m = \text{const}\,, \tag{1.8.5}$$

gde je p_0 pritisak gasa na temperaturi od 0 °C. Termički koeficijent pritiska $\gamma \approx \dfrac{1}{273}\,\mathrm{K}^{-1}$ predstavlja relativnu promenu pritiska po jedinici temperature:

$$\gamma = \frac{p - p_0}{p_0}\,\frac{1}{t}\,. \tag{1.8.6}$$

Zavisnost pritiska od temperature (1.8.5) može se grafički prikazati, sl.1.9.1(a), pravom linijom čiji je odsečak na ordinati p_0, a koeficijent pravca $p_0\gamma$.

Prema oznakama sa slike, za proizvoljnu temperaturu t važi:

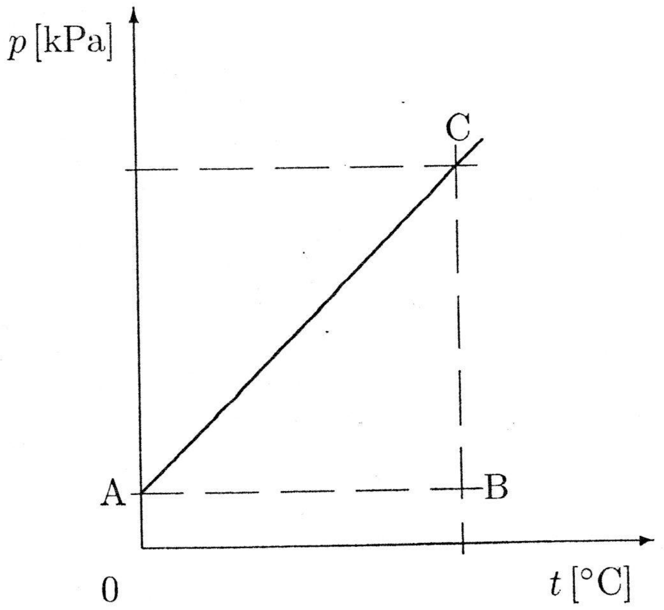
$$\frac{p - p_0}{t} \equiv \frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AB}}}\,, \qquad p_0 \equiv p_\mathrm{A}\,,$$

[13] Pri konstrukciji ovog grafika obratiti pažnju na to da koordinatni početak ne bude u (0, 0), već da na njemu sve eksperimentalne tačke bile pregledno prikazane – slično kao na sl.1.9.1(a).

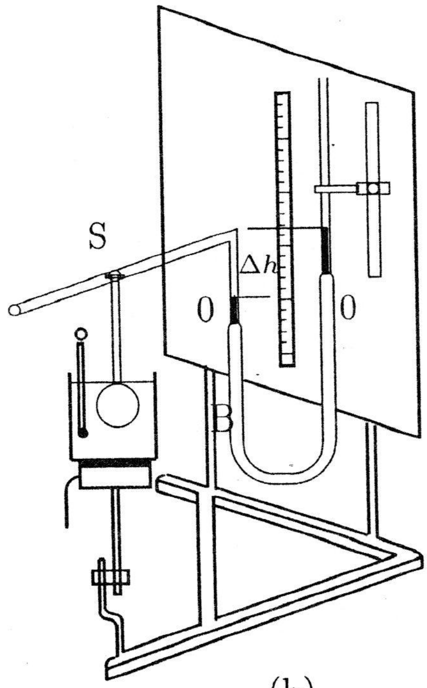
[14] Kod izobarnih procesa (p = const) zapremina date mase gasa menja se linearno sa temperaturom: $V = V_0(1 + \gamma t)$, gde je V_0 zapremina gasa na 0 °C, što predstavlja iskaz Šarlovog

tako da je:

$$\overline{\gamma} = \frac{1}{p_{\mathrm{A}}} \frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AB}}} \left[\frac{1}{{}^\circ\mathrm{C}}\right] . \qquad (1.8.7)$$



(a)



(b)

Slika 1.8.2: (a) Gej-Lisakov zakon (b) Aparatura

Relacija (1.8.7) omogućava da se eksperimentalno odredi termički koeficijent pritiska. Aparatura kojom se vrše ova merenja prikazana je na sl.1.8.2(b). Balon B koji je vezan za nepokretni krak manometra, nalazi se u vodenom kupatilu koje se može zagrevati pomoću električnog grejača. Pre početka zagrevanja nivo žive u manometru dovede se u položaj 0 – 0 pri otvorenoj slavini na balonu. Zatim se slavina zatvori tako da se vazduh u balonu nalazi pod atmosferskim pritiskom na sobnoj temperaturi. Zagrevanjem vode u kupatilu, zagreva se i vazduh u balonu usled čega počinje da se širi i potiskuje živu u manometru. Da bi zapremina vazduha ostala stalna, pomeranjem pokretnog kraka manometra, nivo žive u nepokretnom kraku stalno se održava u položaju 0 – 0. Vazduh u balonu se tada nalazi pod povišenim pritiskom,

$$p = p_{\mathrm{a}} + \varrho g \Delta h ,$$

gde je Δh razlika visina stubova žive u kracima manometra. Pritisak se očitava na svakih 5 °C iznad sobne temperature. Kod svakog merenja grejač treba isključiti i vodu dobro promešati.

