

PROGRAMIRANJE II

P-05: Osnovi pretraživanja

prof. dr **Dražen Brđanin**
2023/24



P-05: Osnovi pretraživanja

■ Sadržaj predavanja

- Osnovni pojmovi o pretraživanju
- Osnovni algoritmi za pretraživanje
 - sekvencijalno pretraživanje (sa varijantama)
 - binarno pretraživanje (sa varijantama)
- Osnovi spoljašnjeg pretraživanja

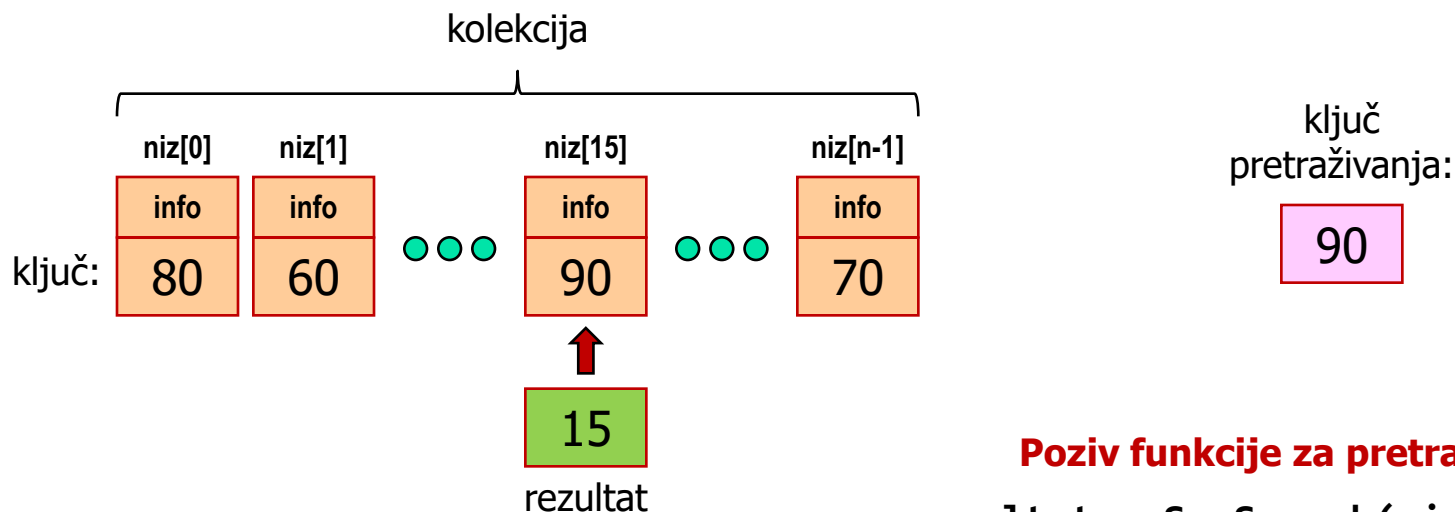


Osnovni pojmovi o pretraživanju

- **PRETRAŽIVANJE** = lociranje (pronalaženje) elementa u kolekciji prema nekom kriterijumu (vrijednosti ključa)
- Pretraživanje je veoma česta aktivnost (utiče na složenost)
- Kolekcija može biti: **uređena** ili **neuređena**
- Klasifikacija pretraživanja **prema mjestu**:
 - **unutrašnje**: pretraživanje kolekcije koja se nalazi u operativnoj memoriji
 - **spoljašnje**: pretraživanje kolekcije koja se nalazi u sekundarnoj memoriji (datoteka)
- **Rezultat pretraživanja**: **uspješno** ili **neuspješno**
- **Ključ pretraživanja**:
 - **primarni ključ**:
 - jedinstveno identifikuje zapis – ne postoje dva zapisa sa istom vrijednošću ključa (npr. ne postoje dvije osobe sa istim JMBG)
 - **sekundarni ključ**:
 - više zapisa u kolekciji može da ima istu vrijednost ključa (npr. svi studenti iz Banjaluke imaju isti broj pošte)

