Univerzitet u Banjoj Luci

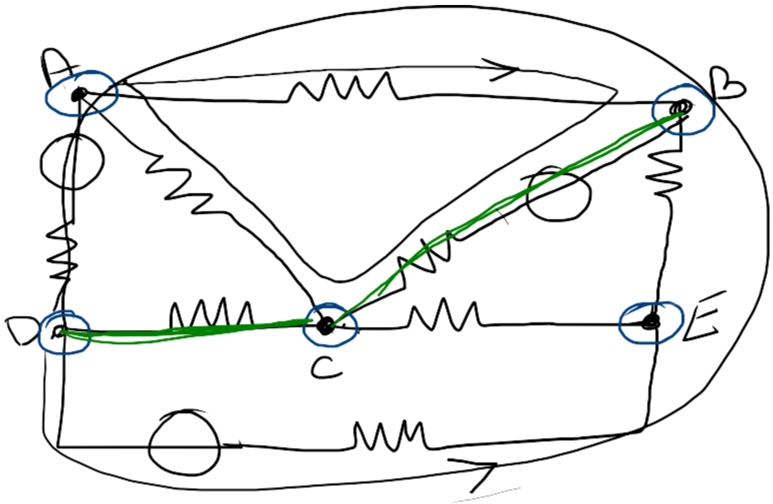
Elektrotehnički fakultet

Osnovi elektrotehnike 1

Električne mreže i drugi Kirhofov zakon

Predavanje: 9. blok

ЕЛЕКТРИЧНЕ МРЕЖЕ И ДРУГИ КИРХОФОВ ЗАКОН



активна или пасивна

чвор

грана

$$\oint_C \vec{E}\,d\vec{l} = 0$$

контура ABCA

DEBAD

$$\sum E - \sum RI = 0$$

ДРУГИ КИРХОФОВ ЗАКОН

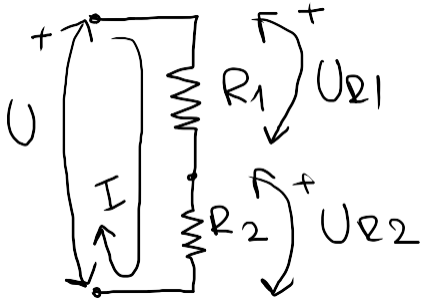
+ смјер емс односно реф. смјер струје је исти као и смјер обиласка контуре

−

$$\sum_c U = 0$$

РЕДНА, ПАРАЛЕЛНА И МЕШОВИТА ВЕЗА ОТПОРНИКА

– редна веза



$$\left.\begin{array}{l} U = U_{R1} + U_{R2} \\ U_{R1} = R_1 I \\ U_{R2} = R_2 I \end{array}\right\} \quad U = (R_1 + R_2) I$$

$$U = R_e I$$

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2}$$

$R_1 \oplus R_2$

$$U_{R1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U$$

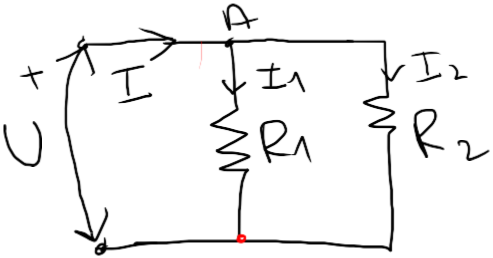
Напонски разделник

$$U_{R2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$$

$$\boxed{R_e = R_1 + R_2}$$

Више отпорника везаних редно: $R_e = R_1 + R_2 + \dots + R_n$

- паралелна веза



$$I = I_1 + I_2$$

$$I_1 = \frac{U}{R_1} \qquad I_2 = \frac{U}{R_2}$$

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2} U$$

$$I = \frac{U}{Re}$$

$$Re = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \qquad R_1 \parallel R_2$$

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{1}{R_1} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{1}{R_2} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

отпорност гране кроз коју НЕ рачунамо I

збир отпорности грана које формирају разделник

струјни разделник

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_n}$$

$$I = U\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}\right)$$

$$I = U\,\frac{1}{R_e}$$

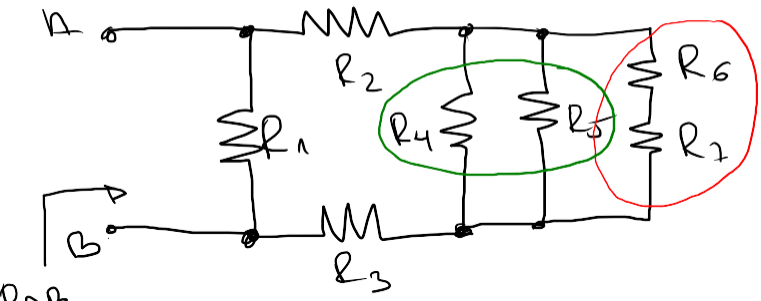
$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

* $$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_e} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}$$