Na osnovu dobijenih rezultata konstruiše se grafik $p = p(t)$. Tačke na grafiku približno leže na pravoj liniji koju treba produžiti do preseka sa ordinatom na 0 °C. Kada se na pravoj izabere tačka C pri kraju grafika, tada se pomoću relacije (1.8.7) može izračunati termički koeficijent pritiska. Apsolutna i relativna greška merenja u ovoj vežbi se izračunava u odnosu na tačnu vrednost: $\gamma_{\mathrm{t}} = 0,00366\ {}^\circ\mathrm{C}^{-1}$, tj.

$$\Delta\gamma = |\overline{\gamma} - \gamma_{\mathrm{t}}| \ ; \quad \delta\gamma = \frac{\Delta\gamma}{\gamma_{\mathrm{t}}} ,$$

gde je $\overline{\gamma}$ – sa grafika određena vrednost termičkog koeficijenta pritiska. Rezul-

Vežba	IDEALAN GAS G E J – L I S A K O V Z A K O N	DATUM

1) Eksperimentalni podaci: $p_a =$

Br. m.	t [°C]	Δh [mm]	Δp [kPa]	p [kPa]
1				
2				
3				
4				
5				
6				

$$\Delta p = \varrho g \Delta h,$$
$$p = p_a + \Delta p,$$
$$\varrho = 13\,590\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3},$$
$$g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

2) Grafik $p = p(t)$ ([16]), $V =$

Pregledao :

3) Termički koeficijent pritiska

$$\overline{\gamma}\left[\frac{1}{^\circ\mathrm{C}}\right] = \frac{1}{p_\mathrm{A}}\,\frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AB}}} =$$

[16]Obratiti posebnu pažnju da apscisa počinje sa 0 °C, a ordinata – *dosta* ispod najnižeg izmerenog pritiska!

2.4 Određivanje indeksa prelamanja

Indeks prelamanja neke sredine (n) predstavlja odnos brzine prostiranja svetlosti u vakuumu (c) i brzine svelosti (v) u toj sredini:

$$n = \frac{c}{v}, \quad n \geq 1 . \tag{2.4.1}$$

Pošto je brzina svetlosti najveća u vakuumu, jasno je da se radi o neimenovanom broju koji je veći od jedinice. Za vazduh se obično uzima $n \approx 1$, za vodu je $n = 1.33$ itd. Tačnije vrednosti indeksa prelamanja, koji zavisi od talasne dužine, najčešće se daju za natrijumovu žutu svetlost (D-linija, $\lambda_D = 598.3$ nm).

Kada svetlost pada na graničnu površinu dve različite providne sredine ($n_1 \neq n_2$), jedan njen deo se reflektuje, a drugi prolazi – menjajući, pri tome, pravac prostiranja, tj. prelama se. Prema zakonu prelamanja (proučiti iz udžbenika [1]):

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta , \tag{2.4.2}$$

gde su α i β uglovi koje *upadni* i *prelomljeni* zrak zaklapaju sa normalom na graničnu površinu. Pored toga, upadni zrak, prelomljeni zrak i normala leže u jednoj ravni. Vrednost indeksa prelamanja zavisi od temperature i talasne dužine svetlosti [5] i za većinu karakterističnih materijala može se naći u odgovarajućim tabelama [1,4].

Pomoću zakona prelamanja (2.4.2), u ovoj vežbi određuje se indeks prelamanja staklene planparalelne pločice, grafičkom metodom. Za vežbu je potrebna ravna ploča od stiropora ili mekog drveta, na koju se postavi milimetarski ili beli papir. Na papiru se nacrta osnova planparalelne pločice, sl.2.5.1. Zrak svetlosti pada na planparalelnu ploču u tački A pod uglom α. Na graničnoj površini vazduh-ploča upadni zrak se prelama pod uglom β. Upadni ugao u tački B je β, a prelomni ugao je α jer je ploča izrađena od homogenog materijala. Na taj način, zrak svetlosti izlazi iz pločice paralelno upadnom zraku.

Pošto se pločica nalazi u vazduhu ($n_1 = 1$), za izračunavanje indeksa prelamanja stakla,

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} , \tag{2.4.3}$$

potrebno je odrediti uglove α i β. Pravac upadnog zraka, tj. upadni ugao α, može se odrediti pomoću dve čiode c_1 i c_2 postavljene vertikalno sa jedne strane pločice. Pravac izlaznog zraka se, takođe, može odrediti dvema čiodama c_3 i c_4. One se postavljaju sa druge strane pločice tako da se prilikom gledanja kroz staklo sve četiri čiode poklapaju. Sada se pločica i čiode uklanjaju i na papiru nacrtaju pravci upadnog, prelomljenog i izlaznog zraka. Odnos sinusa uglova α i β može se odrediti grafički. Oko tačke A se opišu dva luka istih poluprečnika. Kako je prema oznakama sa slike, $\overline{AL_1} = \overline{AL_2}$ to je

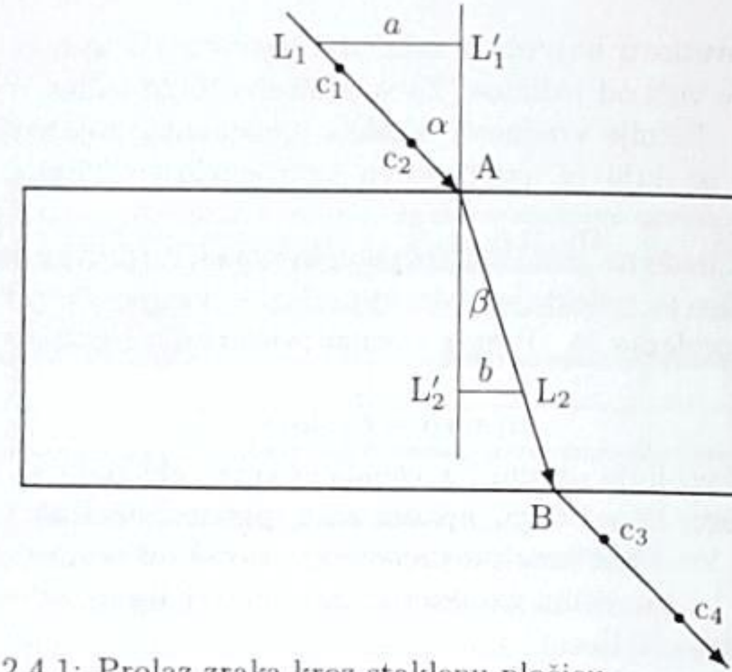
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{a}{b} ,$$

