(1) Питање 1. блок

Кирхофови закони за мреже са временски промјењивим струјама

важи за сваки чвор мреже у сваком тренутку

I Кирхофов закон $\sum_{k=1}^{n} i_k(t) = 0$, гдје је n - број грана које се стичу у чвор.

Ако је референтни смјер струје од чвора у збиру се узима предзнак "+", а ако је ка чвору "−".

Може се поставити $n_\check{c}-1$ међусобно независних једначина

- Напон (разлика потенцијала) између било које двије тачке у мрежи A и B:

$$u_{(AB)}(t) = \sum_{\text{од } A \text{ до } B} u(t)$$

При преласку од A на B дуж гране, узима предзнак "+" ако се прво наиђе на референтни крај (+ напона), у супротном −)

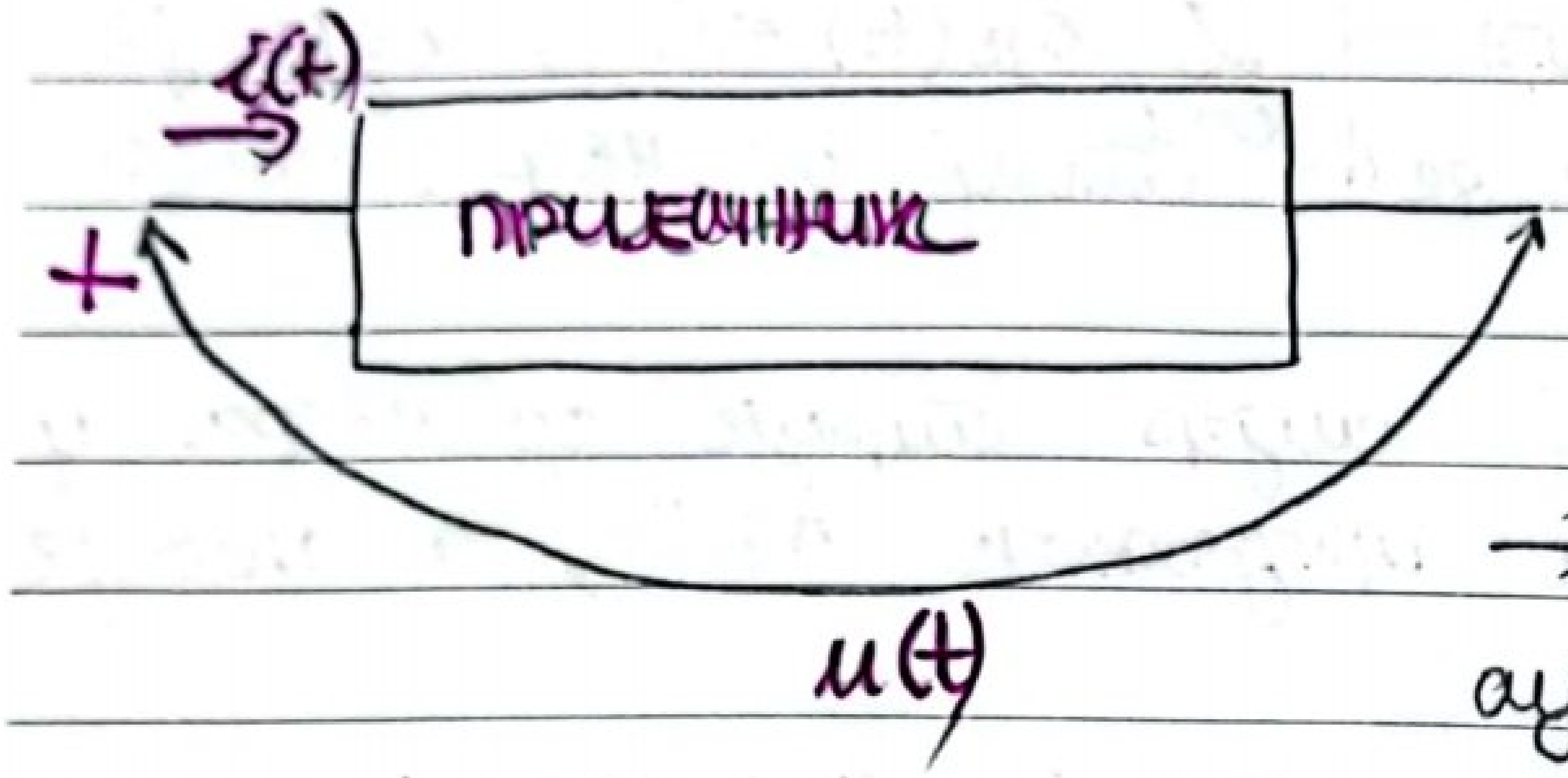
Ако се тачке A и B поклопе, напон између њих је 0

$$\sum_{k=1}^{n} u_k(t) = 0 \Rightarrow \text{II Кирхофов закон}$$

важи за сваку затворену контуру формирану од грана мреже у сваком тренутку.

2. питање 1. блок

Снага у мрежама са временски променљивим струјама.

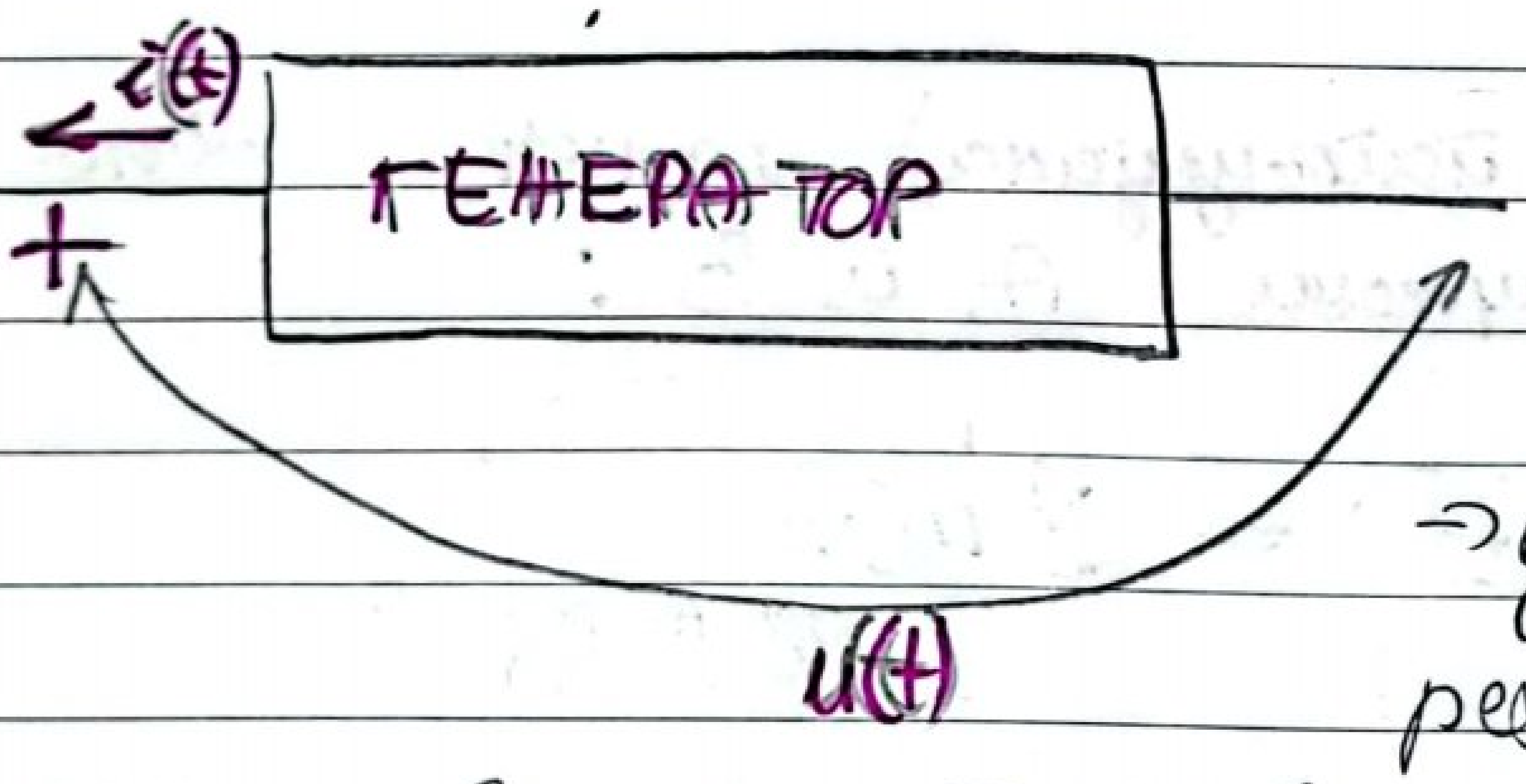


$p(t) = u(t) \cdot i(t)$

струја

напон

→ усвојени референтни смерови за напон и струју.



$p_g(t) = u_g(t) \cdot i_g(t)$

→ усвојени реф. смерови за u и i

У случају временски променљивих струја $p_g(t)$ и $p(t)$ могу у току времена бити позитивни и негативни.

Уз усвојене референтне смерове у интервалима када је снага пријемника негативна ($p(t)<0$) он се понаша као генератор (део раније добијене енергије враћа мрежи.

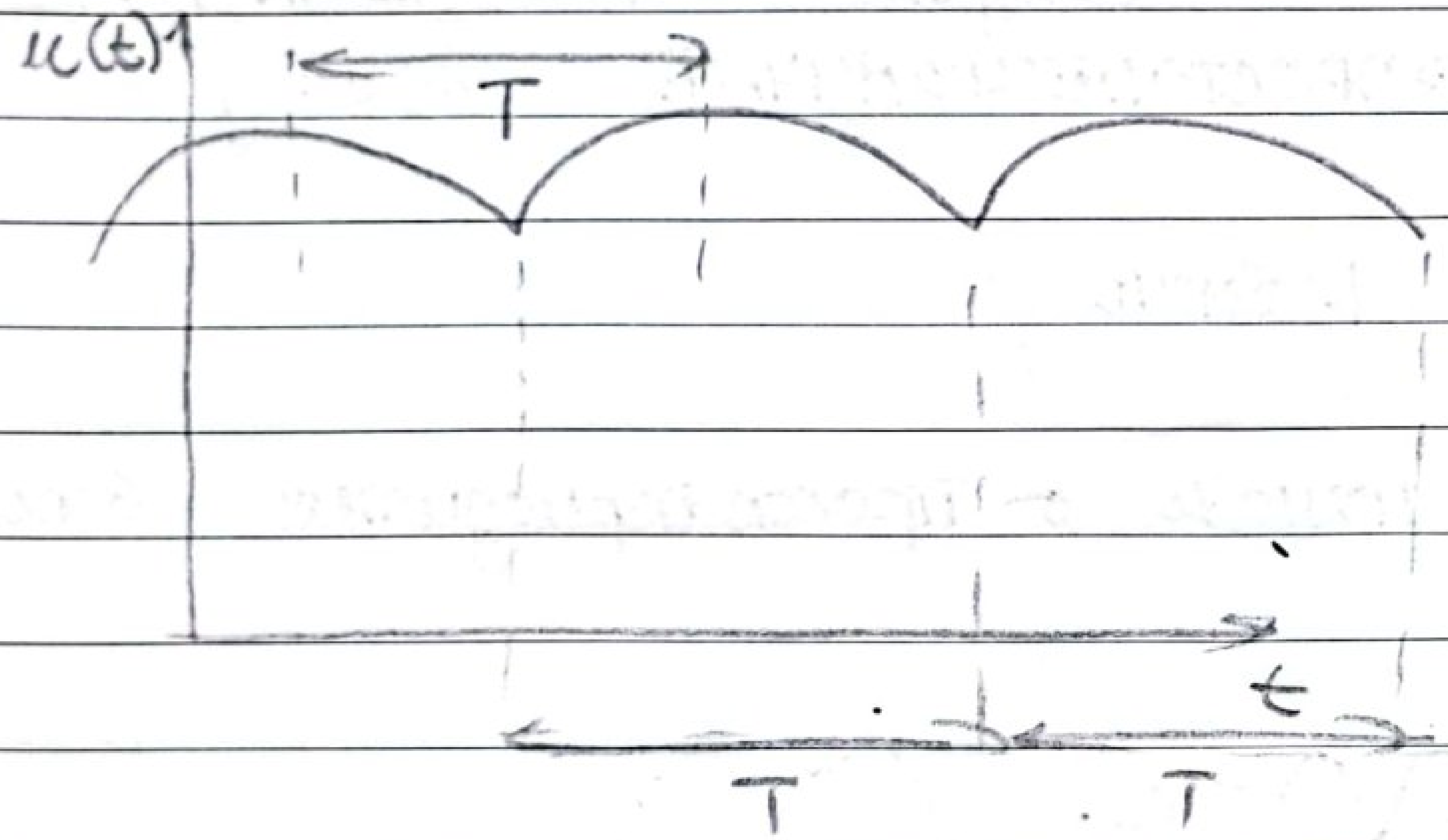
У интервалима када је $p(t)>0$, пријемник се заиста понаша као пријемник

ОСНОВНИ ПОЈМОВИ О ПЕРИОДИЧНИМ И ПРОСТОПЕРИОДИЧНИМ ВЕЛИЧИНАМА

Под временски периодичним величинама подразумевају се величине које се понављају у једнаким временским размацима поновљено

Нека је T (период / циклус) интервал времена после кога се физичко стање понавља. Математички периодична ф-ја $f(t)$, мора да у сваком тренутку t задовољава услов:

$$f(t+nT)=f(t) \quad n=\dots,-2,-1,1,2\dots$$



T се изражава у секундама. У току једног периода посматрана величина изврши све своје промјене (које се затим периодично понављају.

Период представља дужину трајања једног циклуса периодичне ф-је.

Нека је t_N вријеме за које периодична ф-ја изврши N потпуних циклуса. Онда $f = N/t_N$

назива се учестаност (фреквенција) периодичне ф-је.

$n=1 \rightarrow t=T$

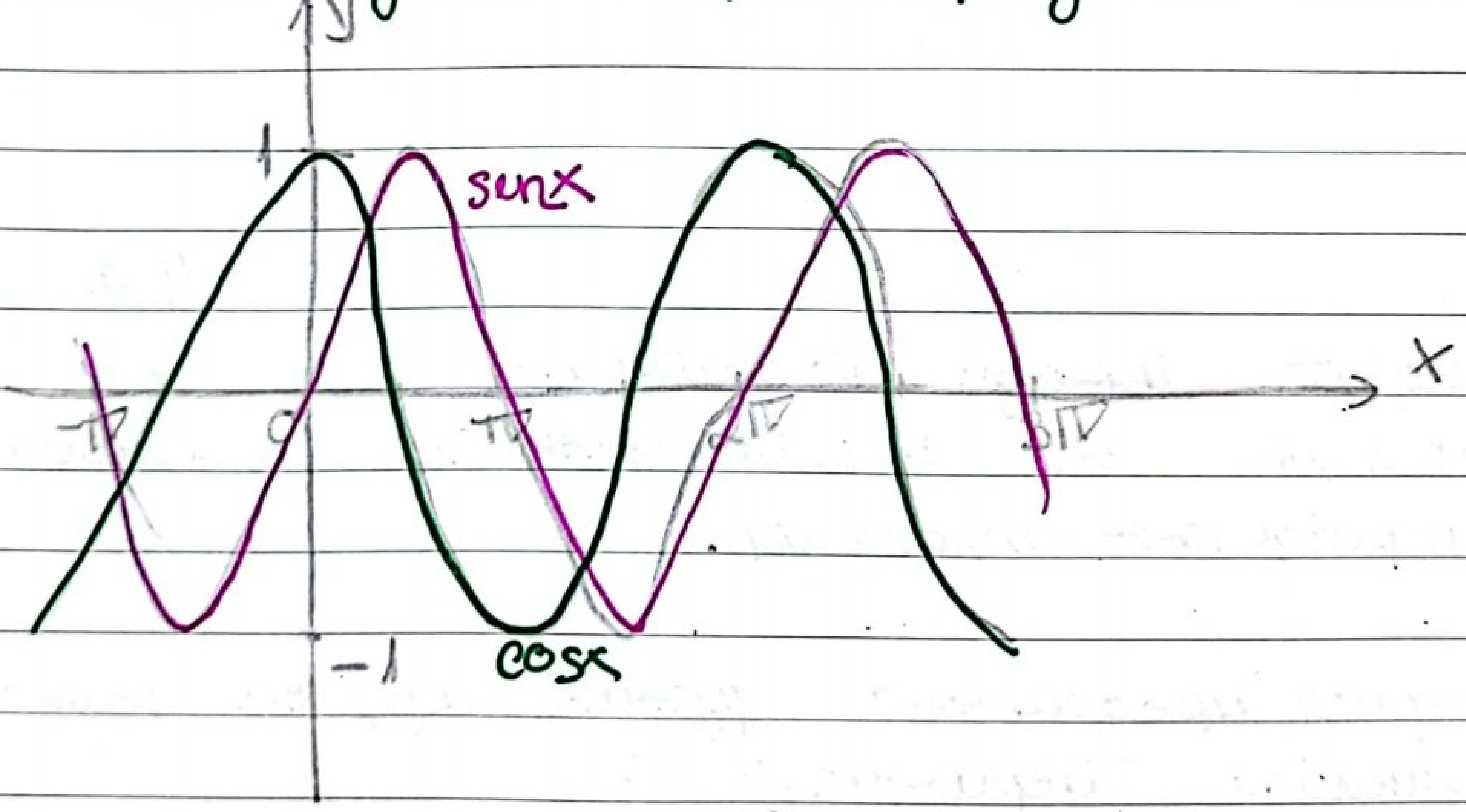
$$f = \frac{1}{T}$$ → релација која даје везу учестаности и периода

Учестаност је бројно једнака броју циклуса периодичне ф-је у јединици времена (Hz)

Најважнију улогу имају периодичне величине које се мењају по синусном или косинусном закону. → ПРОСТОПЕРИОДИЧНЕ Ф-ЈЕ !

3 питање 1. блок

Основни појмови о простопериодичним величинама



- синусна ф-ја (y=sinx) и косинусна ф-ја y=(cosx)

- аргумент обеју функција x је број,

a представља угао изражен у радијанима (rad)
Обе ф-је су периодичне са основним периодом 2π, ограничене су по модулу
$-1 \le y \le 1$, минимум (-1) и максимум (1)
се понављају периодично са периодом 2π.
Нуле функције се понављају са периодом π.
sin - непарна ф-ја
cos - парна ф-ја

Веза између синусне и косинусне ф-је:
$\sin x = \cos(x - \frac{\pi}{2})$ и $\sin x = \cos(\frac{\pi}{2} - x)$.

синусна ф-ја се може добити од косинусне померањем дуж x-осе (транслацијом) за четвртину периода $\frac{\pi}{2}$.

$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$ -> комплетни облик простопериодичне струје

I_m, ω, ψ -> константе
$i(t)$ - тренутна јачина струје (тренутна вредност)
I_m $(I_m > 0)$ -> амплитуда просто-периодичне струје
Амплитуда је по природи иста као и тренутна вредност.
ЗБОГ ОГРАНИЧЕНОСТИ КОСИНУСНЕ Ф-ЈЕ, максимална тренутна вредност $= I_m$, а минимална $-I_m$
$$-I_m \le i(t) \le I_m$$
- аргумент косинуса $(\omega t + \psi)$ (линеарна ф-ја времена) назива се ФАЗА (тренутна фаза)

- за $t=0$, фаза је једнака ψ, а назива се почетни фазни (rad)

Почетна фаза је одређена са тачношћу $2k\pi$ ($k=0,\pm1,\pm2 \dots$)

- почетна фаза се своди на интервал чија је ширина 2π, $-\pi < \psi \le \pi$.

Пример:

$i(t) = I_m \cos(\omega t + 4{,}1\pi)$ → своди се на

$i(t) = I_m \cos(\omega t + 8\pi - 0{,}9\pi) \Rightarrow i(t) = I_m \cos(\omega t - 0{,}9$

- константа ω ($\omega > 0$) представља брзину којом се фаза мијења (кружна или угаона учестаност)
- јединица s^{-1}, или rad/s,

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$$ → период простопериодичне величине

- фреквенција $\boxed{f = \frac{1}{T} \, [Hz]}$

Релација између кружне и обичне учестаности:

$$\boxed{\omega = 2\pi f}$$

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \theta)$$ канонични облик простопериодичног напона

U_m – амплитуда напона

ω – кружна учестаност

θ – почетна фаза

за ems $\Rightarrow$ $e(t) = E_m \cos(\omega t + \theta_e)$

* ПОРЕЂЕЊЕ ПРОСТОПЕРИОДИЧНИХ ВЕЛИЧИНА *

Две простопериодичне величине исте природе:

$u_1(t) = U_{1m} \cos(\omega t + \theta_1)$
$u_2(t) = U_{2m} \cos(\omega t + \theta_2)$
– могу се поредити по амплитуди и по фази

По амплитуди: за напон чија је амплитуда већа, кажемо да је већи (мада се између њихових тренутних вриједности не може успоставити релација која би важила независно од времена.

По фази: уводи се разлика фаза (фазна разлика)

$$\theta_{12} = (\omega t + \theta_1) - (\omega t + \theta_2) = \theta_1 - \theta_2$$

– разлика не зависи од времена, а једнака је разлици почетних фаза, ако је <u>КРУЖНА УЧЕСТАНОСТ ИСТА</u>!

Ако је $\theta_{12} > 0$ кажемо $u_1(t)$ предњачи тренутном напону $u_2(t)$

Ако је $\theta_{12} < 0$ онда напон $u_1(t)$ фазно заостаје за напоном ($u_2(t)$)

Ако је фазна разлика двије простопериодичне величине једнака нули - те двије величине су у фази.

Ако је фазна разлика $= \pm \pi$ - те двије величине су у ПРОТИВФАЗИ (величине су усвијек супротних знакова, кашњење је једнако $T/2$)

Ако је фазна разлика $= \pm \frac{\pi}{2}$ - те двије величине су у квадратури

ПРОМЈЕНА РЕФЕРЕНТНОГ СМИЈЕРА МИЈЕЊА ЗНАК ИСПРЕД ИЗРАЗА ТРЕНУТНЕ ВРИЈЕДНОСТИ ТЕ ВЕЛИЧИНЕ

нпр. $-i(t) = -I_m \cos(\omega t + \psi) = I_m \cos(\omega t + \psi \pm \pi)$

Двије простопериодичне величине различите природе (а истог учестаности), нпр. напон $u(t) = U_m \cos(\omega t + \theta)$ и струја $i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$ МОГУ СЕ ПОРЕДИТИ ПО ФАЗИ:

$$\phi = \theta - \psi \rightarrow \text{фазна разлика;}$$

(4.) Питање 1. блок

- СРЕДЊА ВРИЈЕДНОСТ -

Средња вриједност ф-је $f(t)$ на интервалу $t \in (a,b)$ генерално се дефинише:

$$f_{sr} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)\,dt$$

- ако је $f(t)$ периодична ф-ја са периодом T, усредњавање се ради на интервалу чија је ширина једнака периоду $\Rightarrow$ $f_{sr} = \frac{1}{T}\int_a^{a+T} f(t)\,dt$,

a - произвољна константа од које не зависи средња вриједност

$a=0$ $\quad f_{sr} = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt$, за струју $\left(I_{sr} = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)\,dt\right)$

$i(t) = I_m \cos\omega t$

или $a = -T/2$

$$f_{sr} = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\,dt$$

- средња вриједност на једном периоду T је једнака 0

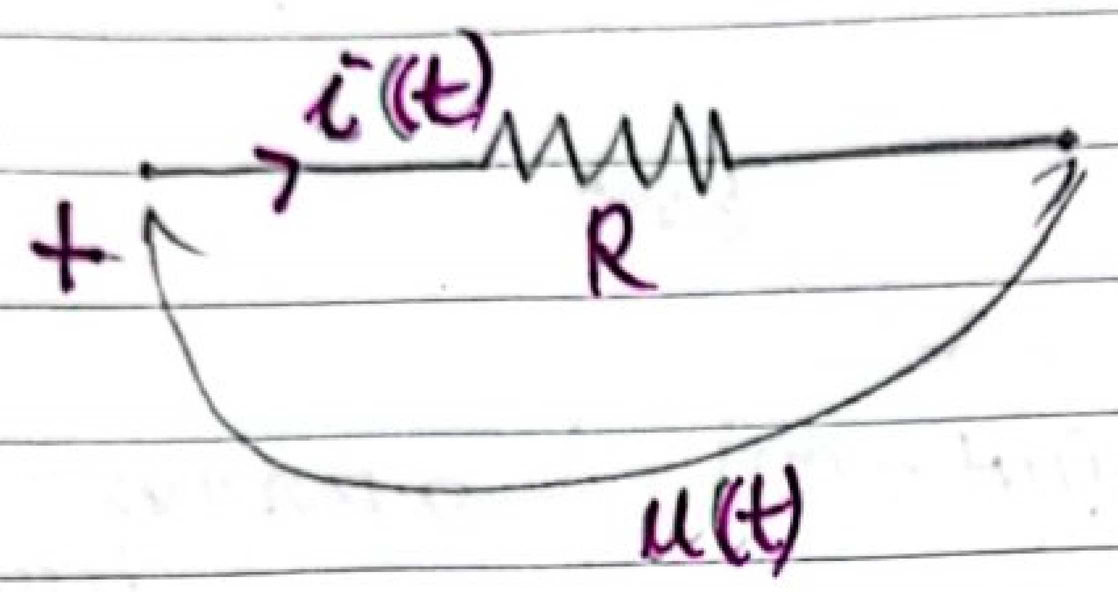
СРЕДЊА ВРИЈЕДНОСТ или ЈЕДНОСМЈЕРНА КОМПОНЕНТА !

$$I_{sr} = \frac{1}{T}\int_0^T I_m \cos\omega t\,dt = \frac{I_m}{T}\frac{1}{\omega}\sin\omega t\Big|_0^T$$

$$= \frac{I_m}{\omega T}\left(\sin\frac{2\pi}{T}\cancel{T} - 0\right) = 0$$

5.) Питање 1. бод

- ЕФЕКТИВНА ВРИЈЕДНОСТ -



- постоји периодична струја $i(t)$ чији је период T.
Тренутна снага отпорника је $p(i) = R \cdot i^2(t)$

Средња снага отпорника (усредњена током једног периода):

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T R \cdot i^2(t)\,dt = \underline{R \cdot I^2}$$

ефект. вр. ветис

гдје је (ако је $R = 1$)

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\,dt} \rightarrow \text{ефективна вриједност струје}$$

$i(t) = I_m \cos \omega t$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2 \cos^2 \omega t\,dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot I_m^2 \int_0^T \frac{1+\cos 2\omega t}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T} I_m^2 \left(\int_0^T \frac{dt}{2} + \int_0^T \frac{\cos 2\omega t}{2}\,dt\right)}$$

ефективна вредност

$$\Rightarrow \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\, I_m$$

$$I_m = I\sqrt{2}$$

$$\Downarrow$$

фаза

$$\boxed{i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t + \psi)}$$

почетна фаза

ефективна вредност

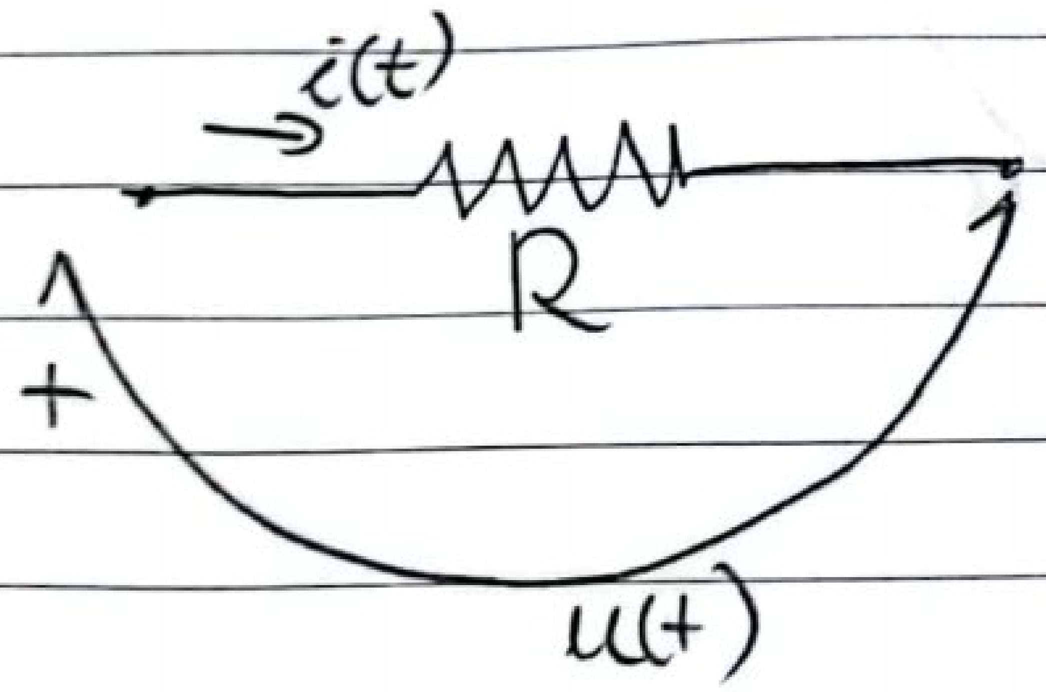
угаона учестаност

– ОСНОВНИ ПАСИВНИ ЕЛЕМЕНТИ У ПРОСТОПЕРИОДИЧНОМ РЕЖИМУ

Претпоставимо да су елементи прикључени на простопериодични напон $u(t)=U_m\cos(\omega t+\theta)$ и треба одредити тренутну вриједност струје и тренутну снагу.

НАПОМЕНА (РЕФЕРЕНТНИ СМЈЕРОВИ СУ УСКЛАЂЕНИ)!

6 Питање 1. блан
– ОТПОРНИК –



$$u(t)=R\cdot i(t) \qquad G=\frac{1}{R}$$
$$i(t)=G\cdot u(t)$$
$$p(t)=u(t)\cdot i(t)$$
$$=R\cdot i^2(t)=\frac{u^2(t)}{R}$$

$$i(t)=I_m\cos(\omega t+\psi)=\sqrt{2}\,I\cos(\omega t+\psi)$$

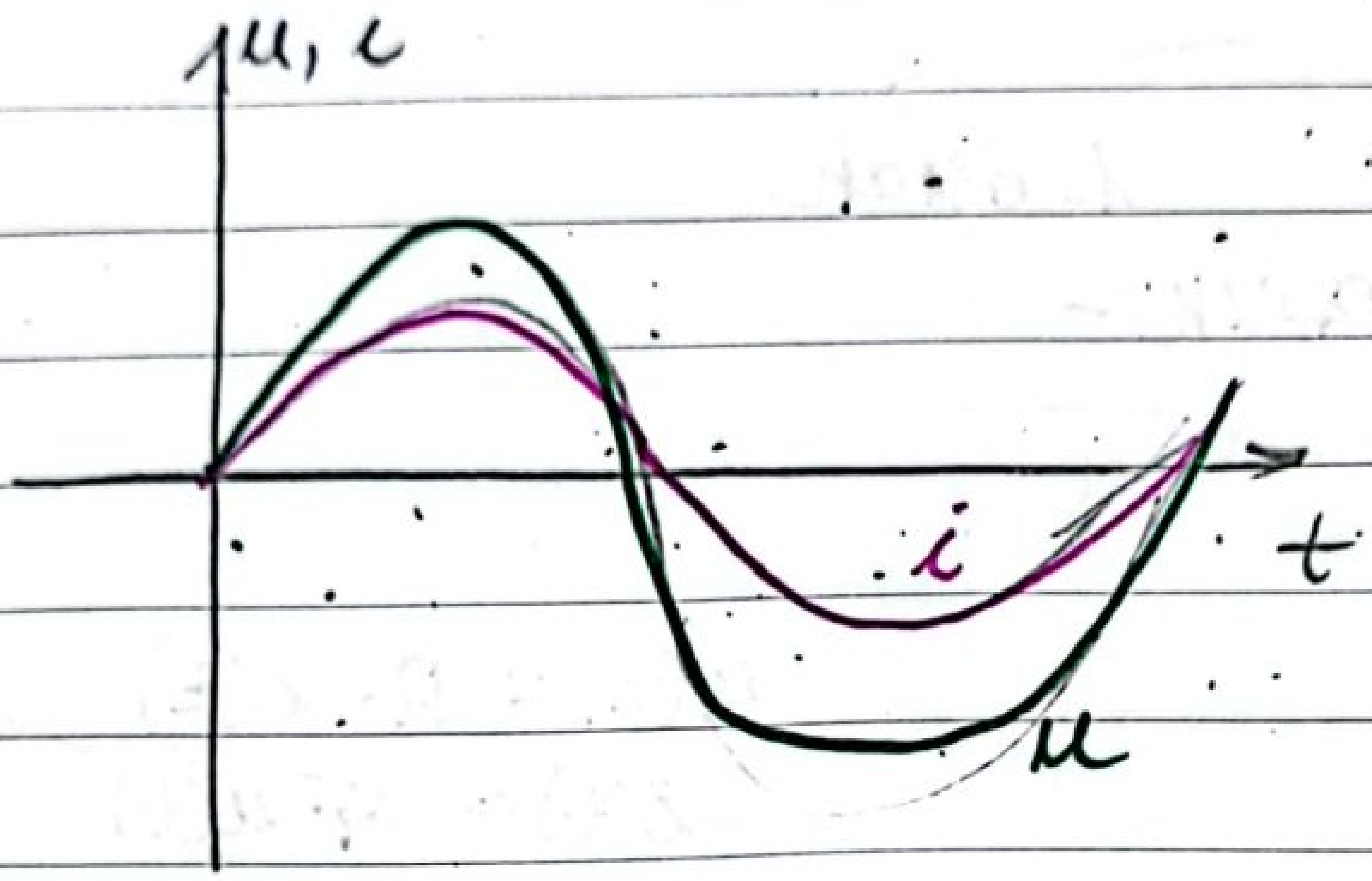
$$u(t)=R\cdot i(t)=R\cdot\sqrt{2}\,I\cos(\omega t+\psi)$$

$$u(t)=\sqrt{2}\cdot U\cos(\omega t+\theta)$$

$$R\cdot\sqrt{2}\,I\cos(\omega t+\psi)=\sqrt{2}\,U\cdot\cos(\omega t+\theta)$$
$$\theta=\psi \Rightarrow \phi=\theta-\psi=0$$
$$\Downarrow$$
$$\boxed{U=RI}$$

$$p(t) = u(t)\cdot i(t)$$
$$= 2RI^2 \cos^2(\omega t + \psi)$$
$$= RI^2\,(1 + \cos(2\omega t + 2\psi))$$

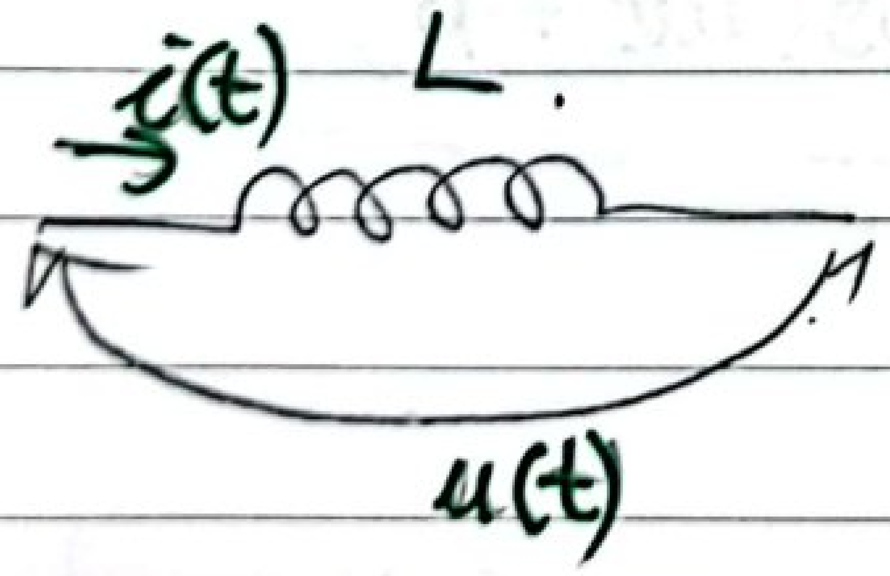
$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt = \dots = R\cdot I^2$$



7) Питање 1. бал.