Sekvencijalno pretraživanje

- Alternativni nazivi: **redno** ili **linearno** pretraživanje
- **Osnovne karakteristike** sekvencijalnog pretraživanja:
 - najjednostavnija tehnika pretraživanja
 - pretraživanje **element po element (zapis po zapis)**
 - **jedina moguća tehnika u slučaju neuređenih kolekcija** (i lista)



Poziv funkcije za pretraživanje:
`rezultat = SeqSearch(niz, KLJUC, n)`



Sekvencijalno pretraživanje

■ Implementacija:

```
int SeqSearch (<tip> niz[], <tip> kljuc, int n)
{
    for (int i=0; i<n; i++)
        if (niz[i] == kljuc) return i;
    return -1;
}
```

```
/* pozivajući kod */
if (SeqSearch(niz,kljuc,n)>=0)
    // printf("Uspjesno");
else
    printf("Neuspjesno");
```

■ Analiza složenosti:

- **najgori slučaj** (traženi podatak nalazi se na kraju kolekcije)

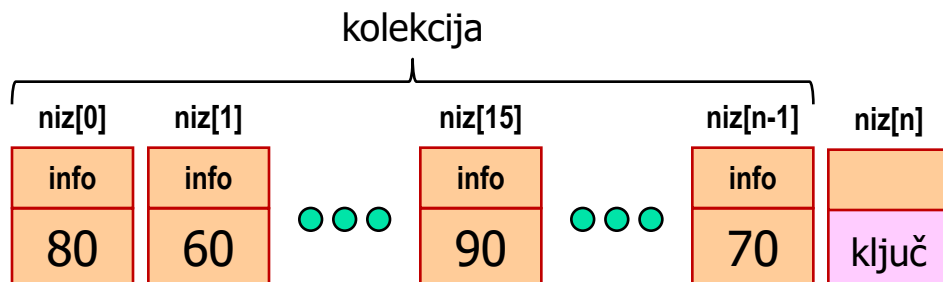
$$T(n)=O(n)$$

- **najbolji slučaj** (traženi podatak nalazi se na početku kolekcije)

$$T(n)=\Omega(1)$$

Sekvencijalno pretraživanje

- Unaprijeđena implementacija (sa stražom):



```
int SeqSearchStraza (<tip> niz[], <tip> kljuc)
{
    int i=0;
    while (niz[i] != kljuc) i++;
    return i;
}
```

```
/* pozivajući kod */
niz[n] = kljuc;
if (SeqSearchStraza(niz,kljuc) == n)
    printf("Pretrazivanje neuspjesno");
else
    printf("Pretrazivanje uspjesno");
```

Složenost:

Najgori slučaj (podatak na kraju):

$$T(n)=O(n)$$

Najbolji slučaj (podatak na početku):

$$T(n)=\Omega(1)$$

Složenost je ista (kao i u prethodnoj implementaciji), ali je izvršavanje malo brže!

Sekvencijalno pretraživanje

■ Unaprijeđena implementacija (ako je kolekcija sortirana):