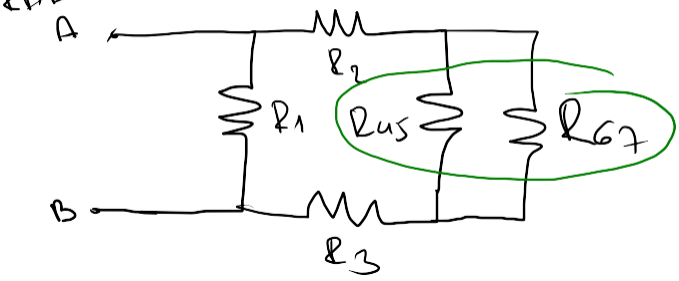
$$\boxed{R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

Мұғалімнің бөлу алгоритмі



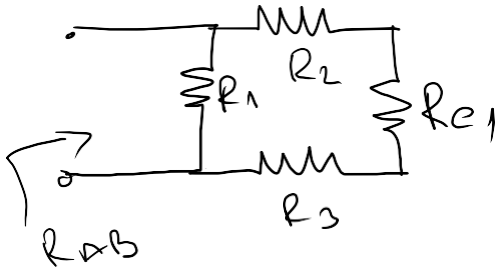
$R_6 \oplus R_7 \Rightarrow R_{67} = R_6 + R_7$

$R_4 \parallel R_5 \Rightarrow R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5}$



$R_{45} \parallel R_{67}$

$R_{e1} = \frac{R_{45} \cdot R_{67}}{R_{45} + R_{67}}$

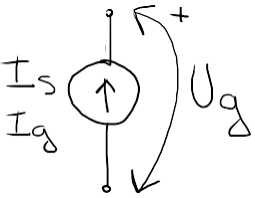


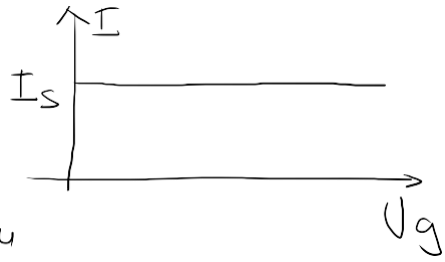
$R_{e2} = R_2 \oplus R_3 \oplus R_{e1}$

$R_{e2} = R_2 + R_3 + R_{e1}$

$R_{AB} = R_1 \parallel R_{e2} = \frac{R_1 \cdot R_{e2}}{R_1 + R_{e2}}$

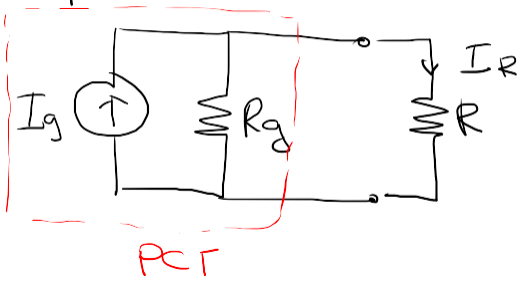
СТРУЈНИ ГЕНЕРАТОР

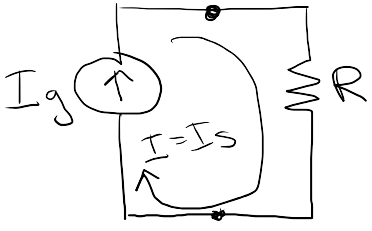




Идеални струјни генератор (ИСГ)

реални струјни извор (РСГ)

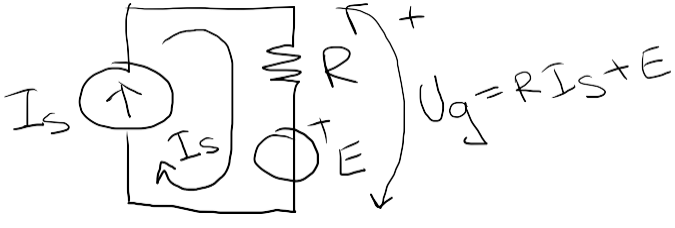




При усвојеном референтном смеру

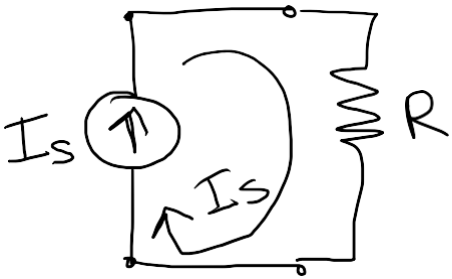
$$P_g = U_g \cdot I_g \ [W]$$

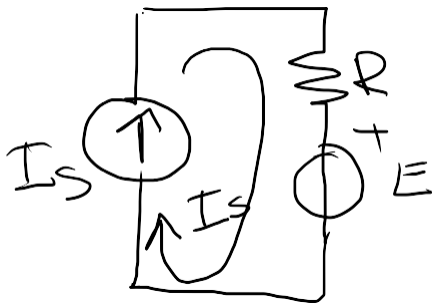
$$I_R = \frac{R_g}{R+R_g} I_g$$



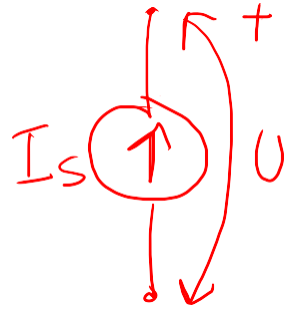
СТРУЈНИ ГЕНЕРАТОРИ

Идеални струјни генератор (ИСТ)