$R_{зг} = 0$

КАЛЕМ



$$u = L\cdot\frac{di}{dt}$$

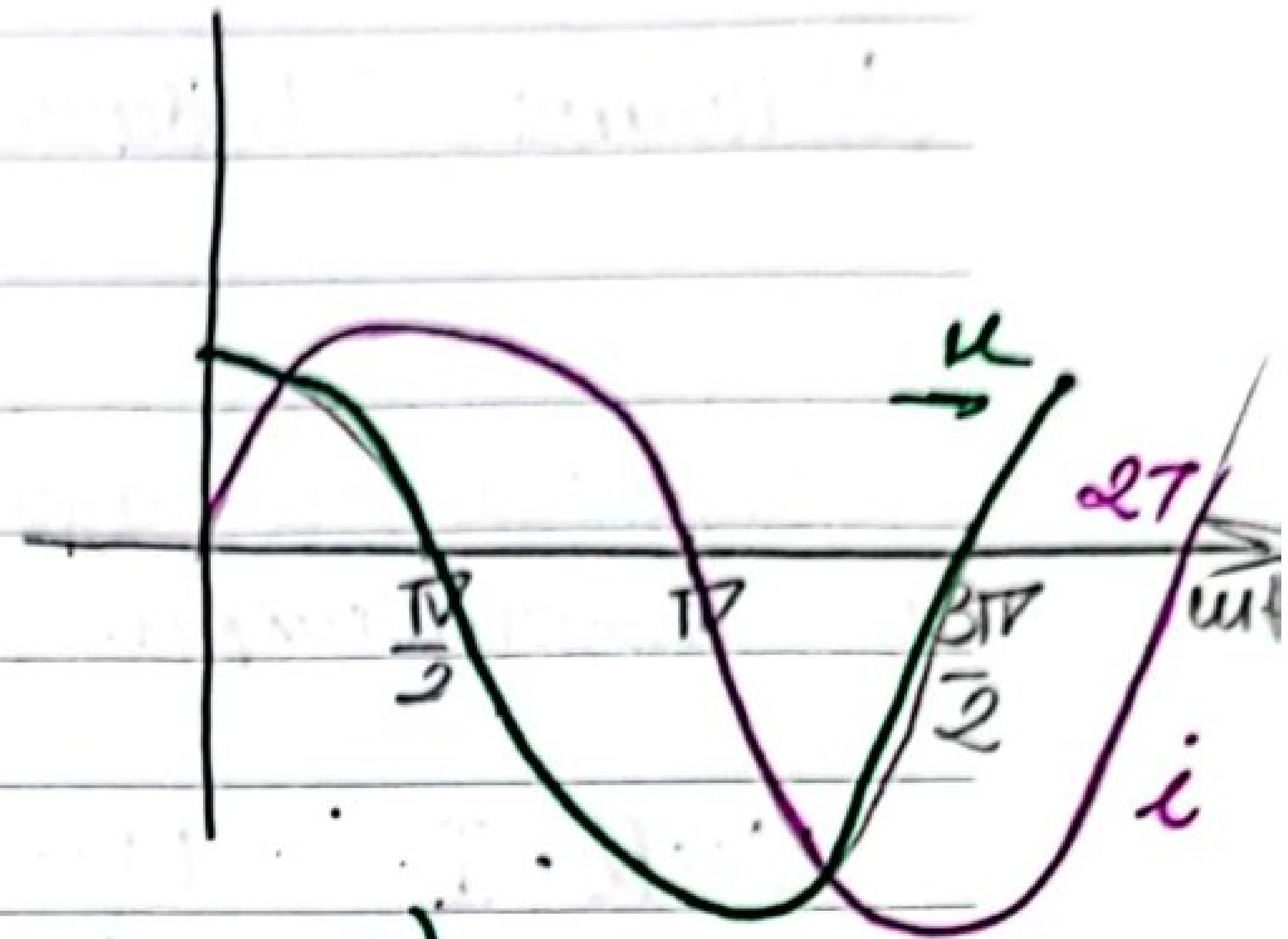
$$i(t) = \sqrt{2}\,I\cos(\omega t + \psi)$$

$$u(t) = L\cdot\frac{di}{dt} = -\omega L\sqrt{2}\,I\cdot\sin(\omega t + \psi).$$

$$= \sqrt{2}\,\omega L\,I\cos\left(\omega t + \psi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$=$

$\sqrt{2}U\cos(\omega t + \alpha)$



$\Rightarrow U = \omega L I$

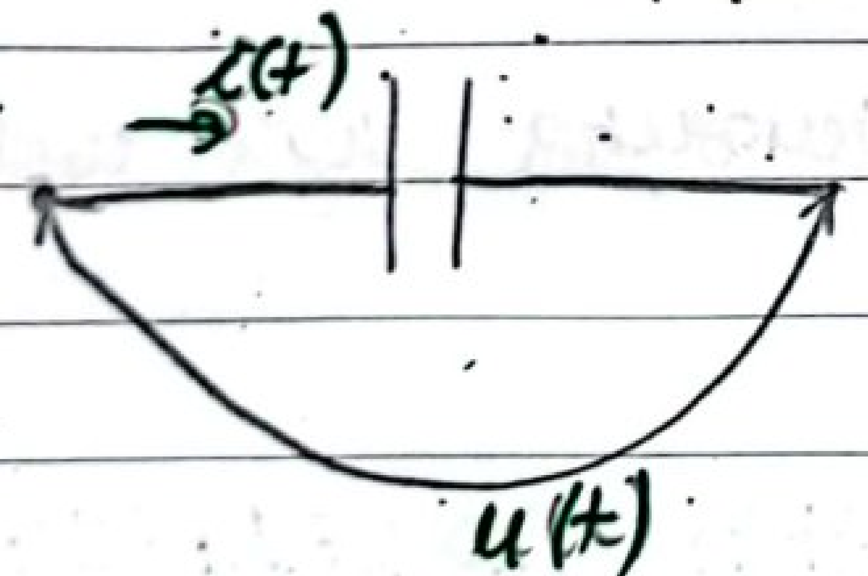
$\alpha = \psi + \frac{\pi}{2}$

$\phi = \alpha - \psi = \frac{\pi}{2}$

$p(t) = i(t) \cdot u(t) = \omega L I^2 \sin(2\omega t + 2\alpha)$

8 Питање 1. блан

- КОНДЕНЗАТОР -



$i = C \cdot \frac{du}{dt}$

$u(t) = \sqrt{2}U\cos(\omega t + \alpha)$

$i(t) = \sqrt{2}\,\omega C U \cos(\omega t + \alpha + \frac{\pi}{2})$

$= \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi)$

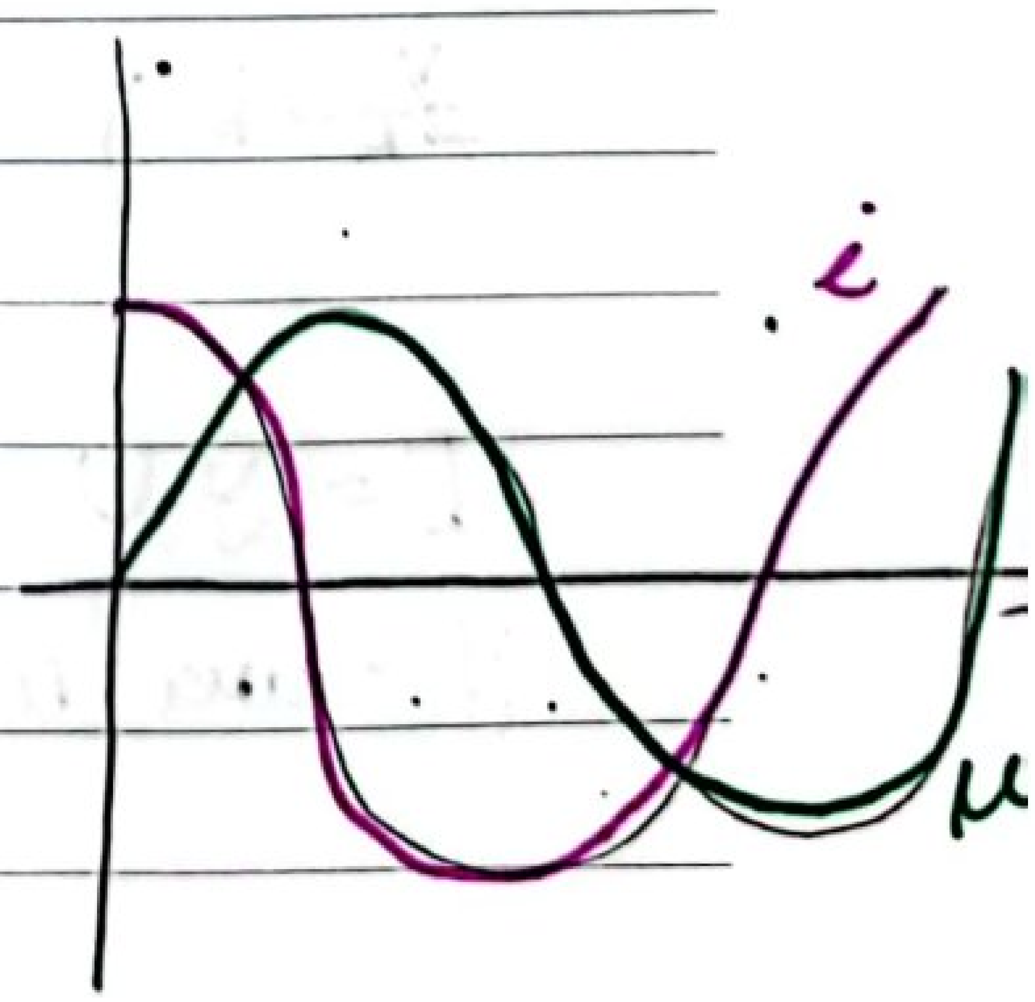
$\Rightarrow I = \omega \cdot C U$

$\phi = \alpha - \psi = -\frac{\pi}{2}$ ← $\psi = \alpha + \frac{\pi}{2}$

$p(t) = u(t) \cdot i(t)$

$= \omega C U^2 \sin(2\omega t + 2\alpha)$

$P_{sr} = \varnothing$



9 питање 1. блок

Импеданса и адмитанса отпорника, калема и кондензатора.

$U=R\cdot I \qquad U=\omega L I \qquad U=\frac{I}{\omega C}$

(такође представљају између ефективне вриједности напона и струје)

општи облик:

$$U=Z\cdot I \quad \text{или} \quad I=\frac{U}{Z}$$

$Z\rightarrow$ карактеристика пријемника која има природу отпорности

$Z\,[\Omega] \rightarrow$ ИМПЕДАНСА ПРИЈЕМНИКА

$Z\geq 0$

$Z_R=R;\ Z_L=\omega L;\ Z_C=\frac{1}{\omega C}$

$I=YU$

$Y\rightarrow$ има природу проводности (S – сименс)

$Y \geq 0$

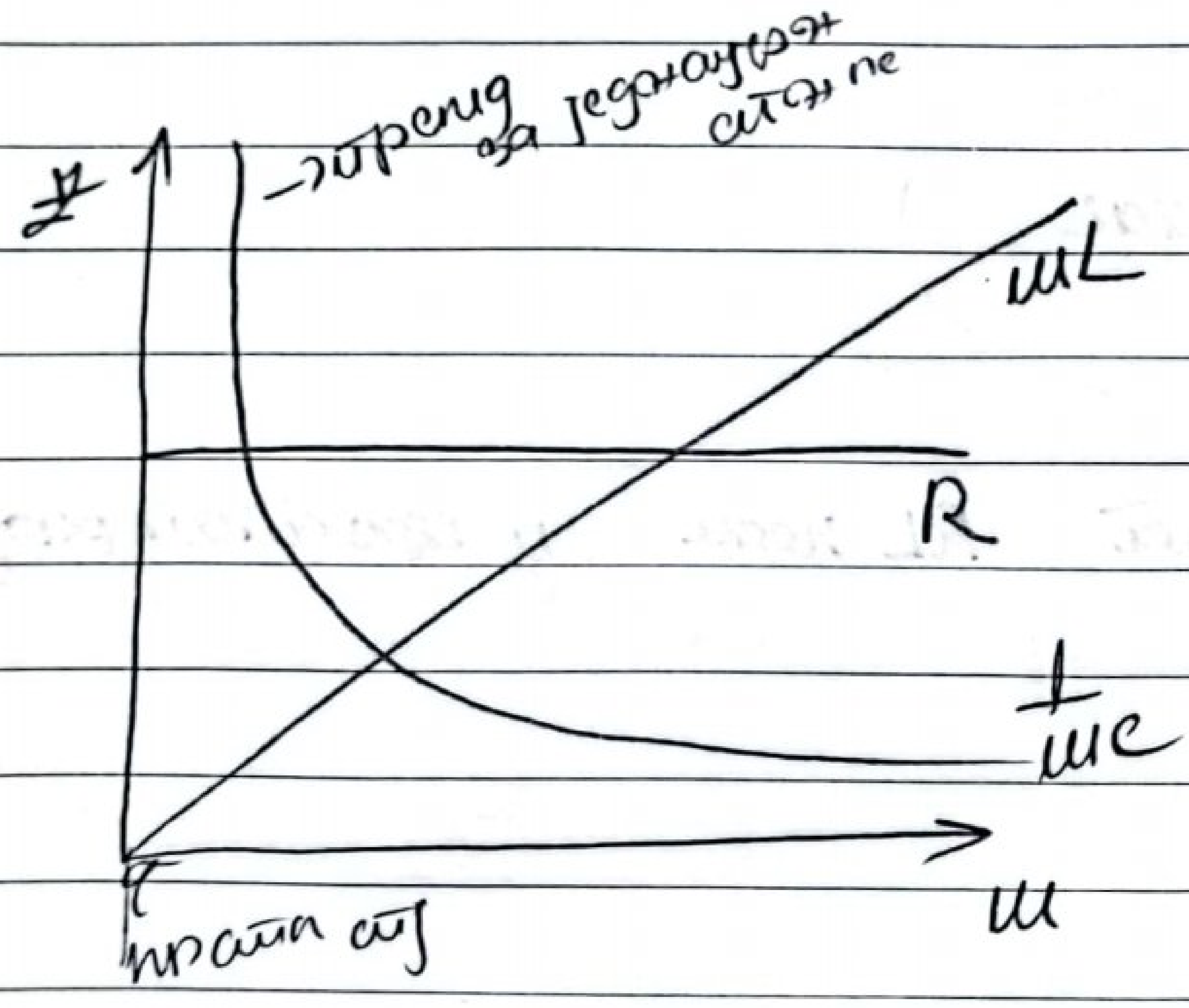
$Y \cdot Z = 1$

$\boxed{Y = \frac{1}{Z}}$

$Y_R = G = \frac{1}{R}$

$Y_L = \frac{1}{\omega L}$

$Y_C = \omega C$



Решавање (анализа) кола у простопериодичном режиму:

$$\sum_{\gamma} i(t) = 0 \qquad \sum_{c} u(t) = 0$$

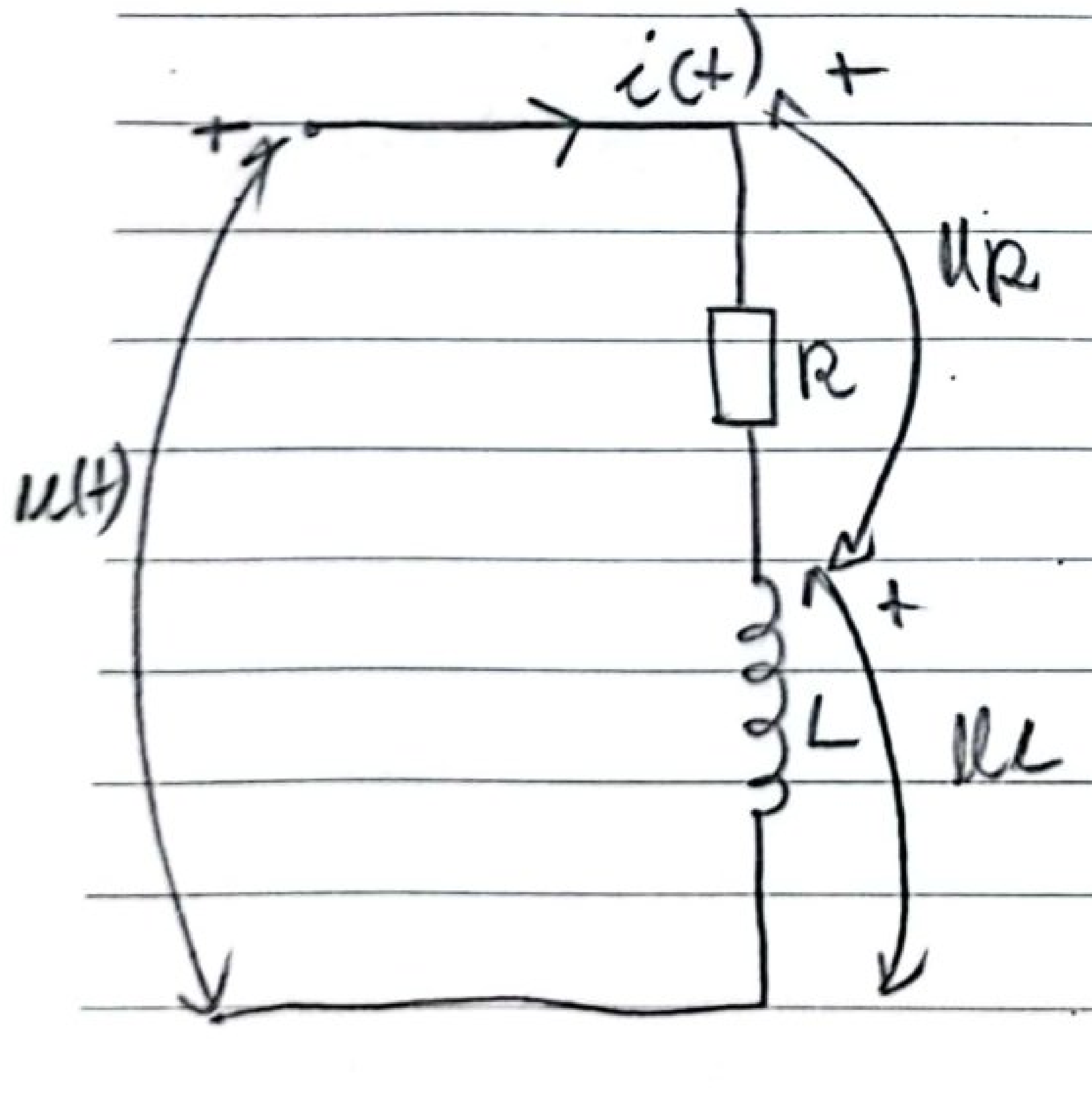
\+ струјно напонске релације

$u = R \cdot i$ $\qquad u = L \cdot \frac{di}{dt}$ $\qquad i = C \cdot \frac{du}{dt}$

10. Питање 1-бод

Анализа серијског RL кола у простопериодичном режиму?

$I_m = \sqrt{2} I$



$i(t) = \sqrt{2} I \cos\omega t \rightarrow$ познато

$$\left.\begin{aligned} u &= u_R + u_L \\ u_R &= R \cdot i(t) \\ u_L &= L \cdot \frac{di}{dt} \end{aligned}\right\} u(t) = ?$$

$$u(t) = \sqrt{2} R I \cos\omega t + L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$= \sqrt{2} R I \cos\omega t - \omega L I \sqrt{2} \sin\omega t$$

$$= \sqrt{2} \underset{?}{U} \cos(\omega t + \underset{?}{\varphi})$$

$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \varphi)$$
$$= \sqrt{2}U(\cos\omega t \cdot \cos\varphi - \sin\omega t \cdot \sin\varphi)$$
$$= \sqrt{2}\, R \cdot I \cos\omega t \quad - \sqrt{2}\,\omega L I \sin\omega t .$$

$$\left.\begin{aligned} U \cdot \cos\varphi &= RI \\ U \cdot \sin\varphi &= \omega L I \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} \varphi &= ? \\ U &= ? \end{aligned}$$

поделити

и са чим

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L}{R} \Rightarrow \varphi = \operatorname{arctg}\frac{\omega L}{R} .$$

квадрирати и сабрати

$$U^2(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi) = I^2(R^2 + (\omega L)^2)$$
$$U = I\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} .$$

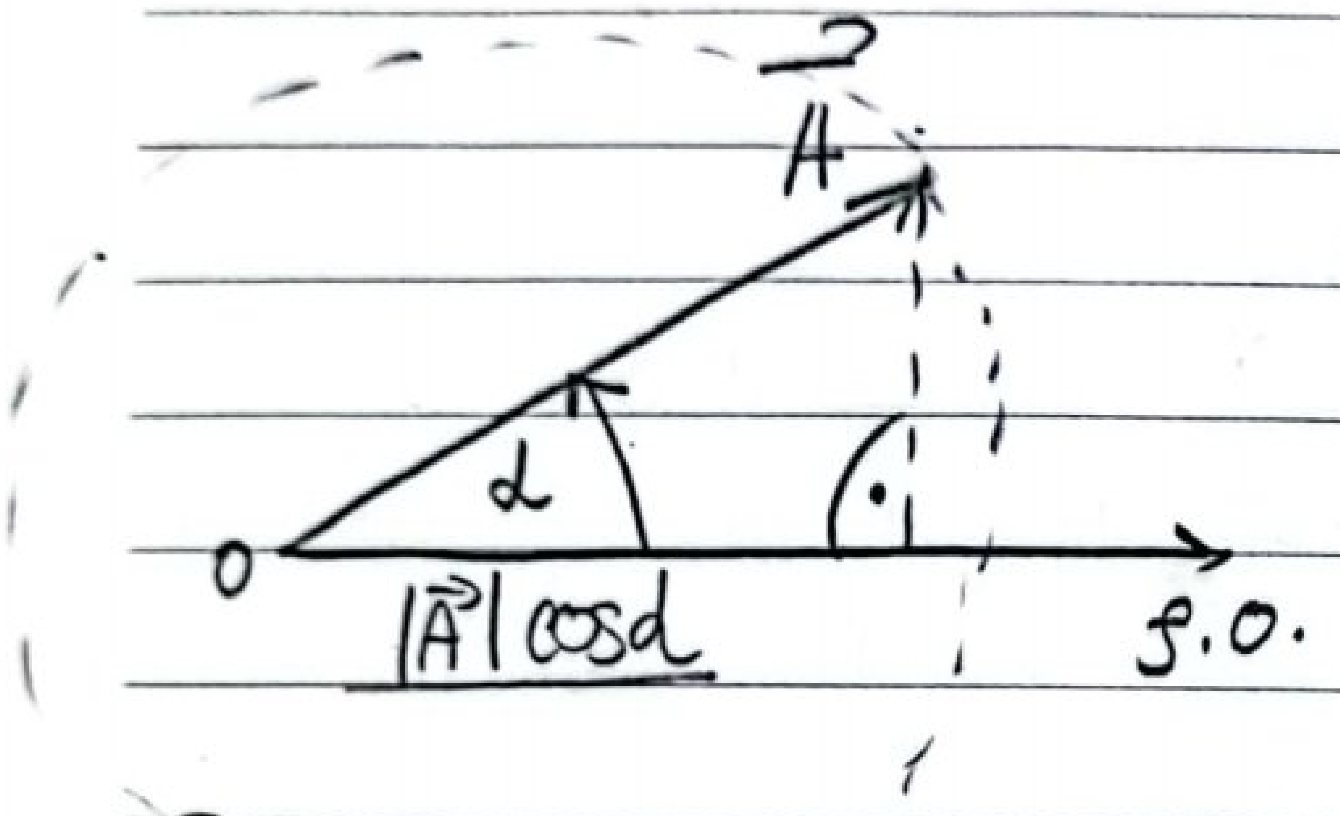
$$\boxed{u(t) = \sqrt{2}\, I \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}\, \cos\left(\omega t + \operatorname{arctg}\frac{\omega L}{R}\right)}$$

SAVACOOP

ПРЕДСТАВЉАЊЕ ПРОСТОПЕРИОДИЧНИХ ВЕЛИЧИНА ПОМОЋУ ОБРТНИХ ВЕКТОРА (ФАЗОРА)

2. БЛОК 1. Питање

Представљање простопериодичних величина помоћу фазора



Посматрамо вектор $\vec{A}$. Почетак вектора $\vec{A}$ поклапа се са координатним почетком једне осе. Та оса назива се фазна оса.

$|\vec{A}|$ → модул (дужина) вектора.
α → угао који тај вектор заклапа са фазном осом (посматрано математички позитиван смер)

Пројекција вектора $\vec{A}$ на фазну осу је $|\vec{A}|\cos\alpha$

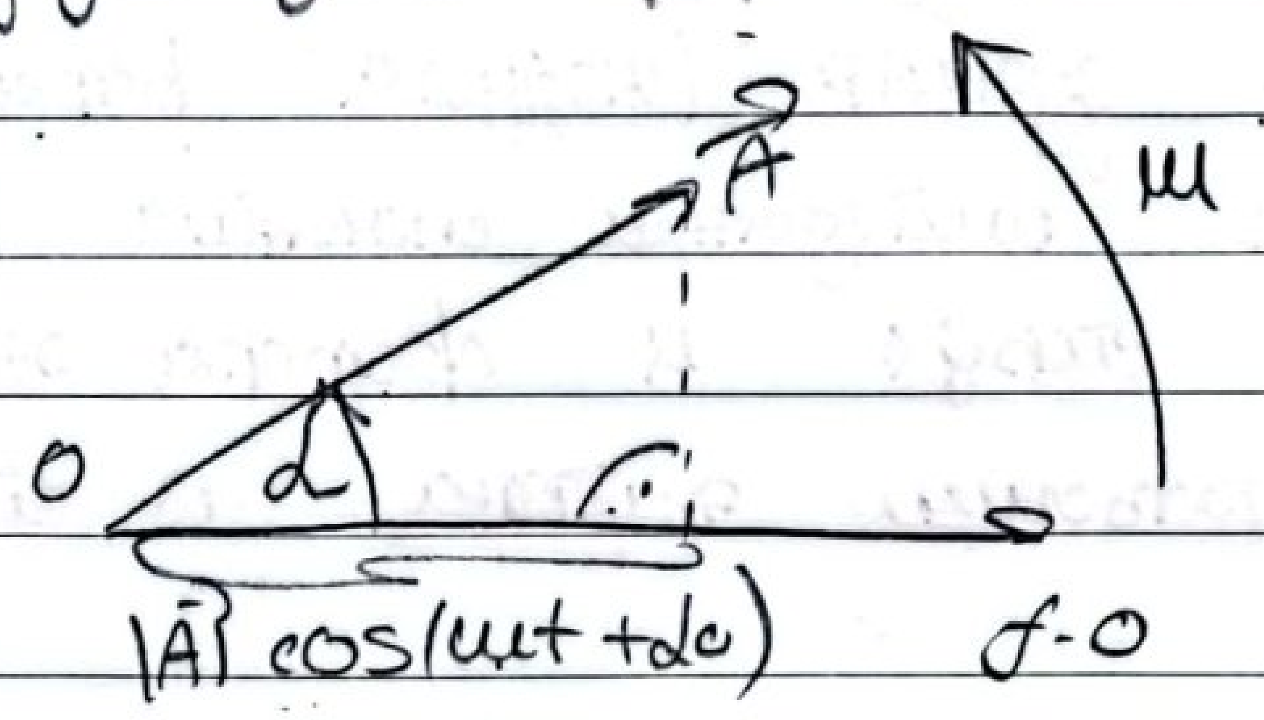
Замислимо сада да се вектор $\vec{A}$ обрће у равни цртежа, у математички позитивном смеру (константном угаоном брзином ω)

Тада је $\alpha = \omega t + \alpha_0$ (α_0 угао који $\vec{A}$ заклапа са f·0 у тренутку t_0) => пројекција вектора на фазну осу ће бити → $a(t) = |\vec{A}| \cos(\omega t + \alpha_0)$

ПРОСТОПЕРИОДИЧНА Ф-ЈА ВРЕМЕНА

Амплитуда пројекције једнака је дужини вектора $\vec{A}$, кружна учестаност = угаоној брзини обртања вектора, а почетна фаза је једнака углу који вектор $\vec{A}$ заклапа са фазном осом у почетном тренутку ($t=0$)

Такав вектор се назива ФАЗОР (изражава се у истим јединицама као и величина коју представља)



→ сразмерна вредности величина

Фазорски дијаграми:

Цртеж скупа фазора који представљају напоне и струје неког кола назива се **фазорски дијаграм**

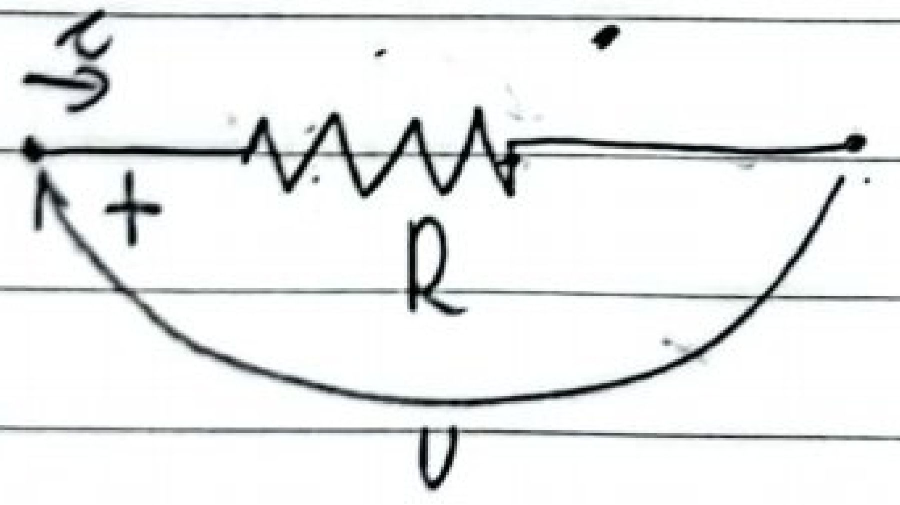
2. блок 2. питање

Фазорски дијаграм отпорника

- Фазор напона елемента означено $\underline{U} = U\angle\theta$,

а фазор струје $\underline{I} = I\angle\psi$.

Количник дужина (модула) фазора НАПОНА и СТРУЈЕ једнак је импеданси елемента (Z), а угао између фазора струје и фазора напона једнак је фазној разлици напона и струје



ОСНОВНА РЕЛАЦИЈА

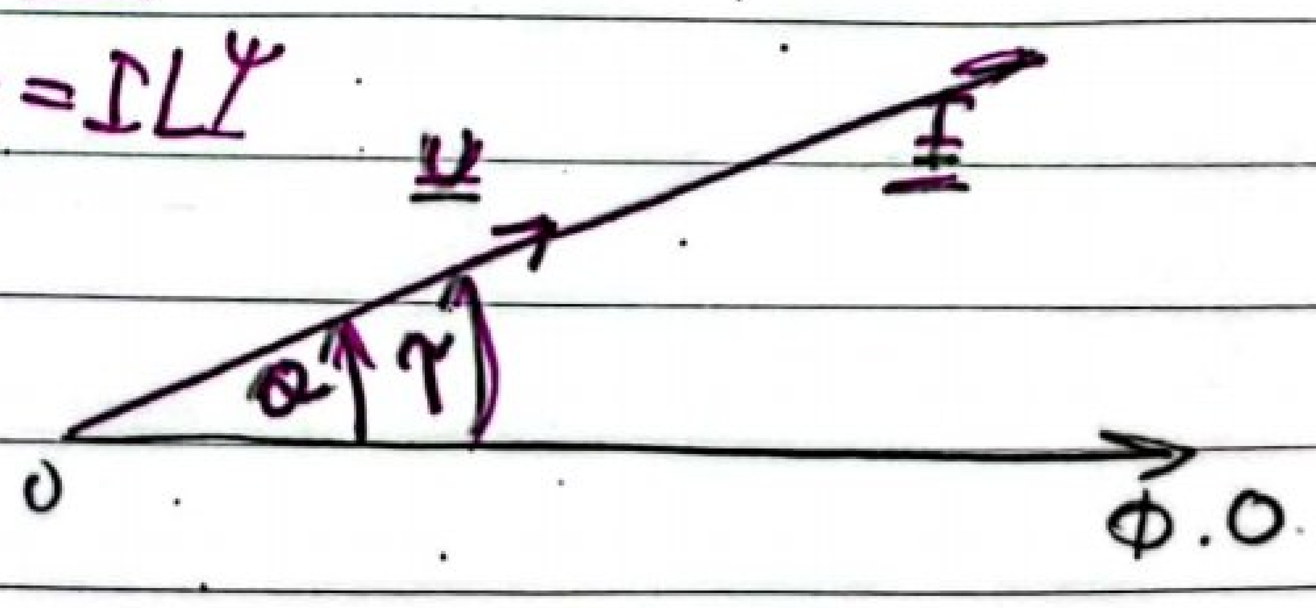
$u = R \cdot i$

$Z = \frac{U}{I} = R$

$\phi = \theta - \psi = 0$

$u(t) = \sqrt{2}U\cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow \underline{U} = U\angle\theta$

$i(t) = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \psi) \Leftrightarrow \underline{I} = I\angle\psi$



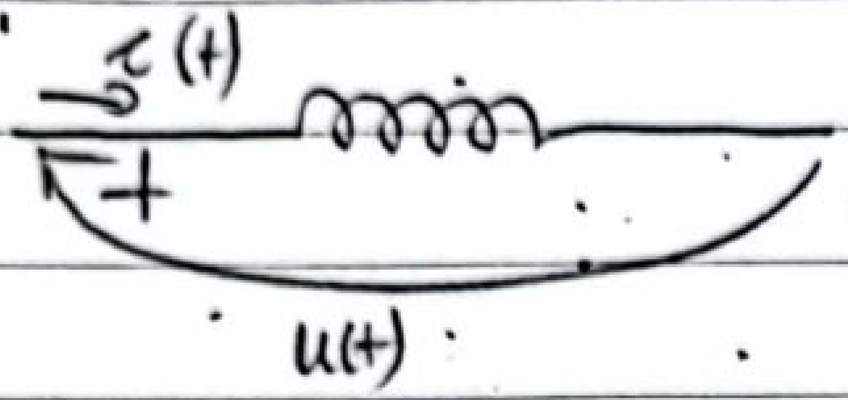
③ Питање 2) блок

Фазорски дијаграм калема

ОСНОВНА РЕЛАЦИЈА:

$$u = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$Z = \frac{U}{I} = \omega L$$

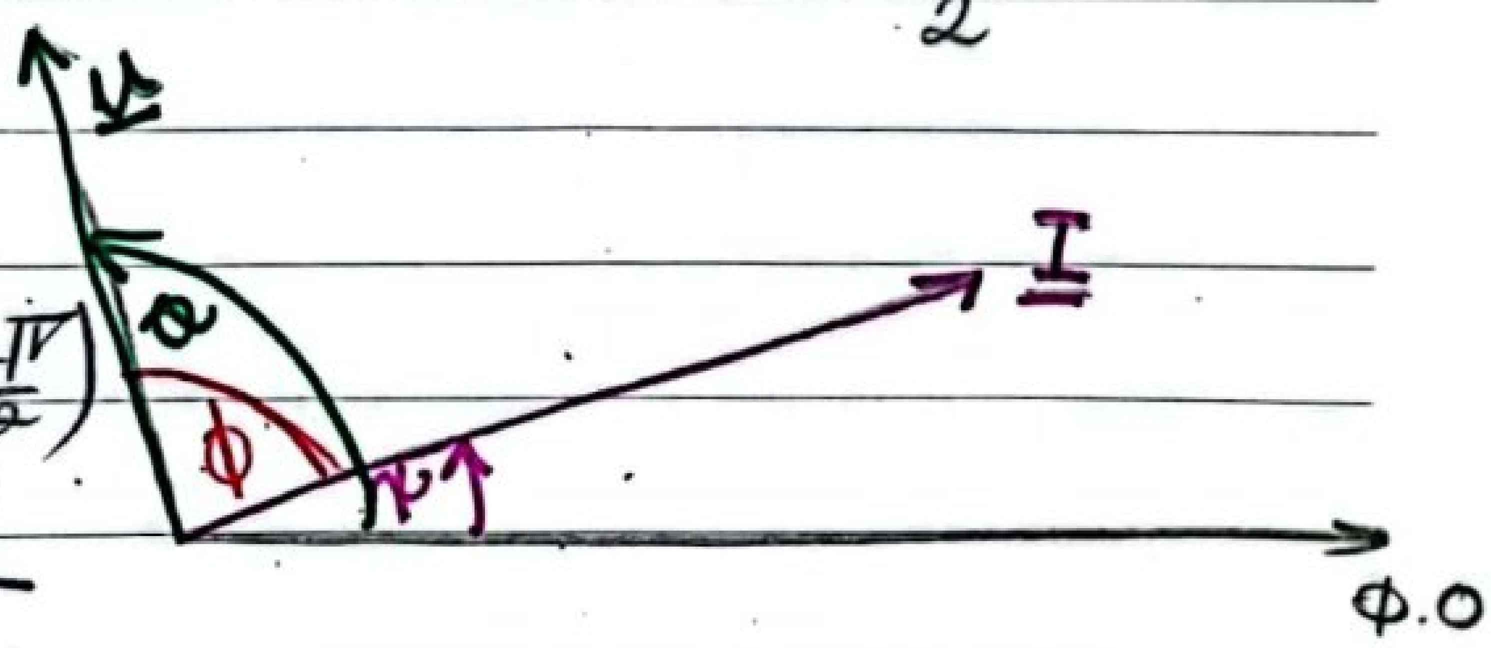


$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi)$, $\underline{I} = I \angle \psi$ $\quad \Phi = \theta - \psi = \frac{\pi}{2}$ → напон предњачи струји

$$u(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$= \sqrt{2}\, \omega I L \cos(\omega t + \psi + \frac{\pi}{2})$$

$$= \sqrt{2}\, U \cos(\omega t + \theta)$$

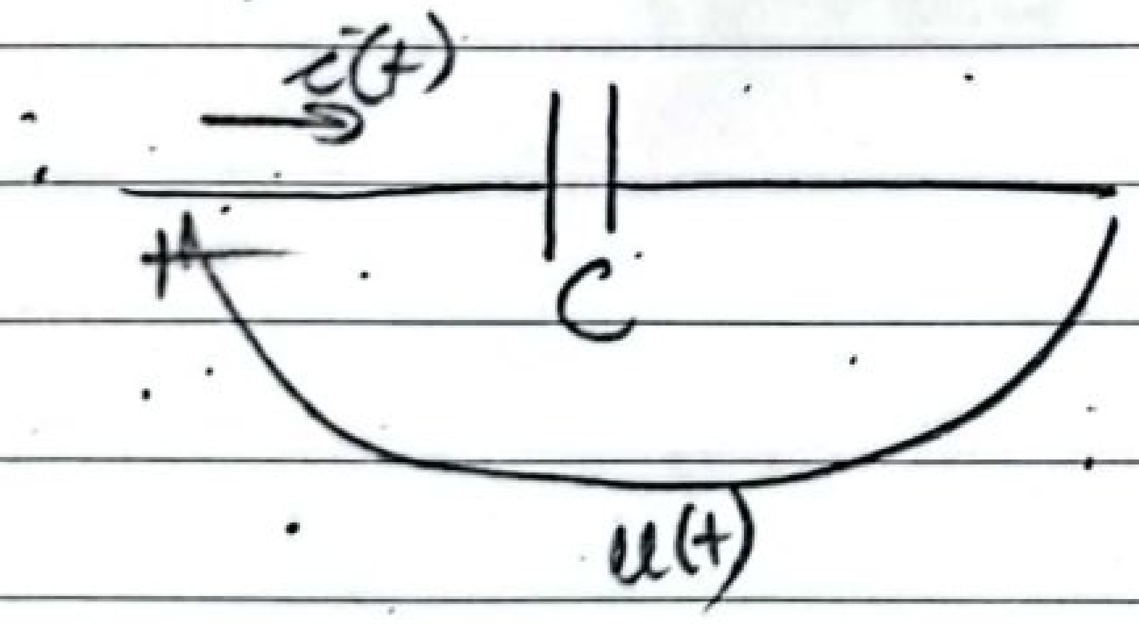


④ Питање 2 блок

Фазорски дијаграм кондензатора

ОСНОВНА РЕЛАЦИЈА:

$$i(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt}$$



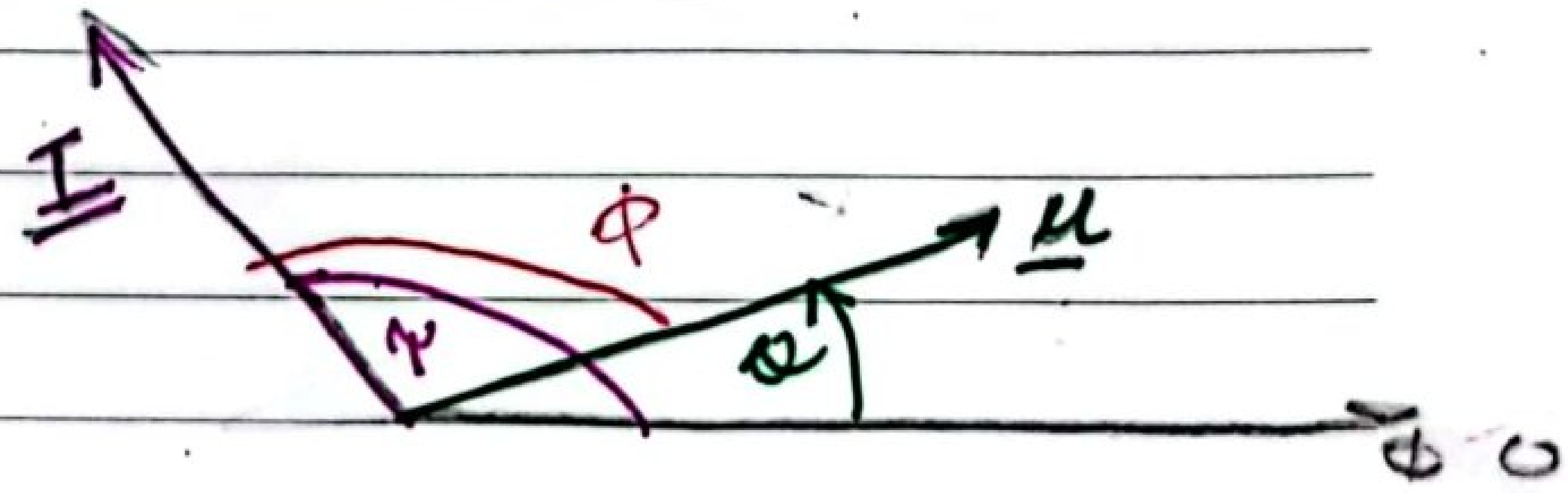
$$Z = \frac{U}{I} = \frac{1}{\omega C}$$

$$\Phi = \psi - \theta = \frac{\pi}{2}$$ → струја предњачи напону

$u(t) = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow \underline{U} = U \angle \theta$