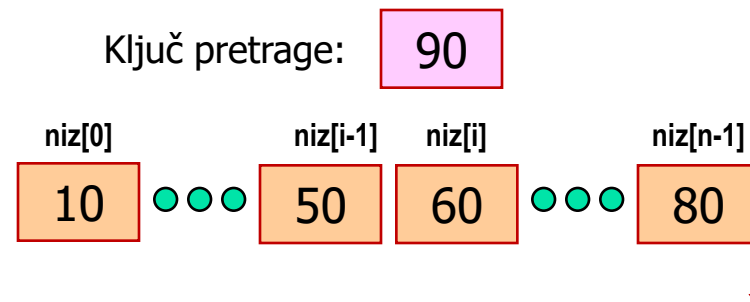
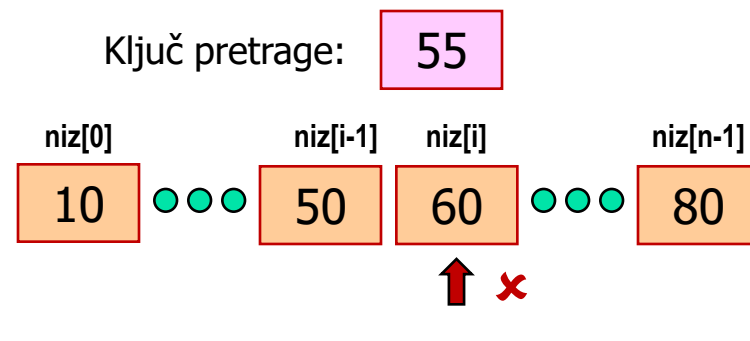
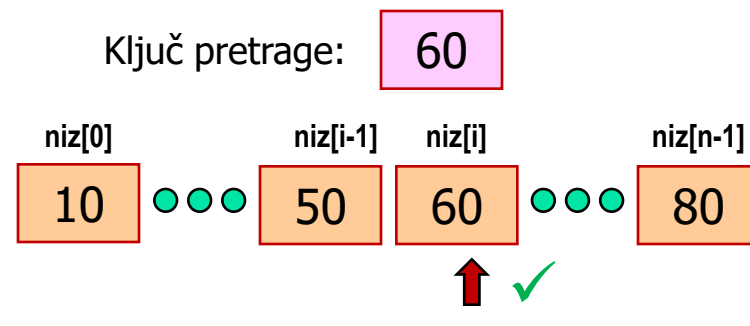
- Ako je kolekcija sortirana (ključevi su u rastućem poretku), pretraživanje se vrši sve dok je ključ pretrage veći od ključeva u kolekciji ili dok se ne dođe do kraja
- Element je pronađen ako nismo došli do kraja i ako je ključ pretrage jednak ključu elementa na kojem je pretraga prekinuta

```
int SeqSorted(<tip> niz[], <tip> kljuc, int n)
{
    int i=0;
    while (niz[i]<kljuc && i<n) i++;
    return (i<n && niz[i]==kljuc);
}
```

Najgori slučaj (podatak na kraju): $T(n)=O(n)$

Najbolji slučaj (podatak na početku): $T(n)=\Omega(1)$

Složenost je ista (kao i u prethodnim implementacijama), ali nema bespotrebnog poređenja.





Sekvencijalno pretraživanje

- **Samoorganizujuće pretraživanje** (*eng. self-organizing search*):
 - **move to front**
 - ako se pretpostavlja da će neki elementi kolekcije češće da se traže, tada se pronađeni element premješta na početak, a svi ostali (koji su se nalazili ispred) jedno mjesto prema kraju
 - **move to back**
 - ako se pretpostavlja da se elementi kolekcije nakon pretraživanja neće dugo ponovo tražiti onda se element nakon pronalaženja premješta na kraj, a svi ostali (koji su se nalazili iza) jedno mjesto prema početku

```
int MoveToFront(<tip> niz[], <tip> kljuc, int n)
{
    for (int i=0; i<n; i++)
        if (niz[i] == kljuc)
        {
            <tip> pom = niz[i];
            for ( ; i>0; i--) niz[i]=niz[i-1];
            niz[0] = pom;
            return 0;
        }
    return -1;
}
```

```
int MoveToBack(<tip> niz[], <tip> kljuc, int n)
{
    for (int i=0; i<n; i++)
        if (niz[i] == kljuc)
        {
            <tip> pom = niz[i];
            for ( ; i<n-1; i++) niz[i]=niz[i+1];
            niz[n-1] = pom;
            return n-1;
        }
    return -1;
}
```




Binarno pretraživanje

- **Alternativni naziv: pretraživanje polovljenjem intervala**
- **Osnovne karakteristike** binarnog pretraživanja:
 - primjer "*divide and conquer*" algoritma
 - ne mora nužno da se odnosi na pretraživanje konačne kolekcije (niz), već može da se primjenjuje i za pretraživanje beskonačne kolekcije (npr. interval na kojem se traži realno rješenje neke jednačine)
 - **pretpostavlja se da je kolekcija u uređenom redoslijedu** (npr. sortiran niz, realni ili cjelobrojni interval itd.)
- **Osnovni princip:**
 - sve dok se ne pronađe tražena vrijednost, polazna kolekcija se dijeli na dva dijela i u svakom koraku odbacuje ona polovina u kojoj se ne nalazi tražena vrijednost, a pretraga nastavlja u dijelu u kojem se sigurno nalazi tražena vrijednost
- **Ako je kolekcija diskretna** (tj. ako sadrži konačan broj elemenata n):
 - prvo se određuje srednji element – ako je on jednak ključu traženja pretraga je završena
 - ako je ključ pretrage manji od srednjeg elementa, pretraga se nastavlja u polovini u kojoj se nalaze elementi koji su manji od srednjeg elementa
 - ako je ključ pretrage veći od srednjeg elementa, pretraga se nastavlja u polovini u kojoj se nalaze elementi koji su veći od srednjeg elementa