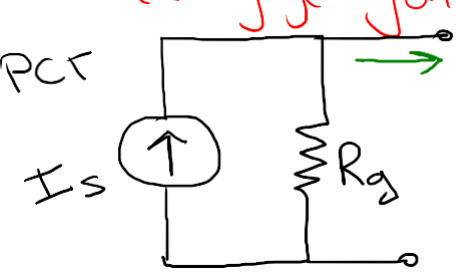


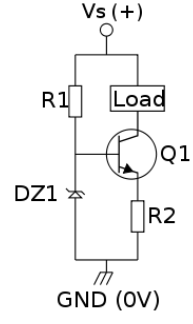
ИСТ

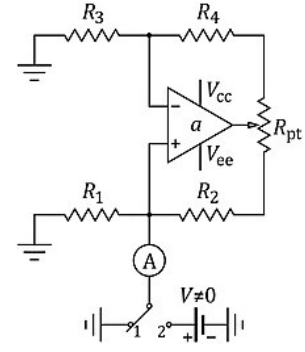


$$P_{Is} = U \cdot I_s$$

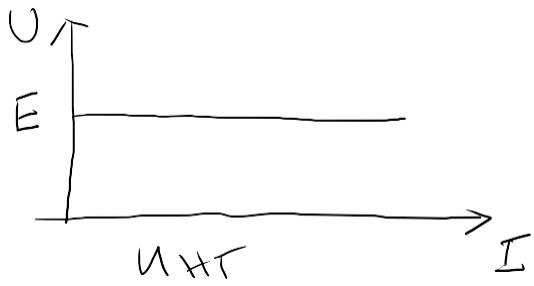
Струјна отпорност реф. смер струје кроз генератор у односу на који се даје јачина струје Is ген.

