UNIVERZITET U BANJOJ LUCI

ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET BANJA LUKA

NJEGOŠ VASIĆ

SKRIPTA IZ PREDMETA OSNOVI ELEKTROTEHNIKE ZA DRUGI KOLOKVIJUM

PITANJA I ODGOVORI ZA DRUGI BLOK PREDAVANJA

BANJA LUKA, JANUAR 2022.

PRVI BLOK

1. Gustina struje i intenzitet struje. Napisati definicione obrasce, navesti oznake i mjerene jedinice.

Električna struja, odnosno organizovano kretanje velikog broja električnih opterećenja karakteriše se pomoću dvije fizičke veličine:
 - **gustina struje**, koja je vektorska veličina i opisuje usmjereno kretanje električnog opterećenja u nekoj tački.
 - **intenzitet ili jačina struje**, koja je skalarna veličina i opisuje kretanje električnog opterećenja kroz neku makroskopsku površ.

2. Zapreminska, površinska i linijska struja.

Zapreminska struje su one struje koje su raspodijeljene po zapremini provodnika, iako je gustina struje koja ih opisuje površinska ($\frac{A}{m^2}$), tj. $J = \frac{I}{S}$ (ako je površ normalna na $\vec{J}$).

Površinske struje su one struje kod kojih se naelektrisanja kreću po površini, ali se opisuju gustinom struje koja je linijska ($\frac{A}{m}$).

Struje kroz tanke provodnike nazivaju se **linijske struje,** i opisuju se jačinom struje I. (Jedinica A, amper).

3. Specifična otpornost i specifična provodnost.

Za održavanje električne struje neophodno je da u svakoj tački provodnika postoji električno polje. Mjerenjem se dolazi do zaključka da je vektor $\vec{J}$ srazmjeran vektoru $\vec{E}$ u toj tački, tj. $\vec{J} = \sigma\vec{E}$ što je definicioni izraz za **specifičnu provodnost**.

σ je specifična provodnost i različita je za različite provodnike . Ona se može čak mijenjati od tačke do tačke provodnika, pa je tada provodnih nehomogen ($\sigma \neq const$). Za homogen provodnik ($\sigma = const$). Materijali za koje važi $\vec{J} = \sigma\vec{E}$ nazivaju se linearnim. Jedinica za specifičnu provodnost je simens po metru tj. $\left[\frac{S}{m}\right]$. U praksi se koristi i obrnuta veza, odnosno $\vec{E} = \frac{1}{\sigma}\vec{J} = \rho\vec{J}$ gdje je $\rho = \frac{1}{\sigma}$ **specifična otpornost.** Jedinica je $\left[\frac{Vm}{A}\right] = [\Omega m]$, što se čita om metar.

4. Superprovodnici.

Kod nekih materijala na vrlo niskim temperaturama bliskim 0 K ili -273,16 ˚C, ρ naglo pada na nulu. Za takve provodnike se kaže da su postali **savršeni provodnici** ili **superprovodnici.** Primjena superprovodnika je mnogobrojna i raznovrsna. Struje protiču bez utroška energije, tako da se mogu ostvariti velika magnetska polja. Otkrivena je 1911. godine.

Dakle savršeni provodnici su materijali kod kojih je ρ=0, pa σ→∞. U savršenom provodniku E=0, bez obzira da li postoji struja ili ne (jer je $\vec{E} = \rho\vec{J} = 0$, jer je ρ=0 (važi ako je $\vec{J} \neq \infty$. Kod

savršenog izolatora (dielektrika) je σ=0, pa $\rho \to \infty$. Kod savršenih provodnika i savršenih izolatora nema Džulovih gubitaka.

5. Gustina snage transformacije el. energije u provodnicima u toplotu (Džulov zakon za tačke strujnog polja).

Posmatrajmo neki provodnik u kome je koncentracija slobodnih nosilaca N, i neka su svi isti, a naelektrisanje svakog je Q, a srednja brzina je v u tački gdje je električno polje E. E i v su istog pravca, ali mogu biti istog ili suprotnog smjera, u zavisnosti da li je Q>0 ili je Q<0. Neka u toku intervala Δt, jedna od čestica, pod dejstvom električne sile, pređe put vΔt, pri čemu su električne sile izvršile rad $A = \vec{F} \cdot \vec{l} = QEv\Delta t.$ U zapremini ΔV ima NΔv slobodnih nosilaca i svi se u toku intervala Δt pomjere za isti put vΔt. Zbog toga je rad električnih sila pri pomjeranju svih slobodnih nosilaca u zapremini Δv u intervalu Δt jednak

$$\Delta A_{el.sila} = QEv\Delta tN\Delta v$$

Kako je NQv = J , onda je

$$\Delta A_{elsila} = JE\Delta t\Delta v$$

Ovaj rad je izvršen pri ubrzavanju slobodnih nosilaca naelektrisanja između uzastopnih „sudara“. Prema zakonu održanja energije ovaj rad je jednak energiji koja se u zapremini Δv pretvorila u toplotu. Brzina vršenja tog rada je

$$\frac{\Delta A_{el.sila}}{\Delta t} = JE_{\Delta}v = \Delta P$$

pa je to snaga električnih sila u zapremini Δv. Dijeljenjem prethodnog izraza sa Δv, dobija se **zapreminska gustina snage transformacije električne energije u toplotnu**, tj.