[5] Zavisnost indeksa prelamanja od talasne dužine, odnosno frekvencije, naziva se *disperzija svetlosti*.

tako da se indeks prelamanja:

$$n = \frac{a}{b} \tag{2.4.4}$$

može odrediti merenjem duži a i b.



Slika 2.4.1: Prolaz zraka kroz staklenu pločicu

Opisanim postupkom treba izvršiti tri merenja za različite vrednosti upadnog ugla, uzimajući svaki put veći upadni ugao za oko pet stepeni. Dobijene vrednosti uneti u tabelu i rezultate merenja obraditi prema uputstvima datim u radnom listu.

Vežba	INDEKS PRELAMANJA STAKLENA PLOČICA	DATUM

1) Eksperimentalni podaci:

- greška lenjira $\Delta a = \Delta b \equiv \Delta l =$

Br.m.	a [mm]	b [mm]	n	δn [%]	Δn
1					
2					
3					

- Srednja vrednost $\overline{n} =$
- Maks.aps.greška $\Delta n_{\mathrm{m}} =$

2) Indeks prelamanja

$$n = \frac{a}{b}$$

3) Relativna greška

$$\delta n = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)\,\Delta l$$

4) Apsolutna greška

$$\Delta n = n\,\delta n$$

5) Rezultat

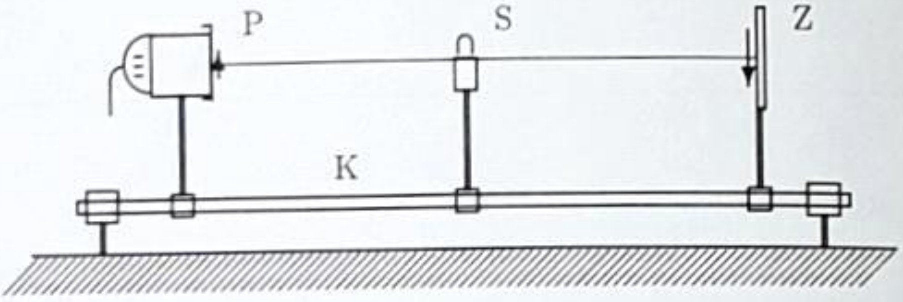
$n = \overline{n} \pm \Delta n_{\mathrm{m}} =$

P r e g l e d a o :

2.5 Određivanje žižne daljine sočiva

Optičko sočivo predstavlja providno telo ograničeno dvema površima, od kojih je bar jedna zakrivljena. Prema načinu prelamanja svetlosti sočiva mogu biti sabirna (konvergentna) i rasipna (divergentna). Kod tankog sabirnog sočiva, paralelan snop zraka prelama se tako da se zraci skupljaju u *žiži*, a njena udaljenost od sočiva je *žižna daljina*. Kod rasipnih sočiva, paralelan snop zraka se nakon prelamanja rasipa, pri čemu se produžeci zraka seku u žiži rasipnog sočiva. I sabirna i rasipna sočiva imaju dve žiže, koje se nalaze na jednakim rastojanjima od sočiva (detaljnije videti u [1]).

U ovoj vežbi opisane su dve metode za određivanje žižne daljine sabirnih sočiva: direktna i Beselova metoda. Aparatura potrebna za ovu vežbu prikazana je na sl.2.6.1. Na optičkoj klupi K nalaze se nosači predmeta P, sočiva S i zaklona Z koji mogu da se pomeraju duž optičke klupe. Pomoću trake sa milimetarskom podelom, koja je smeštena na optičku klupu, može se izmeriti rastojanje predmeta i zaklona od sočiva.



Slika 2.5.1: Optička klupa

2.5.1 Direktna metoda

Žižna daljina f tankog sabirnog sočiva može se direktno odrediti na osnovu jednačine sočiva:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l} \implies f = \frac{p\,l}{p+l}\,, \qquad (2.5.1)$$

merenjem udaljenosti predmeta p i lika l od optičkog centra sočiva. Pri merenju ovih rastojanja, predmet P i zaklon Z treba postaviti na krajeve optičke klupe (greška merenja je tada najmanja). Pomeranjem nosača sočiva duž optičke klupe, može se dobiti oštar i uvećan ili umanjen lik predmeta na zaklonu. Za takav položaj sočiva izmere se rastojanja p i l i pomoću relacije (2.5.1) odredi se žižna daljina sočiva. Promenom rastojanja između predmeta i zaklona, merenja treba ponoviti (još dva puta). Rezultati merenja unose se u tabelu i na osnovu njih nalazi se srednja vrednost žižne daljine i optička moć, tj. jačina sočiva (ω):

$$\omega = \frac{1}{f} \left[\mathrm{d} = \frac{1}{\mathrm{m}}\right] \qquad (2.5.2)$$

(d – dioptrija, jedinica mere jačine sočiva).

