Глава 1

Диференцијалне једначине

1.1 Формирање д.ј. којима је познато рјешење

1. Саставити диференцијалну једначину ако је њено рјешење фамилија кривих

$$x^2 + Cy^2 - 2y = 0$$

2. Саставити диференцијалну једначину ако је њено рјешење фамилија кривих

$$(x - C_1)^2 + C_2 y^2 = 1$$

- 3. Саставити диференцијалну једначину ако је њено рјешење фамилија кружница полупречника 1, којима центар лежи на правој y=2x.
- 4. Саставити диференцијалну једначину ако је њено рјешење фамилија кружница које истовремено додирују обе координатне осе, а центар им се налази у првом и трећем квадранту.

1.2 Д.ј. са раздвојеним промјенљивим

1. Ријешити диференцијалну једначину

$$xy^3 + 2yy' = 0$$

2. Ријешити диференцијалну једначину

$$(3x^2y - x^2)y' - 2y = 0$$

3. Ријешити диференцијалну једначину

$$y' = (2x + y - 3)^2 - 2(2x + y - 3) - 1$$

1.3 Хомогене д.ј.

1. Ријешити диференцијалну једначину

$$3xyy' - x^2 - y^2 = 0$$

2. Ријешити диференцијалну једначину

$$(2x + y + 1)dx - (4x + 2y - 3)dy = 0$$

3. Ријешити диференцијалну једначину

$$(6x + y - 1)dx + (4x + y - 2)dy = 0$$

4. Ријешити диференцијалну једначину

$$x^3(y'-x) = y^2$$

1.4 Геометријски задаци

- 1. Наћи криву, за коју је тачка пресјека произвољне тангенте са апсцисном осом једнако удаљена од тачке додира и од координатног почетка.
- 2. Наћи криву, за коју троугао, који образују тангента, ордината тачке додира и апсцисна оса, има константну површину једнаку a^2 .

ПРИЈЕ НЕГО ПОГЛЕДАТЕ РЈЕШЕЊА УРАДИТЕ СВЕ ЗАДАТКЕ САМОСТАЛНО. Рјешења (1.1)

1.
$$(x^2 - y)y' - xy = 0$$

2.
$$y^3y'' + (y'^2 + yy'')^2 = 0$$

3.
$$(2x - y)^2(y'^2 + 1) - (2y' + 1)^2 = 0$$

4.
$$y'^2(x^2 - 2xy) - 2xy' + y^2 - 2xy = 0$$

Рјешења (1.2)

1.
$$y = \frac{4}{x^2 - C}$$

$$2. \ \frac{3}{2}y - \frac{1}{2}\ln y = -\frac{1}{x} + C$$

3.
$$y = -2x + 4 - \frac{1}{x+C}$$

Рјешења (1.3)

1.
$$y = \frac{C^2x^2 - 1}{2C^2x}$$

$$2. \ 2x + y - 1 = Ce^{2y - x}$$

3.
$$(2x+y-3)^2 = C(3x+y-\frac{5}{2})$$

4.
$$\ln|x| + \frac{x^2}{y - x^2} = C$$

Рјешења (1.4)

$$1. \ x^2 + y^2 = Cy$$

$$2. \ y = \frac{2a^2}{C \pm x}$$