$$\frac{\Delta P}{\Delta v} = JE = J\rho J = \rho J^2$$

Vidi se da se razvijena toplota mijenja sa kvadratom J. Ovaj izraz se ponekad naziva i **Džulov zakon za tačke strujnog polja.**

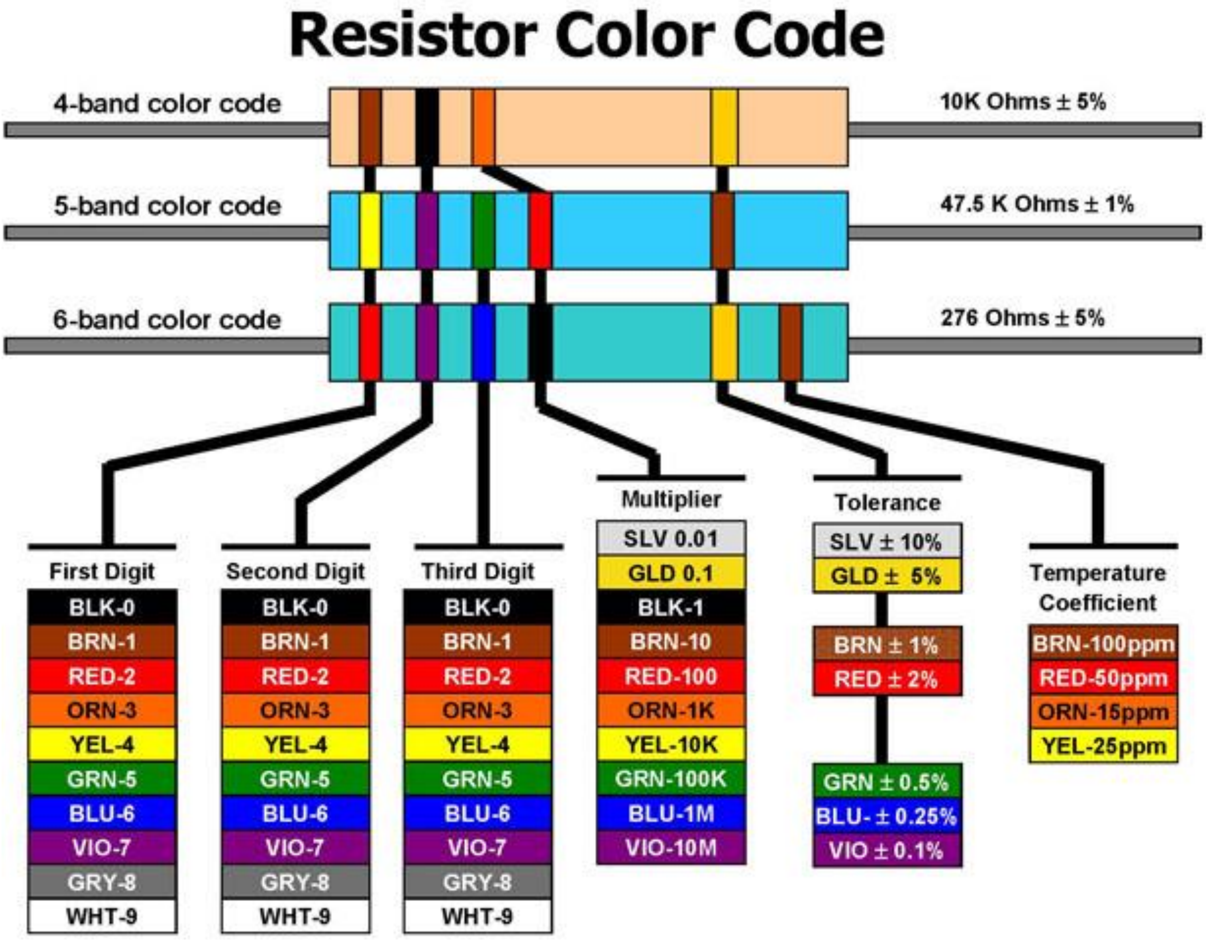
6. Objasniti princip rada topljivog osigurača.