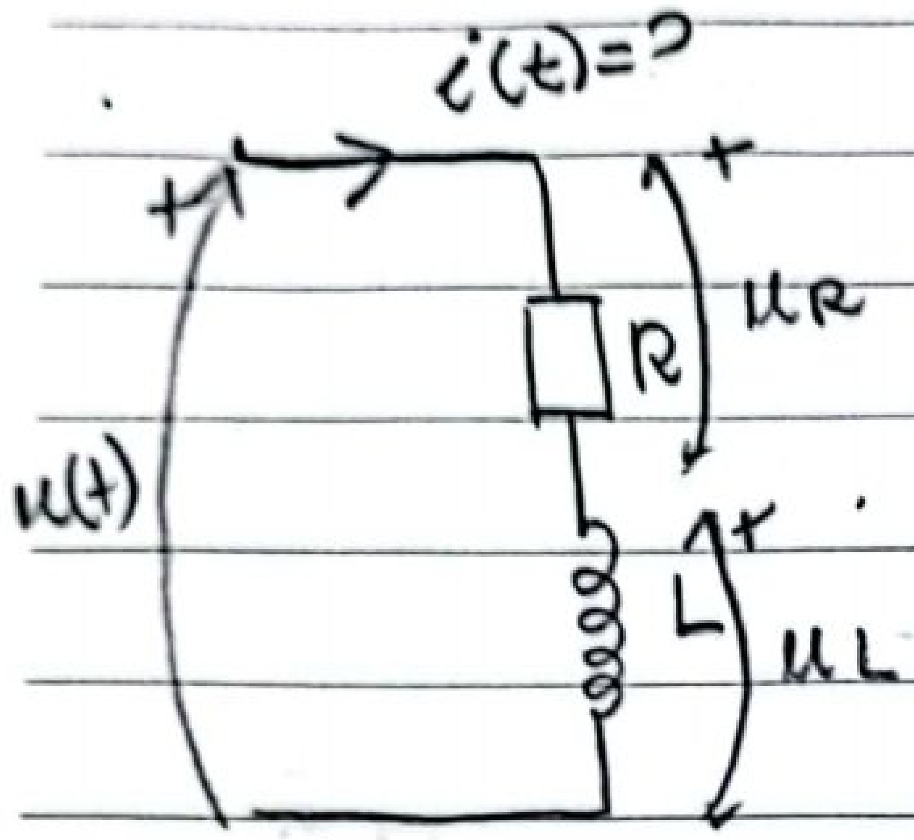
$$i(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt} = C \cdot U \cdot \omega \sqrt{2} \cos(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2})$$

$$= \sqrt{2}\, I \cos(\omega t + \psi)$$



③ Питање ② бода

Фазорски дијаграм серијске RL кола



$u(t)=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\theta) \Leftrightarrow \underline{U}=U\angle\theta$

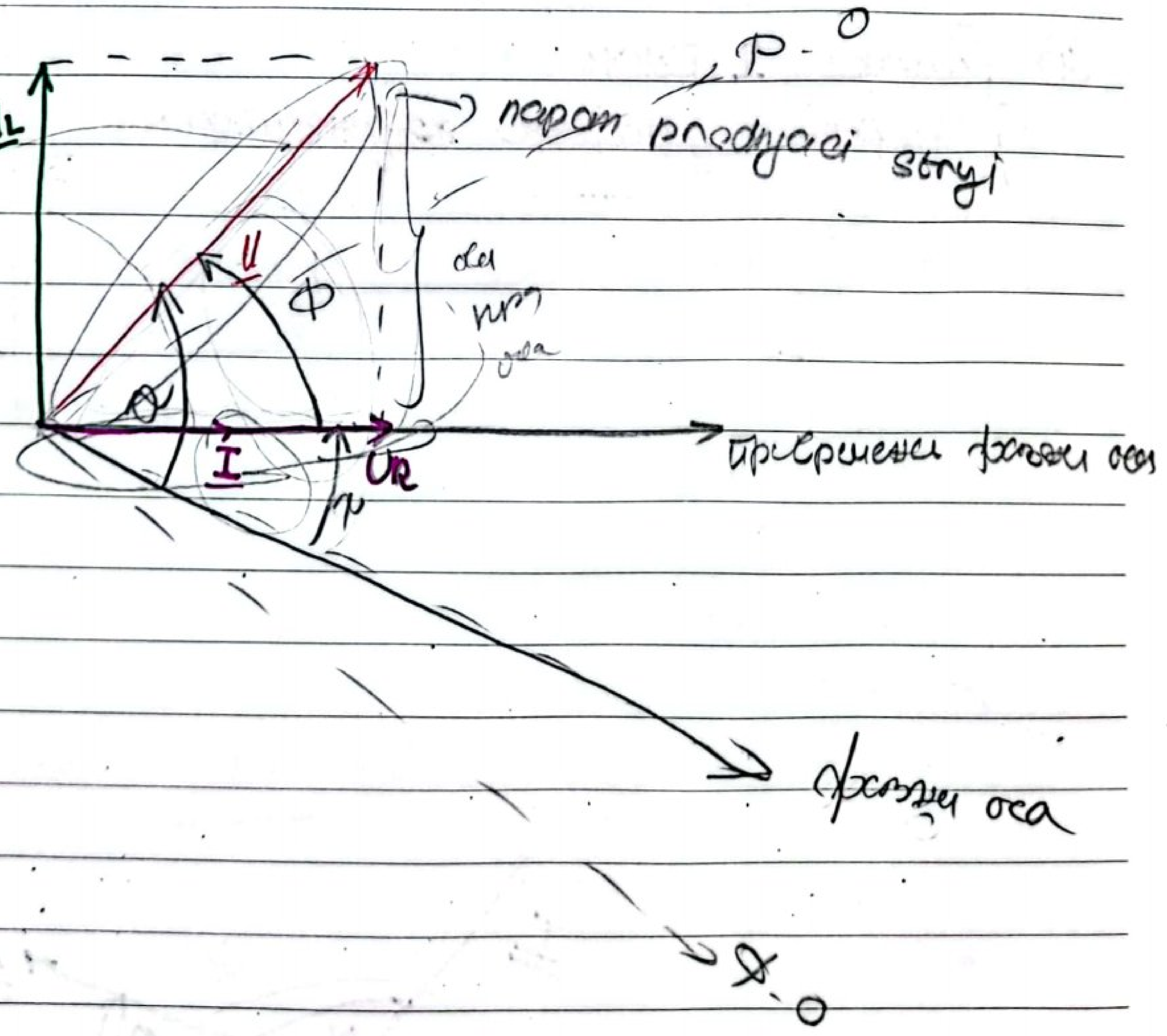
$i(t)=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\psi) \Leftrightarrow \underline{I}=I\angle\psi$

$I=?\quad \psi=?$

$\underline{U}=\underline{U_R}+\underline{U_L}$

$\underline{U_R}=R\cdot I\angle\psi$

$\underline{U_L}=\omega L\cdot I\angle\psi+\frac{\pi}{2}$



$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{(RI)^2 + (\omega L I)^2}$$
$$= \sqrt{I^2 (R^2 + (\omega L)^2)}$$

$$U = I\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$\boxed{I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}}$$

$$\phi = \theta - \psi \qquad \theta = \phi + \psi$$

НАПОН ПРЕДЊАЧИ СТРУЈИ

$$\psi = \theta - \phi$$

$$\phi = \operatorname{arctg} \frac{U_L}{U_R} = \operatorname{arctg} \frac{\omega L}{R}$$

$$\psi = \theta - \operatorname{arctg} \frac{\omega L}{R}$$

$$i(t) = \frac{\sqrt{2}\, U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \cdot \cos\left(\omega t + \theta - \operatorname{arctg} \frac{\omega L}{R}\right)$$

Напомена:
Импеданса серијске везе је $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \frac{U}{I}$

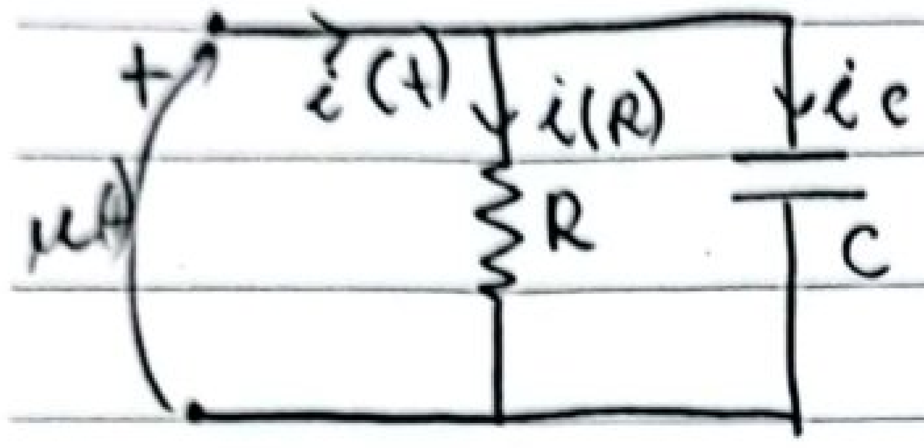
и она је различит од $R + \omega L$
ЈАЧИНУ СТРУЈЕ НЕ МОЖЕМО ТРАЖИТИ КАО
$i(t) = \frac{u(t)}{R + \omega L}$ јер се на тај начин занемарује
чињеница да напон и струја нису у фази!

⑥ Питање ② блок

Фазорски дијаграм паралелног RC кола

$u(t) = \sqrt{2}U\cos\omega t$ → задато

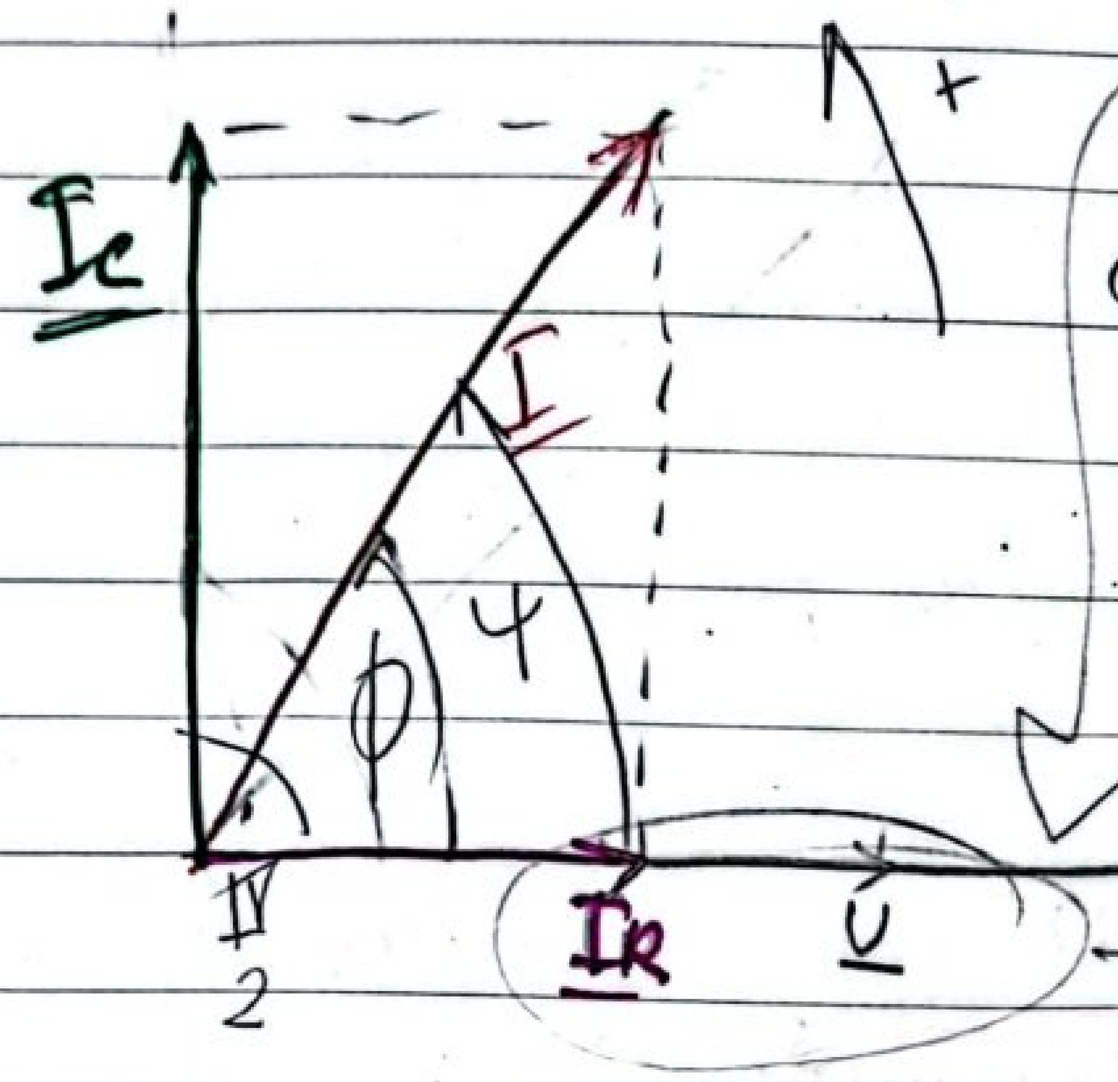
Почетна фаза = 0



$i(t) = i(R) + i(C)$

$I_R = \frac{U}{R}$ $\quad I_C = \omega C U$

→ дужина фазора струје или амплитуде



струја предњачи напону

→ фазна оса

→ струја и напон су у фази

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = \sqrt{\left(\frac{U}{R}\right)^2 + (\omega C U)^2}$$
$$= U\sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C)^2}$$

$$u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \theta)$$

$$U = \frac{I}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C)^2}}$$

израз за рачунање струје и сабирања на испит

$$\varphi = -\Phi = -(\theta - \psi) = \psi$$

$$\varphi = \psi - \theta$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{I_C}{I_R} = \operatorname{arctg}\omega R C = \psi$$

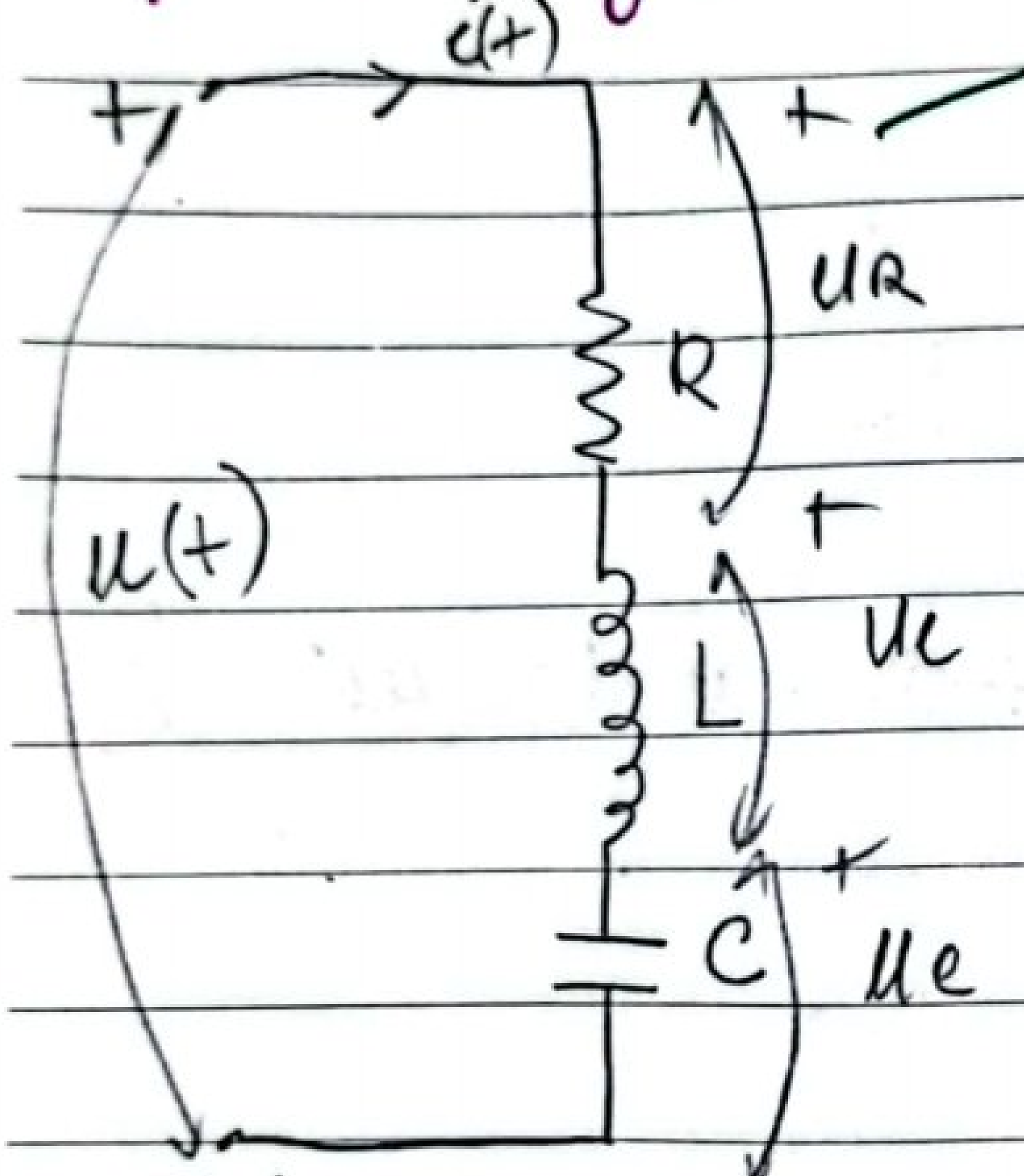
$$\Phi = -\operatorname{arctg}\omega R C$$

$$i(t) = \sqrt{2}\, U \sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C)^2}\, \cos\left(\omega t + \text{arctg}\, \omega RC\right)$$

4. Питање 2. БЛОК

Фазорски дијаграм RLC кола

редно, просто или резонантно осцилаторно коло?



Редном RLC колу прикључен је на напон $u(t) = \sqrt{2}\, U \cos(\omega t +$

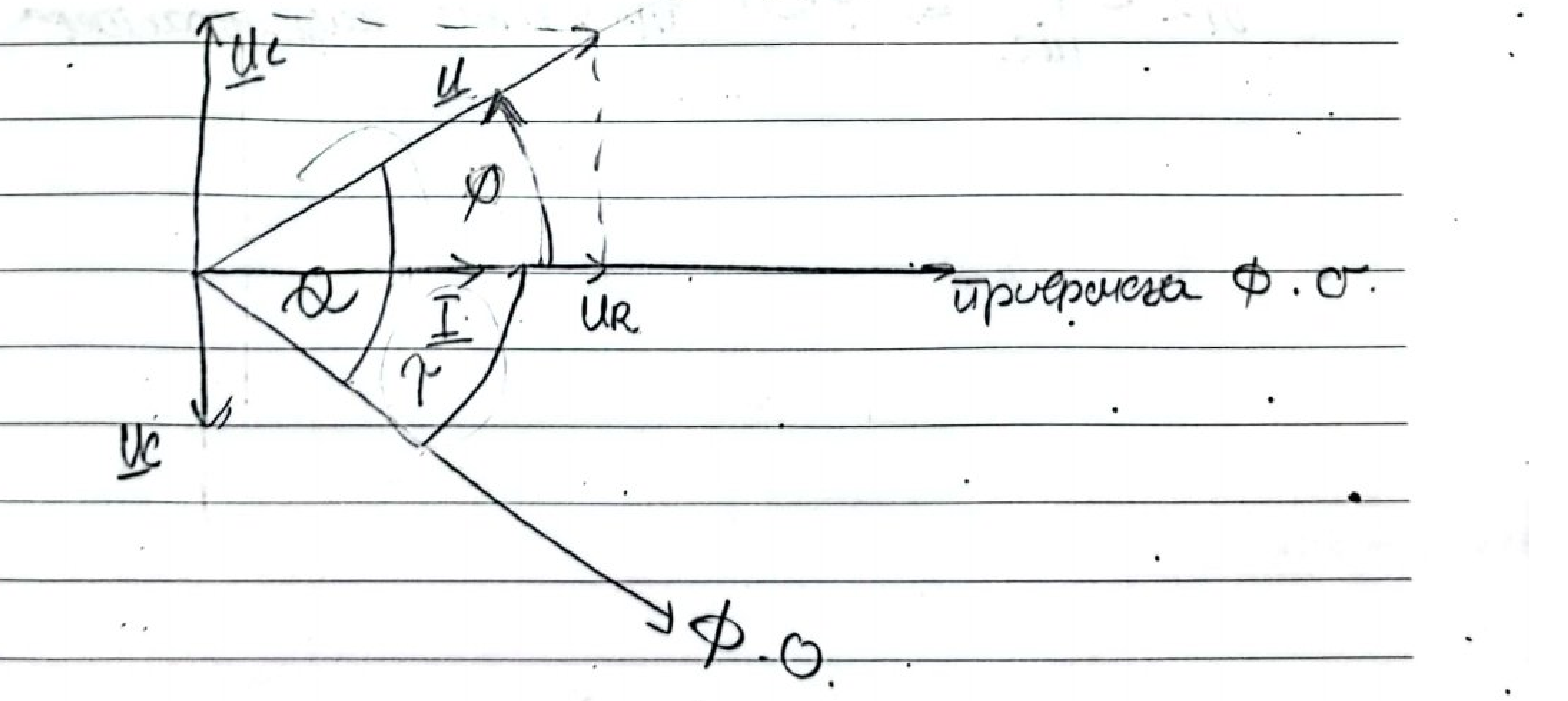
Одредити $i(t) = \sqrt{2}\, I \cos(\omega t + \psi)$

$I = ?$

$\psi = ?$

$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C$

$\underline{U}_R = R\underline{I} \quad \underline{U}_L = \omega L \underline{I} \quad \underline{U}_C = \frac{1}{\omega C}\underline{I}$



$$U = I\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$\varphi = \theta - \psi = \operatorname{arctg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$$

$$\psi = \theta - \varphi = \theta - \operatorname{arctg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

$$i(t) = \frac{\sqrt{2}\,U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cos\left(\omega t + \theta - \operatorname{arctg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)$$

$\omega L > \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \varphi > 0$ претежно инд. карактера

$\omega L < \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \varphi < 0$ претежно кап. карактера

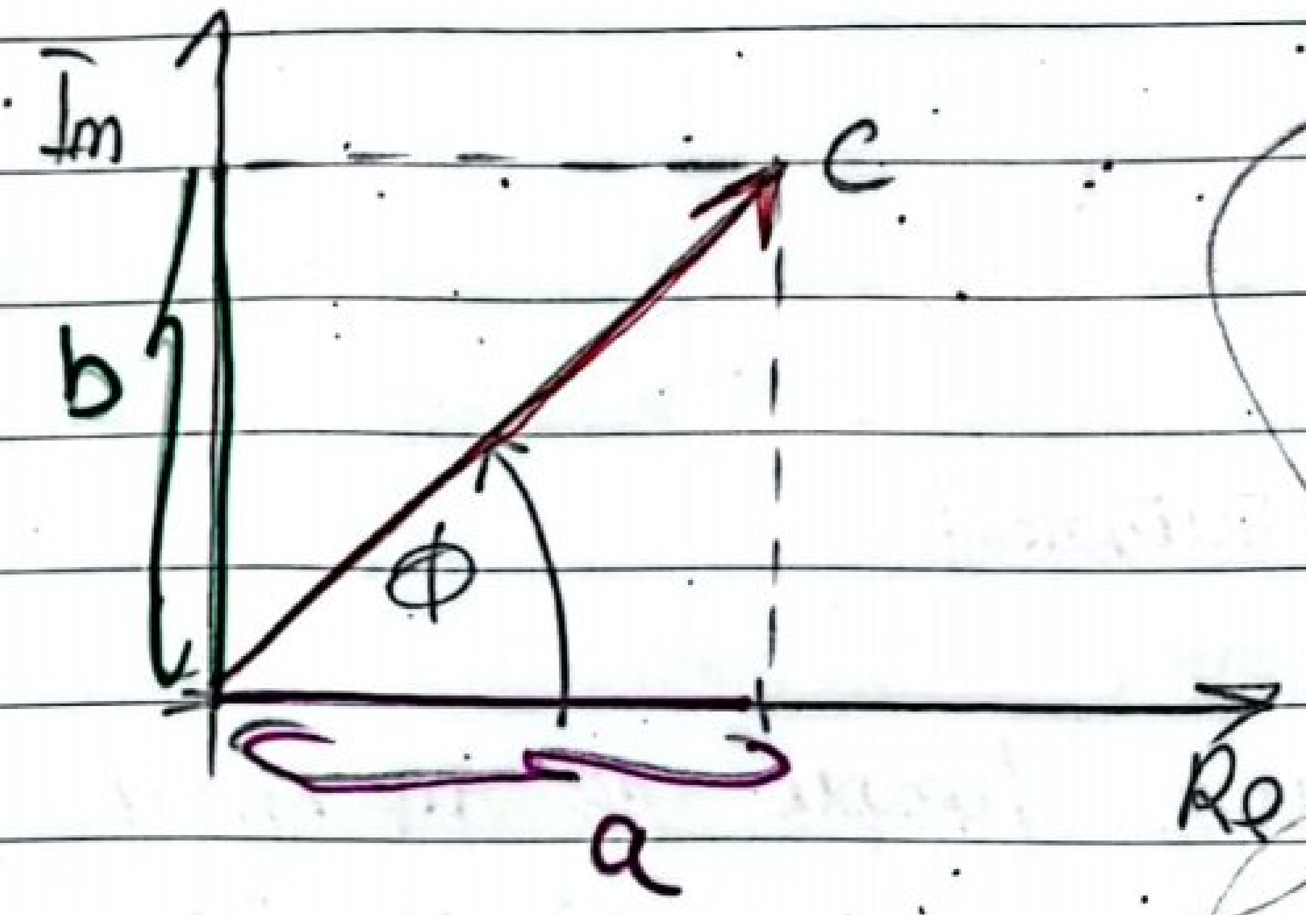
8. Питање (2) блок

Представљање фазора комплексним бројевима:

- Комплексни број $\underline{C} = a + jb$, при чему су a и b реални бројеви, а $j = \sqrt{-1}$ → имагинарна јединица

$\underline{C} = a + jb$ (алгебарски - стандардни облик)

$a = Re\{\underline{C}\}$ $\quad b = Im\{\underline{C}\}$



$C = \sqrt{a^2 + b^2}$ → модул комплексног броја

$\phi = arctg\frac{b}{a} = arctg\frac{Im\{\underline{C}\}}{Re\{\underline{C}\}}$

напомена: аргумент комплексног броја $-\pi < \phi \le \pi$

- $\underline{C} = Ce^{j\phi}$ → тригонометријски (експоненцијални облик)

аргумент

модул

$\underline{C} = Ce^{j\phi} = C\cdot\cos\phi + jC\sin\phi$ → Ојлеров образац

$a = C\cdot\cos\phi$

$b = C\cdot\sin\phi$

веза између алгебарског и експоненцијалног

$e^{j\pi} = \cos\pi + j\sin\pi = -1$ $\quad$ ~~cos jπ~~

$e^{j\frac{-\pi}{2}} = \cos\frac{\pi}{2} + j\sin(-\frac{\pi}{2}) = -j$

Операције:

$$\underline{c_1} \pm \underline{c_2} = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2)$$

$$\underline{c_1} \cdot \underline{c_2} = c_1 c_2 \cdot e^{j(\phi_1 + \phi_2)}$$

$$\frac{\underline{c_1}}{\underline{c_2}} = \frac{c_1}{c_2} e^{j(\phi_1 - \phi_2)}$$

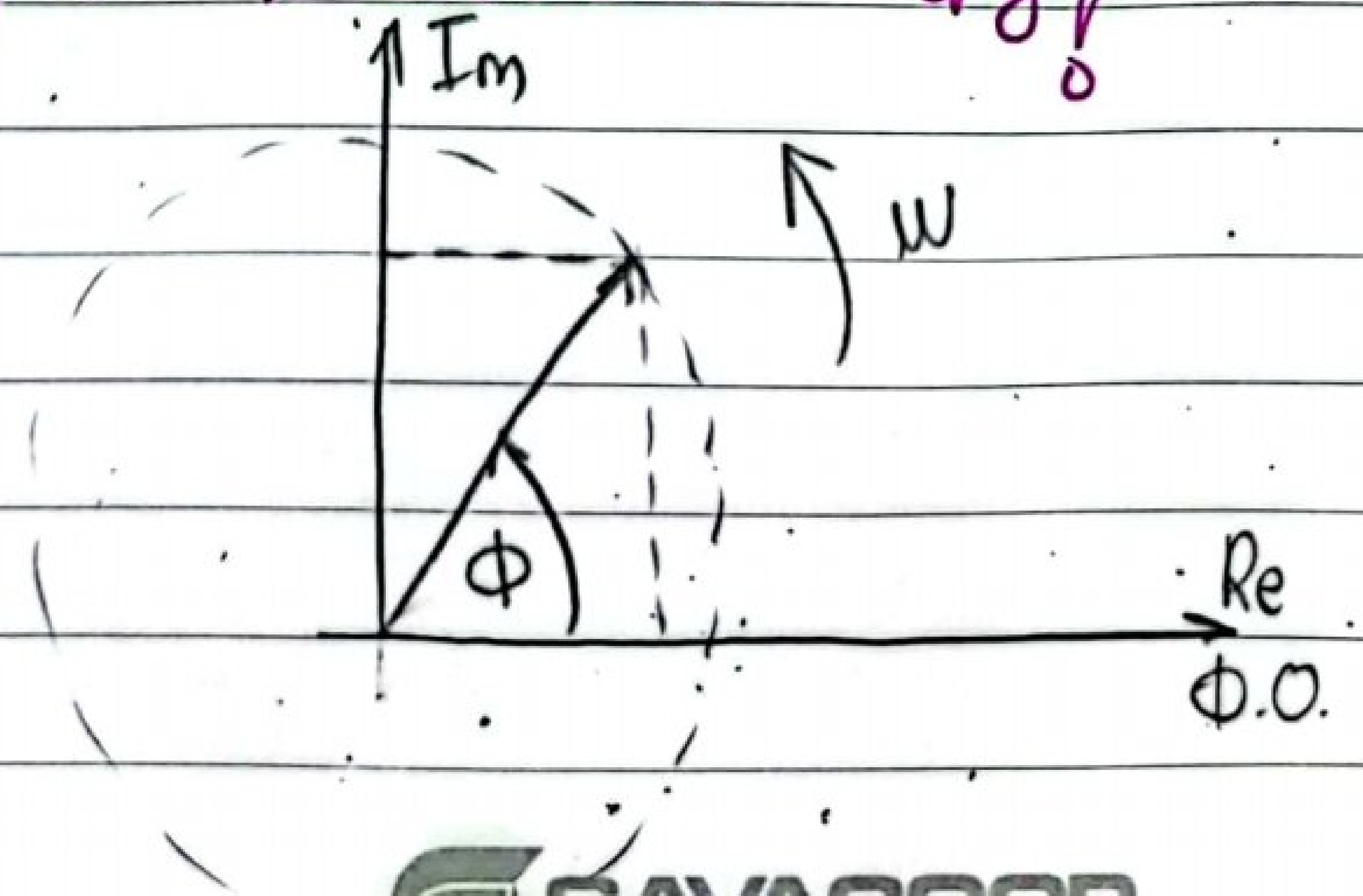
$\underline{c} = a + jb$ → коњуговано-комплексна вредност

$\underline{c}^* = a - jb$

// Одговор на питање:

Раван у којој леже фазори се преклапати у комплексну раван тако да се поклапају координатни почеци, а фазна оса да се поклапа са реалном фазом.

На тај начин сваком стању фазора одговара само један комплексан број!



9. питање. (2) блок

Комплексни представници простопериодичних величина:

Напон:

$$u(t)=\sqrt{2}\,U\cos(\omega t+\theta) \Leftrightarrow \underline{U} = U e^{j\theta}$$

аргумент комплексног представника једнак је почетној фази простопериодичне величине

модул комплексног представника једнак је ефективној вредности простопериодичне величине

Кирхофови закони у комплексном домену.
Импеданса и адмитанса.

Прелазак у комплексни домен, линеарне алгебарске једначине у временском домену замењује се по форми идентичним једначинама у комплексном домену:

Примена Кирхофових закона: (10. Питање 2. блок)

I К.З. $\sum i(t) = 0$

комплексни представник

пр: $-i_1+i_2+i_3=0 \rightarrow -\underline{I}_1+\underline{I}_2+\underline{I}_3=0$

$i_1(t) \Leftrightarrow \underline{I}_1$, $i_2(t) \Leftrightarrow \underline{I}_2$, $i_3(t) \Leftrightarrow \underline{I}_3$

Алгебарски збир струја које се стичу у чвор = 0

„+" реф. смер према од чвора

„−" — „ — ка чвору

II к.з.