Binarno pretraživanje

■ Binarno pretraživanje niza - ilustracija uspješnog pretraživanja

| | | | | | | | | | | | |
|-----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Polazna kolekcija: | niz[0] | niz[1] | niz[2] | niz[3] | niz[4] | niz[5] | niz[6] | niz[7] | niz[8] | niz[9] | Ključ: |
| | 2 | 5 | 6 | 8 | 9 | 12 | 15 | 21 | 23 | 25 | 12 |

$$\text{begin}=0, \text{end}=9 \Rightarrow \text{sredina}=(\text{begin}+\text{end})/2=9/2=4$$

| | | | | | | | | | | | |
|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----------------------|
| 1. prolaz (polovljenje): | niz[0] | niz[1] | niz[2] | niz[3] | niz[4] | niz[5] | niz[6] | niz[7] | niz[8] | niz[9] | niz[sredina] ≠ ključ |
| | 2 | 5 | 6 | 8 | 9 | 12 | 15 | 21 | 23 | 25 | |

$$\text{sredina}=(\text{begin}+\text{end})/2=14/2=7$$

| | | | | | | |
|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|----------------------|
| 2. prolaz (polovljenje): | niz[5] | niz[6] | niz[7] | niz[8] | niz[9] | niz[sredina] ≠ ključ |
| | 12 | 15 | 21 | 23 | 25 | |

$$\text{sredina}=(\text{begin}+\text{end})/2=11/2=5$$

| | | | |
|-----------------------------|--------|--------|---------------------------|
| 3. prolaz (polovljenje): | niz[5] | niz[6] | niz[sredina] = ključ ✓ |
| | 12 | 15 | |

Binarno pretraživanje

■ Binarno pretraživanje niza - ilustracija neuspješnog pretraživanja

Polazna kolekcija:

| niz[0] | niz[1] | niz[2] | niz[3] | niz[4] | niz[5] | niz[6] | niz[7] | niz[8] | niz[9] | Ključ: |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 2 | 5 | 6 | 8 | 9 | 12 | 15 | 21 | 23 | 25 | 3 |

$$\text{begin}=0, \text{end}=9 \Rightarrow \text{sredina}=(\text{begin}+\text{end})/2=9/2=4$$

1. prolaz
(polovljenje):

| niz[0] | niz[1] | niz[2] | niz[3] | niz[4] | niz[5] | niz[6] | niz[7] | niz[8] | niz[9] |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 2 | 5 | 6 | 8 | 9 | 12 | 15 | 21 | 23 | 25 |

$\underbrace{\hspace{10em}}$

$\text{niz}[\text{sredina}] \neq \text{kljuc}$

$$\text{sredina}=(\text{begin}+\text{end})/2=3/2=1$$

2. prolaz
(polovljenje):

| niz[0] | niz[1] | niz[2] | niz[3] |
|--------|--------|--------|--------|
| 2 | 5 | 6 | 8 |

$\underbrace{\hspace{2em}}$

$\text{niz}[\text{sredina}] \neq \text{kljuc}$

$$\text{sredina}=(\text{begin}+\text{end})/2=0/2=0$$

3. prolaz
(polovljenje):

| niz[0] |
|--------|
| 2 |

$\text{niz}[\text{sredina}] \neq \text{kljuc}$

×



Binarno pretraživanje

- **Implementacija (iterativna/nerekurzivna):**

```
int BinSearch (<tip> niz[], int n, <tip> kljuc)
{
    int begin=0, end=n-1, sredina;
    do
    {
        sredina = (begin+end) / 2;
        if (niz[sredina] == kljuc) return sredina;
        if (kljuc < niz[sredina])
            end = sredina-1;
        else
            begin = sredina+1;
    }
    while (begin <= end);
    return -1;
}
```