Krajevi umetka osigurača su spojeni lako topljivom žicom čija debljina određuje jačinu samog osigurača. Prilikom prolaska struje koja je manja (slabija) od jačine samog osigurača, on ne prekida kolo i tako može da radi neograničeno dugo. Prilikom dolaska jače struje od one za koju je predviđen, dolazi do prekida žice u samom umetku osigurača i time se prekida strujno kolo. Dakle sama žica se zbog velike količine struje topi i na taj način dolazi do prekida Posle topljenja žice u umetku osigurača, osigurač se smatra neispravnim i potrebno ga je zamijeniti.

DRUGI BLOK

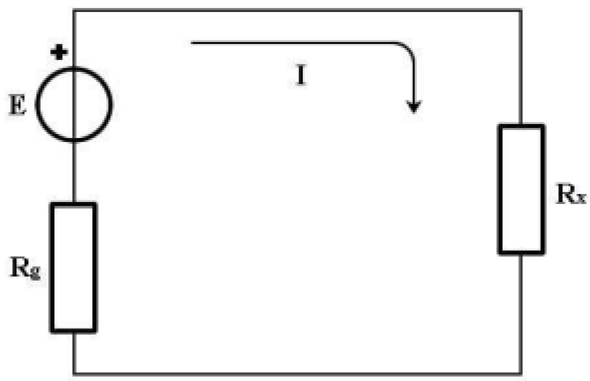
1. Označavanje vrijednosti otpornosti otpornika

Otpornik trebate okrenuti tako da prsten koji je najbliži ivici otpornika bude s lijeve strane. Najčešće se koriste sa 4 ili 5, sa 6 se slabije koristi. Princip čitanja naveden je na donjoj slici:



NAPOMENA: NE MORA SE ZNATI TABELA, TREBA SE ZNATI SAMO OČITATI
(Tako je rekao na konsultacijama)

2. Izvesti uslov prenosa maksimalne snage.



Prosto električno kolo za izvođenje uslova prenosa maksimalne snage

Struja u kolu data je izrazom:

$$I = \frac{E}{R_g + R_x}$$

Snaga Džulovih gubitaka na otporniku je:

$$P_{R_x} = R_x I^2 = E^2 \frac{R_x}{(R_g + R_x)^2}$$

Očigledno da je $P_{R_x} = 0$ za $R_x = 0$ i $R_x = \infty$, pa pretpostavljamo da negde između može da postoji maksimum.

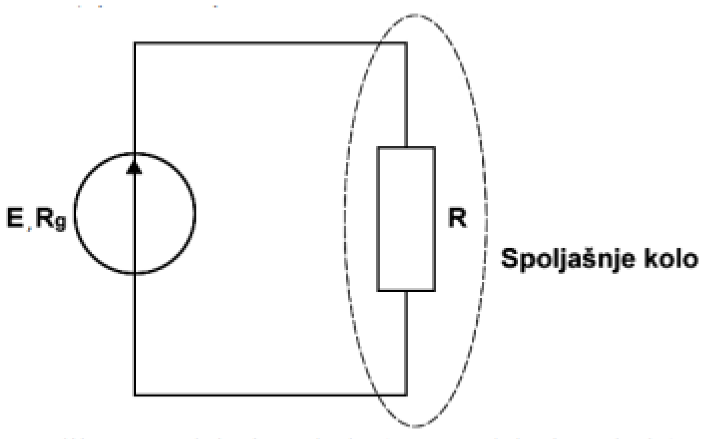
Najveća snaga dobija se iz uslova:

$$\frac{dP_{R_x}}{dR_x} = 0; \frac{(R_g + R_x)^2 - 2(R_g + R_x)R_x}{(R_g + R_x)^4} = 0 \Rightarrow \boldsymbol{R_x = R_g}$$

uz uslov da je R_x pozitivno.

Odavde slijedi da su pri prenosu maksimalne snage (prilagođenje po snazi) snage Džulovih gubitaka u generatoru i otporniku Rx iste. Ovo je nepovoljan uslov za prenos velikih snaga i tada se ne koristi. Najčešće se prilagođenje koristi pri prenosu malih snaga.

3. Određivanje jačine struje u kolu sa više naponskih generator i otpornika koji formiraju jednu konturu.



Kroz kolo postoji jačina struje koju za sada ne znamo, a može se odrediti na sledeći način: Pretpostavimo da je jačina struje kroz kolo I, pa je

$$P_g = EI$$

Snaga Džulovih gubitaka u generatoru i spoljašnjem kolu (otporniku) jednaka je

$$P_{j\,u\,gen} = R_g I^2; P_{j\,u\,R} = RI^2$$

Po zakonu o održanju energije snaga generatora mora biti jednaka ukupnoj snazi gubitaka (u otporniku otpornosti R i u generatoru (na unutrašnjoj otpornosti generatora)), tj. Dobijamo