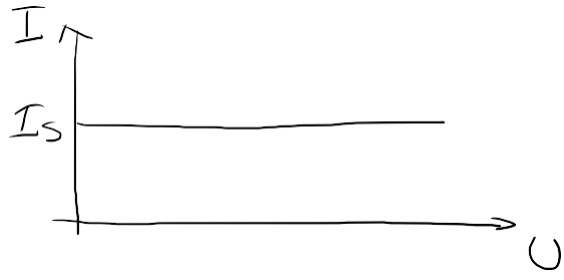




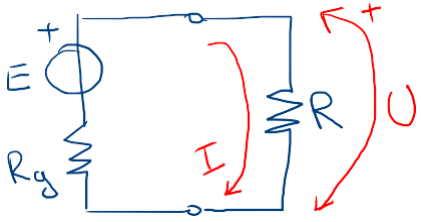


ЕКВИВАЛЕНЦИЈА РСТ И ИНТ





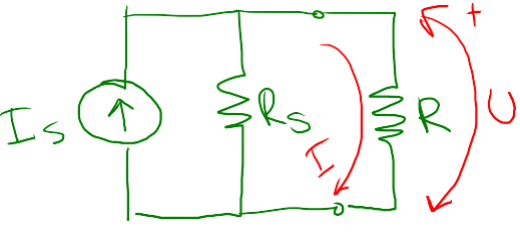
Познати E и Rg
=> Is, Rs ?
UR и IR
буде



$$I = \frac{E}{R+R_g}$$

$$E = R_s \cdot I_s$$

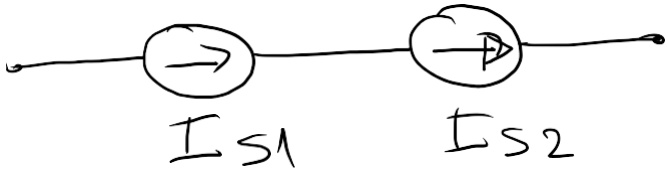
$$R_g = R_s$$

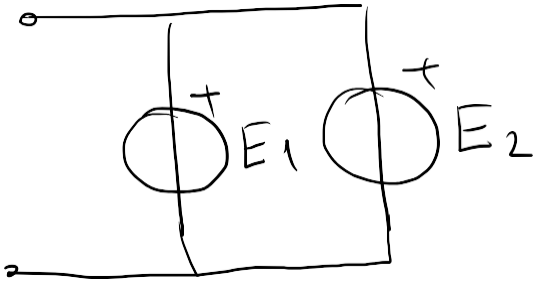


$$I = \frac{R_s}{R+R_s} I_s$$

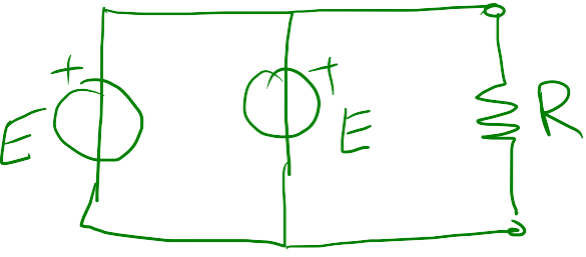
$$I_s = \frac{E}{R_g}$$

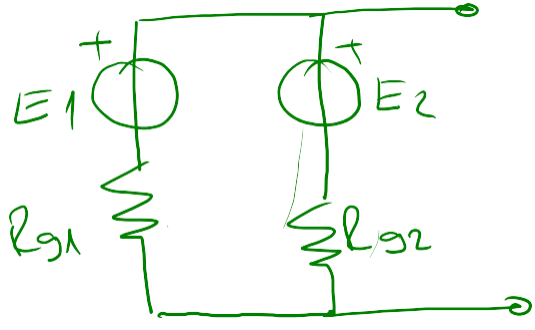
$$R_s = R_g$$





Неидеални извори напона





ОСНОВНЕ ИНТЕГРАЛНЕ ЈЕДНАЧИНЕ СТАЦИОНАРНОГ СТРУЈНОГ ПОЉА

1. Једначина континуитета за јачином константне струје

$$\oint_S \vec{J}\,d\vec{S} = \phi$$

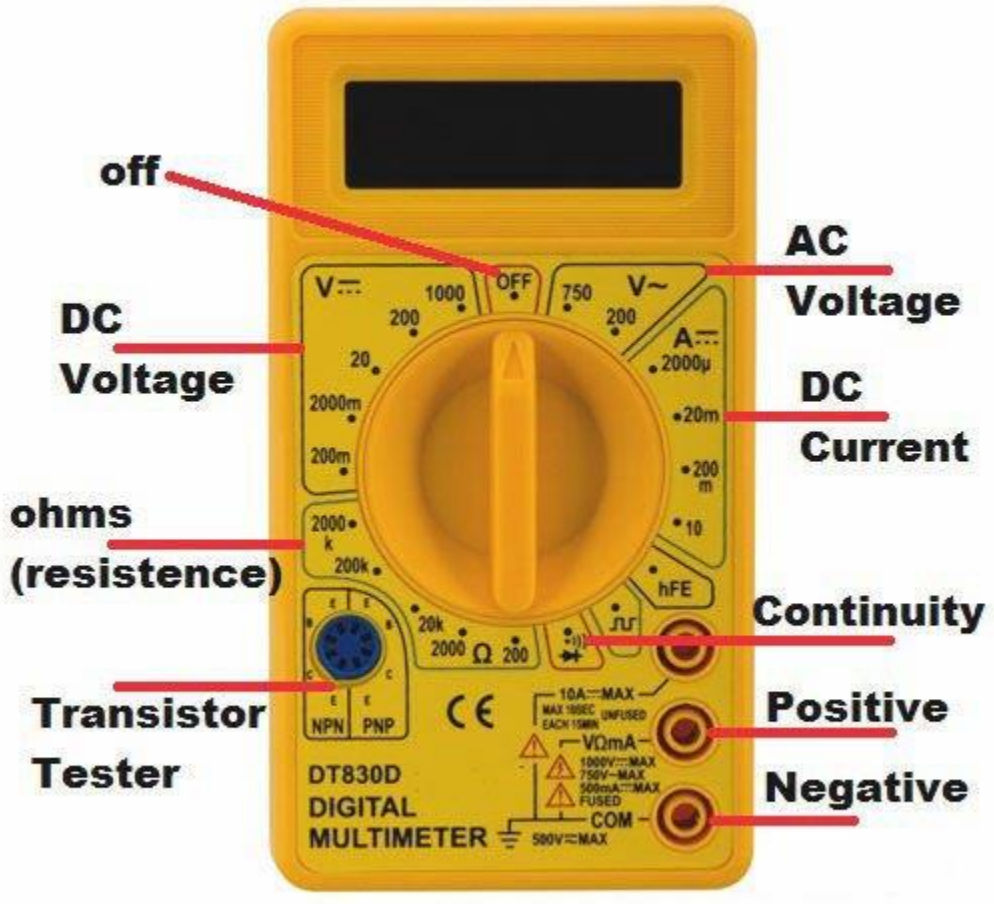
2. Закон о циркулацији вектора јачине ел. поља

$$\oint_C \vec{E}\,d\vec{l} = \phi$$

3. Конститутивна релација ($\vec{J} = \vec{J}(\vec{E})$)