Binarno pretraživanje

- **Implementacija (rekurzivna):**

```
int BinSearchRek (<tip> niz[], <tip> kljuc, int begin, int end)
{
    int sredina = (begin+end) / 2;
    if (begin > end) return -1;
    if (niz[sredina] == kljuc)
        return sredina;
    else
        if (kljuc < niz[sredina])
            return BinSearchRek(niz,kljuc,begin,sredina-1);
        else
            return BinSearchRek(niz,kljuc,sredina+1,end);
}
```

Binarno pretraživanje

Analiza izvršavanja (najgori slučaj):

n=1: T(n)=1

n=2: T(n)=2

n=3: T(n)=2

n=4: T(n)=3

n=5: T(n)=3

n=6: T(n)=3

n=7: T(n)=3

n=8: T(n)=4

$$2^{T(n)-1} \leq n$$

$$\log_2 2^{T(n)-1} \leq \log_2 n$$

$$(T(n)-1) \cdot \log_2 2 \leq \log_2 n$$

$$T(n)-1 \leq \log_2 n$$

$$T(n) \leq \log_2 n + 1$$

$$T(n) \approx \log_2 n$$

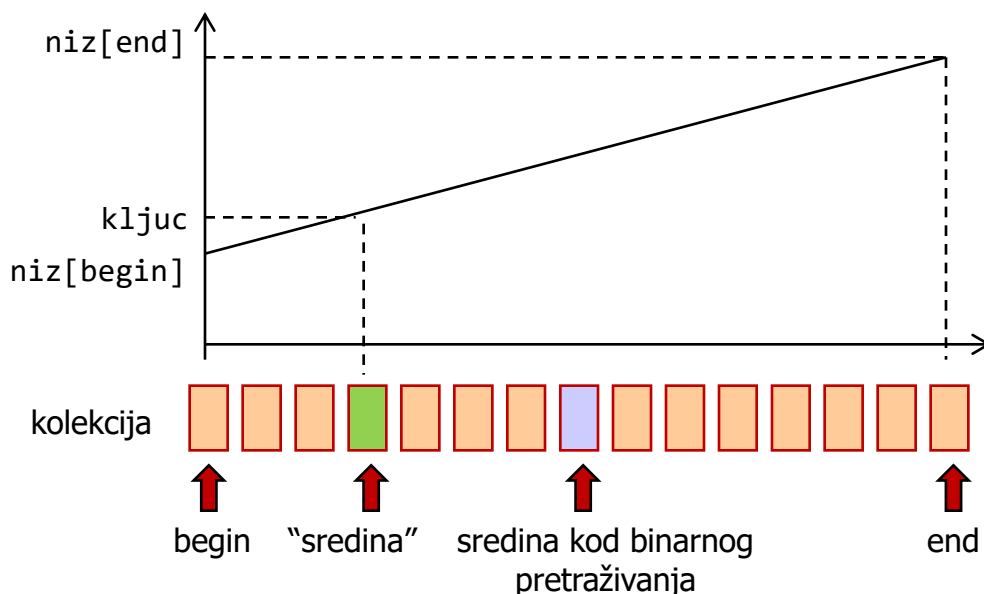
$$T(n) = O(\log_2 n)$$

Varijante binarnog pretraživanja

INTERPOLACIONO PRETRAŽIVANJE

■ Osnovne karakteristike:

- Osnovni algoritam binarnog pretraživanja pretražuje kolekciju dijeljenjem na dva podjednaka dijela
- Ako je ključ traženja blizak donjem ili gornjem kraju, sporo se pronalazi traženi element kolekcije
- **Brže pretraživanje može da se postigne ako se "sredina" interpolira – procijeni se pozicija što bliže traženom podatku (dobri rezultati postižu se u slučaju ravnomjerne raspodjele vrijednosti ključeva u kolekciji)**



Iz sličnosti trouglova slijedi:

$$\frac{sredina - begin}{kljuc - niz[begin]} = \frac{end - begin}{niz[end] - niz[begin]}$$

$$sredina = begin + \frac{(kljuc - niz[begin]) \cdot (end - begin)}{niz[end] - niz[begin]}$$

Sličan pristup primjenjujemo kod ručnog pretraživanja rječnika (npr. ako tražimo neku riječ na B, otvaramo rječnik bliže početku).