$\sum u(t) = 0$

$-u_1+u_2+u_3=0 \Leftrightarrow -\underline{U}_1+\underline{U}_2+\underline{U}_3=0$

$u_1 \Leftrightarrow \underline{U}_1 \quad u_2 \Leftrightarrow \underline{U}_2 \quad u_3 \Leftrightarrow \underline{U}_3$

алгебарски збир напона свих грана дуж произвољне затворене контуре у колу = 0

* КОМПЛЕКСНА ИМПЕДАНСА и АДМИТАНСА *

(11 питање 2 лист)

При усвојеним референтним смеровима напона и струје за основне пасивне елементе и одређивањем комплексних представника тих напона и струја, уводи се појам комплексна импеданса:

$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$ → усвојени реф. смерови

→ увијек овене

$$\underline{Z} = Z e^{j\phi} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{Ue^{j\theta}}{Ie^{j\psi}} = \frac{U}{I} e^{j(\theta-\psi)} \Rightarrow Z = \frac{U}{I}$$

$$\phi = \theta - \psi$$

ОТПОРНИК → $u(t) = R \cdot i(t) \Rightarrow \underline{U} = R \cdot \underline{I}$

$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R e^{j0}$ јер су струја и напон у фази

$\Downarrow$

$\underline{Z} = R$ $\quad\phi = \theta - \psi = 0$

КАЛЕМ - $u(t) = L\frac{di}{dt} \Rightarrow \underline{U} = j\omega L\,\underline{I}$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = j\omega L = \omega L\, e^{j\frac{\pi}{2}} = Z e^{j\phi}$$

$$Z = \omega L$$

$$\phi = \frac{\pi}{2}$$ → напон предњачи струји

КОНДЕНЗАТОР - $i(t) = C \cdot \frac{du}{dt}$

$$\underline{I} = j\omega C\,\underline{U}$$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega C} e^{-j\frac{\pi}{2}} = Z e^{j\phi}$$

$$Z = \frac{1}{\omega C} \quad \phi = -\frac{\pi}{2}$$

КОМПЛЕКСНА АДМИТАНСА: реципрочна вриједност комплексне импедансе:

$$\underline{Z} = R \Rightarrow \underline{Y} = \frac{1}{R}$$

$$\underline{Z} = j\omega L \Rightarrow \underline{Y} = \frac{1}{j\omega L}$$

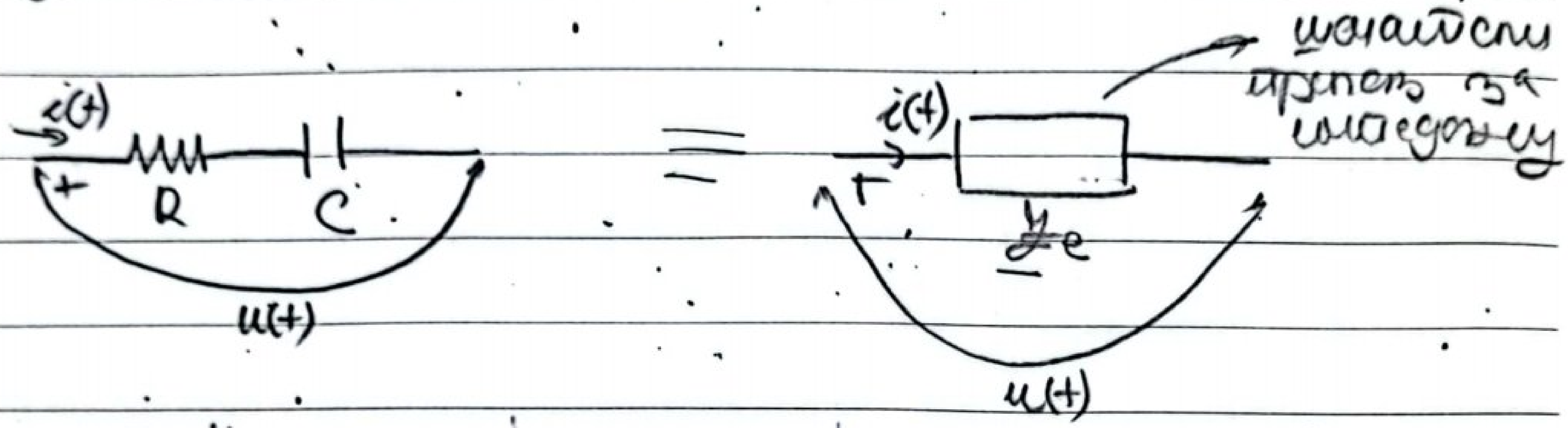
$$\underline{Z} = \frac{1}{j\omega C} \Rightarrow \underline{Y} = j\omega C$$

РЈЕШАВАЊЕ СЛОЖЕНИХ КОЛА У КОМПЛЕКСНОМ НИВОУ

Редна, паралелна и мјешовита веза пријемника

① питање _ ③ бода

① РЕДНА ВЕЗА



$$\underline{U} = \underline{I} \cdot \underline{Z}_e$$

$$\underline{U} = R \cdot \underline{I} + \underline{I} \cdot \frac{1}{j\omega C} \Rightarrow \underline{I}\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)$$

$$\underline{U} = \underline{I} \cdot \underline{Z}_e \Rightarrow \underline{Z}_e = R + \frac{1}{j\omega C}$$

$$\boxed{\underline{Z}_e = R - \frac{j}{\omega C}}$$

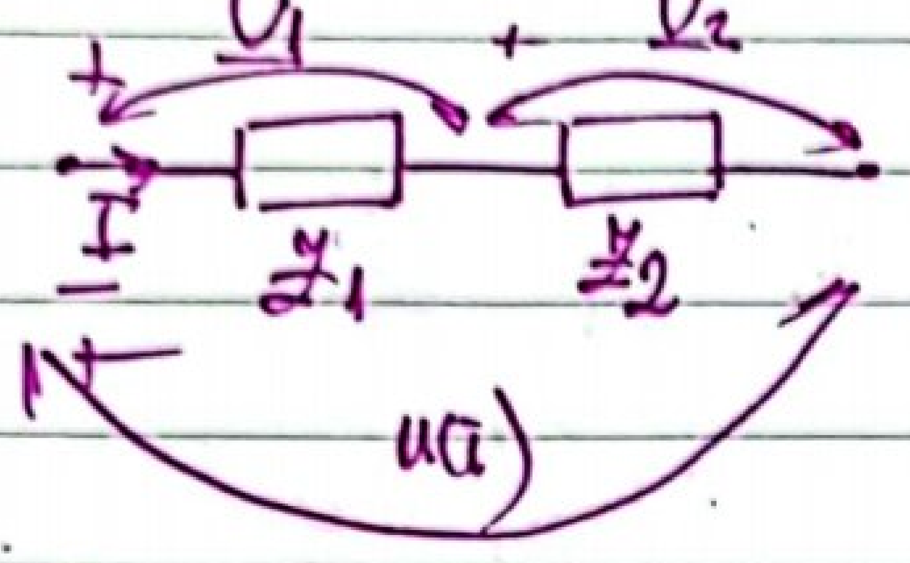
модул $\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$

$$\underline{Z}_e = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}\, e^{-j\,\mathrm{arctg}\frac{1}{\omega C}} = Z_e e^{j\phi_e}$$

негатив [illegible] за струјом

$$Z_e = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \qquad \phi_e = -\mathrm{arctg}\frac{1}{\omega RC}$$

У општем случају:



$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)\underline{I} = \underline{Z}_e \cdot \underline{I}$$

$$\underline{Z}_1 \oplus \underline{Z}_2$$

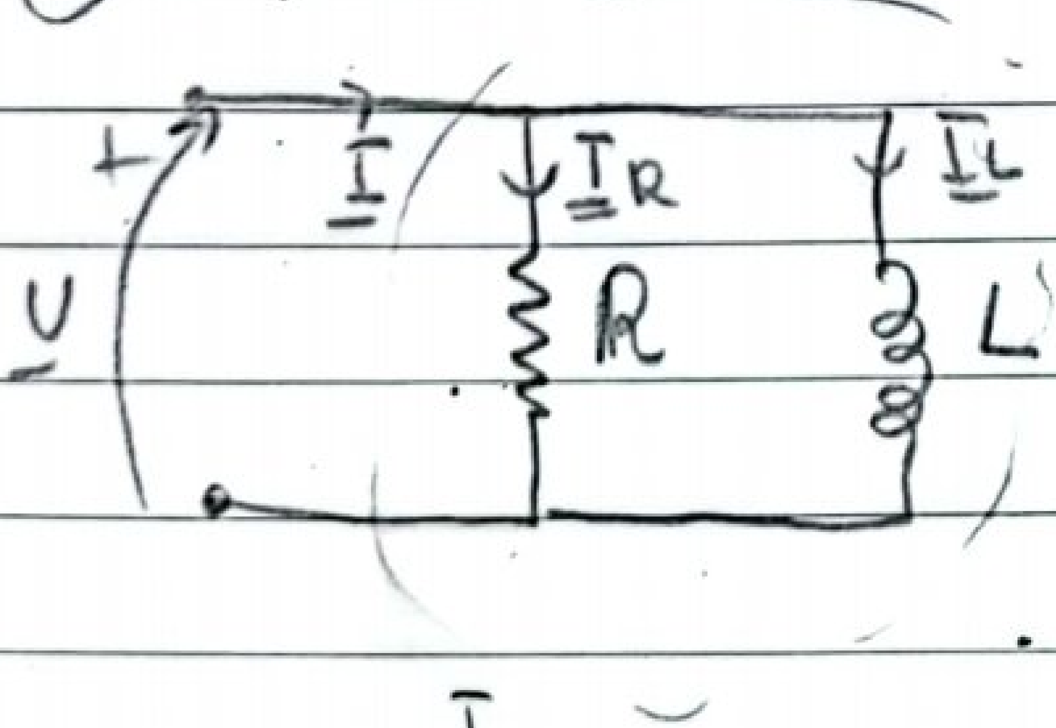
Ова конфигурација образује напонски раздјелник

$$\underline{U}_1 = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}\underline{U} \qquad \underline{U}_2 = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}\underline{U}$$

Израз за екв. импедансу редне везе два пријемника:

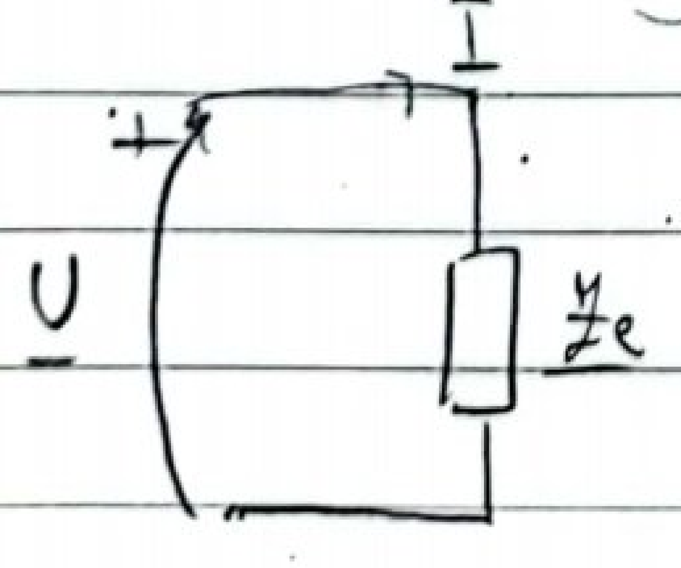
$$\boxed{\underline{Z}_e = \sum_{n=1}^{n} \underline{Z}_n}$$

② ПАРАЛЕЛНА ВЕЗА



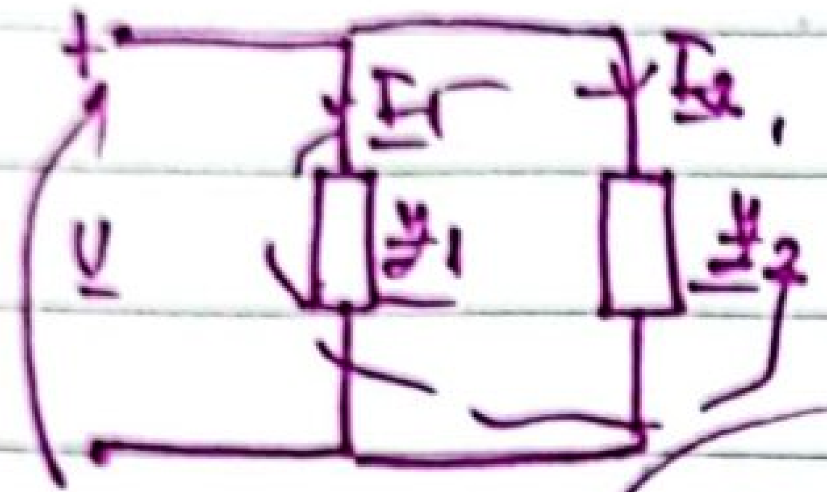
$\underline{Z}_e$

$$\Rightarrow \underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L = \frac{\underline{U}}{R} + \frac{\underline{U}}{j\omega L} = \underline{U}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L}\right) = \underline{U}\,\frac{j\omega L + R}{R \cdot j\omega L}$$



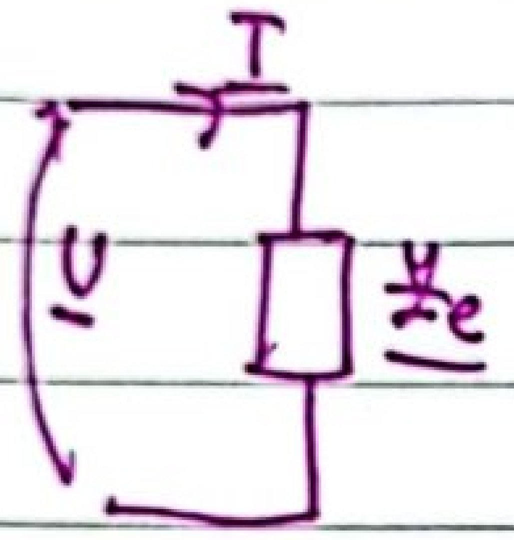
$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_e} \qquad \underline{Z}_e = \frac{R \cdot j\omega L}{R + j\omega L}$$

У општем случају:



$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \underline{U}\left(\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2}\right) = \frac{\underline{U}}{\frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}}$$

$\underline{Z}_1 \parallel \underline{Z}_2$



$$\boxed{\underline{Z}_e = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}}$$

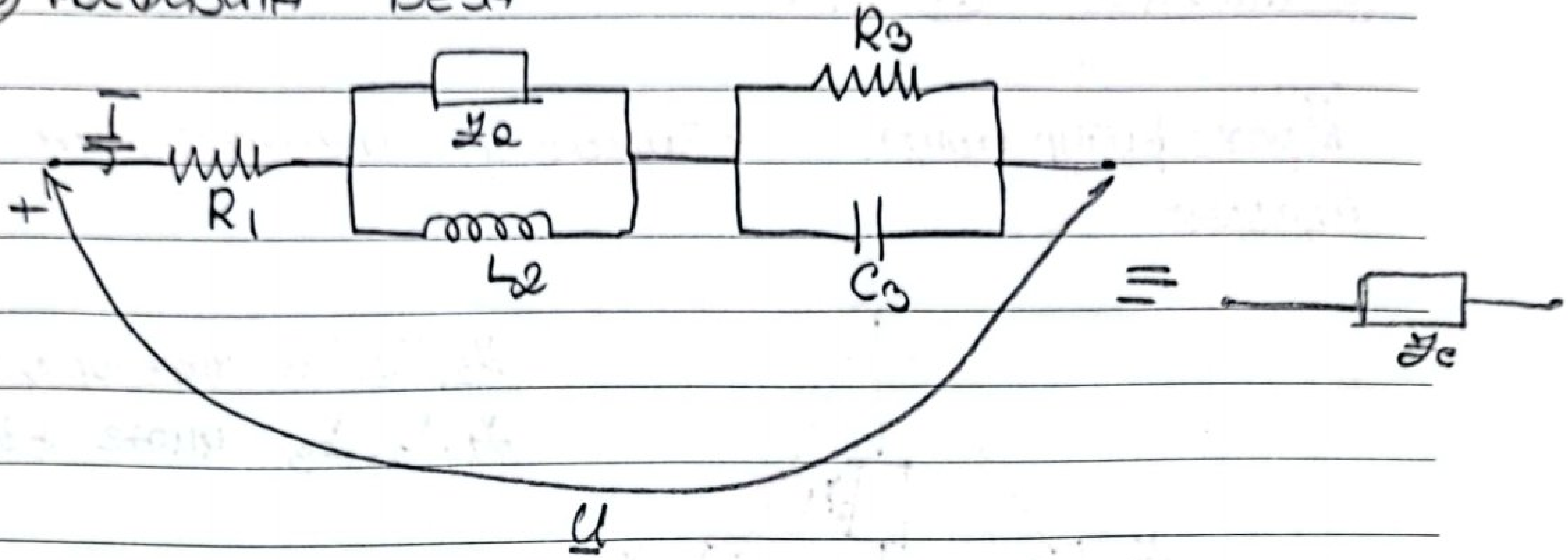
за n паралелно везаних грана

$$\frac{1}{\underline{Z}_e} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \cdots + \frac{1}{\underline{Z}_n}$$

$$\underline{Y}_e = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \cdots \underline{Y}_n$$

Skenirano sa CamScanner-om

③ МЈЕШОВИТА ВЕЗА

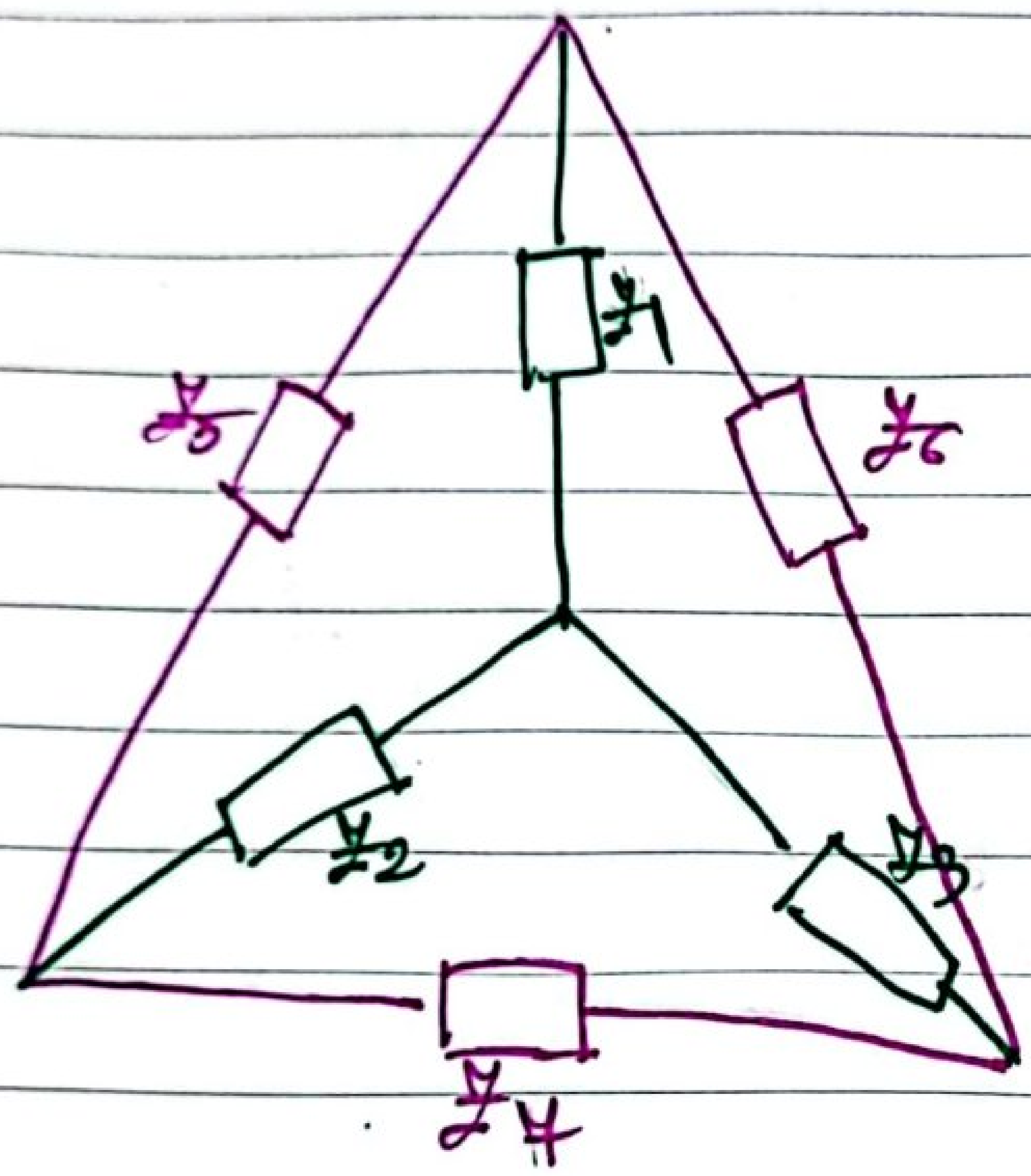


$$\underline{Z}_e = R_1 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot j\omega L_2}{\underline{Z}_2 + j\omega L_2} + \frac{R_3 \cdot \frac{1}{j\omega C_3}}{R + \frac{1}{j\omega C_3}}$$

$$\underline{Z}_e = R_1 \oplus \left(j\omega L_2 \parallel \underline{Z}_2\right) \oplus \left(R_3 \parallel \frac{1}{j\omega C_3}\right)$$

② питање ③ блок

Трансфигурација звезде у еквивалентни троугао



Z_5, Z_6, Z_7 чине троугао

Z_1, Z_2, Z_3 чине звезду

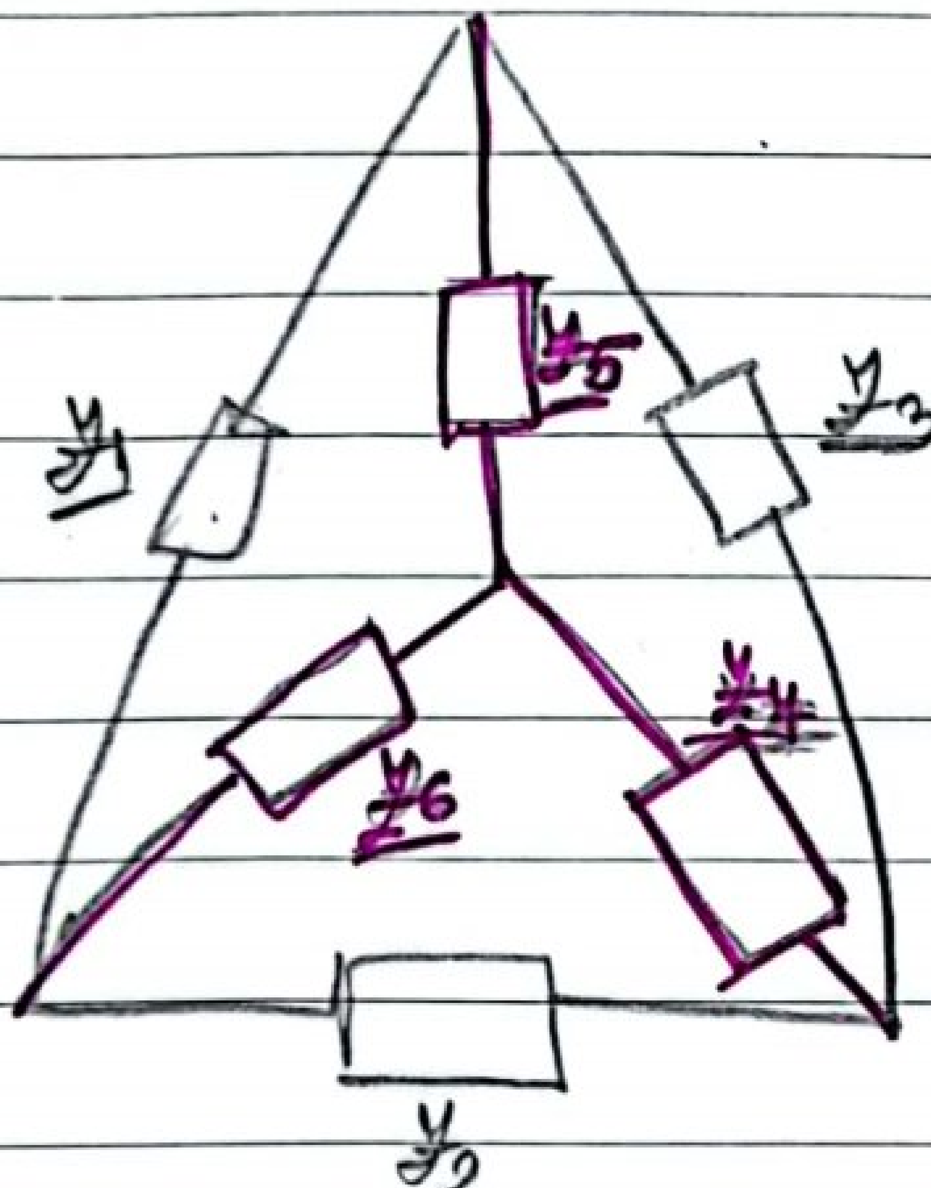
$$\underline{Z}_5 = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3}$$

$$\underline{Z}_6 = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2}$$

$$\underline{Z}_7 = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1}$$

③ Питање ③ бод

Трансфигурација троугла у еквивалентну звијезду. Укратко објаснити два феномена који се могу десити приликом ове трансфигурације и објаснити како се поступа у том случају.



$$\underline{Y}_5 = \frac{\underline{Y}_1 \cdot \underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}$$

$$\underline{Y}_6 = \frac{\underline{Y}_1 \cdot \underline{Y}_2}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}$$

$$\underline{Y}_7 = \frac{\underline{Y}_2 \cdot \underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}$$

1) Може се десити да екв. импеданса има негативан реалан дио (може се десити као грешка у рачуну, али постоје случаји да је то тако)
Такав елемент није могуће физички реализовати помоћу (R, L, C) елемената и неће нам сметати за даљи прорачун.

2) Збир импеданси троугла може бити једнак 0 у том случају имамо дијељење нулом, и самим тим нису дефинисане коначне вриједности елемената (не можемо даље наставити прорачун)
не можемо извршити $\Delta \to \lambda$

4. Питање 3. блок

РЕЗИСТАНСА, РЕАКТАНСА, КОНДУКТАНСА, СУСЦЕПТАНСА

За серијску везу отпорника и кондензатора имамо

$$\underline{Z}_e = R + \frac{1}{j\omega C} = R - j\frac{1}{\omega C} = R + j\left(-\frac{1}{\omega C}\right)$$

За паралелну везу имамо:

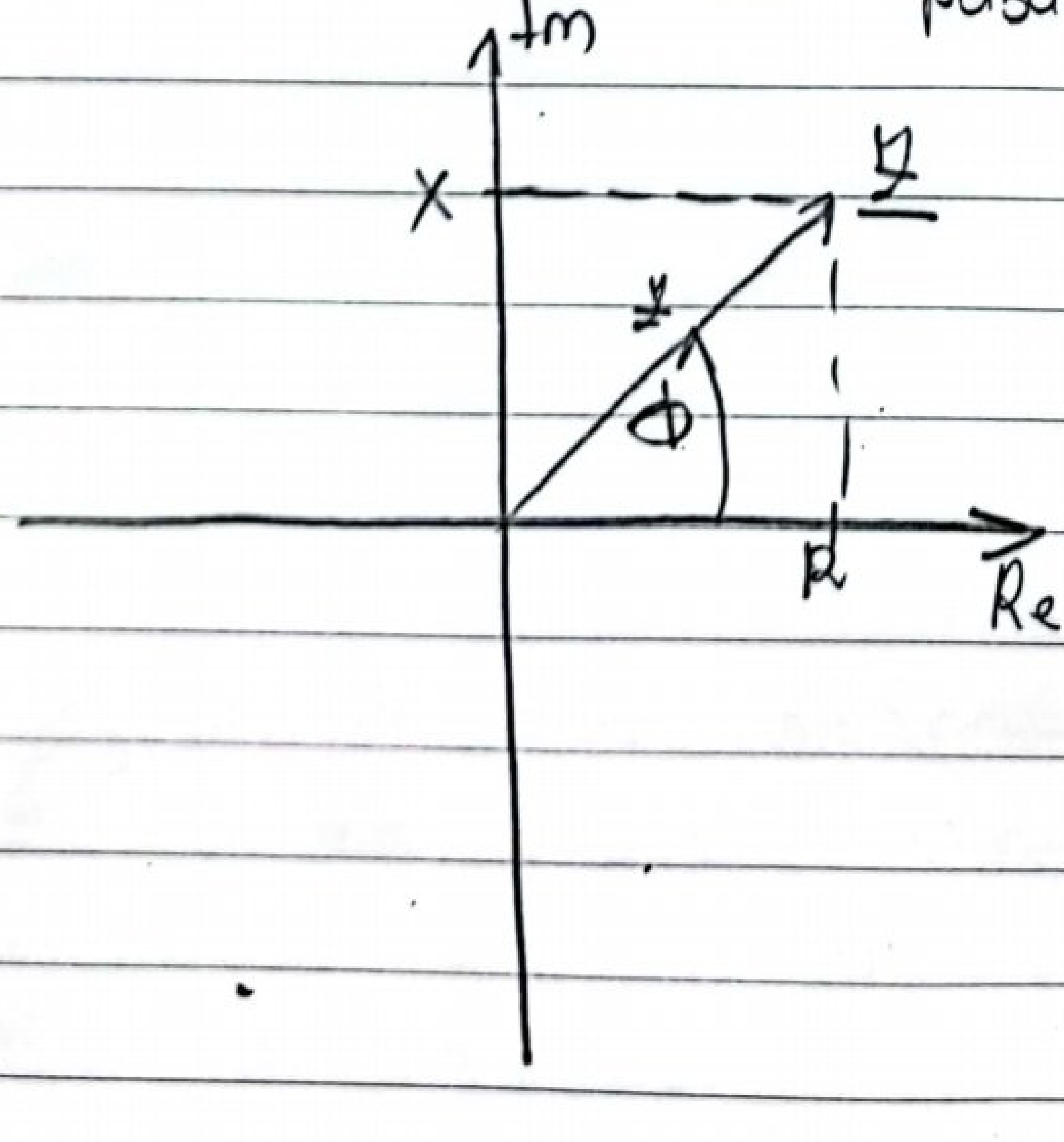
$$\underline{Z}_e = \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{1 + Rj\omega C} \cdot \frac{1 - Rj\omega C}{1 - Rj\omega C}$$

$$= \frac{R - R^2 j\omega C}{1 + (\omega RC)^2}$$

$$= \frac{R}{1 + (\omega RC)^2} + j\left(-\frac{R^2\omega C}{1 + (\omega RC)^2}\right)$$

Општи облик за $\underline{Z}_e = R + jX$ → реактанса

резистанса



$R = Re\{\underline{Z}\}$

$X = Im\{\underline{Z}_e\}$

$[\Omega]$

мора бити испуњен услов

$R \geq 0$

$X > 0,\ X < 0,\ X = 0$

$$\underline{Z} = R + jX = \sqrt{R^2+X^2}\, e^{j\,\mathrm{arctg}\frac{X}{R}} = Z e^{j\phi} = Z\cos\phi + jZ\sin\phi$$

Комплексна адмитанса се може написати у облику

$$\underline{Y} = \mathrm{Re}\{\underline{Y}\} + j\,\mathrm{Im}\{\underline{Y}\} = G + jB$$

G → кондуктанса, B → сусцептанса

$G\,[S]$

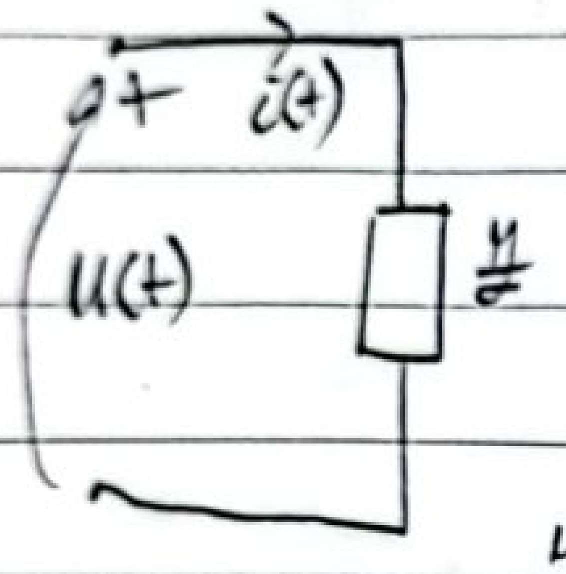
$B\,[S]$

$$\underline{Y} = Y e^{j\phi} = \frac{1}{\underline{Z}} e^{-j\phi} = Y e^{-j\phi} = \underline{Y\cos\phi - jY\sin\phi}$$

$G = Y\cos\phi \qquad B = -Y\sin\phi \qquad Y = \underbrace{\sqrt{G^2+B^2}}_{\text{модул}}$

(5) Питање (3.) Блок

Снаге у простопериодичном режиму (АКТИВНА, РЕАКТИВНА, ПРИВИДНА и комплексна снага). Фактор снаге и фактор реактивности пријемника.



Усвојени су реф. смјерови напона и струје пријемника,

ТРЕНУТНА СНАГА $p(t)=u(t)\cdot i(t)$

канонични облици

$u(t)=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\theta)$

$i(t)=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\psi)$

$$p(t)=2UI\cos(\omega t+\theta)\cdot\cos(\omega t+\psi)$$

ефективне вриједности

$\phi=\theta-\psi \Rightarrow \psi=\theta-\phi \qquad \cos\phi\geq 0$

srednja im = 0

$$p(t)=UI\cos\phi+UI\cos\phi\cos(2\omega t+2\theta)+UI\sin\phi\cdot\sin(2\omega t+2\theta)$$

član ne zavisi od vremena

imaju dvostruko veću frekvenciju od napona i struje

активна (средња снага

$P=UI\cos\phi\ [W] \geq 0$ АКТИВНА (средња снага)

$Q=UI\sin\phi\ [Var]$ → РЕАКТИВНА СНАГА

волт ампер-реактивни

$S=UI\ [VA]$ → ПРИВИДНА СНАГА

P(t)[W] - представља тренутну снагу → мијења вриједност у сваком тренутку времена. (није од велике важности за практичне примјене)

→ развија само на отпорнику, не на L и C — [illegible] врем. или средину

P[W] → активна (средња) снага - представља брзину потрошње енергије на пријемнику и представља средњу вриједност тренутне снаге. (не зависи од времена)

Q [Var] → реактивна снага - описује размјену енергије између генератора и пријемника. Тренутне снаге калема и кондензатора које су простопериодичне ф-је времена, могу бити позитивне и негативне.

Ако је $p(t) > 0$ - елемент се понаша као пријемник (прима енергију од извора)

$p(t) < 0$ - елемент враћа енергију извору

Ова појава није изражена код отпорника, тј. КАЛЕМ и КОНДЕНЗАТОР спадају у реактивне елементе.

S [VA] → привидна снага представља максималну разлику тренутне и активне снаге.

ФАКТОР СНАГЕ ПРИЈЕМНИКА: $k=\cos\phi=\frac{P}{S}$, $0\le k\le 1$

ФАКТОР РЕАКТИВНОСТИ: $k_r=\sin\phi=\frac{Q}{S}$, $-1\le k_r\le 1$

$$k_r^2+k^2=\sin^2\phi+\cos^2\phi=1$$

$$k_r^2+k^2=1$$

$$k=\oplus\sqrt{1-k_r^2}$$

узет искључиво позитиван +

$k_r=\pm\sqrt{1-k^2}$ - знак зависи од природе пријемника

$k_r<0$ → претежно капацитивни пријемник

$k_r>0$ → претежно индуктивни пријемник

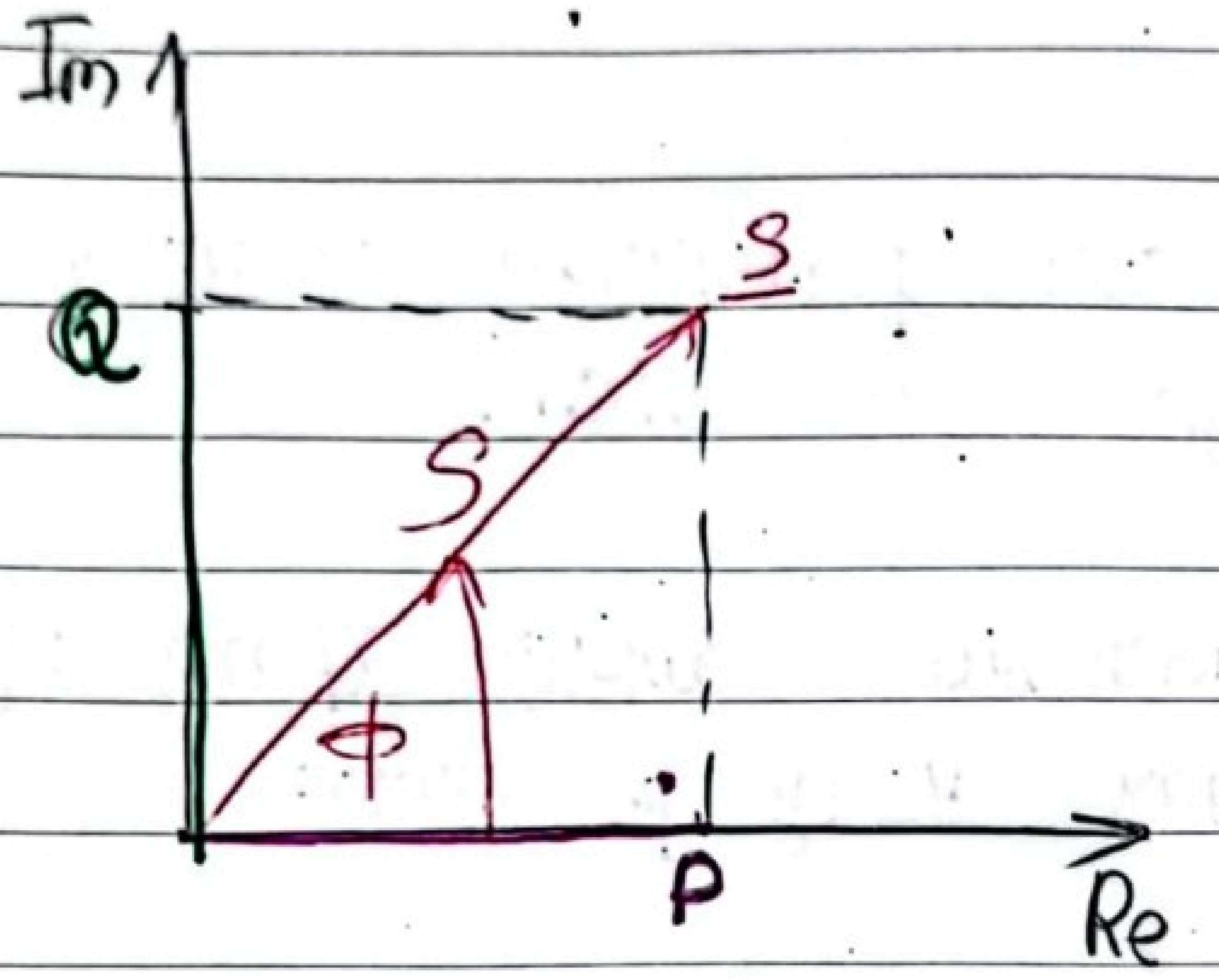
Комплексна снага пријемника је комплексан број чији је реални дио средња снага, а имагинарни дио реактивна снага

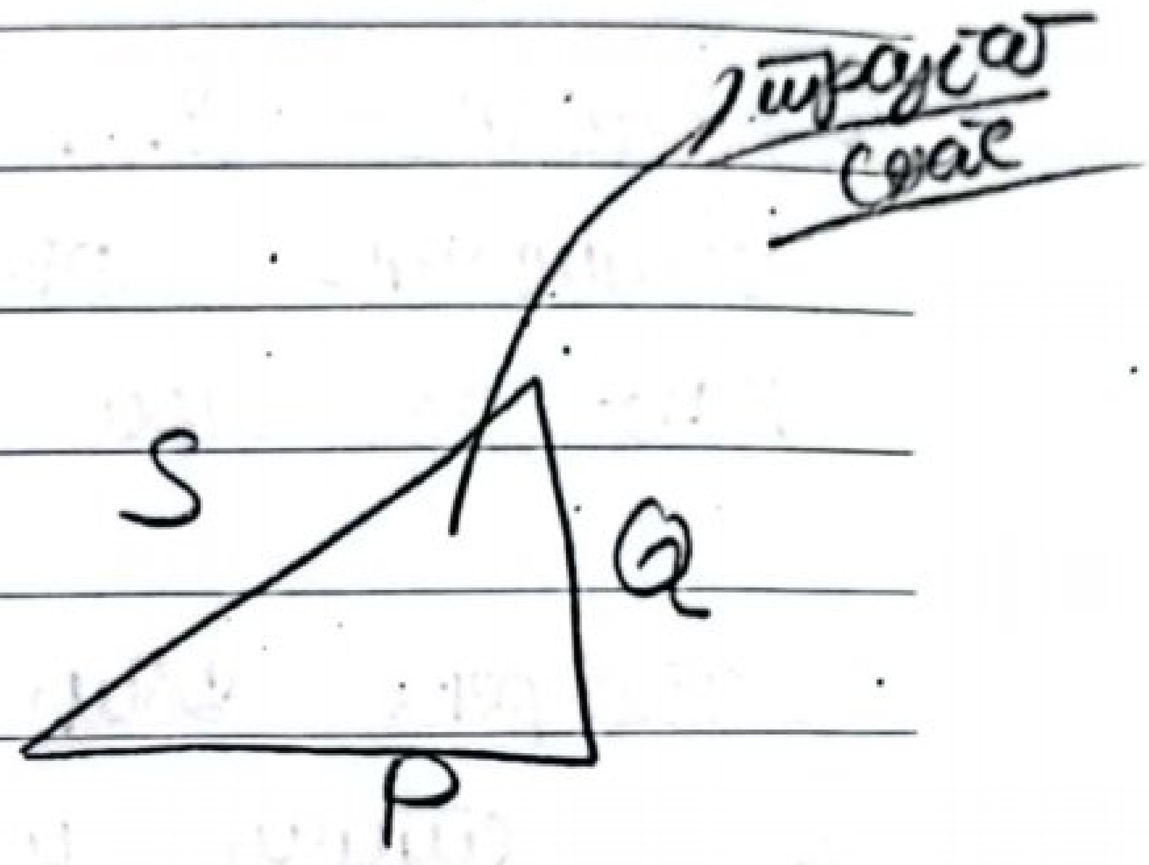
$$\underline{S}=P+jQ=UI\cos\phi+jUI\sin\phi \quad [VA]$$

$$\underline{S}=UI(\cos\phi+j\sin\phi)=UIe^{j\phi}=Se^{j\phi}$$

$$\underline{U}\cdot\underline{I}=Ue^{j\theta}\cdot Ie^{j\psi}=UIe^{j(\theta+\psi)}\neq UIe^{j\phi}=UIe^{j(\theta-}$$

$$\underline{S}=\underline{U}\cdot\underline{I}^*$$ конјугована струја!





$$S^2 = P^2 + Q^2$$

СНАГЕ ГЕНЕРАТОРА: (тренутна, средња, активна, реактивна, привидна и комплексна) се рачунају на исти начин при коју усвојеним реф. смјеровима за генераторе.