Žižna daljina rasipnih sočiva ne može se odrediti direktnom metodom pošto ova sočiva daju imaginarne likove. Međutim, ova teškoća može se lako zaobići pomoću odgovarajućeg sabirnog sočiva. Ako je žižna daljina sabirnog sočiva manja od apsolutne vrednosti žižne daljine rasipnog sočiva ($f_s < f_r \equiv |f_r|$), tada je žižna daljina kombinovanog sočiva pozitivna. Drugim rečima, takav sistem sočiva se ponaša kao jedno sabirno sočivo, pa se njegova žižna daljina može odrediti:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_s} - \frac{1}{f_r} \implies f_r = \frac{f\, f_s}{f - f_s}\,. \qquad (2.5.3)$$

Za određivanje žižne daljine kombinovanog sočiva, u ovoj vežbi ne koristi se direktna već Beselova metoda.

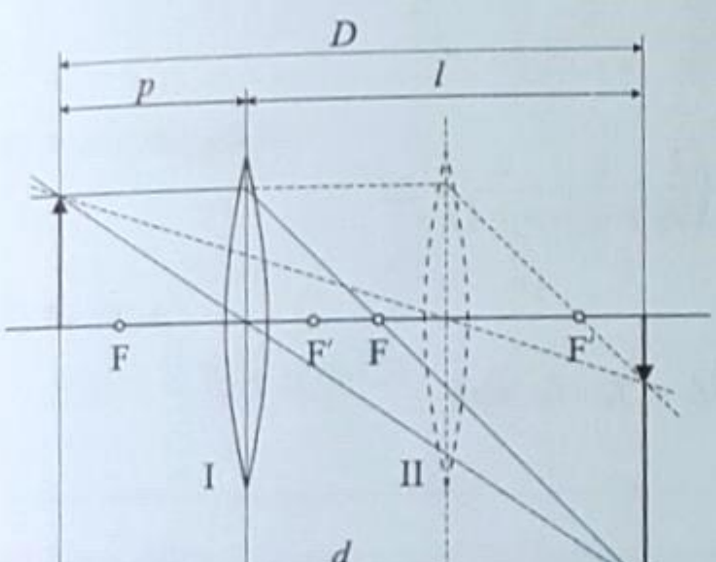
2.5.2 Beselova metoda

Za rastojanje $D > 4f$ između predmeta i zaklona za dato so(c)ivo uvek postoje dva (konjugovana) položaja [6] sočiva pri kojima se na zaklonu dobijaju oštri likovi, u jednom slučaju uvećan (I), a u drugom umanjen (II). Prema oznakama sa slike tada su: $p = l'$ i $l = p'$ i

$$D = p + p'\,; \quad d = l - l'\,; \quad p = \frac{D-d}{2}\,; \quad l = \frac{D+d}{2}\,.$$

Zamenom poslednjeg izraza u jednačinu sočiva (2.5.1) dobija se:

$$f = \frac{D^2 - d^2}{4D}\,. \qquad (2.5.4)$$



Slika 2.5.2: Konjugovani položaji sočiva

U ovoj vežbi, Beselovom metodom određuje se žižna daljina kombinovanog (sabirnog) sočiva za nekoliko rastojanja D. Nakon izračunavanja srednje vrednosti žižne daljine ovog sistema, treba izračunati žižnu daljinu rasipnog sočiva pomoću (2.5.3), uz poznatu – direktnom metodom određenu vrednost žižne daljine sabirnog sočiva. Konačno, pomoću relacije (2.5.2) potrebno je odrediti optičku moć rasipnog sočiva.

[6] U osnovi ovoga leži Fermatov princip reciprociteta – detaljno izložen u [1].

Vežba	ŽIŽNA DALJINA SOČIVA DIREKTNA METODA	DATUM

1) Eksperimentalni podaci:

- Greška M/M-skale na optičkoj klupi $\Delta p = \Delta l =$

Br.m.	p [cm]	l [cm]	f_s [cm]	δf_s [%]	Δf_s [cm]
1					
2					
3					

- Srednje vrednosti: $\overline{f_s} =$ $\Longrightarrow$ $\overline{\omega_s} =$
- Maksimalna apsolutna greška $\Delta f_s^m =$

---

2) Žižna daljina i optička moć sabirnog sočiva

$$f_s = \frac{p\,l}{p+l} \ \text{[cm]}\,, \quad \omega_s = \frac{1}{f_s} \ \text{[d]}$$

3) Relativna greška

$$\delta f_s = \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{l} + \frac{2}{p+l}\right) \Delta l$$

4) Apsolutna greška

$$\Delta f_s = f_s\, \delta f_s \ \text{[cm]}$$

5) Rezultat

f_s [cm] $= \overline{f_s} \pm \Delta f_s^m =$

Pregledao:

Vežba	ŽIŽNA DALJINA SOČIVA BESELOVA METODA	DATUM

1) Eksperimentalni podaci:

- Greška M/M-skale na optičkoj klupi $\Delta D = \Delta d \equiv \Delta l =$

Br.m.	D [cm]	d [cm]	f_k [cm]	δf_k [%]	Δf_k [cm]
1					
2					
3					

- Srednje vrednosti: $\overline{f_k} =$ $\Longrightarrow$ $\overline{\omega_k} =$
- Maksimalna apsolutna greška $\Delta f_k^m =$

2) Žižna daljina i optička moć kombinovanog sočiva

$$f_k = \frac{D^2 - d^2}{4D} \text{ [cm]}, \quad \omega_k = \frac{1}{f_k} \text{ [d]}$$