Varijante binarnog pretraživanja

- Implementacija **interpolacionog pretraživanja**:

```
int InterSearch (<tip> niz[], int n, <tip> kljuc)
{
    int begin=0, end=n-1, sredina, brojilac, imenilac;
    do
    {
        brojilac = (kljuc-niz[begin]) * (end-begin);
        imenilac = niz[end] - niz[begin];
        sredina = begin + brojilac/imenilac;
        if (niz[sredina] == kljuc) return sredina;
        if (kljuc < niz[sredina])
            end = sredina-1;
        else
            begin = sredina+1;
    }
    while (begin <= end);
    return -1;
}
```

**Ako su ključevi
uniformno
raspoređeni:**

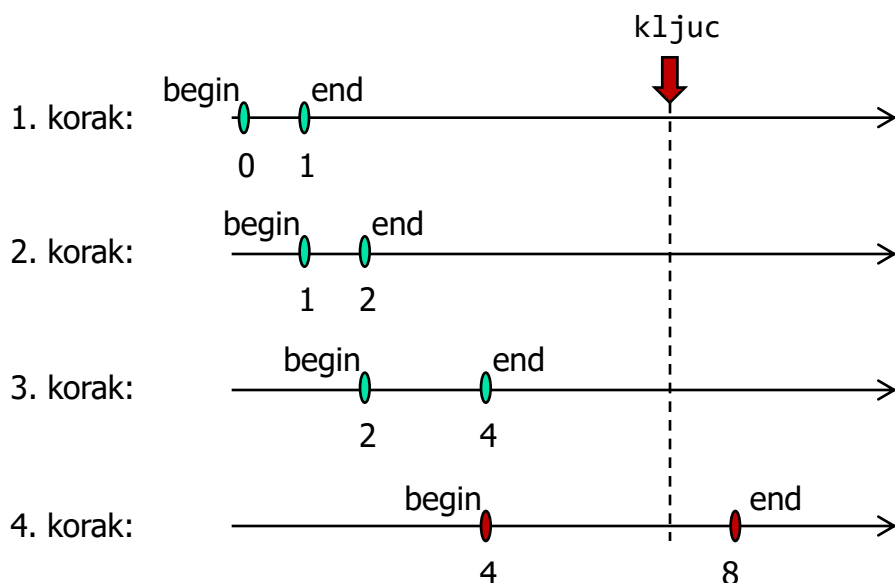
$$T(n) = O(\log_2 \log_2 n)$$

Varijante binarnog pretraživanja

EKSPONENCIJALNO PRETRAŽIVANJE (DUPLIRANJE INTERVALA)

■ Osnovne karakteristike:

- Binarno/interpolaciono pretraživanje može da se primjenjuje na kolekciju sa poznatim granicama
- **Ako granice nisu inicijalno poznate (sortirana i neograničena kolekcija), prvo treba procijeniti donju i gornju granicu**, a zatim primijeniti binarno/interpolaciono pretraživanje
- **Procjena granica kreće od neke inicijalne vrijednosti** (npr. 0 i 1), **a zatim se u svakom koraku granice ažuriraju** (npr. $\text{begin} = \text{end}$ i $\text{end} = \text{end} * 2$), sve dok se ne procijeni interval u kojem se nalazi ključ/željeni podatak



```
int ExpSearch (int kljuc)
{
    int begin=0, end=1;
    while (end < kljuc)
    {
        begin = end;
        end = end * 2;
    }
    return BinSearch(begin,end,kljuc);
}
```