$P>0$ и $P<0$ јер $-\pi \le \phi \le \pi$

(6) Питање (3) Блок

Написати табло систем једначина за праволинијско коло са три контуре без ИСГ.

Алгебарски збир комплексних струја грана које се стичу у један чвор је нула:

$$\sum \underline{I} = 0 \quad \text{за} \quad n_{č} - 1$$

број чворова

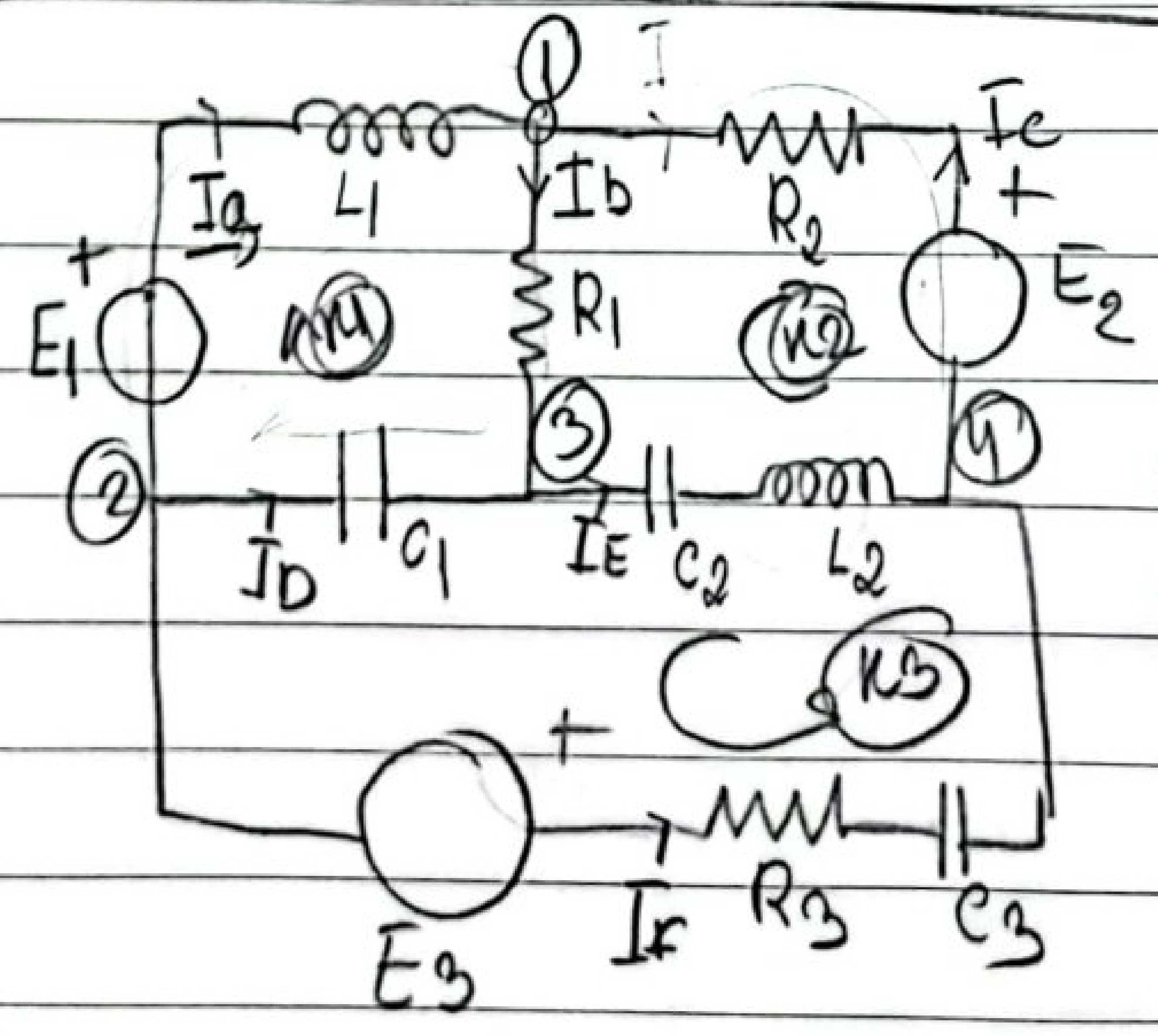
Алгебарски збир свих напона дуж праволинијског затвореног пута у колу једнак је нули.

$$\sum \underline{U} = 0 \quad \text{за} \quad n_k = n_g - (n_{č} - 1)$$

број грана

број контура

ТАБЛО СИСТЕМ ЈЕДНАЧИНА : написана је по захтеву и по слици



Да смо у некој грани имали само ИСГ, њене стране нисмо користили, уместо тога пишемо да је струја те гране = струји ИСГ

$n_č - 1 = 4 - 1 = 3$

\+ ono idu u čvor
\- ono ide iz čvor

$$\left.\begin{aligned} &(1)\ \underline{I}_a + \underline{I}_c - \underline{I}_b = 0 \\ &(2)\ -\underline{I}_a - \underline{I}_D - \underline{I}_F = 0 \\ &(3)\ \underline{I}_D + \underline{I}_b - \underline{I}_E = 0 \end{aligned}\right\}\ \text{I K.З.}$$

$n_g - (n_č - 1) = 6 - (4-1) = 6 - 3 = 3$

$$k1: \underline{U}_{21} + \underline{U}_{13} + \underline{U}_{32} = 0$$

$$k2: \underline{U}_{14} + \underline{U}_{43} + \underline{U}_{31} = 0$$

$$k3: \underline{U}_{43} + \underline{U}_{32} + \underline{U}_{24} = 0$$

$$\underline{U}_{21} = -\underline{E}_1 + \underline{I}_a \cdot j\omega L_1$$

$$\underline{U}_{13} = \underline{I}_b \cdot R_1$$

$$\underline{U}_{32} = -I_D \cdot \frac{1}{j\omega C_1}$$

$$U_{14} = -I_c \cdot R_2 + E_2$$

$$U_{43} = -I_4 \cdot \frac{1}{j\omega C_2} + (-I_4 \cdot j\omega L_2)$$

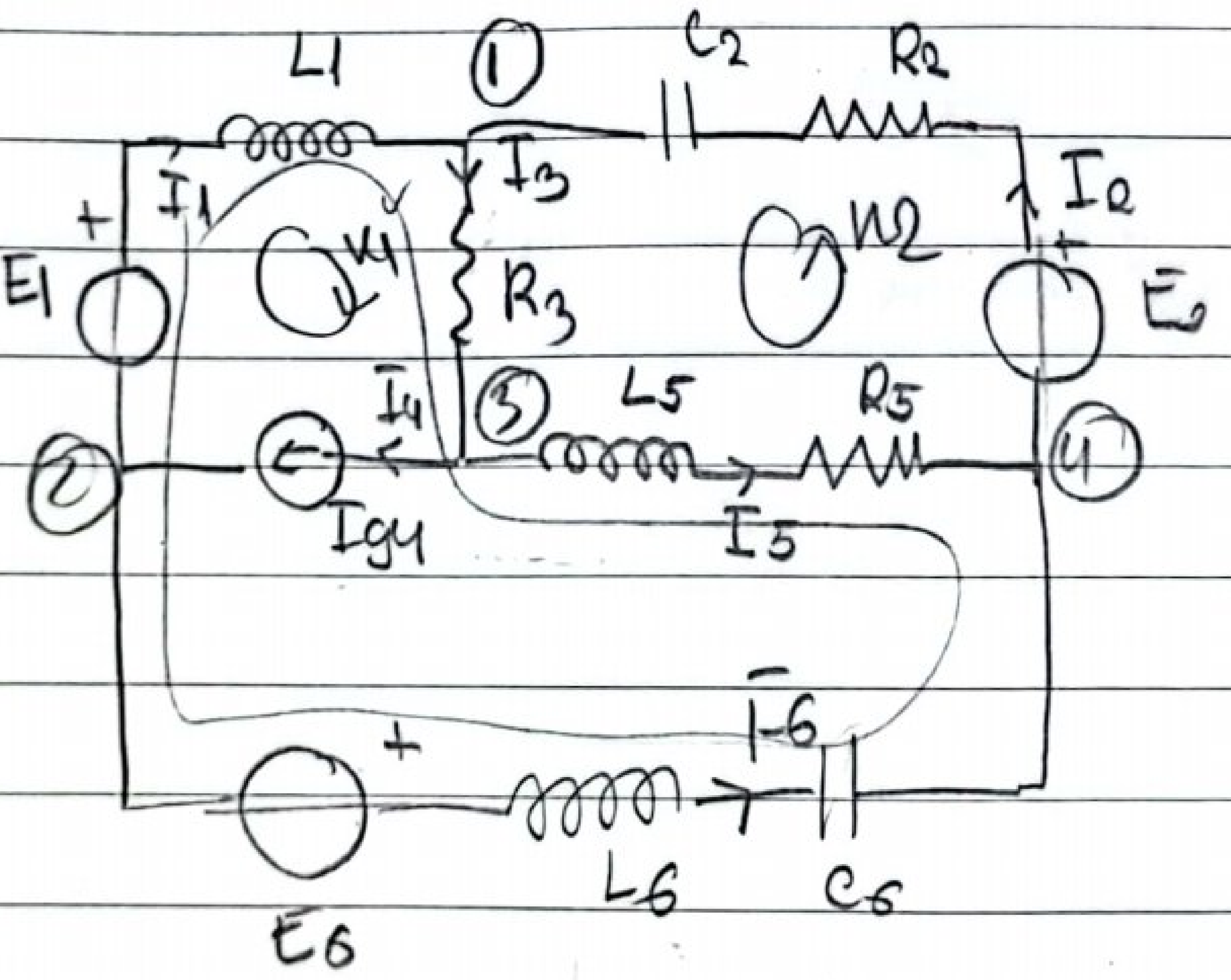
$$U_{31} = -I_b \cdot R_1$$

$$U_{24} = -E_3 + I_F \cdot R_3 + I_F \cdot \frac{1}{j\omega C_3}$$

4.) Питање 3.) блок

Написати редуковани систем једначина за произвољно коло са три контуре и једним ИСГ.

РЕДУКОВАНИ СИСТЕМ ЈЕДНАЧИНА: систем једначина се своди на nд једначина у којима су непознате струје грана.
Ако у колу постоји ИСГ, систем контура се бира тако да кроз грану са ИСГ пролази само једна контура



$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{I}_3$$

$$\underline{I}_4 = \underline{I}_1 + \underline{I}_6$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_4 + \underline{I}_5$$

?

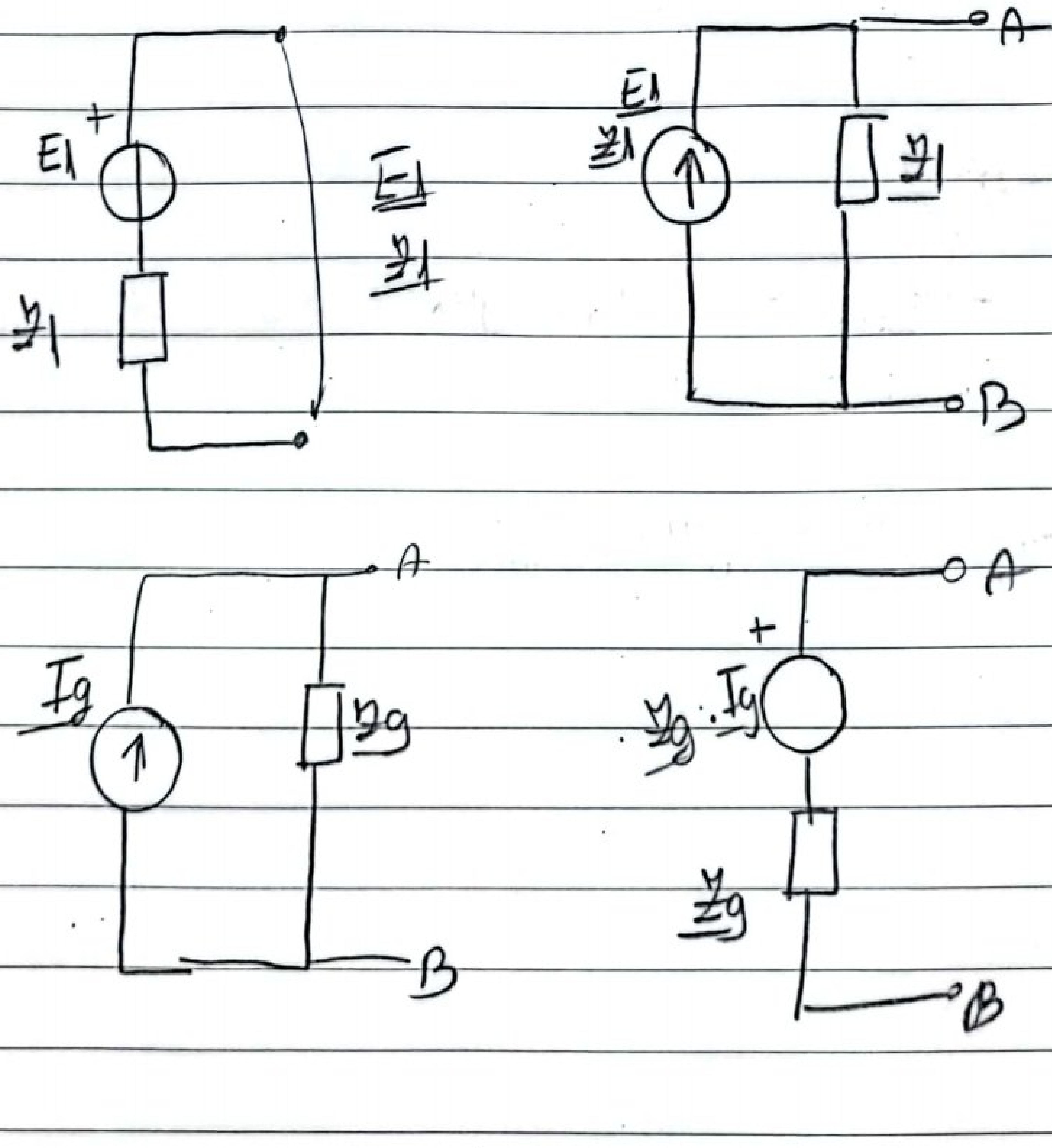
$K_1: -\underline{E}_1 + \underline{I}_1 \cdot \omega L_1 + \underline{I}_3 \cdot R_3 + \cancel{U_{5_2}} = 0$ $\Rightarrow \underline{I}_4 = \underline{I}_{g4}$

$K_2: -\underline{E}_2 + \underline{I}_2 R_2 + \underline{I}_2 \cdot \frac{1}{j\omega C_2} + \underline{I}_3 R_3 + \underline{I}_5 j\omega L_5 + \underline{I}_5 \cdot R_5 = 0$

$K_3: -\underline{E}_1 + \underline{I}_1 j\omega L_1 + \underline{I}_3 \cdot R_3 + \underline{I}_5 \cdot j\omega L_5 + \underline{I}_5 R_5 - \underline{I}_6 \cdot \frac{1}{j\omega C_6} - \underline{I}_6 (j\omega L_6) + \underline{E}_6 = 0$

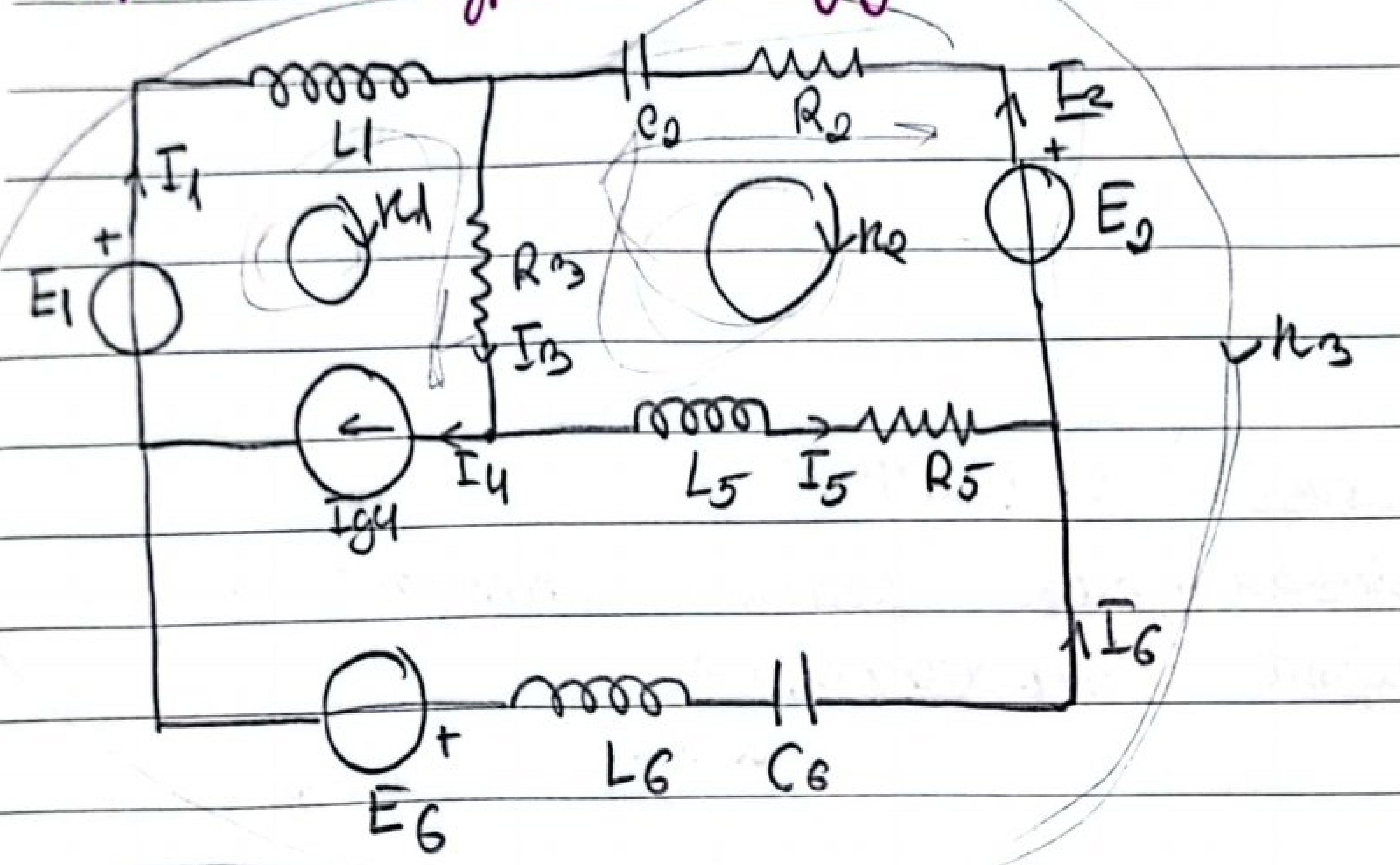
8. Питање 3. блок.

Еквиваленција реалног напонског и реалног струјног генератора.



9) Питање 3.) Блок

Написати систем једначина по методи контурних струја за произвољно коло са три контуре и једним ИСГ



$$\underline{I}_{k1} = \underline{I}_{g4}$$

$$\underline{I}_{k2}\left(R_3 + \frac{1}{j\omega C_2} + R_2 + R_5 + j\omega L_5\right) + \underline{I}_{k1}(-R_3) + \underline{I}_{k3}(R_2 + j\omega L_2) = -\underline{E}_2$$

$$\underline{I}_{k3}\left(\frac{1}{j\omega C_6} + j\omega L_6 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_2} + R_2\right) + \underline{I}_{k2}\left(\frac{1}{j\omega C_2} + R_2\right)$$

$$+ \underline{I}_{k1}(j\omega L_1) = -E_6 + E_1 - E_2$$

$\underline{I}_1 = \underline{I}_{k1} + \underline{I}_{k3}$ $\qquad$ $\underline{I}_4 = \underline{I}_{k1}$

$\underline{I}_2 = -\underline{I}_{k2} - \underline{I}_{k3}$ $\qquad$ $\underline{I}_3 = \underline{I}_{k1} - \underline{I}_{k2}$

$\underline{I}_5 = -\underline{I}_{n2}$

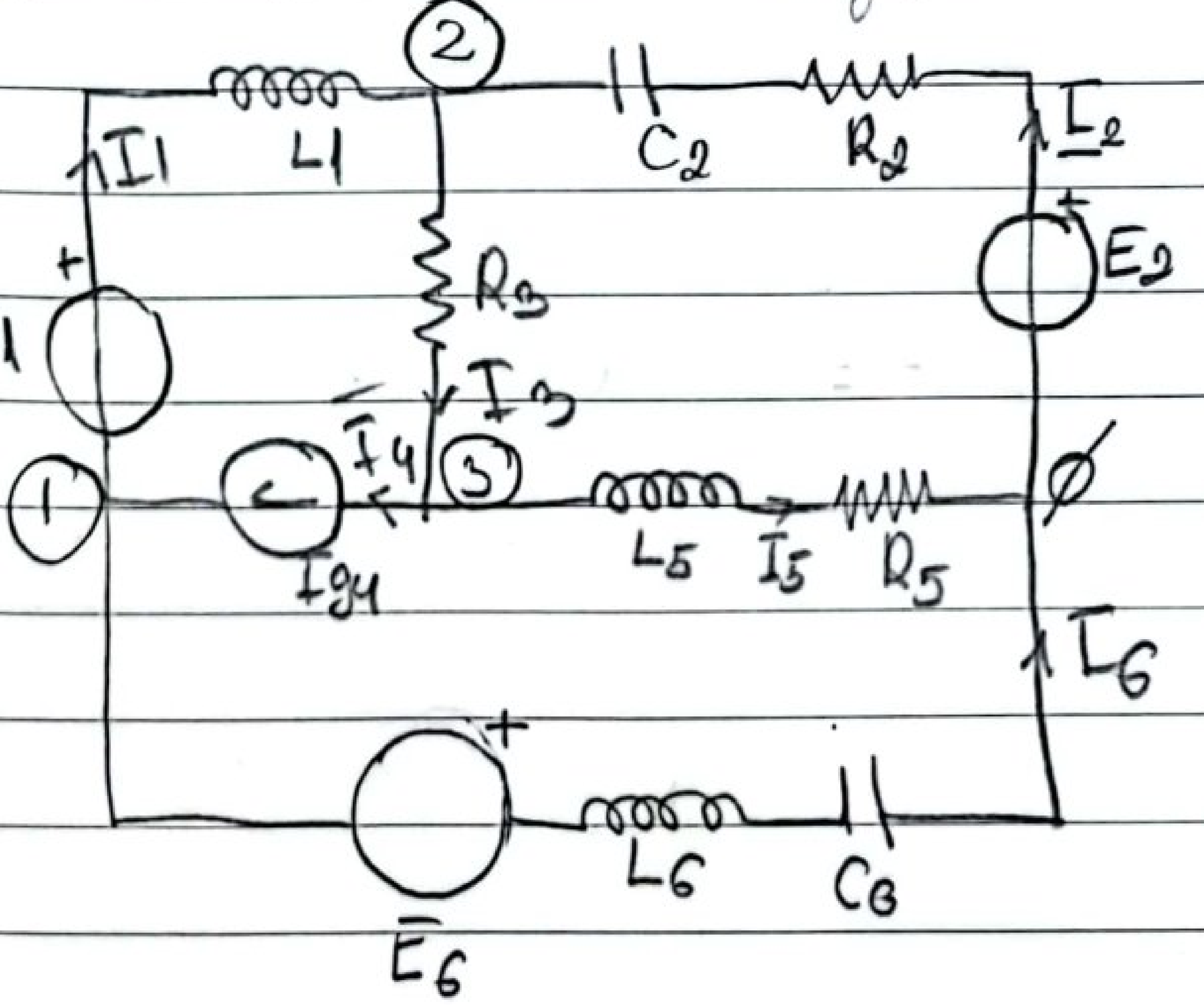
$\underline{I}_6 = -\underline{I}_{n3}$

10. Питање 3. блок

Написати систем једначина по методи потенцијала чворова за простопериодично коло са три контуре и једним ИСГ.

- један од чворова је референтан
- Ако је структура кола таква да у колу (грани) постоји ИСГ један од њених чворова треба да буде реф. чвор.

Ако је више гр. грана са ИСГ њихова заједничка тачка треба да буде реф. чвор (ако то није могуће користи се друга метода)



$$\underline{V_1}\left(\frac{1}{j\omega L_1} + \frac{1}{j\omega L_6 + \frac{1}{j\omega C_6}}\right) - \underline{V_2}\left(\frac{1}{j\omega L_1}\right) = \frac{-\underline{E_1}}{j\omega L_1} + \underline{I_{g4}} \frac{-\underline{E_6}}{j\omega L_6 + \frac{1}{j\omega C_6}}$$

$$\underline{V_2}\left(\frac{1}{j\omega L_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{\frac{1}{j\omega C_2} + R_2}\right) - \underline{V_1}\left(\frac{1}{j\omega L_1}\right) - \underline{V_3}\frac{1}{R_3} = \frac{\underline{E_1}}{j\omega L_1} + \frac{\underline{E_2}}{\frac{1}{j\omega C_2} + R_2}$$

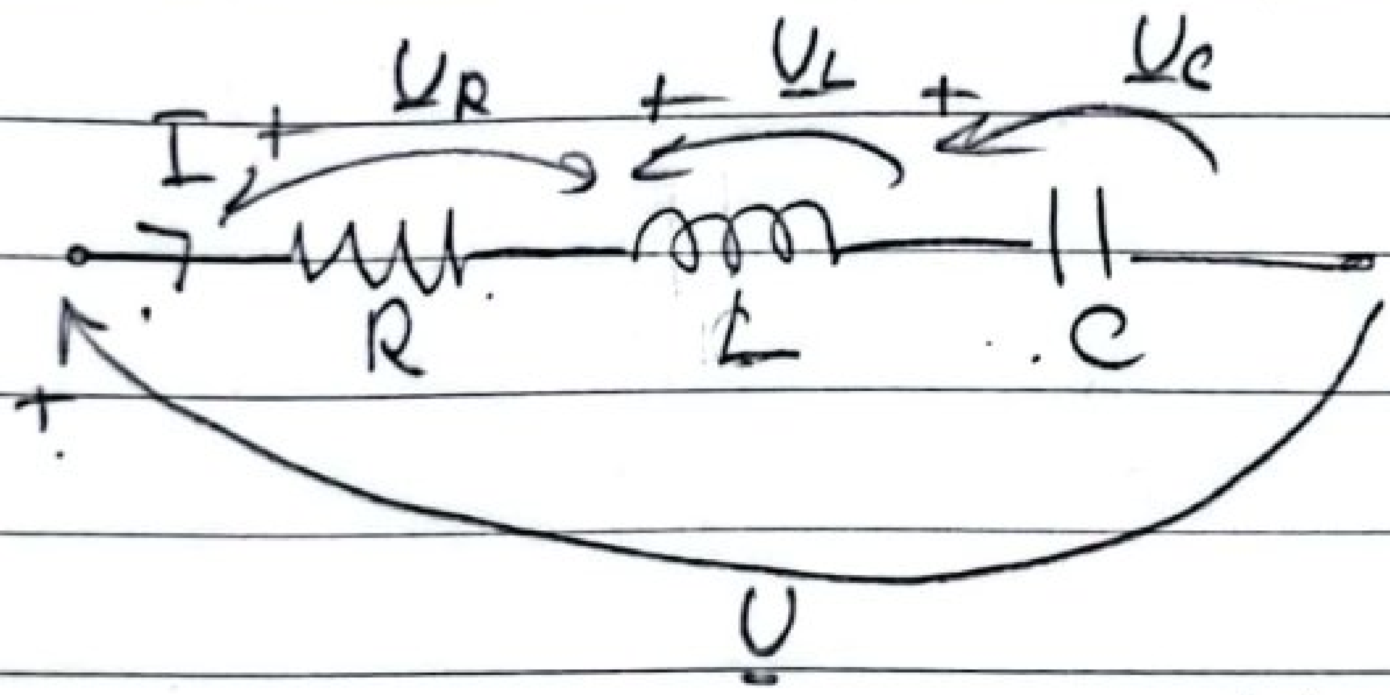
$$\underline{V_3}\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{j\omega L_5 + R_5}\right) - V_2\left(\frac{1}{R_3}\right) = -\underline{I_{g4}}$$

ТЕОРЕМЕ КОЛА У ПРОСТОПЕРИОДИЧНОМ РЕЖИМУ

4. БЛОК

(1)

Редно резонантно коло: нацртати коло и назначити све величине те написати изразе за ефективну вредност струје кроз коло, резонантну учестаност, граничне учестаности и Q-фактор



Претпоставимо да је коло прикључено на напон:

$\underline{U} = Ue^{j\theta}$, $\theta = 0$

$$\boxed{\underline{U} = U}$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{U}{Ze^{j\phi}} = \frac{U}{Z}\cdot e^{-j\phi}$$

$$\underline{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\cdot\frac{j}{j} = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \qquad \phi = \operatorname{arctg}\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

$$\underline{Z} = Z\cdot e^{j\phi}$$

$$\theta - \psi = \phi$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Почетна фаза струје је ограничена на I и IV квадрант

- Ефективна вредност струје и њена почетна фаза зависе од кружне учестаности напона напајања.

Највећа ефект. вредност струје протиче је при једној учестаности

$$\omega_r L - \frac{1}{\omega_r C} = 0 \Rightarrow \boxed{\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C}}$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Тада је ефек. вредност струје највећа $I = \frac{U}{R}$ (коло је у резонанцији.

ω_r - резонантна учестаност

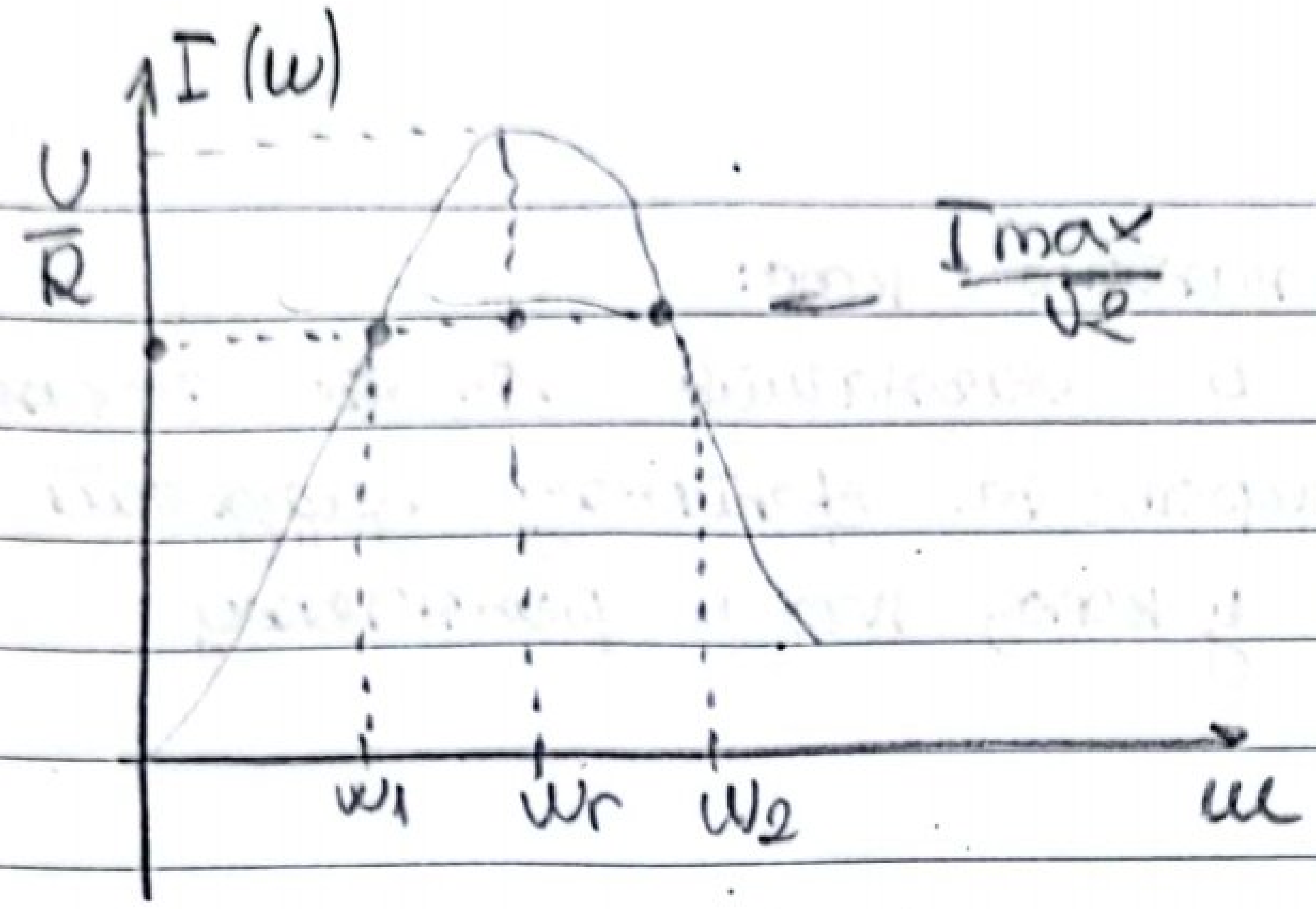
напон и струја су у фази

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

При резонанцији:

$$\underline{U}_L + \underline{U}_C = j\omega_r L \underline{I} - j\frac{1}{\omega_r C}\underline{I} = j\left(\frac{L}{\sqrt{LC}} - \frac{\sqrt{LC}}{C}\right)\underline{I} = 0$$

тј. Збир напона на L и C је једнак 0, али напони на појединачним елементима нису једнаки 0.



ω_1 и ω_2 су кружне учестаности на којима је ефективна вредност струје у колу $\sqrt{2}$ пута мања од максималне.
Њима одговарају f_1 и f_2, $\omega_1 = 2\pi f_1$
$\omega_2 = 2\pi f_2$

f_1 и f_2 → граничне фреквенције
$\Delta f = f_2 - f_1$ → пропусни опсег.