3) Relativna greška

$$\delta f_k = \left(\frac{2}{D-d} + \frac{1}{D} \right) \Delta l$$

4) Apsolutna greška

$$\Delta f_k = f_k \, \delta f_k \text{ [cm]}$$

5) Rezultat

f_k [cm] $= \overline{f_k} \pm \Delta f_k^m =$

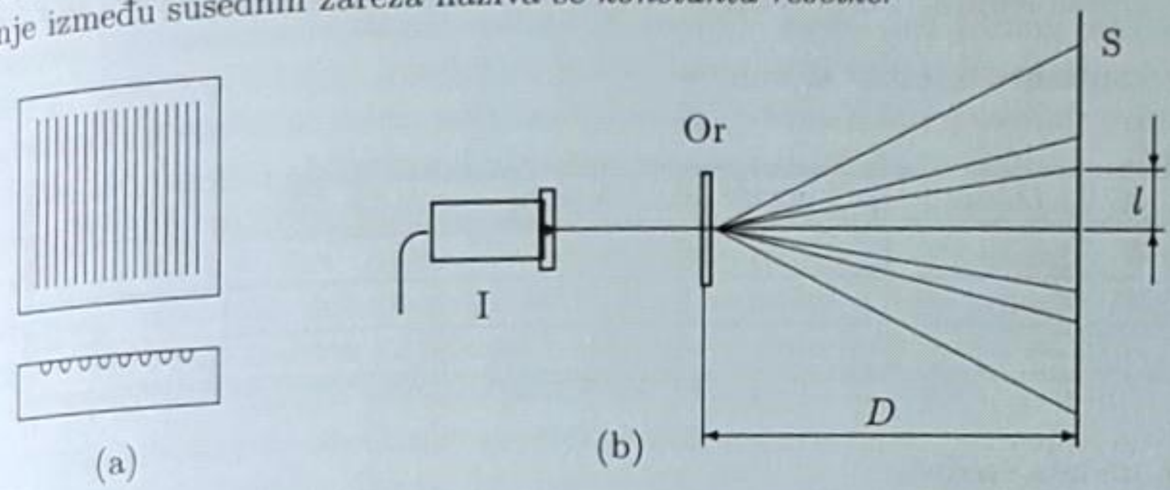
6) Žižna daljina i optička moć/jačina rasipnog sočiva

f_r [cm] $= \dfrac{\overline{f_k}\,\overline{f_s}}{\overline{f_k} - \overline{f_s}} =$ $\Longrightarrow$ ω_r [d] $= \dfrac{1}{f_r} =$

Pregledao:

2.7 Određivanje talasne dužine svetlosti

Optička rešetka predstavlja staklenu pločicu na kojoj je pravilno raspoređen veliki broj paralelnih zareza, i do 100 000 po dužnom centimetru sl.2.8.1(a). Na mestima gde su načinjeni zarezi svetlost se difuzno rasipa, dok se ravne površine između zareza ponašaju kao pukotine koje propuštaju svetlost. Rastojanje između susednih zareza naziva se *konstanta rešetke*.



Slika 2.7.1: (a) Optička rešetka, (b) Aparatura

Merenje talasne dužine monohromatske svetlosti pomoću optičke rešetke zasniva se na difrakciji svetlosti [7]. Snop paralelnih svetlosnih zraka „pada" na optičku rešetku – sl.2.8.1(a), a nakon prolaska kroz rešetku, svetlost se, usled difrakcije, prostire na sve strane. Tu dolazi do pojave interferencije [8]. Na mestima za koje je ispunjen uslov:

$$d\,\sin\theta = n\,\frac{\lambda}{2}\,; \quad n = \begin{cases} 2z & \text{pozitivna interferencija} \\ 2z+1 & \text{negativna interferencija} \end{cases} \tag{2.7.1}$$

gde je d konstanta rešetke, a θ ugao između svetlosnog zraka i normale na površinu rešetke, a $z = 0, 1, 2, \ldots$ red difrakcije.

Pomoću relacije (2.7.1) može se sa velikom tačnošću odrediti talasna dužina monohromatske svetlosti koja pada na optičku rešetku. Pošto je konstanta rešetke u ovoj vežbi poznata, potrebno je izmeriti jedino ugao θ. Prema oznakama sa sl.2.8.1(b) očigledno je: $\sin\theta = \dfrac{l}{\sqrt{D^2+l^2}}$, gde je D udaljenost zaklona S od optičke rešetke Or, a l položaj z-tog difrakcionog maksimuma, odnosno, njegovo rastojanje od položaja nultog maksimuma na zaklonu. Na taj način, talasna dužina svetlosti određuje se pomoću relacije:

$$\lambda = \frac{l\,d}{z\,\sqrt{D^2+l^2}}\,. \tag{2.7.2}$$

Kao svetlosni izvor I, u ovoj vežbi, moře se koristiti: laser, natrijumova lampa ili elektrsčna sijalica sa svetlosnim filterima. Potrebno je izvršiti tri merenja i rezultate obraditi prema uputstvima sa radnog lista.

[7]Difrakcija svetlosti je pojava odstupanja svetlosnih zraka od pravolinijskog prostiranja do kojeg dolazi prilikom prolaska svetlosti kroz uske otvore reda veličine talasne dužine svetlosti.
[8]O ovoj pojavi i uslovima nastanka interferencije proučiti iz [1].