За линеарне средине $\vec{J} = \sigma \vec{E}$

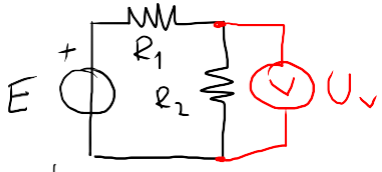
МЈЕРЕЊЕ НАПОНА, ЈАЧИНЕ СТРУЈЕ И ОТПОРНОСТИ

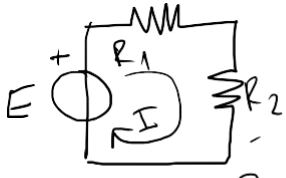


МЕРЕЊЕ НАПОНА, ЈАЧИНЕ СТРУЈЕ И ОТПОРНОСТИ

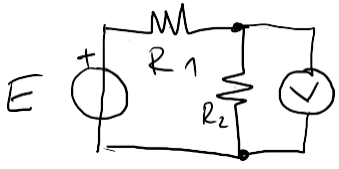
- мерење напона

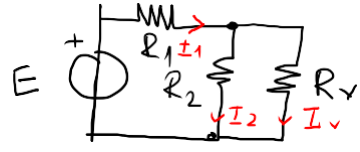
ВОЛТМЕТАР





$$U_{R2} = \frac{R_2}{R_1+R_2} E$$





R_V – унутрашња отпорност волтметра

Јако велику вредност отпорности (MΩ)

– идеални $R_V \to \infty$

– реални што веће могуће R_V

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + \frac{R_2 R_V}{R_2+R_V}}$$

$$I_2 = I_1 \frac{R_V}{R_2+R_V}$$

$$U_{R2} = R_2 I_2$$

$$U_{R2} = R_2 \cdot \frac{R_V}{R_2+R_V} \cdot \frac{E(R_2+R_V)}{R_1(R_2+R_V)+R_2R_V}$$

$$U_{R2} = \frac{R_2 R_V E}{R_1R_2 + R_1R_V + R_2R_V}$$

$$U_{R2} = \frac{R_2 R_V E}{R_V\left(R_1+R_2+\frac{R_1R_2}{R_V}\right)} \Bigg|_{R_V \to \infty} = \frac{R_2}{R_1+R_2} E$$

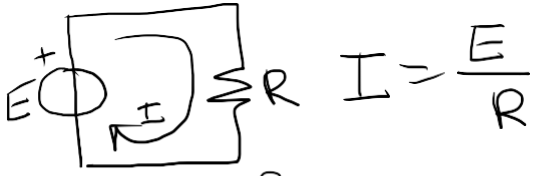
$R_V \to \infty$ ИДЕАЛНИ ВОЛТ.

- мерење јачине струје

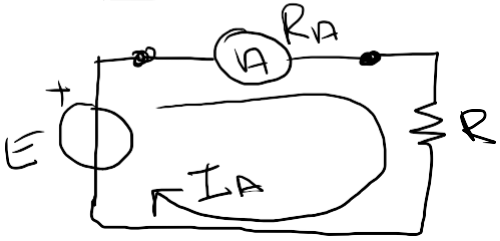
АМПЕРМЕТАР

R_A

MA – галванометар



$$I = \frac{E}{R}$$



$$I_A = \frac{E}{R+R_A}$$

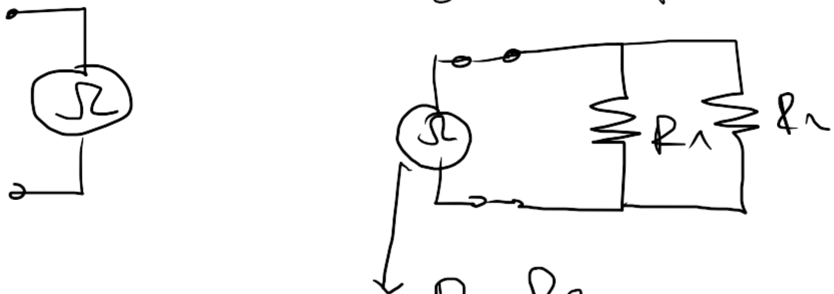
$R_A = 0$ идеалним амперметар

$R_A \neq 0$ реалним амперметар

$m\Omega$, Ω

- мерење отпорности

- директно (непосредно) мерење отпорности: ом-метром



$$\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

- уграђени су дигитални у њихови реализацијама
- у лаб. инстр. и аналог. и диг.

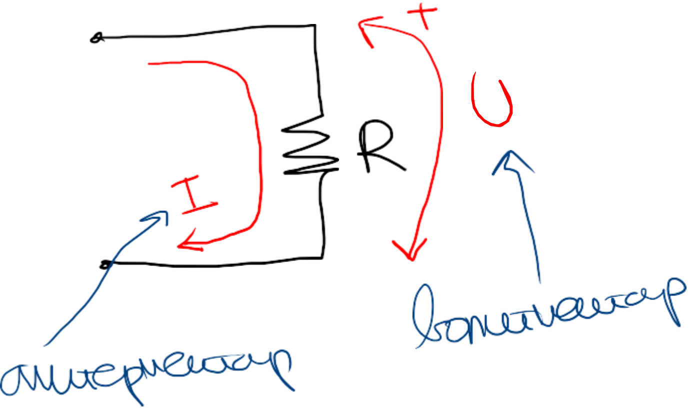
- индиректне (посредне) методе мерења отпорности