На основу пропусног опсега дефинише се и појам селективности
опсег широк – мала селективност и обрнуто

Мера селективности ел. кола је дата фактором доброте кола:

$$Q = \frac{f_r}{\Delta f}$$

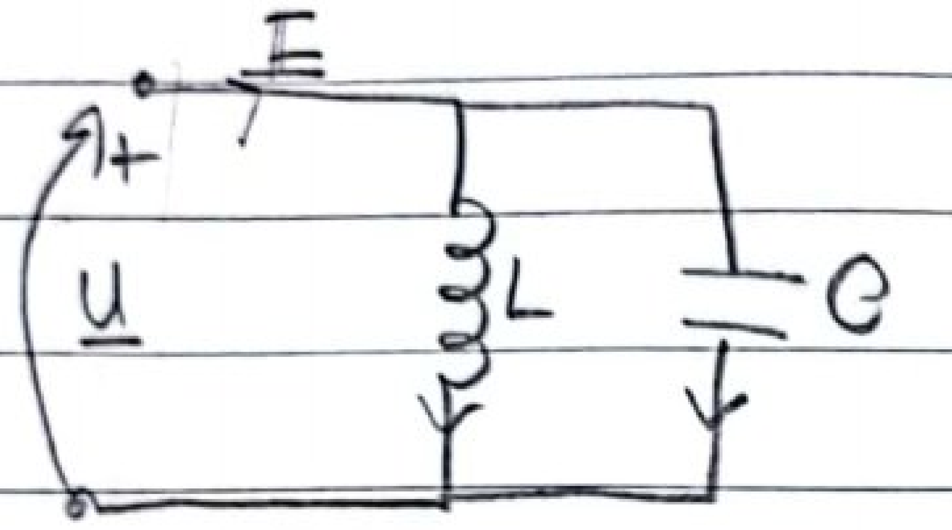
редна резонанција $\quad Q = \frac{\omega_r \cdot L}{R} = \frac{1}{\omega_r RC}$

Општа: $Q = 2\pi \dfrac{\text{енергија сачувана у колу при резонанцији}}{\text{енергија утрошена у току једног периода}}$

⇒ антирезонанција

② Паралелно резонантно коло:

нацртати коло и назначити све те величине, те написати израз за ефективну вриједност струје на улазу у коло, као и резонантну учестаност:



⇒ паралелна веза кондензатора и калема (мање представити само дио кола) и манифестује се тиме да је струја минимална (≈0)

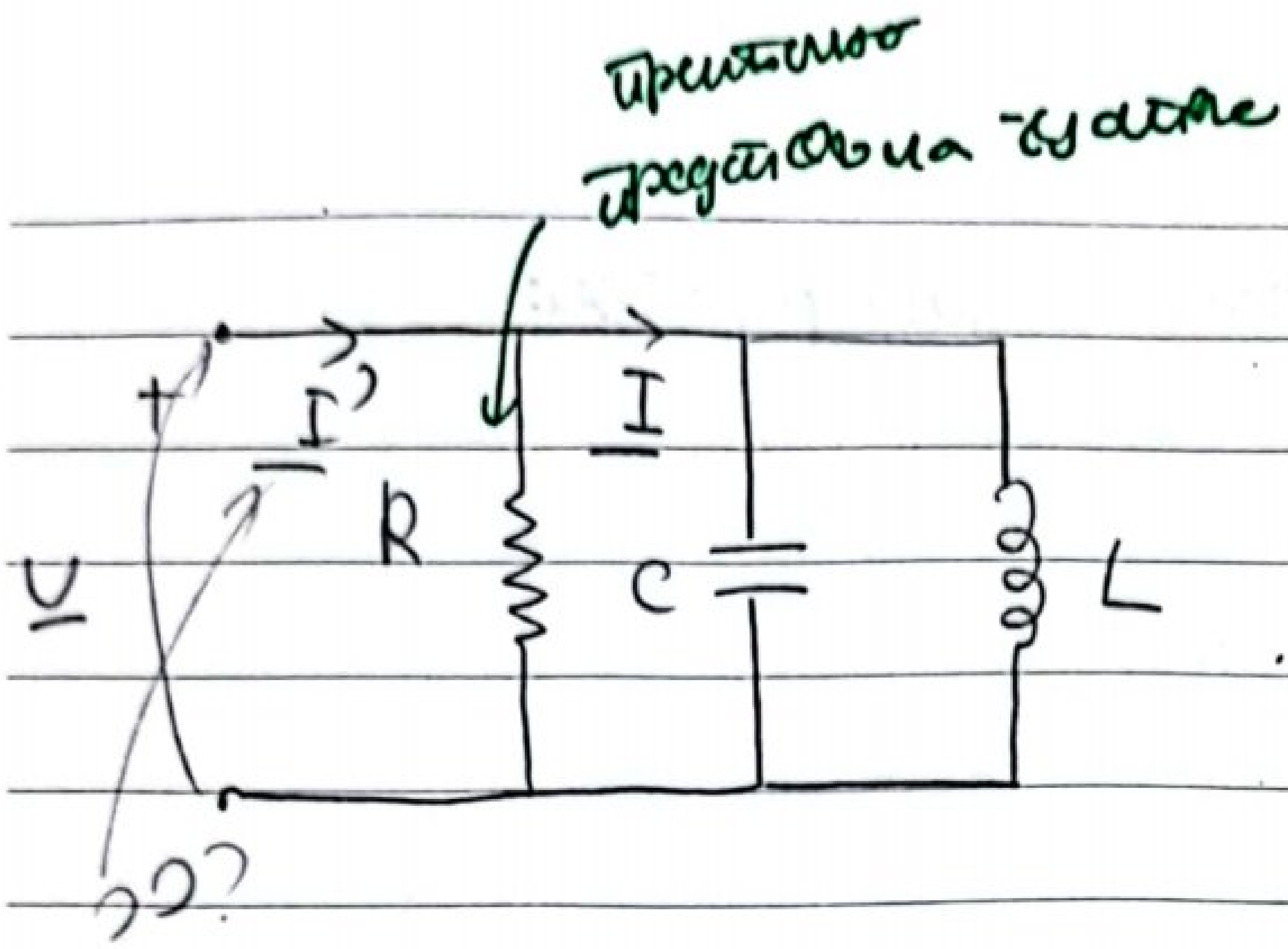
Када је $\underline{U}=U$

$$\underline{I}=\underline{I}_L+\underline{I}_C=\frac{U}{j\omega L}+\frac{U}{\frac{1}{j\omega C}}=\left(j\omega C-j\frac{1}{\omega L}\right)\underline{U}$$

$$I=0 \Rightarrow \omega_a C=\frac{1}{\omega_a L} \Rightarrow \omega_a=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Учестаност $\omega=\omega_a$ се назива антирезонантна учестаност

При антирезонанцији струје калема и кондензатора нису $=0$, али њихов збир јесте



При $\omega=\omega_a$, $\underline{I}=0$, $\underline{I}_L\neq 0$ и $\underline{I}_C\neq 0$

Струје су померене у односу на напон за $+\frac{\pi}{2}$ ($\underline{I}_C$), тј. $-\frac{\pi}{2}$ ($\underline{I}_L$)

При $\omega=\omega_a$ оне су истог интензитета па је збир једнак нули.

Долази до размене енергије између L и C, тј. енергија садржана у њима се наизменично претвара у ел. и маг.

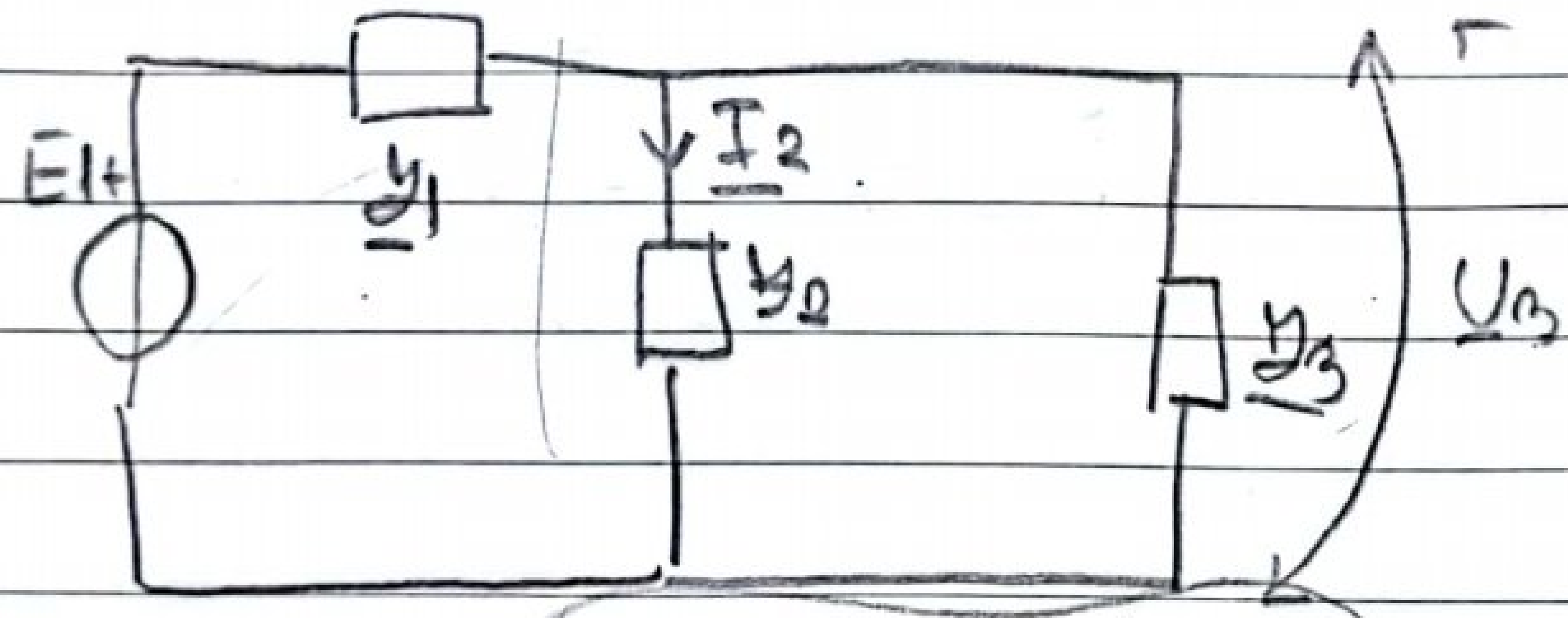
ситуацију да функције нису се ести фуге непознатих у односу на познате.

③ Набројати теореме линеарности:

1) теорема пропорционалности
2) -II- суперпозиције
3) -II- линеарности
4) -II- линеарне зависности одзива и побуде

④ ТЕОРЕМА ПРОПОРЦИОНАЛНОСТИ: дефиниција са примером:

– важи када у колу дјелује само једна побуда и било који одзив у колу је линеарно пропорционалан тој побуди.



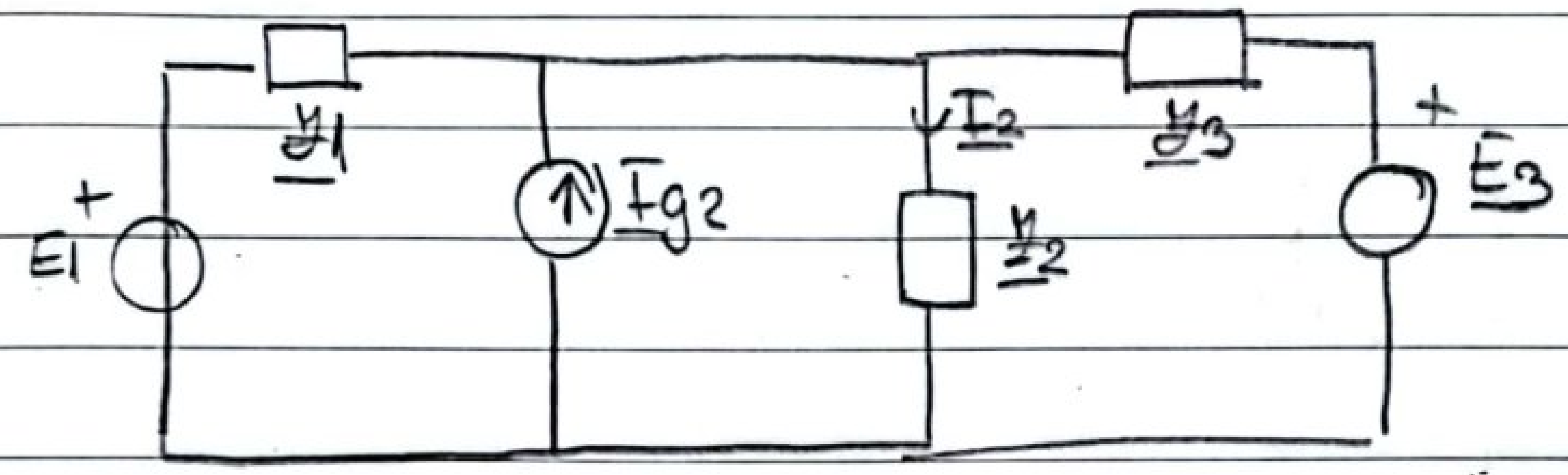
$$\underline{I}_2 = \underbrace{\frac{\underline{Y}_3}{\underline{Y}_2+\underline{Y}_3} \cdot \frac{1}{\underline{Y}_1 + \frac{\underline{Y}_2 \cdot \underline{Y}_3}{\underline{Y}_2+\underline{Y}_3}}}_{\underline{a}_1} \underline{E}_1 = \underline{a}_1 \cdot \underline{E}_1$$

$$\underline{U}_3 = \frac{\underline{Y}_2 \| \underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 \| \underline{Y}_3} \underline{E}_1 = \underline{b}_3 \cdot \underline{E}_1$$

5) Теорема суперпозиције: дефиниција са примјером

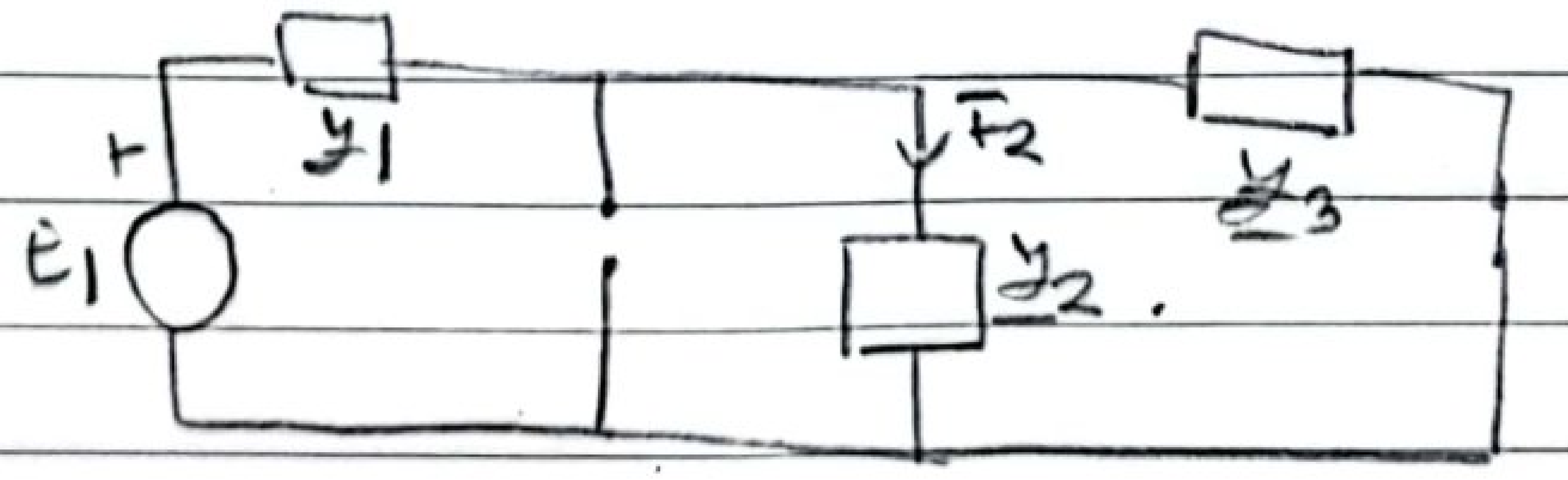
Било који одзив у колу се може добити као збир одзива на сваку појединачну побуду

Анализирамо коло када дјелује само прва побуда, при чему су све остале побуде анулиране (напонски генератори замијењени са кратким спојем, а струјни генератори су замијењени прекидом. Затим се коло анализира при дјеловању само друге побуде, итд.
На крају се сви појединачни одзиви саберу.



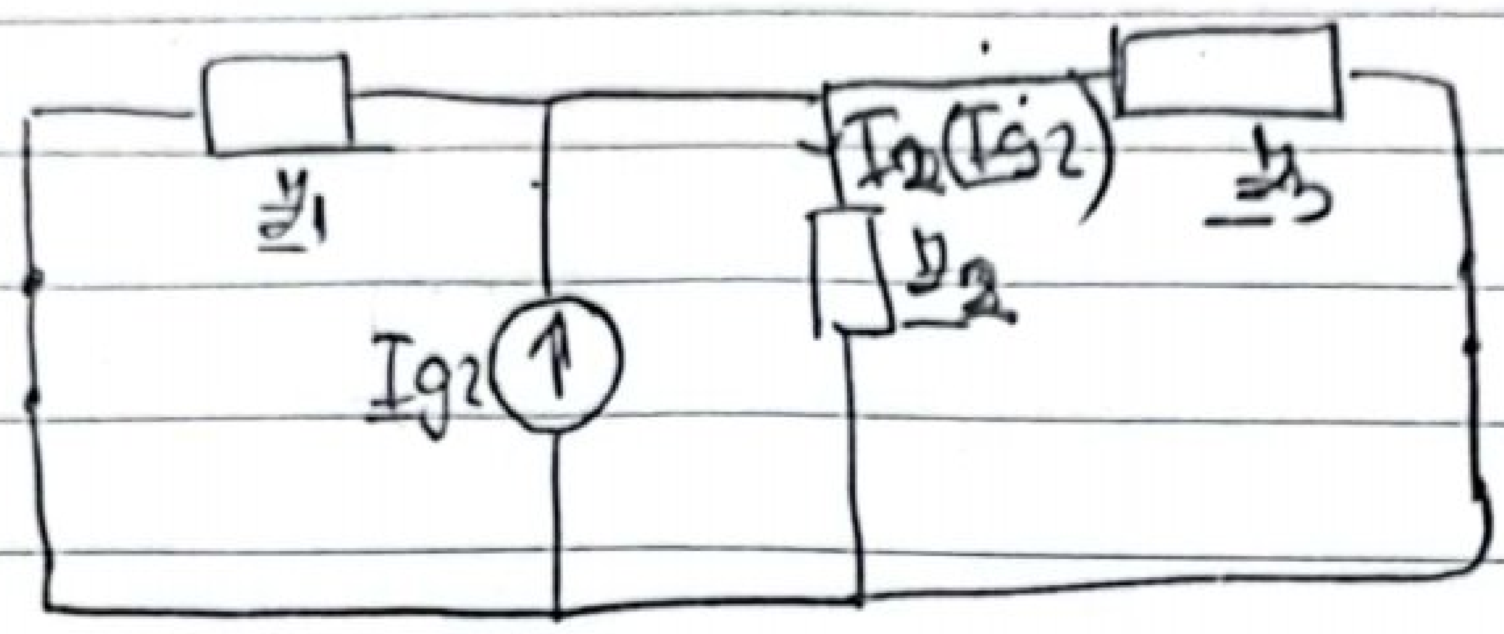
$$\underline{I}_2 = \underline{I}_2(\underline{E}_1) + \underline{I}_2(\underline{I}_{g2}) + \underline{I}_2(\underline{E}_3)$$

1° $\underline{I}_2(\underline{E}_1) = ?$



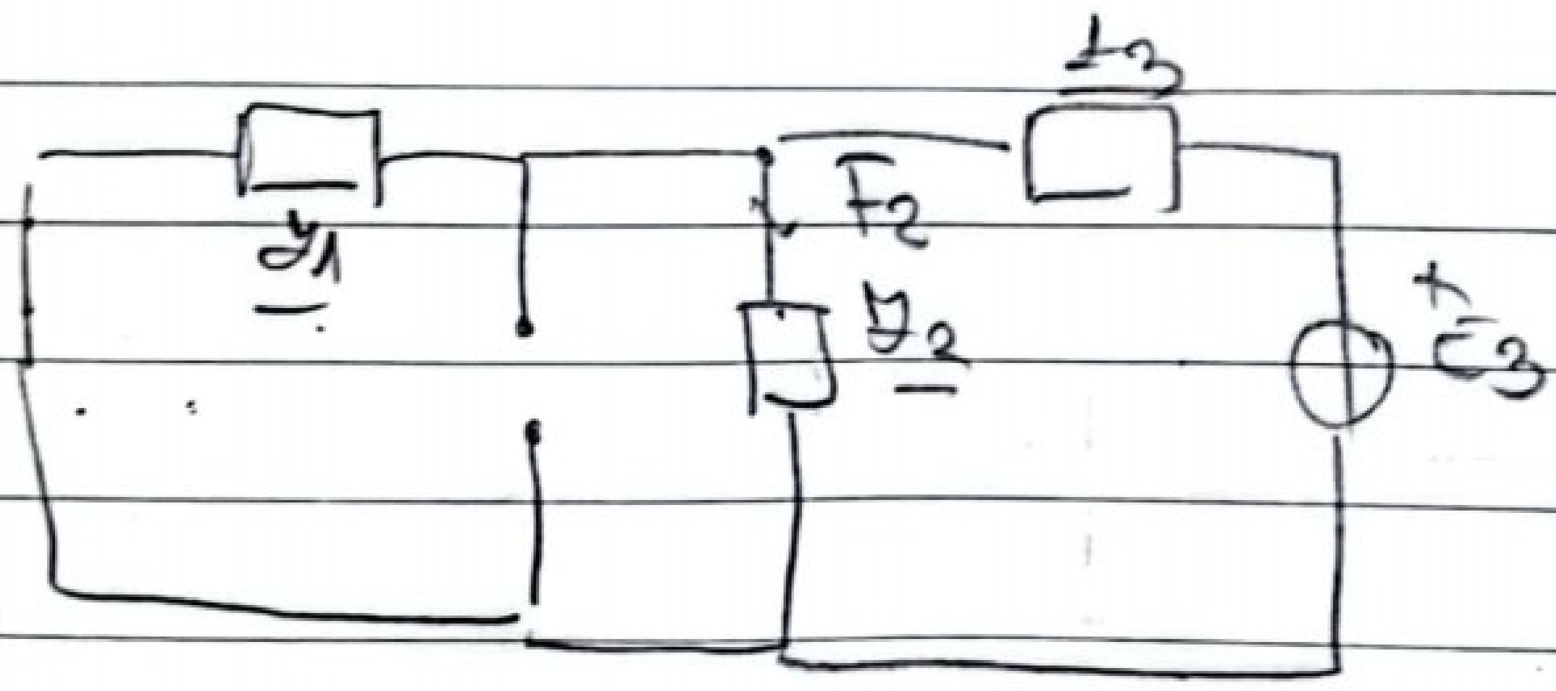
$$\underline{I}_2(\underline{E}_1) = \frac{\underline{Y}_3}{\underline{Y}_2 + \underline{Y}_3} \cdot \frac{\underline{E}_1}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 \| \underline{Y}_3}$$

2° $\underline{I}_2(\underline{I}_{g2}) = ?$



$$\underline{I}_2(\underline{I}_{g2}) = \frac{\underline{Y}_1}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 \| \underline{Y}_3} \cdot \frac{\underline{Y}_3}{\underline{Y}_2 + \underline{Y}_3} \underline{I}_{g2}$$

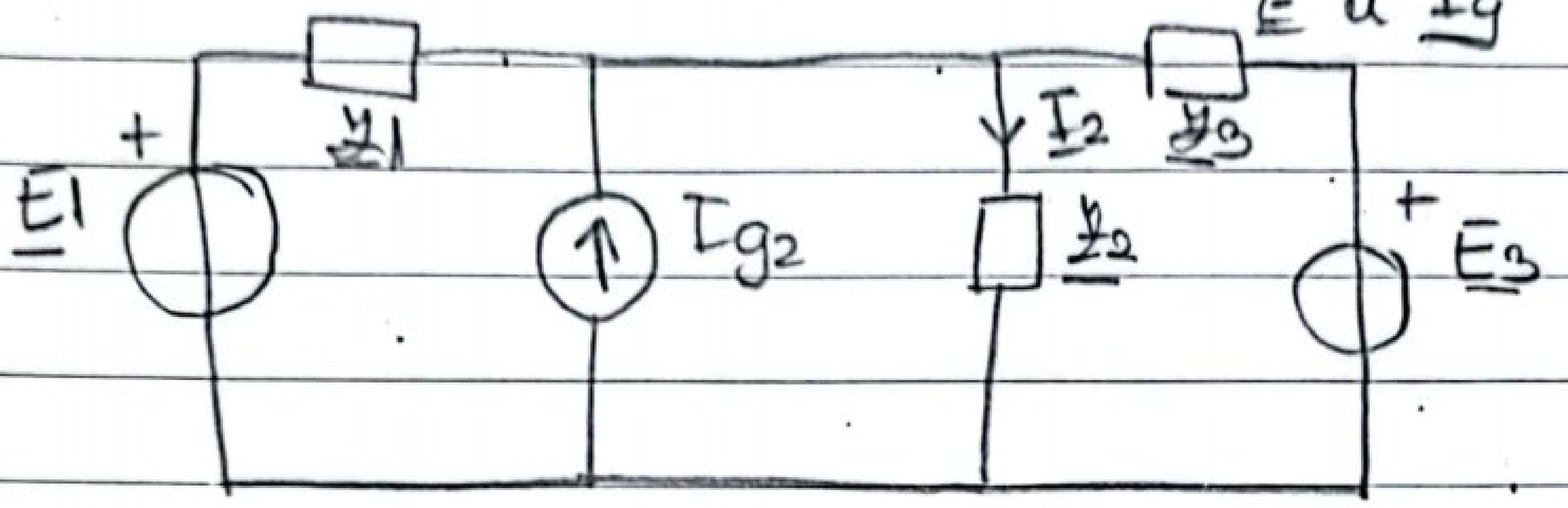
3° $\underline{I}_2(\underline{E}_3) = ?$



$$\underline{I}_2(\underline{E}_3) = \frac{\underline{Y}_1}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2} \cdot \frac{1}{\underline{Y}_3 + \underline{Y}_1 \| \underline{Y}_2} \underline{E}_3$$

⑥ Теорема линеарности: деф. са пријером:
комплексни напон, струја

- Било који одзив у колу је линеарна комбинација побуда $\underline{E}$ и $\underline{I}_g$



$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{Y}_3}{\underline{Y}_2+\underline{Y}_3}\cdot\frac{1}{\underline{Y}_1+\frac{\underline{Y}_2\cdot\underline{Y}_3}{\underline{Y}_2+\underline{Y}_3}}\underline{E}_1 + \frac{\underline{Y}_3}{\underline{Y}_2+\underline{Y}_3}\cdot\frac{\underline{Y}_1}{\underline{Y}_1+\frac{\underline{Y}_2\cdot\underline{Y}_3}{\underline{Y}_2+\underline{Y}_3}}\underline{I}_{g2}$$

$$+\frac{\underline{Y}_1}{\underline{Y}_1+\underline{Y}_2}\cdot\frac{1}{\underline{Y}_3+\frac{\underline{Y}_1\cdot\underline{Y}_2}{\underline{Y}_1+\underline{Y}_2}}\underline{E}_3 = \underline{a}_1\underline{E}_1+\underline{a}_2\underline{I}_{g2}+\underline{a}_3\underline{E}_3$$

⑦ ТЕОРЕМА ЛИНЕАРНЕ ЗАВИСНОСТИ ОДЗИВА ОД ПОБУДЕ: деф. са пријером

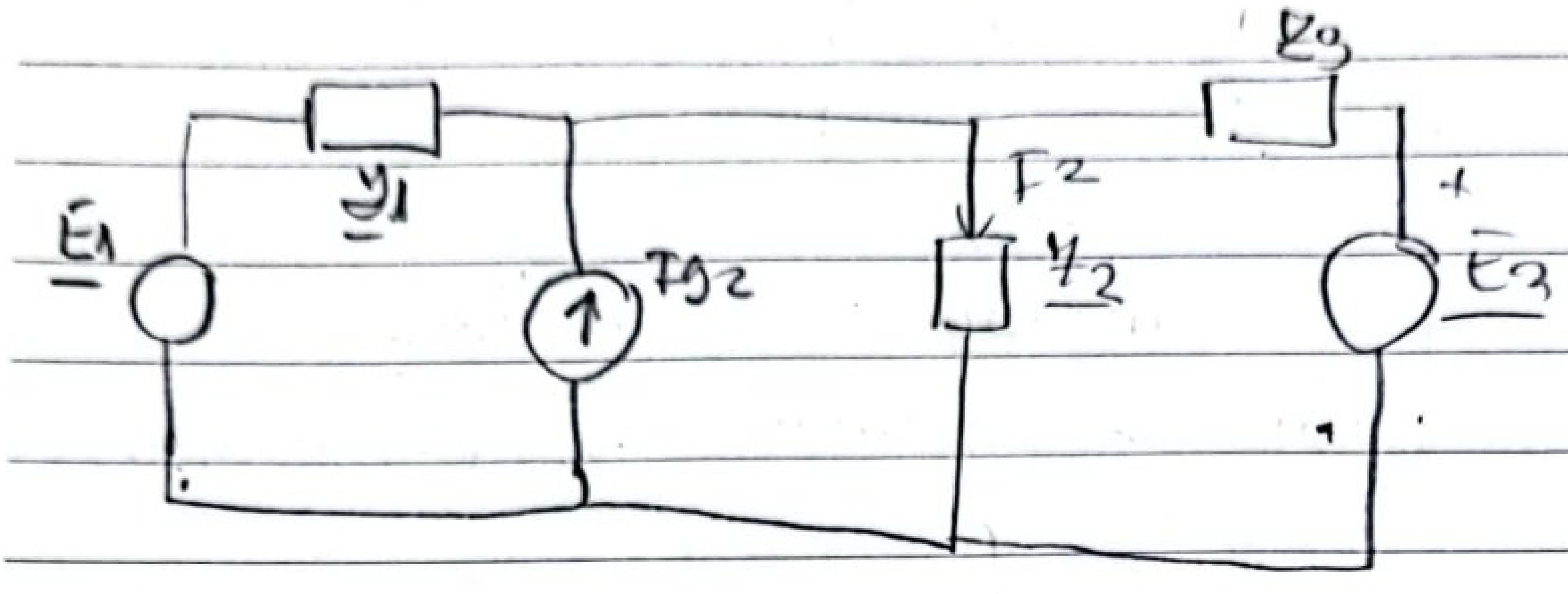
Ако у колу дјелује више побуда, одзив на једну побуду је линеарна функција те побуде.

$$\underline{I}_2 = \underline{a}_1\cdot\underline{E}_1 + \underline{a}_2\cdot\underline{I}_{g2} + \underline{a}_3\cdot\underline{E}_3$$

- ако се у колу мијења само ген. $\underline{I}_{g2}$, онда се може написати

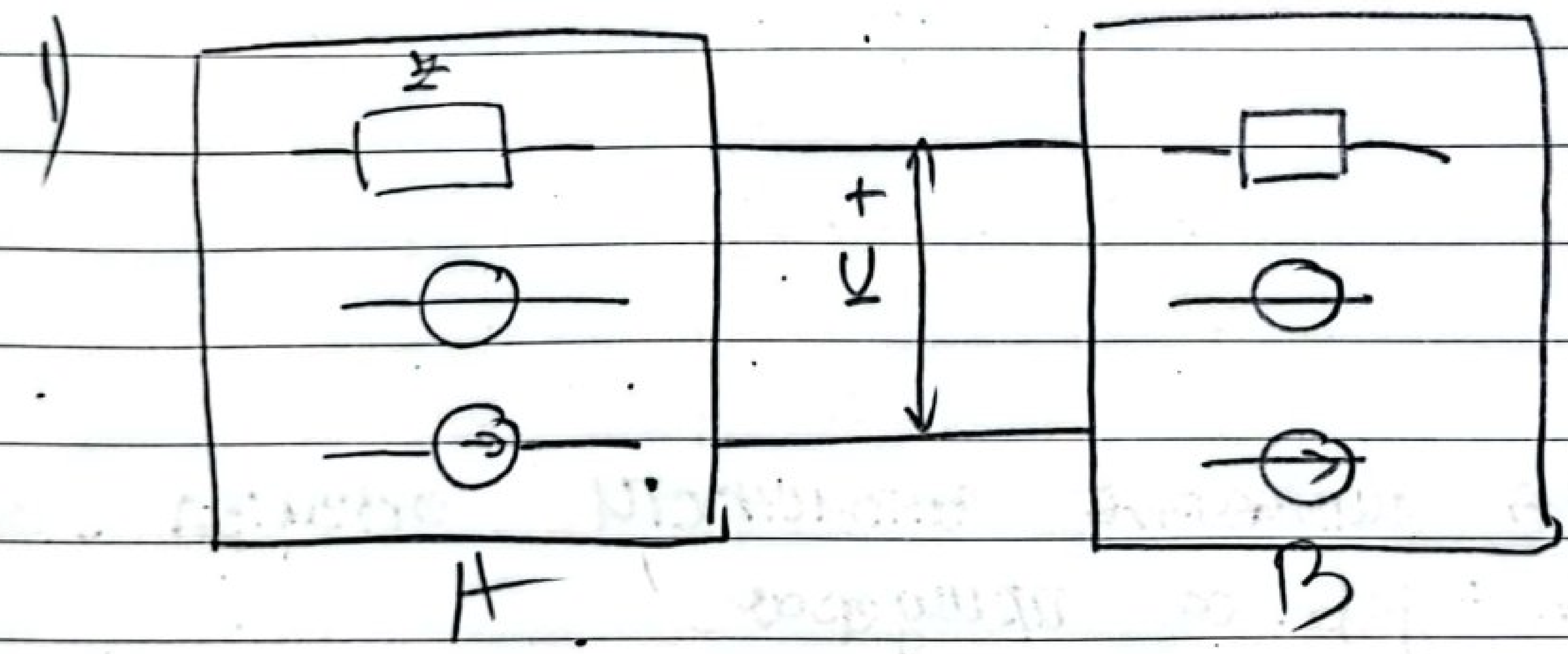
$$\underline{I}_2 = \underline{a}\cdot\underline{I}_{g2} + (\underline{a}_1\underline{E}_1 + \underline{a}_3\underline{E}_3) = \underline{a}\,\underline{I}_{g2} + \underline{b}$$

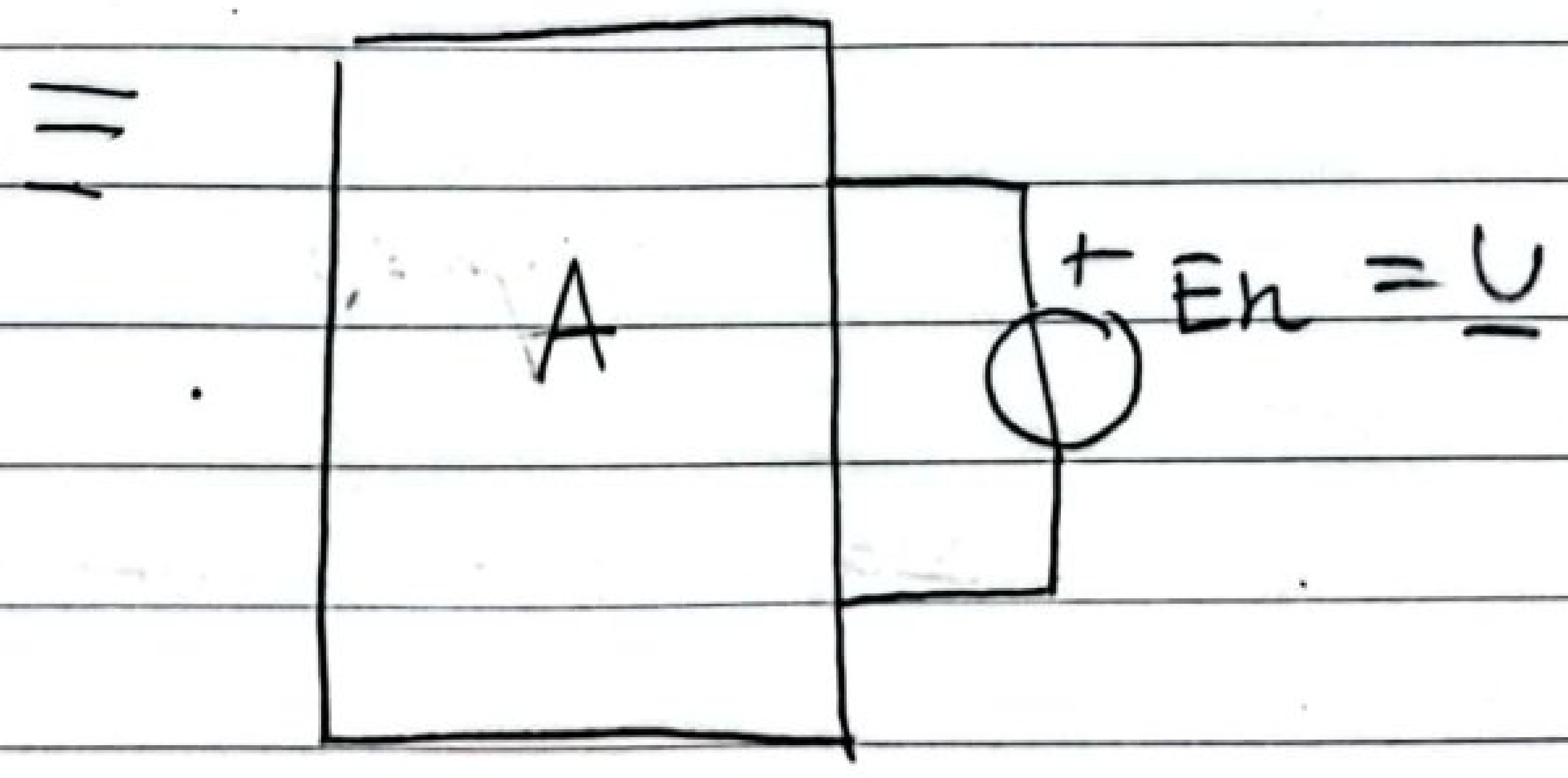
јер се утицај $\underline{I}_{g2}$ анулира. прилози одговарају $\underline{a}_1$ и $\underline{a}_3$, и нема утицаја

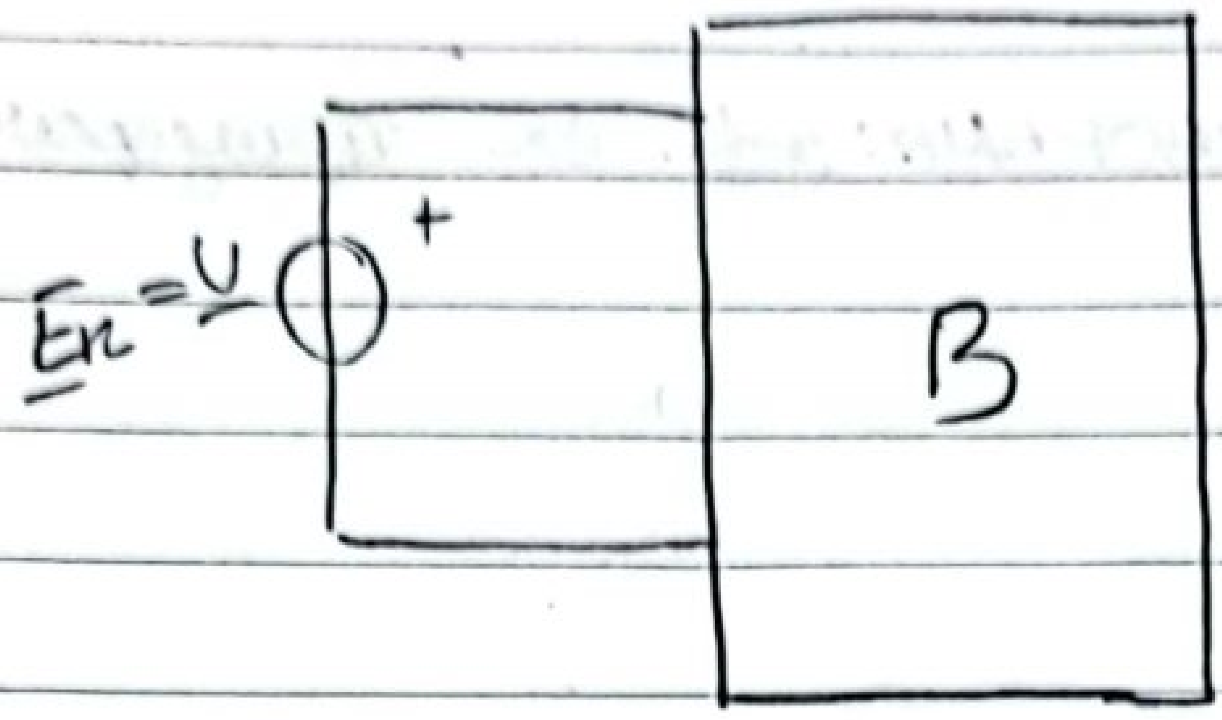


⑧ ТЕОРЕМА КОМПЕНЗАЦИЈЕ: дефиниција са цртеж

1)