Vežba	TALASNA DUŽINA SVETLOSTI O P T I Č K A V E Š E T K A	DATUM

1) Eksperimentalni podaci: [9]

- greška lenjira $\Delta D = \Delta l =$
- konstanta rešetke d [mm] $=$

z	D [mm]	l [mm]	λ [nm]	$\delta\lambda$ [%]	$\Delta\lambda$ [nm]
1					
2					
3					

- srednja vrednost $\overline{\lambda} =$
- maks.aps.greška $\Delta\lambda_{\mathrm{m}} =$

---

2) Talasna dužina svetlosti

$$\lambda = \frac{l\,d}{z\,\sqrt{D^2 + l^2}}\ [\mathrm{nm}]$$

3) Relativna greška

$$\delta\lambda = \frac{D}{l}\,\frac{D + l}{D^2 + l^2}\,\Delta l$$

4) Apsolutna greška

$$\Delta\lambda = \lambda\,\delta\lambda\ [\mathrm{nm}]$$

5) Rezultat

$\lambda\ [\mathrm{nm}] = \overline{\lambda} \pm \Delta\lambda_{\mathrm{m}} =$

P r e g l e d a o :

[9]**Napomena**
Ukoliko se kao svetlosni izvor koristi laser, voditi računa da snop laserskih zraka ni slučajno ne dospe direktno u oko, jer može doći do oštećenja oka.

2.8 Polarimetrija

Svetlost predstavlja transverzalni elektromagnetni talas kod kojeg se oscilacije međusobno normalnih vektora jačine električnog $\vec{E}$ i indukcije magnetnog polja $\vec{B}$ vrše u ravnima normalnim na pravac prostiranja svetlosti. Pri tome, kod prirodne svetlosti, oscilacije vektora $\vec{E}$ (koji se naziva svetlosni vektor) i $\vec{B}$ vrše se u svim pravcima normalno na pravac prostiranja. U slučaju linearno polarizovane svetlosti, vektor $\vec{E}$ osciluje samo duž jednog određenog pravca [10]. Ravan u kojoj „oscilujući putuje" svetlosni vektor linearno polarizovane svetlosti naziva se *ravan polarizacije*, dok je ravan u kojoj osciluje vektor $\vec{B}$ – *ravan oscilovanja*. Linearno polarizovana svetlost može se dobiti ili refleksijom na površi dielektrika pod određenim uglom ili prolaskom kroz neke prirodne ili veštačke kristale, tzv. polaroide, zahvaljujući dvojnom prelamanju. U laboratorijskim uslovima, polarizovana svetlost se najčešće dobija pomoću Nikolove prizme (detaljnije o ovim pojavama i uslovima dobijanja proučiti iz [1]).

Kada se polarizovna svetlost dobijena jednim polaroidom, propusti kroz drugi polaroid koji se obrće oko pravca prostiranja svetlosti, intenzitet propuštene svetlosti se menja. Takva dva polaroida, koja služe za dobijanje i analizu polarizovane svetlosti, nazivaju se *polarizator* i *analizator*. Prema Malusovom zakonu, intenzitet svetlosti koju propušta analizator varira od nulte do neke maksimalne vrednosti:

$$I = I_m \cos^2 \phi \,, \tag{2.8.1}$$

gde je ϕ ugao između pravca (ravni polarizacije) propuštanja polarizatora i analizatora.

Prilikom prolaska polarizovane svetlosti kroz *optički aktivne supstancije*, npr. kvarc, nikotin itd, dolazi do obrtanja ravni polarizacije. Veličina ugla obrtanja zavisi od dužine puta svetlosti kroz supstanciju, talasne dužine propuštene svetlosti i prirode (vrste) supstancije. U slučaju rastvora optički aktivnih supstanci, kao što je vodeni rastvor šećera, ugao rotacije (α) ravni polarizacije monohromatske svetlosti zavisi od dužine stuba tečnosti l i koncentracije rastvora C, tj.

$$\alpha = [\alpha]\, l\, C \,, \tag{2.8.2}$$

gde je $[\alpha]$ ugao specifične rotacije koji predstavlja karakteristiku optički ak-tivne supstancije. Prema ovoj relaciji, ako se merenjem nađe α, tada se koncentracija rastvora C u % može odrediti ukoliko je poznato $[\alpha]$ za datu supstancu. Međutim, u praksi se češće koristi relativna metoda: ako se izmere uglovi rotacije α_n i α_x rastvora poznate i nepoznate koncentracije C_n i C_x, tada je:

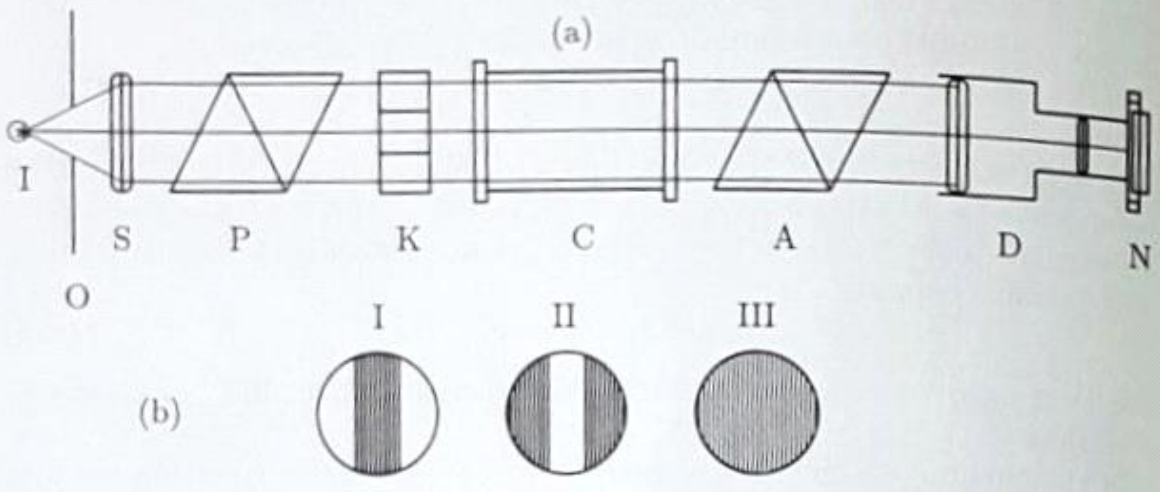
$$C_x = C_n \frac{\alpha_x}{\alpha} \,. \tag{2.8.3}$$

Na osnovu te činjenice, u ovoj vežbi se određuje koncentracija vodenog rastvora šećera.