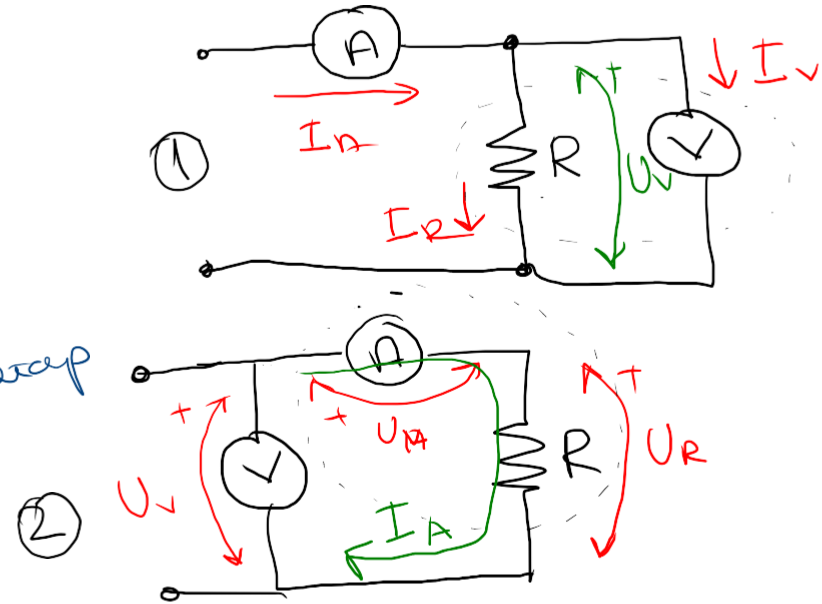
UI метода: $R = \frac{U}{I}$

мостне методе

- UI метода

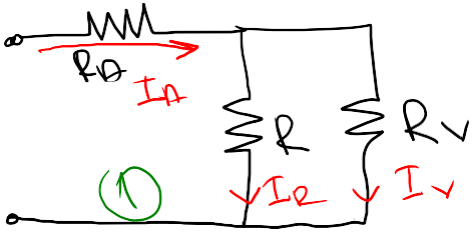
$$R = \frac{U}{I}$$





$$R = \frac{U_V}{I_A}$$

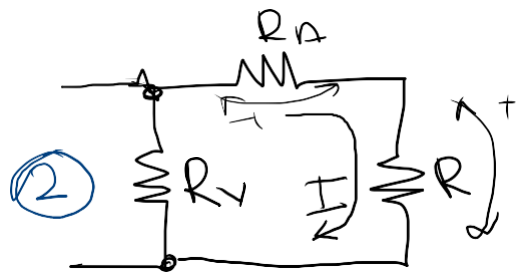
Номинална отпорност на основу боја ⇒ бирамо ① или ②



$I_A \approx I_R$?

$$I_V = \frac{R}{R+R_V} I_A \to 0$$?

ako je $R_V \gg R$



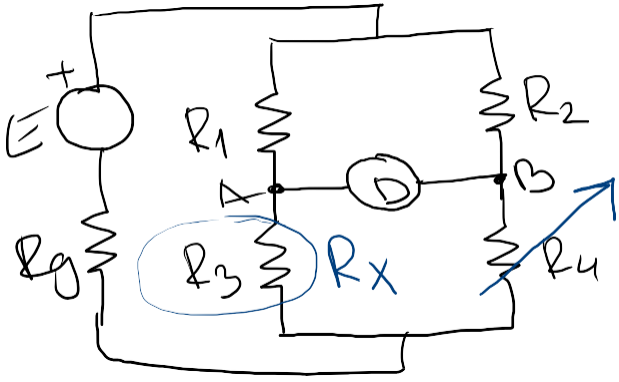
$U_V = U_A + U_R \approx U_R$

$$U_A = R_A \cdot I = R_A \frac{U_V}{R_A + R}$$

$U_A \approx 0 \Rightarrow R \gg R_A$

(1) za mjerenje jako malih otpora $R \ll R_V$

(2) za mjerenje jako velikih otpora $R \gg R_A$



D - детектор нуле
(амперметар (μA)
или галванометар)

Услов равнотеже моста

D показује нула:

$U_{AB} = 0$ $I_{AB} = 0$

$R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$

РАВНОТЕЖНА МОСТА

$$R_x = \frac{R_1 R_4}{R_2} \qquad U_{AB} = 0$$

Izvođenje će biti daleko lakše kad uvedemo Tevenenovu teoremu.