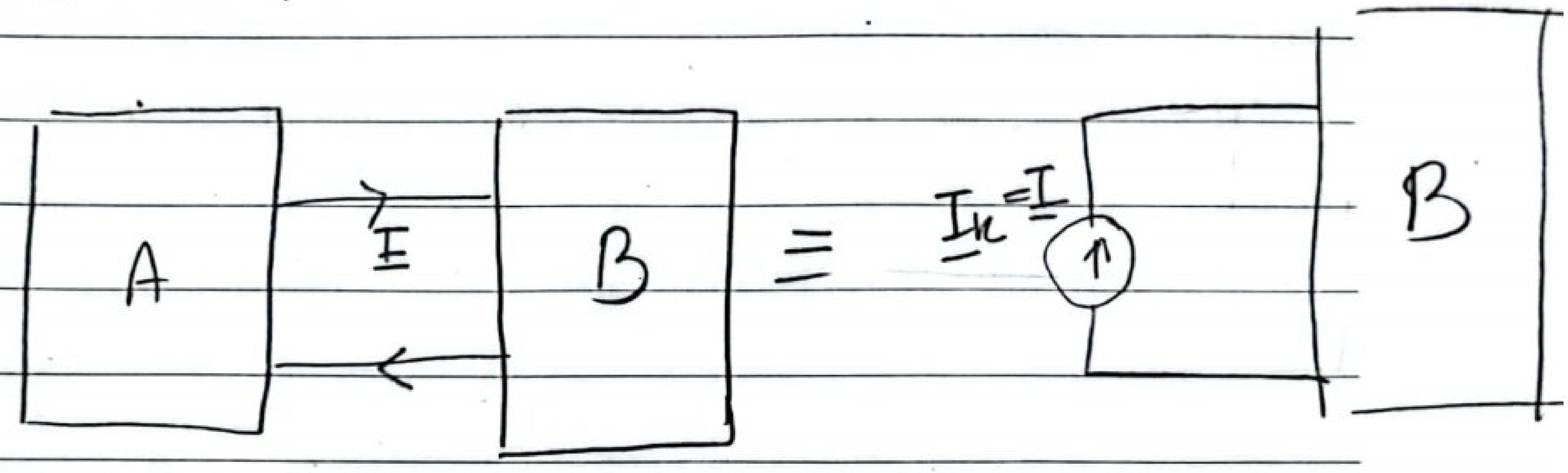


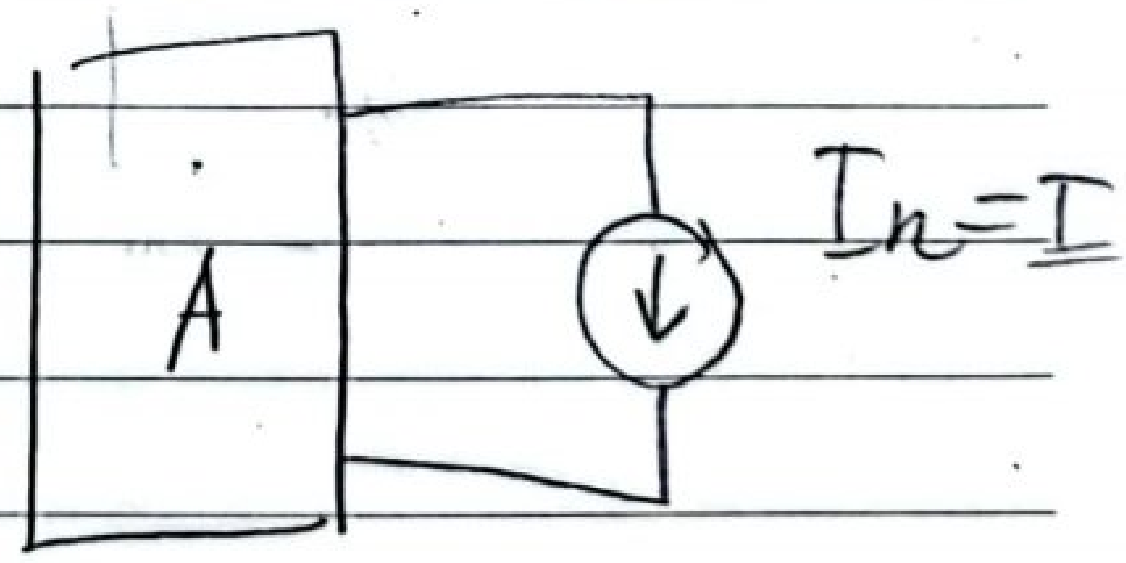




Мрежа A се у односу на мрежу B може заменити идеалним напонским генератором $\underline{E_k} = \underline{U}$, према одговарајућим реф. смеровима, а да се у мрежи B ништа не промени

2)

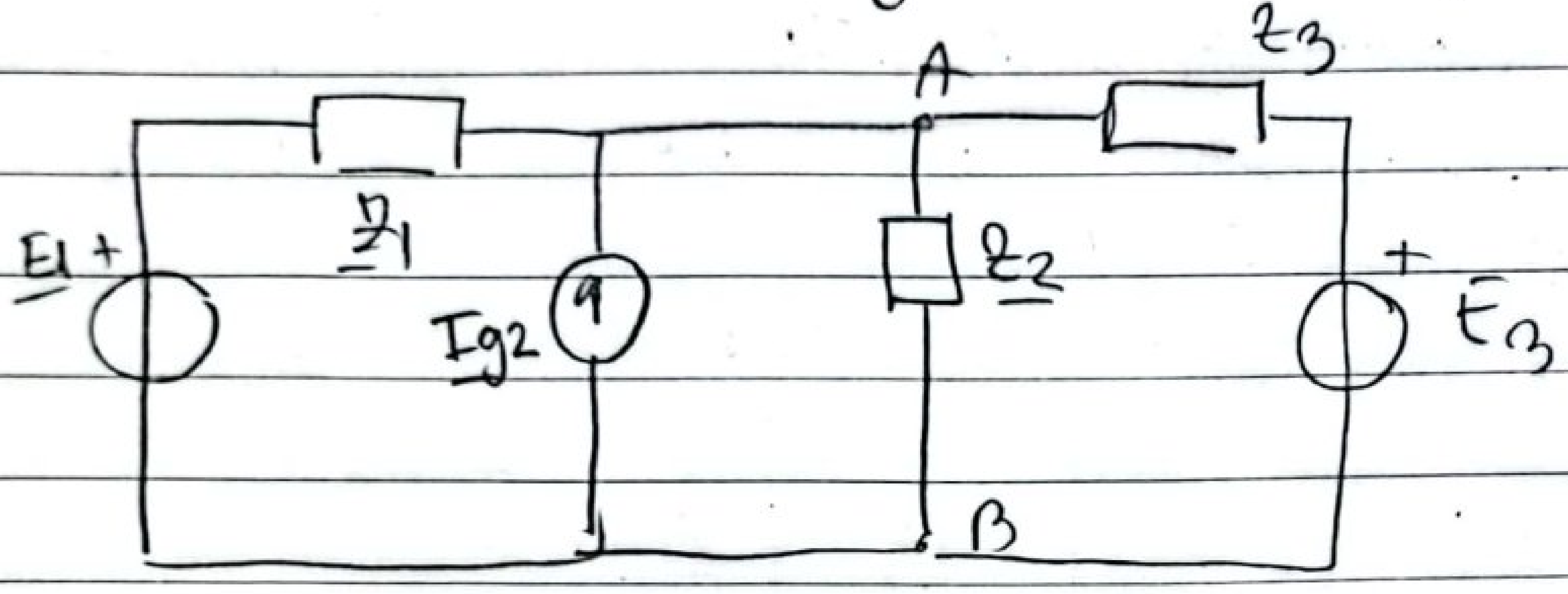




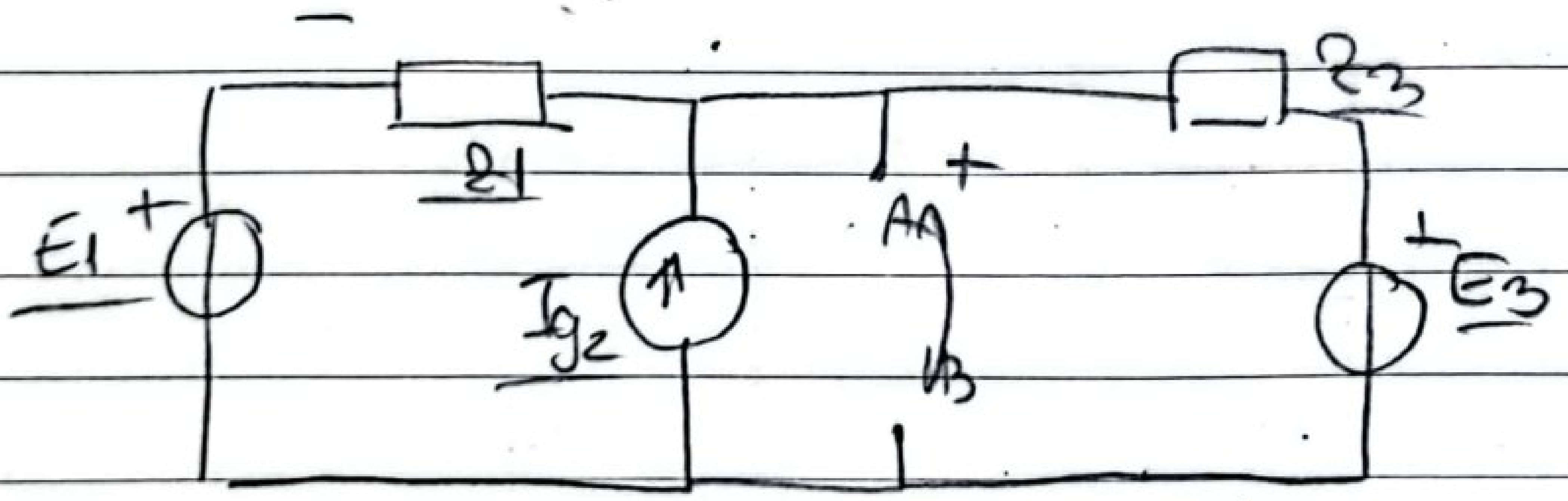
КОМПЕНЗАЦИОНИ ГЕНЕРАТОРИ СУ ИДЕАЛНИ!
Ако се било шта у било којој од мрежа промени, мора се променити и $\underline{E_k}$ односно $\underline{I_k}$

⑨ ТЕВЕНЕНОВА ТЕОРЕМА: деф. са цртежом

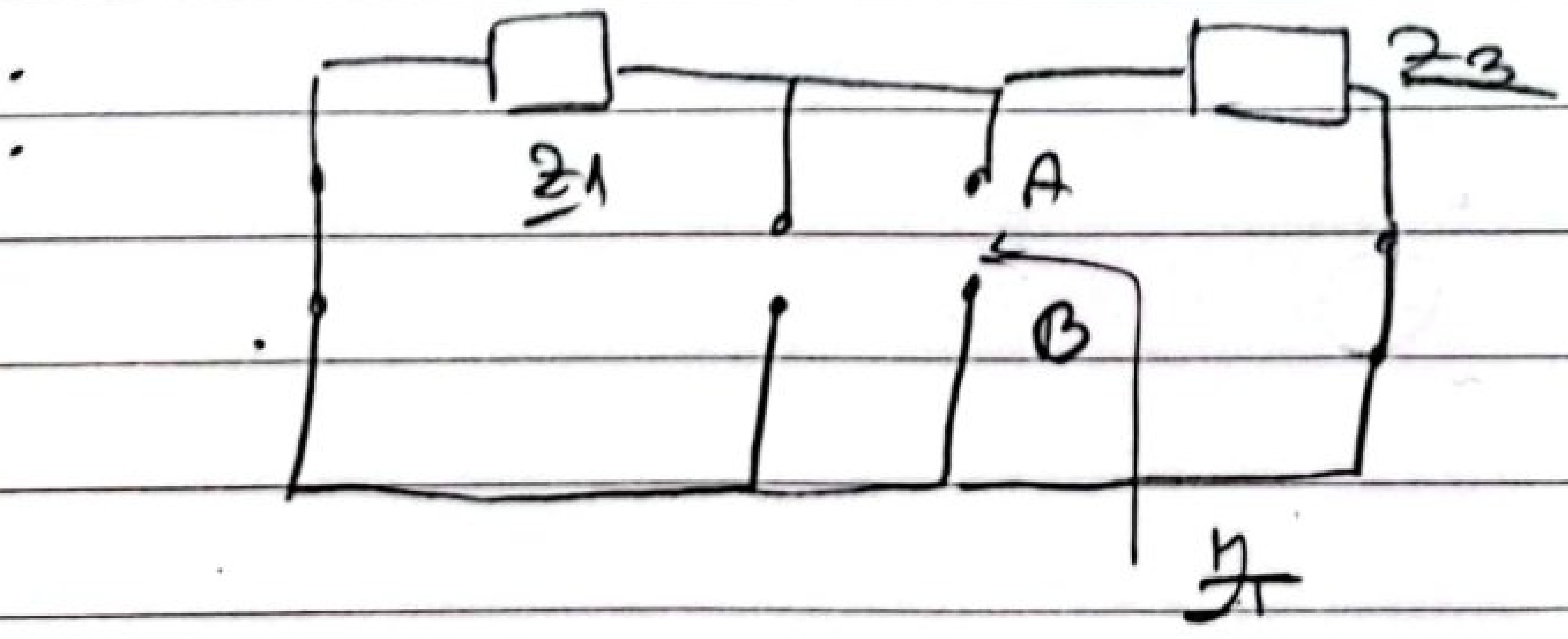
Произвољна ел. мрежа се може заменити реалним напонским генератором, чија је емс једнака напону празног хода те мреже, а унутрашња импеданса ће бити еквивалентна импеданси те мреже.



=



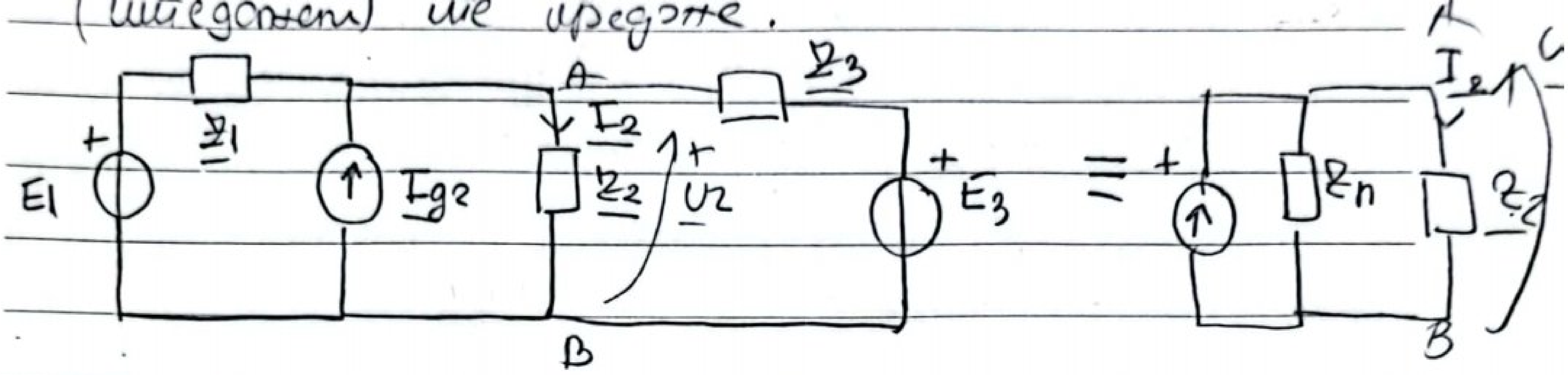
$$V_{AB} = E_T$$

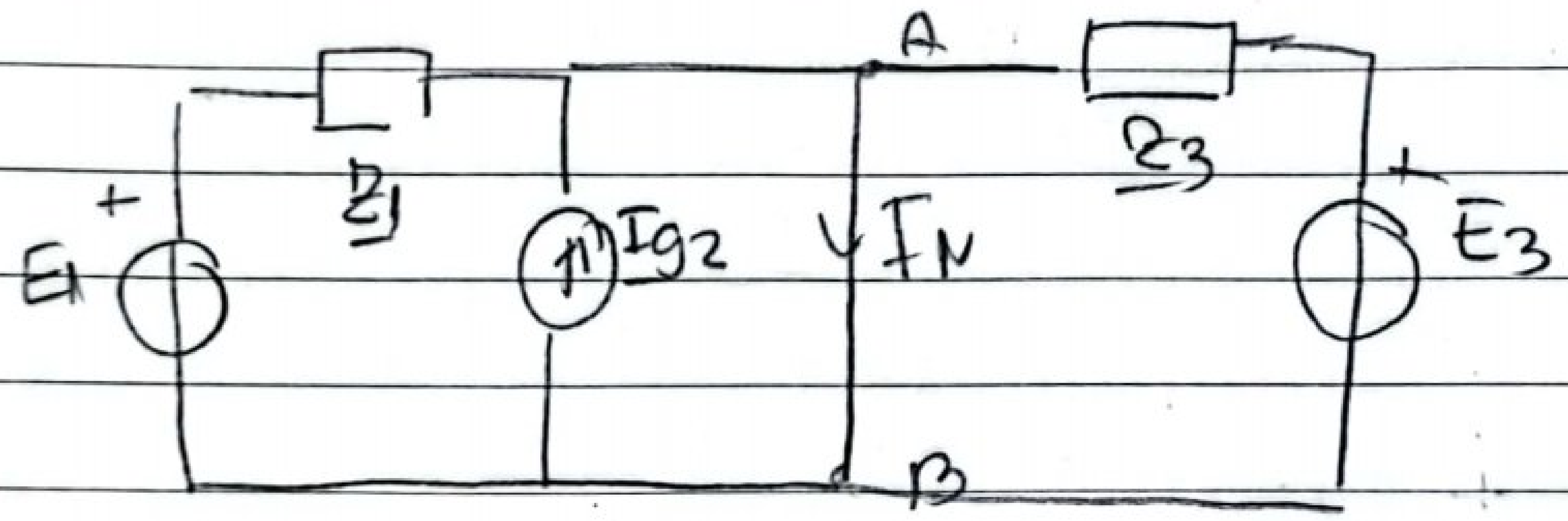


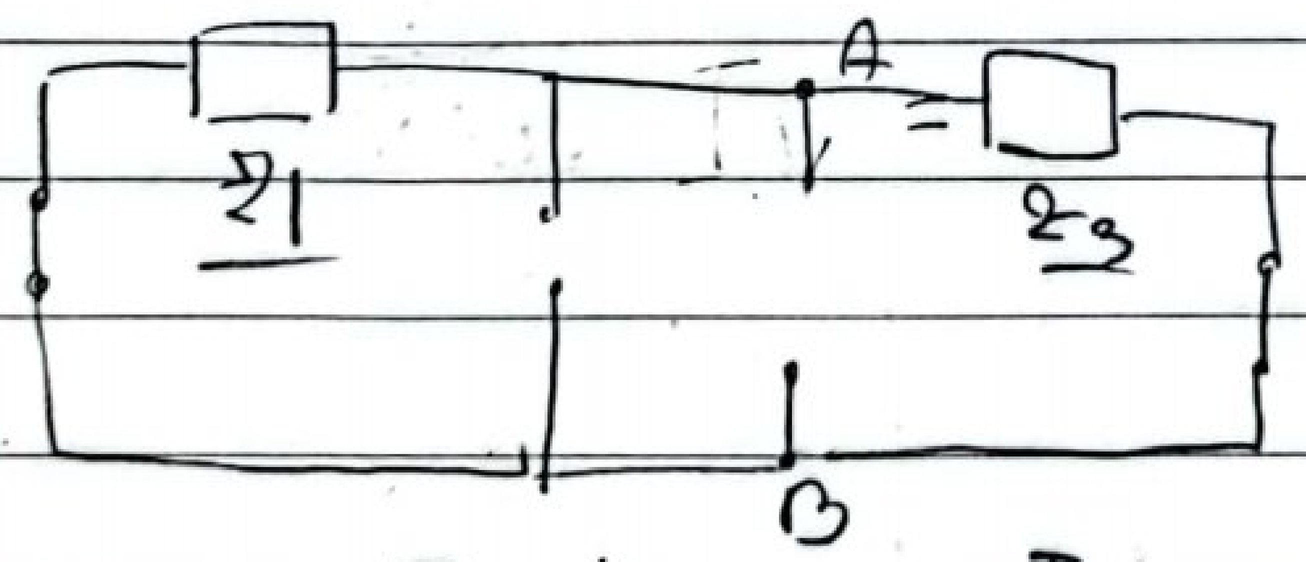
$$\underline{Z}_T = \underline{Z}_{AB}$$

10 НОРТОНОВА ТЕОРЕМА: деф. са цртежом

Произвољна ел. мрежа се може замијенити реалним струјним генератором, чија је струја једнака струји кратког споја а адмитанса (импеданса) једнака екв. адмитанси (импеданси) те мреже.







$$\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_N$$

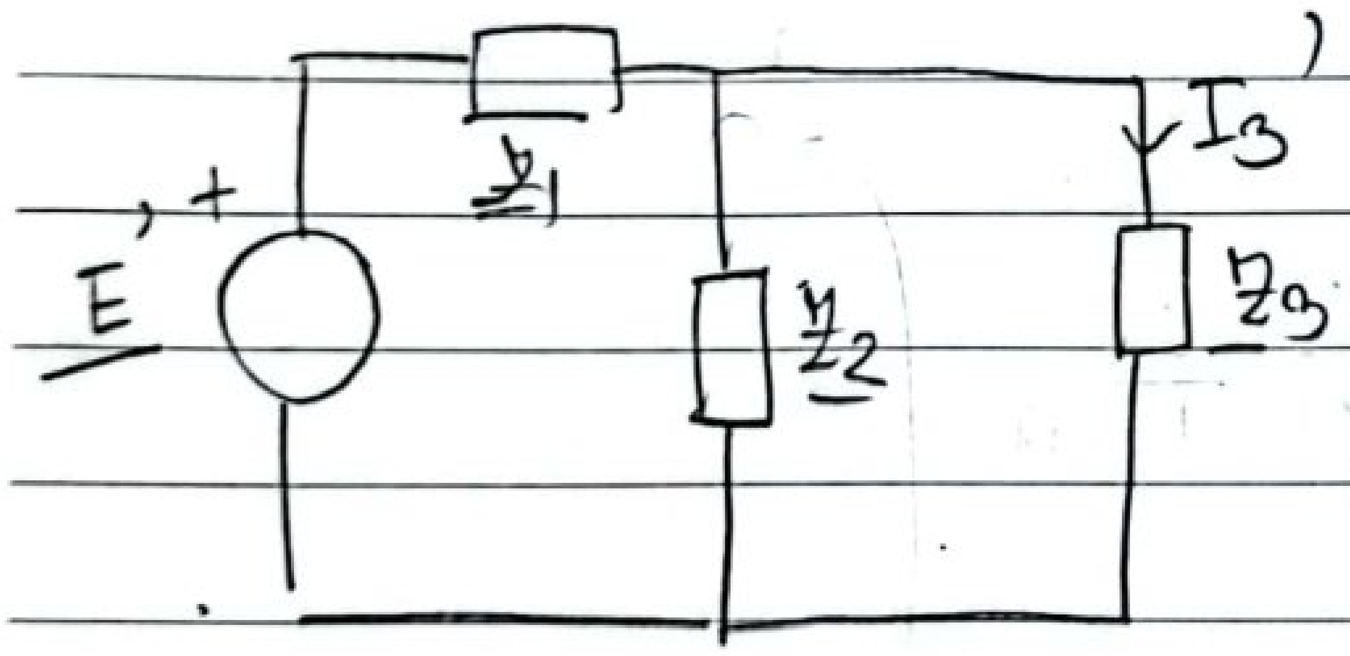
$$I_N = \frac{E_T}{\underline{Z}_T} \qquad E_T = \frac{I_N}{\underline{Y}_N}$$

$$\frac{1}{\underline{Y}_N} = \underline{Z}_N = \underline{Z}_T \Rightarrow \underline{Z}_T = \frac{1}{\underline{Y}_N}$$

11) ТЕОРЕМА РЕЦИПРОЦИТЕТА : деф. са примјером

Ако генератор $\underline{E}$ везан у грани "j" произведе у грани "k" струја $\underline{I}$, онда ће тај генератор везан у грани "k" проузроковати исту струју $\underline{I}'$ у грани "j".

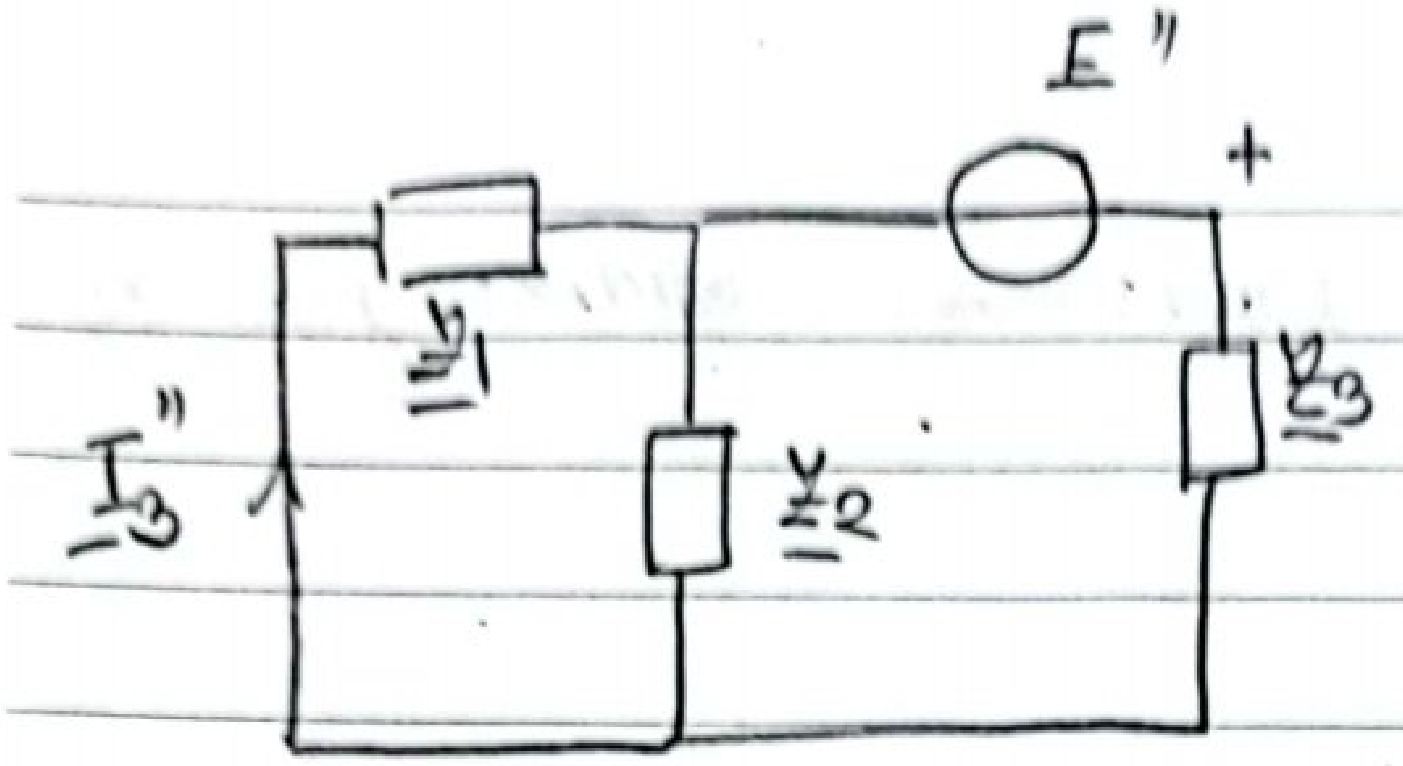
Теорему реципроцитета примјењујемо у колима у којима дјелује један генератор. У случају више генератора, прво се примјењује теорема суперпозиције.



$$\underline{I}_3' = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2+\underline{Z}_3} \cdot \frac{\underline{E}'}{\underline{Z}_1+\underline{Z}_2 \| \underline{Z}_3}$$

$$\underline{I}_3' = \frac{\underline{Z}_2}{\cancel{\underline{Z}_2+\underline{Z}_3}} \cdot \frac{(\cancel{\underline{Z}_2+\underline{Z}_3})\,\underline{E}'}{\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_1\underline{Z}_3+\underline{Z}_2\underline{Z}_3}$$

$$\boxed{\underline{I}_3' = \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{E}'}{\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_1\underline{Z}_3+\underline{Z}_2\underline{Z}_3}}$$



$$\underline{I}_3'' = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1+\underline{Z}_2}\cdot\frac{\underline{E}''}{\underline{Z}_3+\underline{Z}_1\|\underline{Z}_2}$$

$$\boxed{\underline{I}_3'' = \frac{\underline{Z}_2\cdot\underline{E}''}{\underline{Z}_1\cdot\underline{Z}_2+\underline{Z}_1\cdot\underline{Z}_3+\underline{Z}_2\cdot\underline{Z}_3}}$$

ако је $\underline{E}' = \underline{E}'' \Rightarrow \underline{I}_3'' = \underline{I}_3'$

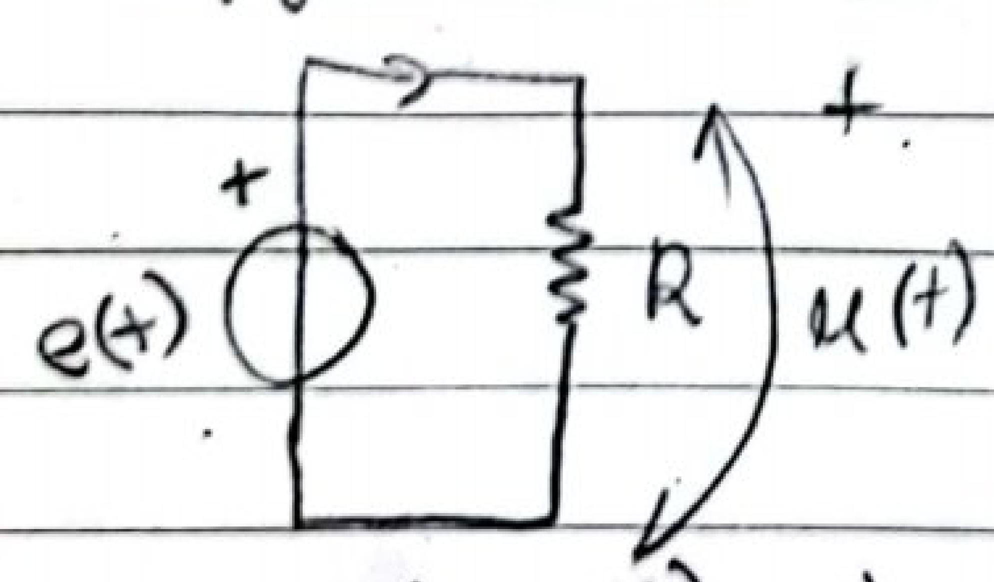
Важно је водити рачуна о реципрочни делови

12. ТЕОРЕМА ОДРЖАЊА СНАГЕ: деф. са примером

Теорема одржања тренутне снаге:

$$\boxed{\sum p_g(t) = \sum p_p(t)}$$ при устаљеном реципрочним условима

- збир тренутних снага свих генератора у колу једнака је збиру тренутне снаге свих пријемника



$e(t) = \sqrt{2}E\cos\omega t$

$i(t) = \frac{e(t)}{R} = \sqrt{2}\frac{E}{R}\cos\omega t$

$p_g(t) = e(t)\cdot i(t) = \sqrt{2}E\cos\omega t\cdot\sqrt{2}\frac{E}{R}\cos\omega t = 2\frac{E^2}{R}\cos^2\omega t$

$p_p(t) = u(t)\cdot i(t) = R\,i^2(t) = R\cdot\frac{2E^2}{R^2}\cos^2\omega t = \frac{2E^2}{R}\cos^2\omega t$

15. Теорема одржања комплексне снаге: док. са примером

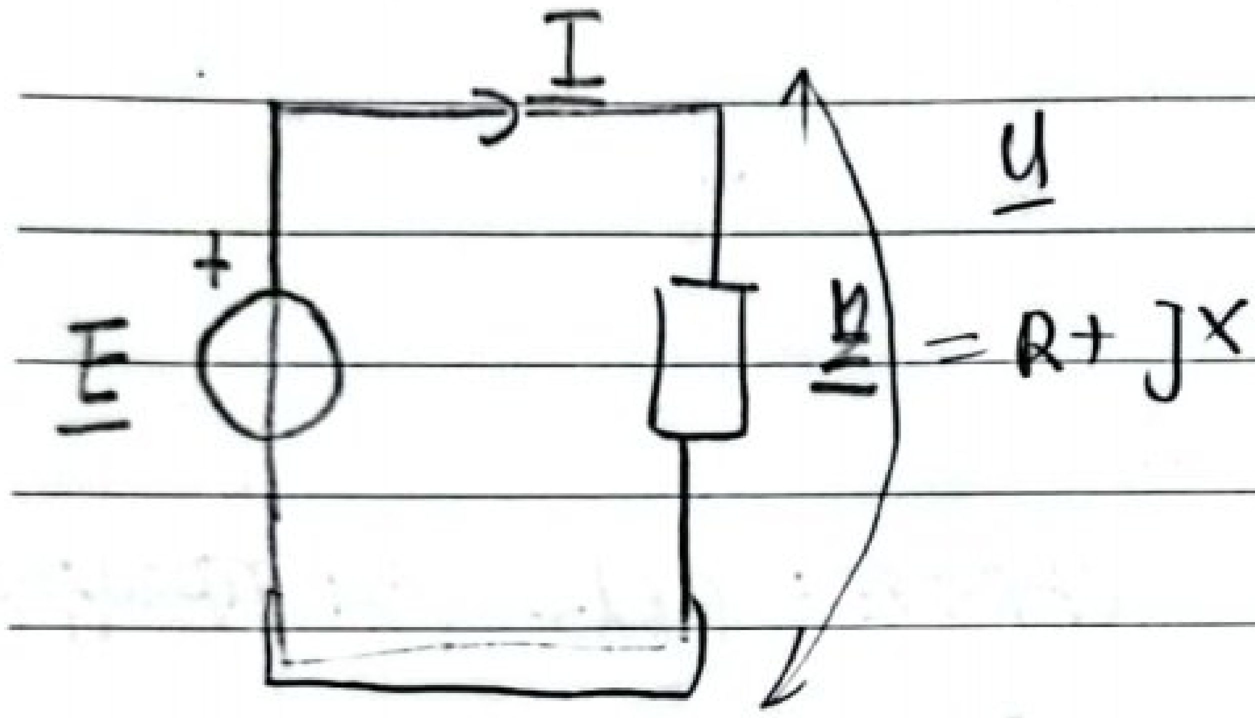
$$\boxed{\begin{aligned} \sum \underline{S}_g &= \sum \underline{S}_p \\ \sum P_g &= \sum P_p \\ \sum Q_g &= \sum Q_p \end{aligned}}$$

→ При устаљеном рф. [illegible] не важи за привидне снаге тј $\sum S_g \neq \sum S_p$

Нека је $\underline{E} = E$

$$\Downarrow$$

$$\underline{I} = \frac{E}{R+jX} = \frac{E(R-jX)}{R^2+X^2}$$



$$\underline{S}_g = \underline{E}\cdot\underline{I}^* = \frac{E^2(R+jX)}{R^2+X^2} = P_g + Q_g\cdot j$$

$$= \frac{RE^2}{R^2+X^2} + j\frac{XE^2}{R^2+X^2}$$

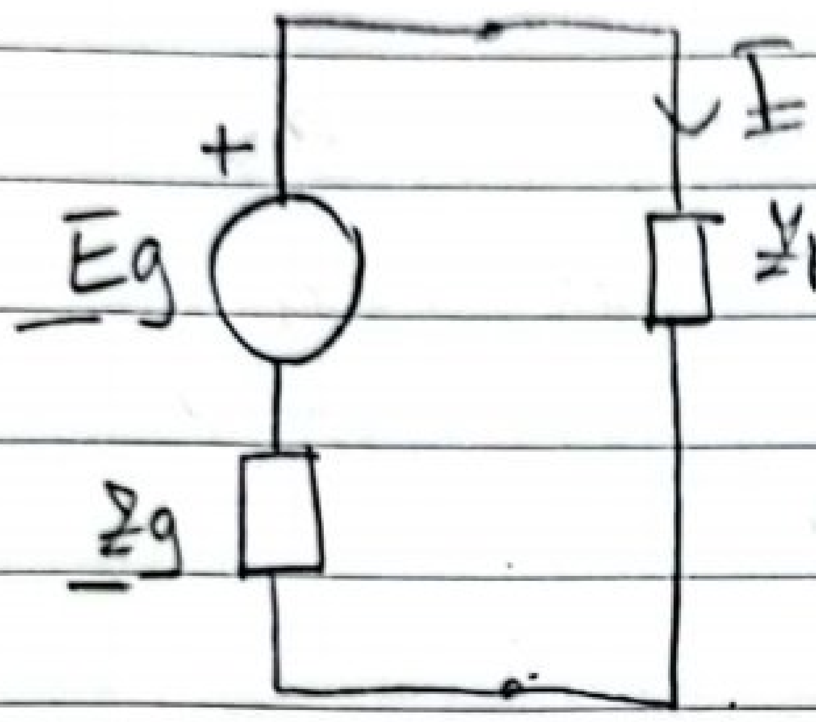
$$\underline{S}_p = \underline{U}\cdot\underline{I}^* = \underline{Z}\cdot\underline{I}\cdot\underline{I}^* = \underline{Z}\cdot I^2$$

$$I = \frac{E(R-jX)}{R^2+X^2} = \frac{E}{R^2+X^2}\cdot\sqrt{R^2+X^2} = \frac{E}{\sqrt{X^2+R^2}}$$

$$S_p = \underline{Z}\cdot I^2 = (R+jX)\frac{E^2}{X^2+R^2} = \frac{RE^2}{R^2+X^2} + \frac{jXE^2}{R^2+X^2} =$$

$$P_p + jQ_p$$

(14) Теорема прилагођења по снази: деф. са примјером (без доказивања)



