## Глава 4

## Степени редови

## 4.1 Задаци за вјежбу

1. Одредити полупречник и интервал конвергенције реда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^n$$

2. Одредити полупречник и интервал конвергенције реда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n\sqrt[3]{n}} (x+1)^n$$

3. Одредити полупречник и интервал конвергенције реда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sin(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})(x-2)^n$$

4. Одредити полупречник конвергенције, интервал конвергенције и суму реда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{3n(3n-1)(3n-2)} x^{3n}$$

Користећи добијени резултат израчунати суму нумеричког реда

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{4 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{1}{7 \cdot 8 \cdot 9} + \cdots$$

5. Одредити полупречник конвергенције, интервал конвергенције и суму реда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+2)n!} x^n$$

6. Одредити полупречник конвергенције, интервал конвергенције и суму реда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n(2n-1)} x^{2n}$$

7. Одредити полупречник конвергенције, интервал конвергенције и суму реда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} x^{2n-1}$$

8. Одредити полупречник конвергенције, интервал конвергенције и суму реда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n(n+1)x^n$$

9. Одредити полупречник конвергенције, интервал конвергенције и суму реда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{4n^2 - 1} x^{2n+1}$$

10. Одредити полупречник конвергенције, интервал конвергенције и суму реда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^{4n+1}}{4n+1}$$

## Рјешења 4.1

1. 
$$R = 4$$
,  $I = (-4, 4)$ 

2. 
$$R = 1, I = [-2, 0]$$

3. 
$$R = 1, I = [1, 3)$$

4. 
$$R = 1$$
,  $I = [-1, 1)$ ,  

$$f(x) = -\frac{1}{6}\ln(x - 1) + \frac{x^2 - 2x - 2}{2}\ln(1 + x + x^2) + \frac{x^2 + 2x}{2\sqrt{3}}\tan^{-1}\frac{2x + 1}{\sqrt{3}} - (x^2 + 2x)\frac{\pi}{12\sqrt{3}}$$

5. 
$$R = +\infty$$
,  $f(x) = \frac{1}{x^2} \left( e^x \left( x^2 - 2x + 2 \right) - 2 \right)$ 

6. 
$$2x \arctan x - \ln(1 + x^2)$$

7.  $\arctan x$ 

8. 
$$\frac{2x}{(1-x)^3}$$

9. 
$$R = 1, I = [-1, 1], f(x) = -\frac{x^2 + 1}{2} \arctan x + \frac{1}{2}x$$

10. 
$$R = 1, I = (-1, 1), f(x) = -x + \frac{1}{4} \ln \frac{1+x}{1-x} + \frac{1}{2} \arctan x$$