---

[10] Ljudsko oko ne razlikuje prirodnu – nepolarizovanu od polarizovane svetlosti!

Ugao rotacije ravni polarizacije određuje se pomoću polarimetra čija je principijelna šema prikazana na sl.2.9.1(a). Monohromatska svetlost iz izvora I (obično natrijumova lampa) osvetljava kružni otvor O. Sočivo S daje skoro paralelan snop svetlosti koja zatim prolazi kroz polarizator P, kivetu C, analizator A i konačno ulazi u durbin D. Neposredno iza polarizatora nalazi se kvarcna pločica K kroz koju polarizovana svetlost prolazi nesmetano samo u centralnom delu. Periferijski delovi ove pločice zakreću ravan polarizacije za mali ugao, tako da je kružno vidno polje podeljeno na tamnu centralnu oblast i svetle periferijske delove (I) ili obrnuto (II), sl.2.9.1(b). Zakretanjem analizatora može se dobiti ravnomerna osvetljenost vidnog polja (III). Na taj način se i vrši podešavanje položaja analizatora jer je oko veoma osetljivo na razliku u osvetljenosti susednih površina. Ugao zakretanja analizatora očitava se na kružnoj skali sa nonijusom N postavljenim na prednjoj strani polarimetra.



Slika 2.8.1: (a) Polarimetar (b) Vidno polje okulara

Pre početka merenja, zakretanjem analizatora (bez kivete) treba proveriti da li se nule na kružnoj skali i nonijusu okulara poklapaju pri ravnomernoj osvetljenosti vidnog polja. Onda se u polarimetar postavlja kiveta koja je tako napunjena rastvorom poznate (procentne) koncentracije, da u njoj nema mehurića vazduha. Pošto rastvor obrće ravan polarizacije, vidno polje više neće biti podjednako osvetljeno. Laganim zakretanjem analizatora, ponovo se uspostavlja ravnomerna osvetljenost i na kružnoj skali očita ugao α. Isti postupak se ponovi sa rastvorom nepoznate koncentracije i odredi ugao α_x. Na osnovu toga se, pomoću relacije (2.8.3), izračunava vrednost nepoznate koncentracije.

Vežba	KONCENTRACIJA RASTVORA P O L A R I M E T A R	DATUM

1) Eksperimentalni podaci:

- poznata koncentracija rastvora $C_n =$
- greška ugaonog noniusa $\Delta\alpha_x = \alpha_n = \Delta\alpha =$

Broj merenja			1	2	3	SR.VRED.
UGAO	α_n	[°]				
ZAKRETANJA	α_x	[°]				

2) Koncentracija rastvora

$$C_x\,[\%] = C_n \frac{\overline{\alpha_x}}{\overline{\alpha_n}} =$$

3) Relativna greška

$$\delta C_x = \left(\frac{1}{\overline{\alpha_x}} + \frac{1}{\overline{\alpha_n}}\right) \Delta\alpha =$$

4) Apsolutna greška

$$\Delta C_x\,[\%] = \overline{C_x}\,\delta C_x =$$

5) Rezultat

$$C_x\,[\%] = \overline{C_x} \pm \Delta C_x =$$

P r e g l e d a o:

2.8 Određivanje konstante hlađenja

Prelaz toplote između dva tela, tela i okoline ili dve sredine sa različitim stepenom zagrejanosti (temperaturom), vrši se u smeru hladnijeg tela (sredine). Prelazak toplote odvija se u osnovi pomoću tri mehanizma: kondukcija (provođenje), konvekcija (strujanje) i radijacija (zračenje). Za slučaj hlađenja tela okruženog fluidom, mehanizam provođenja toplote je sveden na najmanju meru, a prenos toplote se uglavnom vrši konvekcijom. Brzinu hlađenja tela okruženog fluidom eksperimentalno je odredio Njutn i utvrdio da je ona proporcionalna razlici temperatura datog tela i okolina:

$$\frac{d\theta}{dt} = -k\,(\theta - \theta_{\mathrm{a}}), \tag{2.8.1}$$

gde je: k – konstanta hlađenja koja zavisi od osobina tela i vrste fluida, θ_{a} – temperatura okolnog fluida vazduha. Posle integracije ove relacije dobija se izraz:

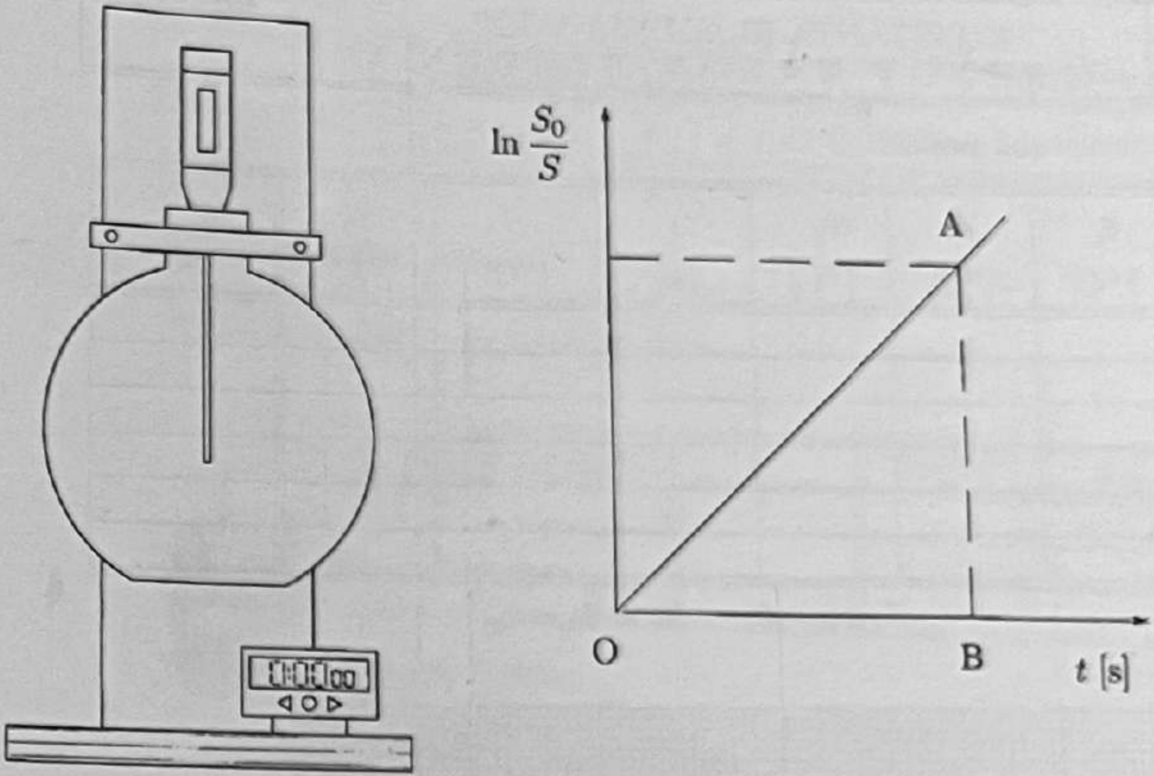
$$\theta - \theta_{\mathrm{a}} = (\theta_0 - \theta_{\mathrm{a}}) \cdot \exp(-k\,t), \quad \text{tj.} \quad S = S_0\,\mathrm{e}^{-k\,t}, \tag{2.8.2}$$

gde su uvedene oznake: $S \equiv \theta - \theta_{\mathrm{a}}$ i $S_0 \equiv \theta_0 - \theta_{\mathrm{a}}$, a θ_0 i θ su temperature u početnom i trenutku t posle početka hlađenja. Logaritmovanjem poslednjeg iraza sledi:

$$\ln\frac{S_0}{S} = k\,t, \tag{2.8.3}$$

koja omogućava da se važenje Njutnovog zakona hlađenja može lako proveriti dobijanjem linearne zavisnosti $\ln(S_0/S) = \mathcal{F}(t)$. Koeficijent pravca ove prave definiše konstantu hlađenja k za dati sistem (stakleni balon napunjen sa vodom). Konstanta hlađenja nekog tela zavisi od više faktora, kao što su osobine tela (masa, specifična toplota, stanje, površina i sl.) i osobine fluida (viskoznost, specifična toplota i dr.).

Uređaj za proveru Njutnovog zakona je prikazan na slici 2.8.1. Sastoji se od staklenog balona napunjenog toplom vodom (oko 80 °C) i digitalnog termometra (ili hronometra) čiji je senzor ubačen u balon kroz čep od gume. Termometrom se meri temperatura vode u balonu u toku vremena koje se meri pomoću hronometra. Preklopnikom se bira opcija merenja (vreme ili temperatura). Ovom kompletu treba još dodati običan termometar za merenje temperature vazduha u laboratoriji.



Slika 2.8.1: Aparatura (levo) i Grafik $\ln(S_0/S) = \mathcal{F}(t)$ (desno)

Iz balona izvaditi lagano čep sa temperaturskim senzorom. Potom, skinuti balon zajedno sa držačem i napuniti ga vrelom vodom iz bojlera (oko 80 °C). Obrisati balon spolja papirnim ubrusom ukoliko je pokvašen prilikom punjenja toplom vodom. Vratiti balon sa držačem na stativ, ubaciti senzor i zatvoriti ga čepom. Očitavati pokazivanje digitalnog termometra u početku sa kraćim vremenskim intervalima (1 – 2 minuta), kasnije na svakih 5, odnosno 10 minuta. Rezultate merenja uneti u odgovarajuću tabelu. Nacrtati grafik zavisnosti $\ln(S_0/S)$ od vremena (t) i sa grafika odrediti (ukoliko je dobijena prava linija) konstantu hlađenja k (koeficijent pravca prave).

Vežba	KONSTANTA HLAĐENJA VODE NJUTNOV ZAKON HLAĐENJA	DATUM

1) Eksperimentalni podaci:

Br. m.	θ_a [°C]	θ [°C]	θ_0 [°C]	t [s]	S [°C]	S_0 [°C]	$\ln \frac{S_0}{S}$ –
1							
2							
3							
4							
5							
6							

$$S = \theta - \theta_a, \quad S_0 = \theta_0 - \theta_a.$$

2) Grafik

0,0092, 177

Pregledao :

3) Konstanta hlađenja

$$\overline{k}\ [\mathrm{s}^{-1}] = \frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{BC}}} =$$