Треба одредити $\underline{Z}p$ тако да се на њему развије максимална активна снага

$$\underline{Z}p = Rp + jXp$$

$$\underline{Z}g = Rg + jXg$$

$$\underline{S}p = \underline{Z}p \cdot \underline{I}^2 = \underline{Z}p \cdot \frac{E^2}{(Rp+Rg)^2 + (Xp+Xg)^2} = Pp + jQp$$

$$Pp = \frac{Rp E^2}{(Rp+Rg)^2 + (Xp+Xg)^2} \Rightarrow Xp = -Xg$$

$$Pp = \frac{Rp E^2}{(Rp+Rg)^2}$$

Урадимо први извод $\frac{dPp}{dRp} \Rightarrow Rg^2 - Rp^2 = 0$

$$Rp = \pm\sqrt{Rg^2}$$

$$Rp = \pm Rg$$

$$Rp = Rg$$

$$Rp = Rg \quad Xp = -Xg$$

$$\underline{Z}p = \underline{Z}g^*$$

$+\ \underline{Z}_p = R_p$

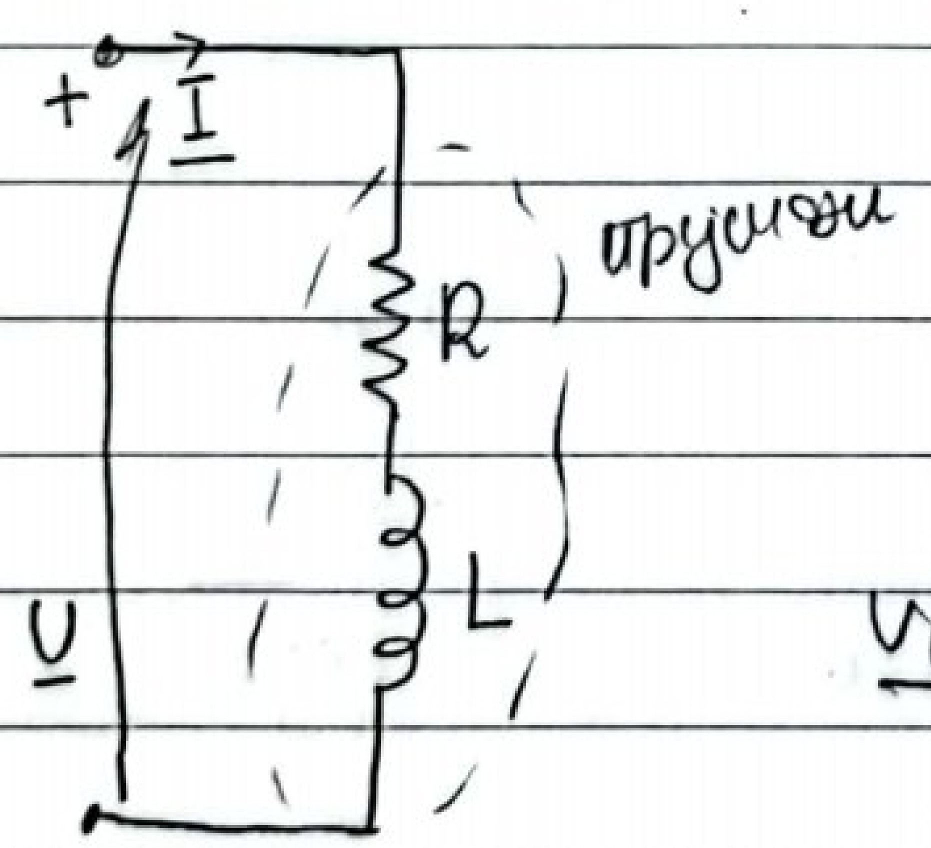
$\underline{Z}_g = R_g + jX_g$ ⇒ максимум је добитна пропусност снаге

$R_p = |\underline{Z}_g| = \sqrt{R_g^2 + X_g^2}$

15. Поправка фактора снаге

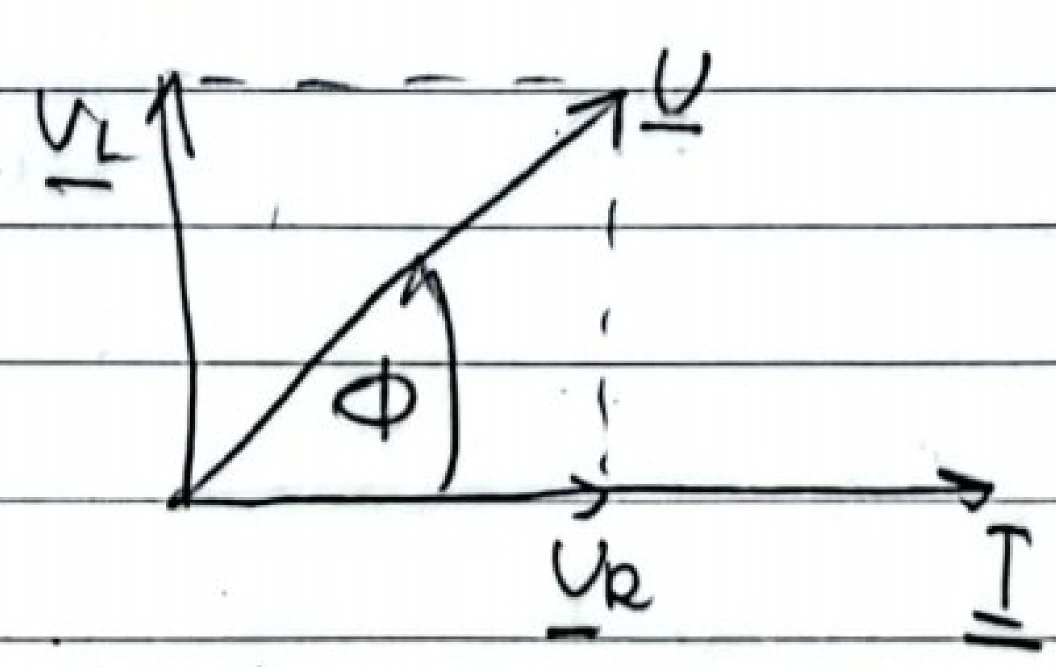
Поправка фактора снаге подразумијева везивање додатних реактивних елемената на пријемник, тако да се повећа фактор снаге те везе (пријемника и додатних елемената)

Најчешћи пријемници чији фактор снаге треба поправити су ел. мотори.
Ел. мотор се поједностављено може посматрати као редна веза R и L



$\cos\phi = \frac{P}{S}$

$\underline{Z}_p = R + j\omega L = R + jX$

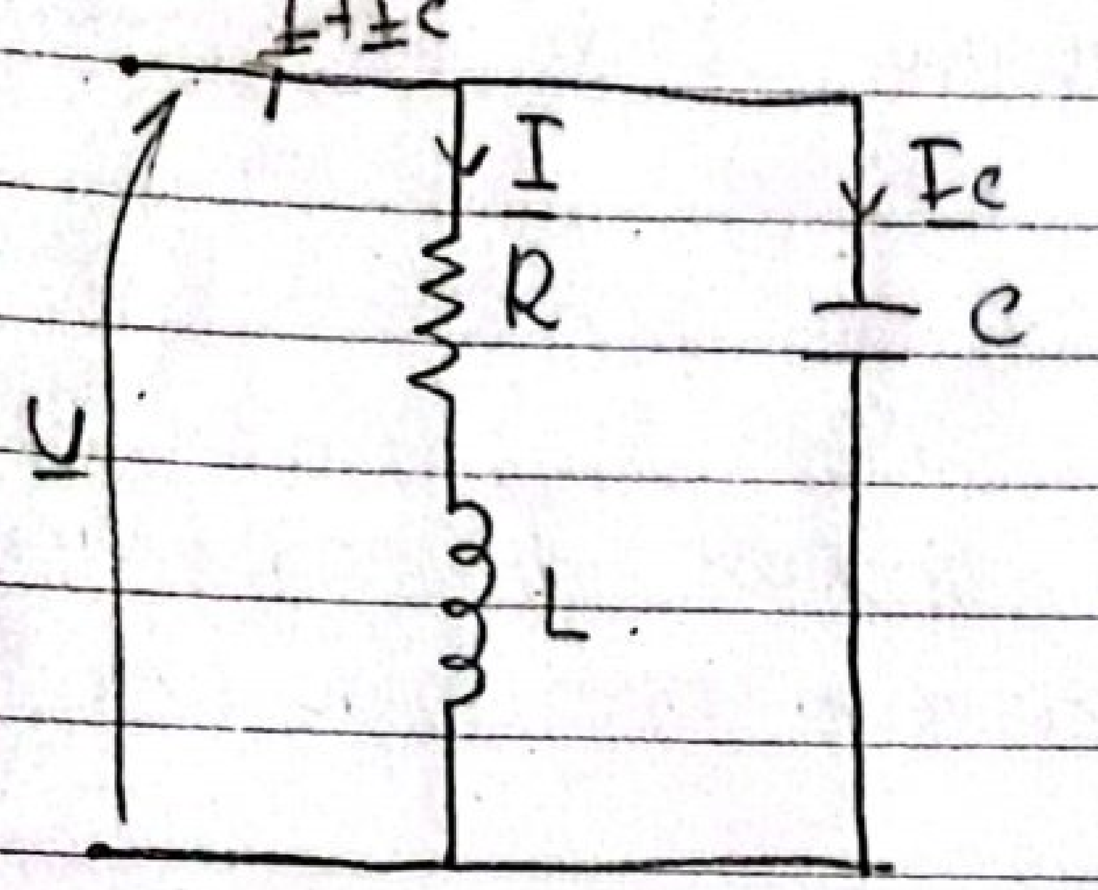


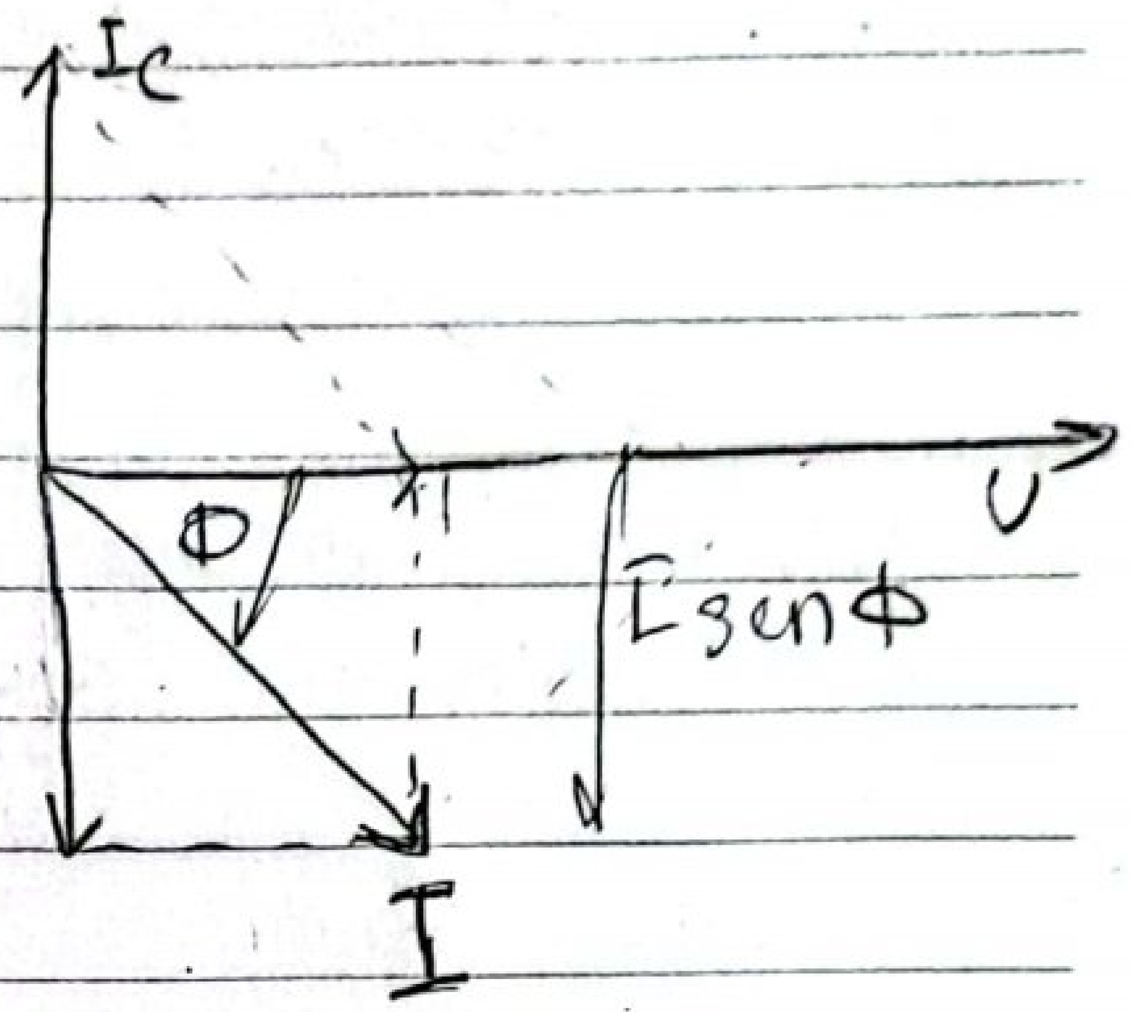
$\cos\phi = \frac{P}{S} \Rightarrow P = S \cdot \cos\phi$

$P = UI\cos\phi \Rightarrow I = \frac{P}{U\cos\phi}$

$$\Phi = \operatorname{arctg}\frac{\omega L}{R}$$

Паралелно везивање кондензатора:





Да би укупна струја $(\underline{I} + \underline{I}_c)$ била у фази са напоном, потребно је да буде:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R+j\omega L} \qquad \underline{I}_C = \frac{\underline{U}}{\frac{1}{j\omega C}} = \underline{U}\cdot j\omega C$$

$$I_C = I\sin\Phi$$

$$\Rightarrow \omega C U = \frac{U}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}\cdot\frac{\omega L}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}} = \frac{\omega L U}{R^2+(\omega L)^2}$$

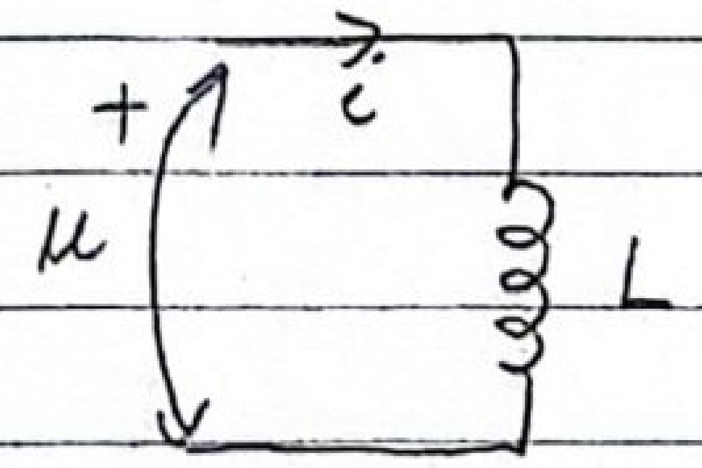
$$C = \frac{L}{R^2+(\omega L)^2}$$

5. Блок

① Кола са индуктивно спрегнутим калемовима. Кратко објаснити постављање једначина по К.З. Тачкасто означавање. Знак међусобне индуктивности.

Треба водити рачуна да се у једначине по 2КЗ унесе и емс коју струја у једном од намотаја индукује у другом. Посебну пажњу треба обратити на исправан предзнак тог члана.

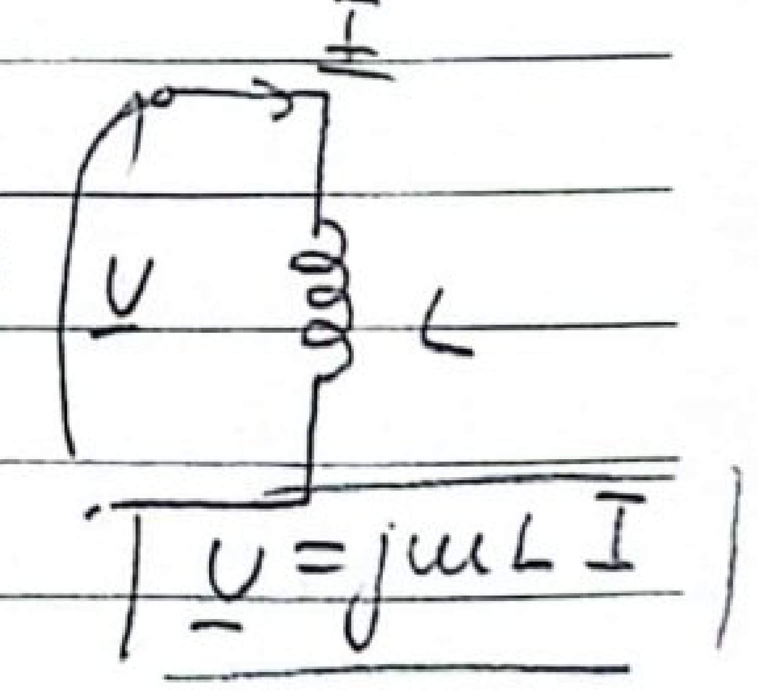
Усамљени калем:



$$u = L\frac{di}{dt} = -e_{ind}$$

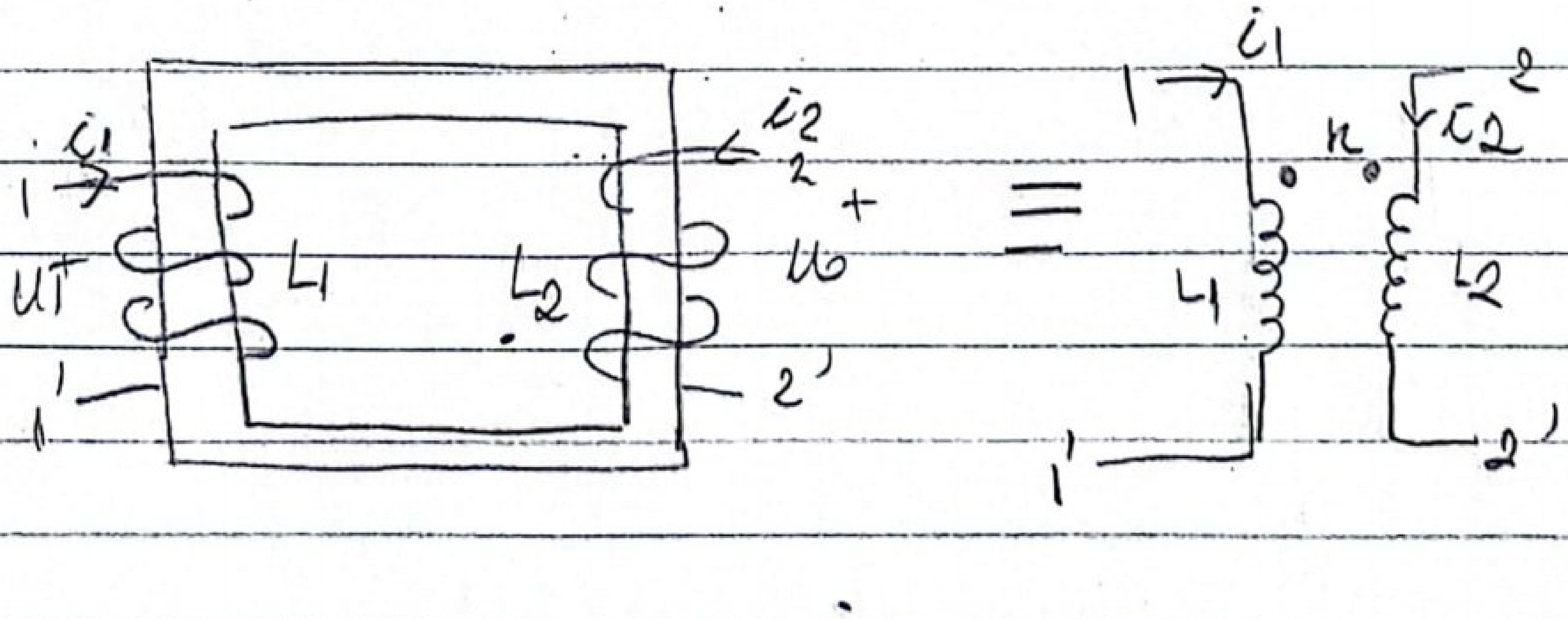
$$\Phi,\ e_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$=$



$$\boxed{\underline{U} = j\omega L \underline{I}}$$

Ако је калем у спрези са другим калемом (или више њих)



$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt}$$

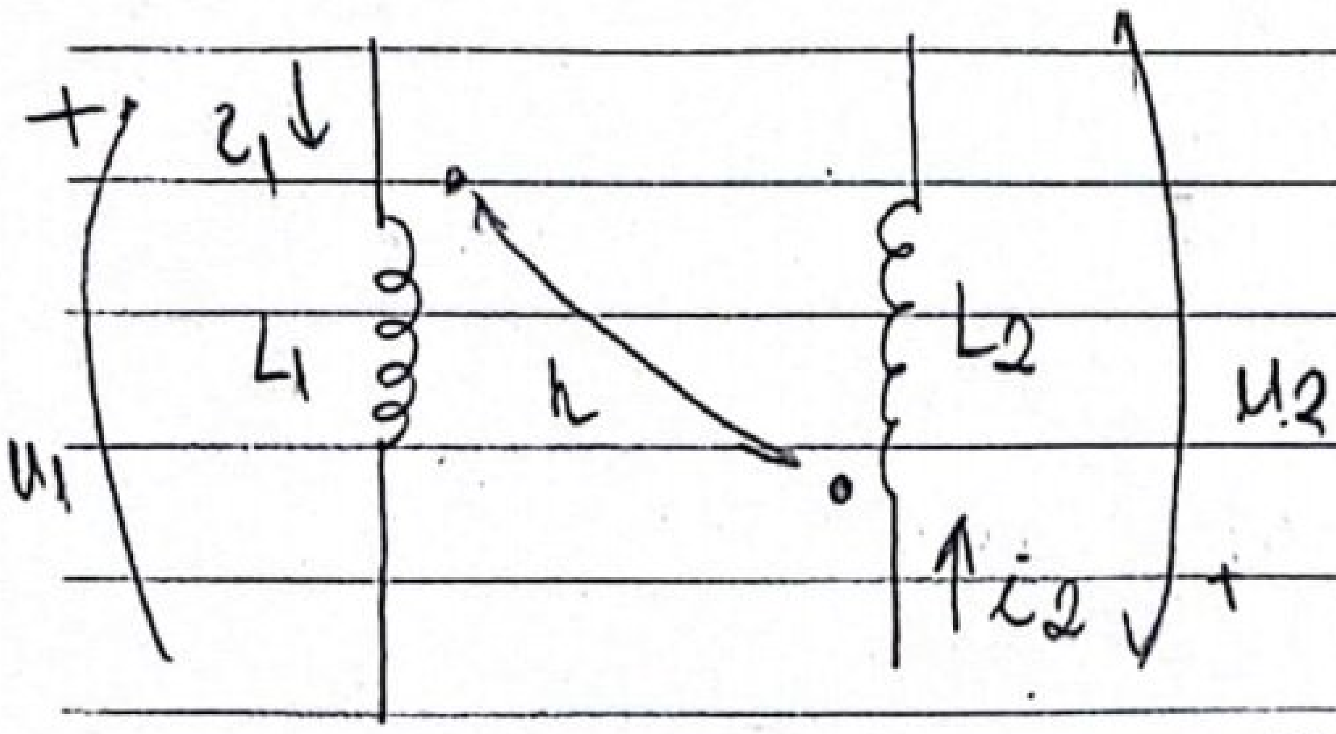
$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + L_{21} \frac{di_1}{dt}$$

$$L_{12} = L_{21} = \pm k\sqrt{L_1 L_2} = M$$

$$0 \le k \le 1$$

$$\underline{U_1} = j\omega L_1 \underline{I_1} + j\omega L_{12} \underline{I_2}$$

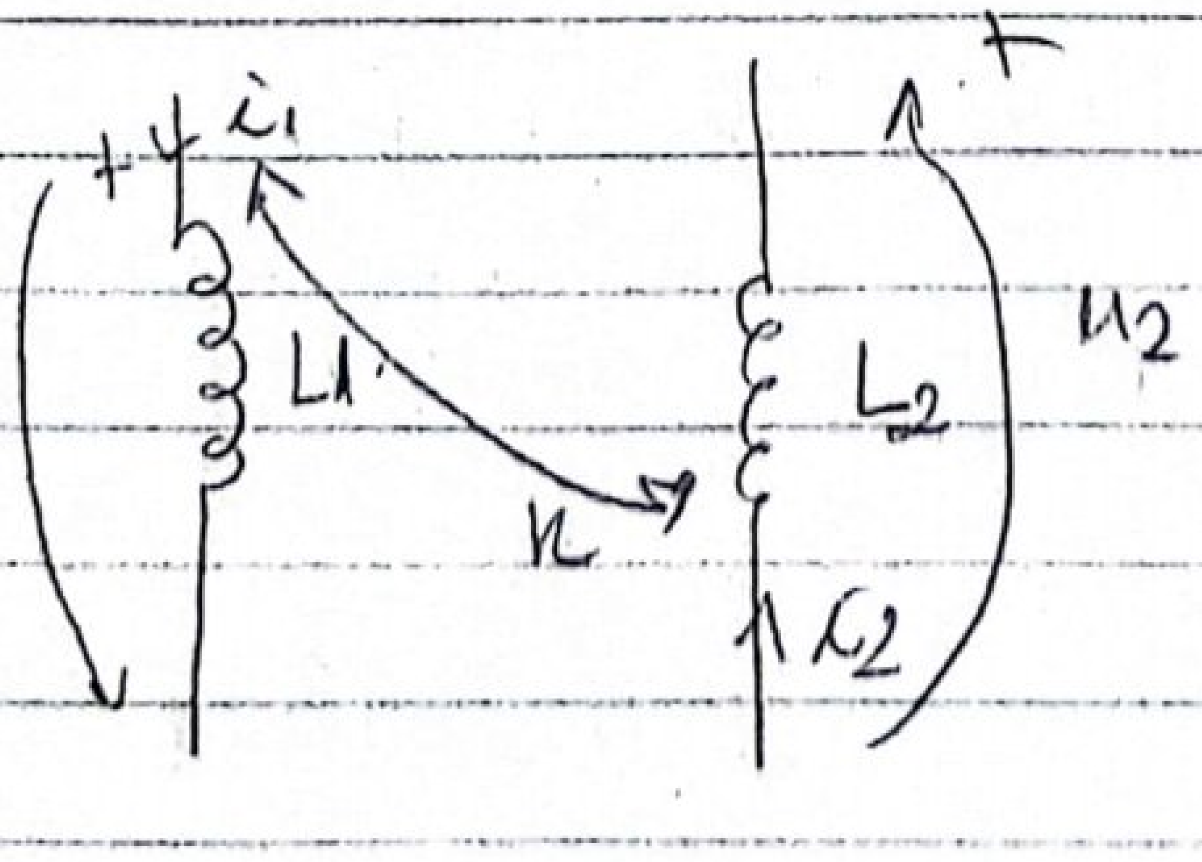
$$\underline{U_2} = j\omega L_2 \underline{I_2} + j\omega L_{21} \underline{I_1}$$



$$\underline{U_1} = j\omega L_1 \underline{I_1} + j\omega L_{12} \underline{I_2}$$

$L_{12} = k\sqrt{L_1 L_2} > 0$ јер обе струје улазе у маркер

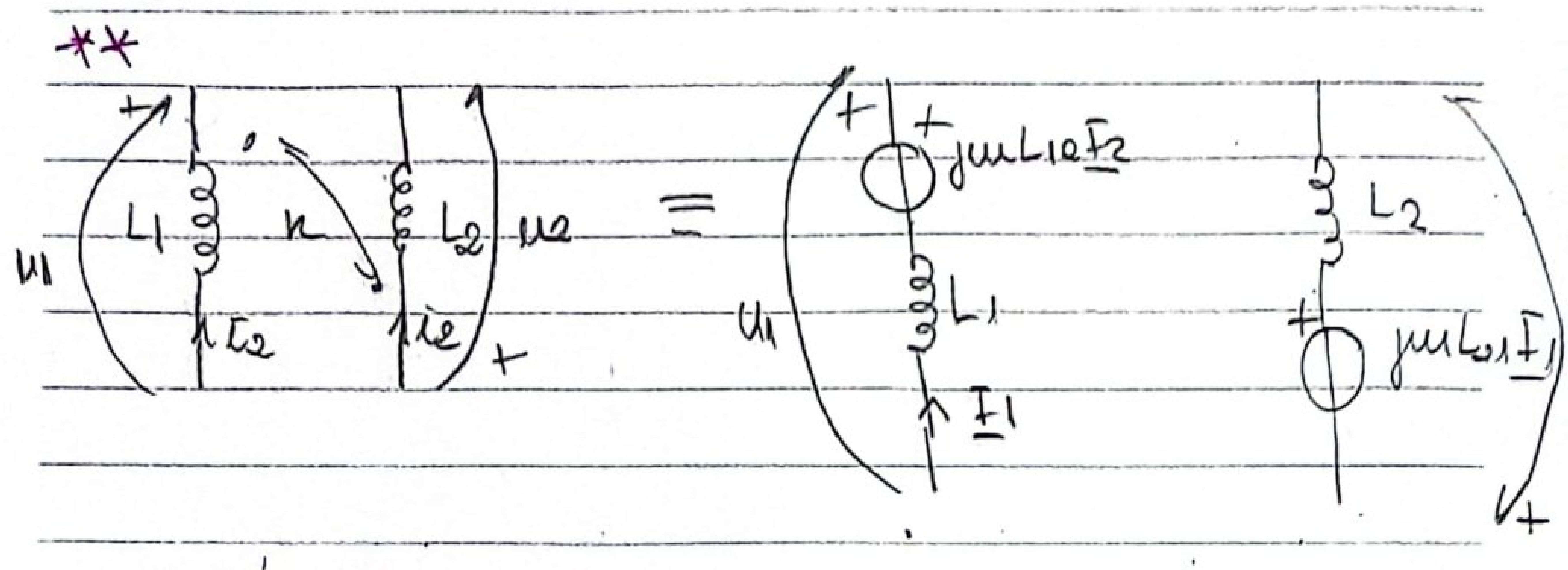
$$\underline{U_2} = j\omega L_2 + j\omega L_{21} \underline{I_1}$$



$$\underline{U_2} = -j\omega L_2 \underline{I_2} - j\omega L_{21} \underline{I_1}$$

$$\underline{U_1} = j\omega L_1 \underline{I_1} + j\omega L_{12} \underline{I_2}$$

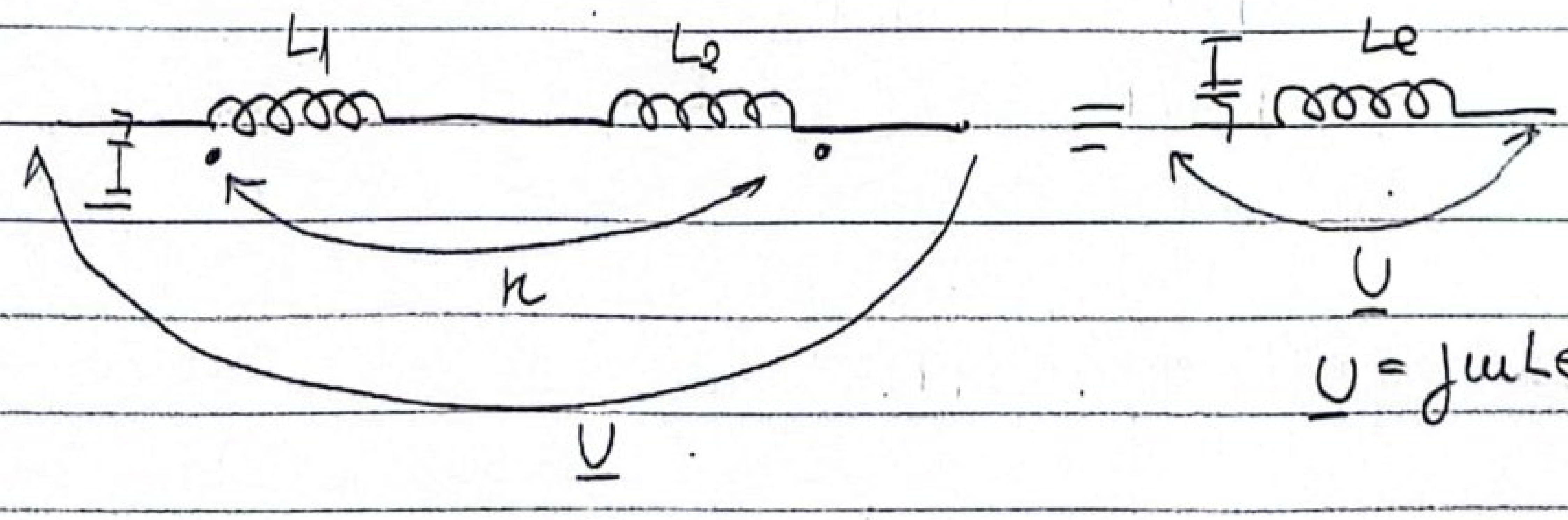
**



$L_{12} > 0$ U_2

Ако је реф. смјер струје I_1 такав да улази у маркер на калему L_1 онда је смјер инд. емс у калему L_2 такав да је "+" страни од маркера (независно од смјера I_2)

② Појам еквивалентне индуктивности два индуктивно спрегнута калема



$\underline{U} = j\omega L_e \underline{I}$

$\underline{U} = j\omega L_1 \underline{I} - j\omega L_{12} \underline{I} + j\omega L_2 \underline{I} - j\omega L_{12} \underline{I}$

$\underline{U} = j\omega (L_1 + L_2 - 2L_{12}) \underline{I}$

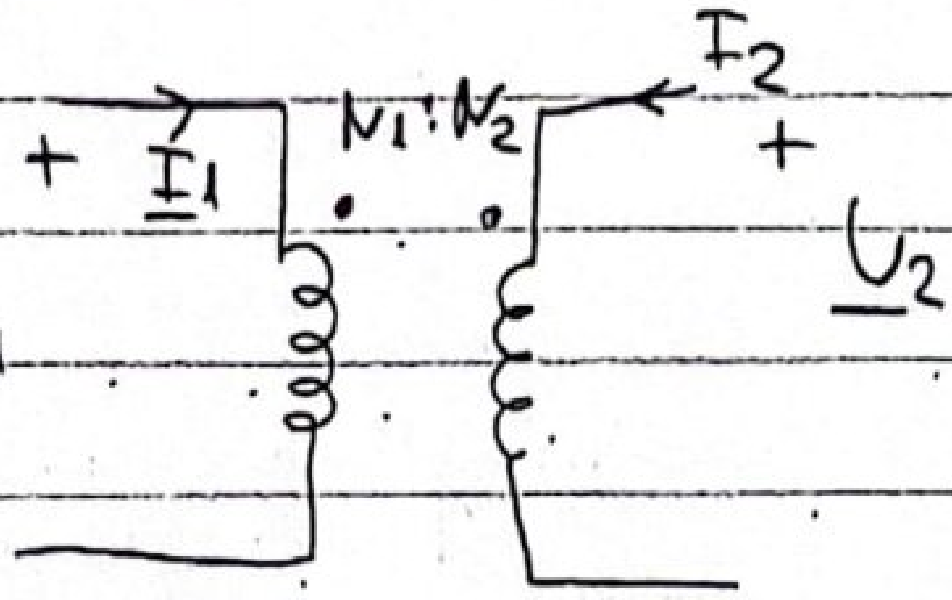
$L_e = L_1 + L_2 - 2L_{12}$

$L_{12} = k\sqrt{L_1 \cdot L_2}$

$L_e = L_1 + L_2 - 2k\sqrt{L_1 L_2}$

③ Идеални трансформатор у празном ходу

- занемарено расипање до те мере да је коефицијент спреге = јединицу.
- пермеабилност тежи у бесконачно



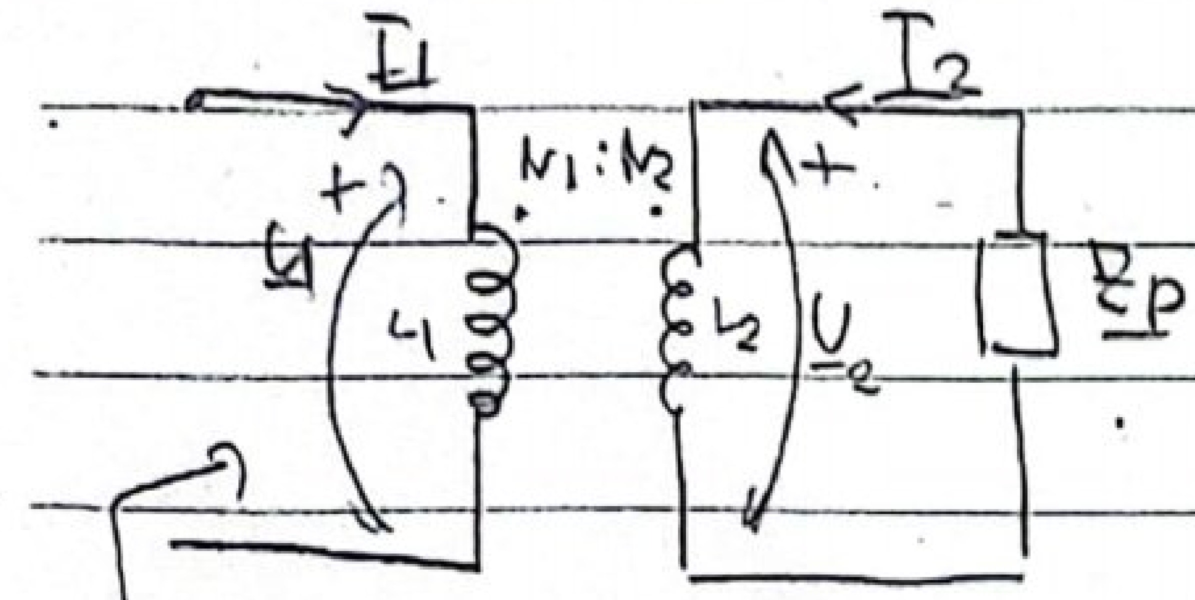
$\sum_{alg} N \cdot \underline{I} = \emptyset$ (фактор $N\underline{I}$ иде са предзнаком "+" ако струја улази у маркер)

$$N_1 \underline{I}_1 + N_2 \underline{I}_2 = \emptyset \Rightarrow \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = -\frac{N_2}{N_1}$$

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = +\frac{N_1}{N_2} = \frac{\pm m}{\pm n}$$

преносни однос трансформатора

4) Идеални трансформатор затворен импедансом $\underline{Z}_p$ на секундару



$$\underline{Z}_{ul} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{m\underline{U}_2}{-\frac{1}{m}\underline{I}_2} = -m^2 \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} = -m^2 \frac{-\cancel{\underline{I}_2}\,\underline{Z}_p}{\cancel{\underline{I}_2}}$$

$$\underline{Z}_{ul} = m^2 \underline{Z}_p$$

$$\underline{Z}_p = R \Rightarrow \underline{Z}_{ul} = m^2 R$$

$$\underline{Z}_p = j\omega L \Rightarrow \underline{Z}_{ul} = j\omega m^2 L$$

$$\underline{Z}_p = \frac{1}{j\omega C} \Rightarrow \underline{Z}_{ul} = \frac{m^2}{j\omega C} \Rightarrow \frac{1}{j\omega \frac{C}{m^2}}$$