Varijante binarnog pretraživanja

- Primjer eksponencijalnog i binarnog pretraživanja (pogađanje broja):

```
#include <stdio.h>
int main()
{
    int begin=0, end=1, sredina, odg;
    printf("Zamislite prirodan broj!\n");
    while (1)
    {
        printf("Da li je broj veci od %d? (1/0) ", end);
        scanf("%d", &odg);
        if (!odg) break;
        begin = end+1; end *= 2;
    }
    while (begin<end)
    {
        sredina = (begin+end) / 2;
        printf("Da li je broj veci od %d? (1/0)", sredina);
        scanf("%d", &odg);
        if (odg) begin=sredina+1;
        else end=sredina;
    }
    printf("Zamislili ste broj: %d", end);
    return 0;
}
```

Primjer izvršavanja:

```
Zamislite prirodan broj!
Da li je broj veci od 1? (1/0) 1
Da li je broj veci od 2? (1/0) 1
Da li je broj veci od 4? (1/0) 1
Da li je broj veci od 8? (1/0) 0
Da li je broj veci od 6? (1/0) 1
Da li je broj veci od 7? (1/0) 0
Zamislili ste broj: 7
```

Primjer izvršavanja:

```
Zamislite prirodan broj!
Da li je broj veci od 1? (1/0) 1
Da li je broj veci od 2? (1/0) 1
Da li je broj veci od 4? (1/0) 1
Da li je broj veci od 8? (1/0) 1
Da li je broj veci od 16? (1/0) 0
Da li je broj veci od 12? (1/0) 0
Da li je broj veci od 10? (1/0) 1
Da li je broj veci od 11? (1/0) 0
Zamislili ste broj: 11
```



Varijante binarnog pretraživanja

- Primjer eksponencijalnog i binarnog pretraživanja (traženje realne nule jednačine):

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>

double rjesenje(double (*f)(double), double eps)
{
    double begin=0, end=0.1, sredina;
    while ((*f)(begin) * (*f)(end) >= 0)
        end = (begin + end) * 2;
    while (end-begin>eps)
    {
        sredina = (begin+end)/2.0;
        if ((*f)(begin) * (*f)(sredina) > 0)
            begin = sredina;
        else
            end = sredina;
    }
    return sredina;
}

int main()
{
    double rez = rjesenje(cos, 0.01);
    printf("cos(%.5f)=%.5f\n", rez, cos(rez));
    return 0;
}
```

Rezultat izvršavanja:

cos(1.56875)=0.00205



Osnovi spoljašnjeg pretraživanja

- **Spoljašnje (eksterno) pretraživanje** = pretraživanje kolekcije u sekundarnoj memoriji (datoteka)
- **Osnovne karakteristike** datoteka i pristupa datotekama:
 - **datoteke su sekvencijalno organizovane** (zapisi se upisuju redom, jedan iza drugog)
 - **pristup datoteci** može biti:
 - **sekvencijalni** (čitanje zapis po zapis)
 - **direktni** (pozicioniranje i čitanje željenog zapisa, ako se znaju veličine zapisa, odnosno adrese na kojima počinju zapisi)
 - **pristup datoteci je spora (skupa) operacija** (mnogo sporija od pristupa operativnoj memoriji)
 - **sekvencijalni pristup je veoma skup – složenost $O(n)$**
 - u najgorem slučaju treba pristupiti svakom zapisu u datoteci da bi se pronašao odgovarajući zapis ili da bi se konstatovalo da u datoteci ne postoji zapis sa traženom vrijednošću ključa
 - **alternativa: indeksno-sekvencijalni pristup**
 - **zapisi su sekvencijalno upisani u datoteku**
 - **indeks** je pomoćna sortirana struktura koja omogućava indirektan pristup datoteci

Indeksno-sekvencijalni pristup

■ Indeks

- indeks je pomoćna sortirana struktura (*look-up* tabela) koja omogućava indirektan pristup datoteci
- indeks je mnogo manji od sekvencijalne datoteke i mnogo brže se pretražuje (npr. binarno)
- indeks se "**održava**" pri promjeni datoteke:
 - ključevi u indeksu su uvijek poređani u odgovarajućem redoslijedu
 - svako dodavanje novog zapisa u sekvencijalnu datoteku rezultuje i umetanjem odgovarajućeg para <ključ, adresa> u indeks
 - svako brisanje ili izmjena postojećeg zapisa u sekvencijalnoj datoteci rezultuje modifikacijom indeksa