СНАТЕ ЕЛЕМЕНАТА КОЛА

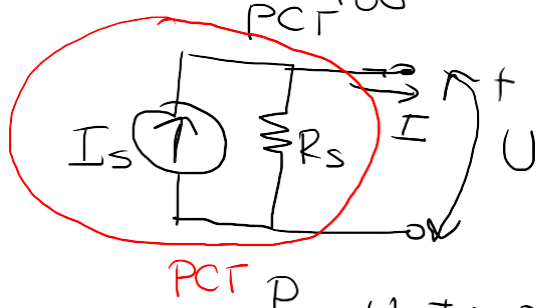
$P = U I$ [W] за усвојене реф. смерове

- отпорник

$$P_R = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$

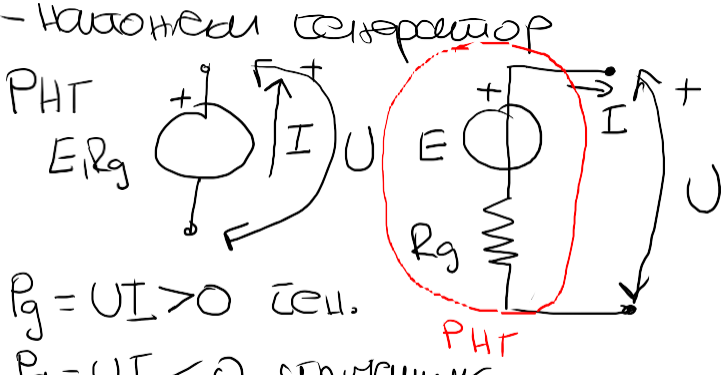
$$P_R \geq 0$$

- струјни генератор



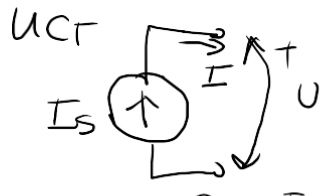
$P_g = U \cdot I > 0$ ген.
$UI < 0$ прима.

- напонски генератор



$P_g = UI > 0$ ген.
$P_g = UI < 0$ прима

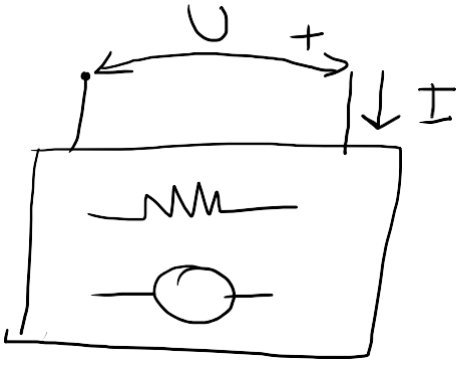
$P_g = U \cdot I > 0$ ген.
$U \cdot I < 0$ прима



$P = UI_s > 0$ ген.
< 0 прима

* Мале и дуго:

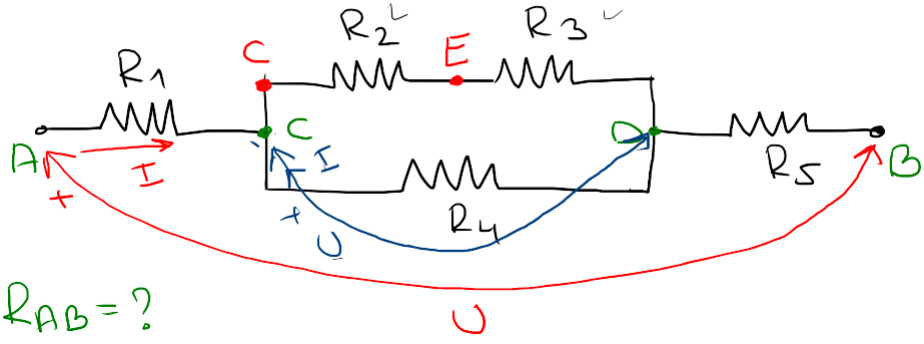
$P = U \cdot I$



$UI > 0$ струјник

$UI < 0$ генератор

ПРИМЕР: ОДРЕДУВАЊЕ ЕКВ. ОТПОРНОСТИ



$R_{AB} = ?$

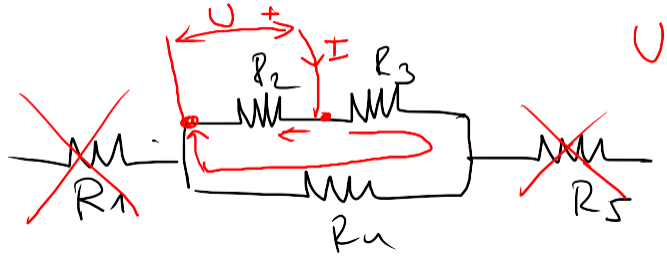
$R_{AB} = \frac{U}{I}$

$R_{AB} = R_1 \oplus \left(R_4 \| \left(R_2 \oplus R_3\right)\right) \oplus R_5$

$R_{CD} = \frac{U}{I}$

$R_{CD} = R_4 \| \left(R_2 \oplus R_3\right)$

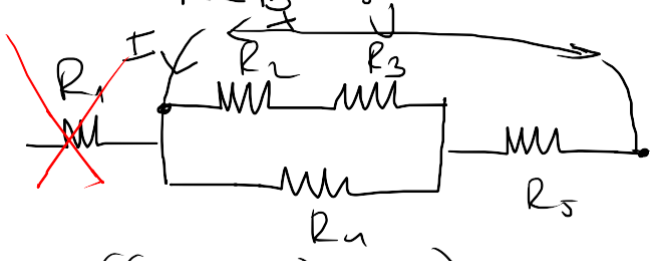
$R_{CE} = ?$



$U/I = ?$

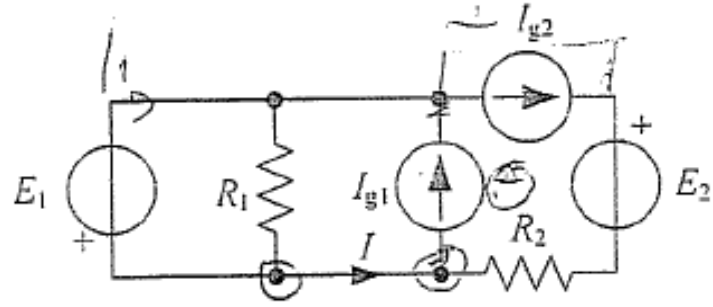
$R_{CE} = R_2 \| \left(R_3 \oplus R_4\right)$

$R_{CB} = ?$



$\left(\left(R_2 \oplus R_3\right) \| R_4\right) \oplus R_5$

77 У колу на слици 77.1 је $E_1 = E_2 = 1\,\text{V}$. $I_{g1} = I_{g2} = 1\,\text{A}$ и $R_1 = R_2 = 1\,\Omega$. Израчунати (а) струју I, (б) снагу идеалног напонског генератора E_1 и (в) снагу идеалног струјног генератора I_{g2}.



Слика 77.1.

РЕЗУЛТАТ

(а) Јачина струја кратког споја је $I = 0$.

(б) Снага коју развија идеални напонски генератор емс E_1 је $P_{E_1} = 1\,\text{W}$.

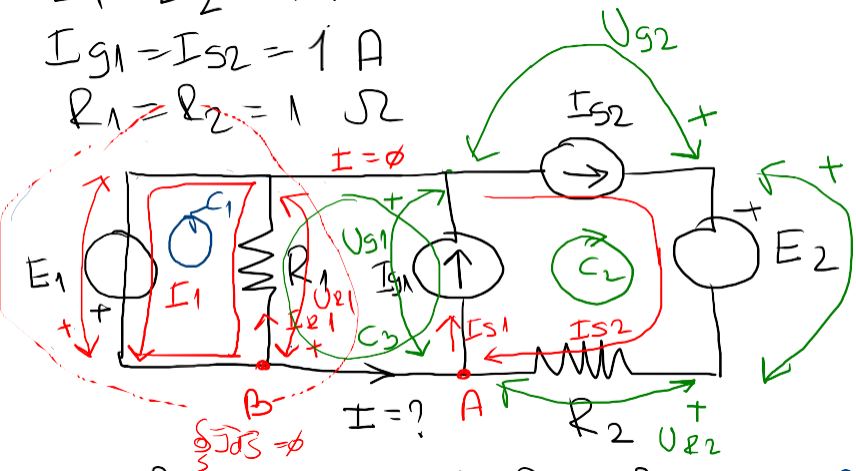
(в) Снага идеалног струјног генератора I_{g2} је $P_{I_{g2}} = 3\,\text{W}$.

ПРИМЕР: Збирка 77. задатак, страна 52.

$E_1 = E_2 = 1\ V$

$I_{g1} = I_{s2} = 1\ A$

$R_1 = R_2 = 1\ \Omega$



$\oint \vec{E}\,d\vec{s} = \emptyset$

а) $I = ?$

$\sum_{ag} I = \emptyset$

A: $I + I_{s2} = I_{s1}$

$I = I_{s1} - I_{s2} = \emptyset$

$I = \emptyset$ А

б) $P_{E1} = ?$

$P_{E1} = E_1 \cdot I_1$

B: $I_1 = I_{R1} + I$ (0)

$U_{R1} = R_1 I_1$

$\sum_{C_1} U = \emptyset$

$-E_1 + R_1 I_1 = \emptyset$

$I_1 = \frac{E_1}{R_1} = 1\ A$

$P_{E1} = E_1 \cdot I_1 = 1 \cdot 1 = 1\ W$

рада као генератор

в) $P_{g2} = U_{g2} \cdot I_{g2}$

$\sum_{C_2} U = \emptyset$

$-U_{g2} + E_2 + R_2 \cdot I_{g2} - U_{g1} = \emptyset$

$\sum_{C_3} U = \emptyset$

$-U_{g1} - U_{R1} = \emptyset$

$U_{g1} = -U_{R1} = -R_1 I_1 = -1\ V$

$U_{g2} = E_2 + R_2 I_{s2} - U_{s1}$

$U_{g2} = 1 + 1 - (-1) = 3\ V$

$P_{g2} = 3 \cdot 1 = 3\ W$

генератор

$P_{R2} = R_2 \cdot I_{g2}^2 = 1\ W$

$P_{g1} = U_{g1} \cdot I_{g1} = -1\ W$

прима