$$EI = R_g I^2 + RI^2 / I$$

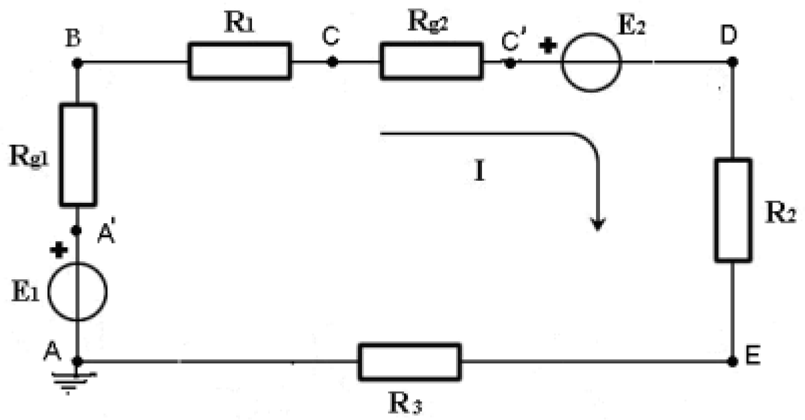
$$E = R_g I + RI = I(R_g + R)$$

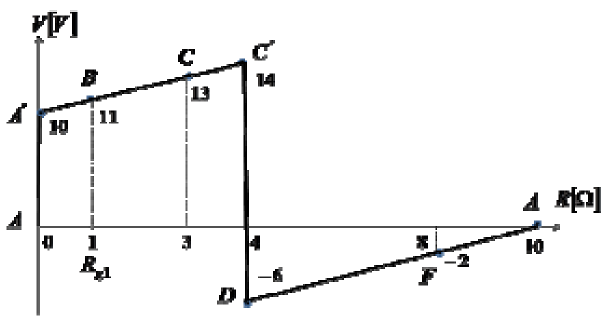
$$I = \frac{E}{R_g + R}$$

4. Potencijalni dijagrami.

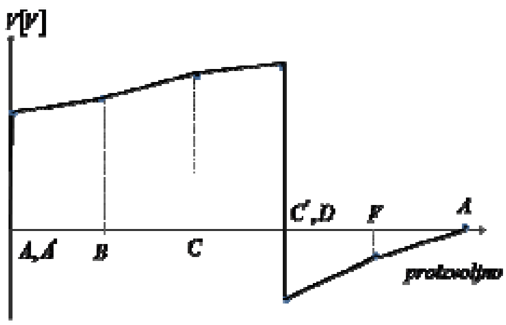
Dosta očigledna predstava o promjeni potencijala duž električnog kola (ili jednog njegovog djela) dobija se crtanjem tzv. potencijalnog dijagrama. To je dijagram u kome se, u odgovarajućoj razmjeri, po vertikalnoj osi nanosi potencijal tačaka, a po horizontalnoj osi nanose tačke duž kola srazmerno otpornostima, ili bez razmjere.

Potencijali su proračunati i dijagrami crtani za sledeće vrijednosti elemenata: E1 = 10 V, E2 = 20 V, Rg1 = 1 Ω, Rg2 = 1 Ω, R1 = R3 = 2 Ω, R2 = 4 Ω.

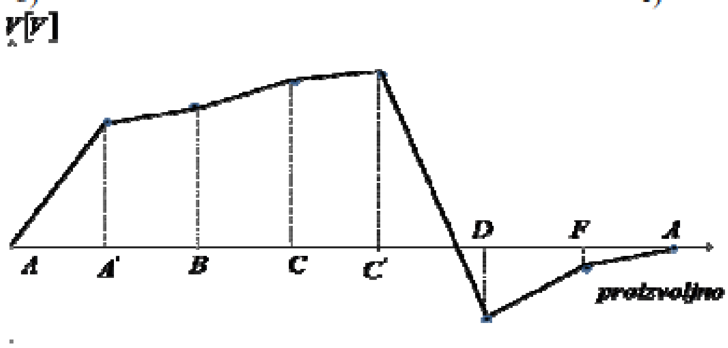




b)



c)

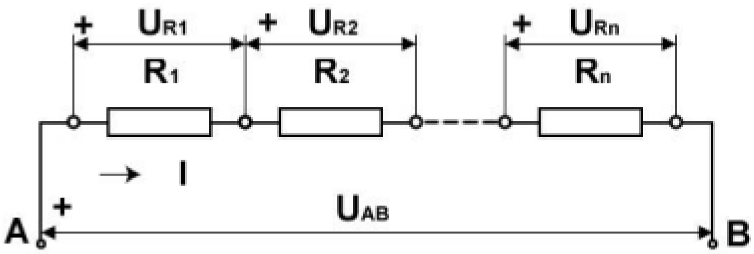


d)

TREĆI BLOK

1. Redna, paralelna i mješovita veza otpornika.

Redna veza.



Slika 3.5. Redna veza otpornika[17]

Prema I KZ jačina struje kroz sve otpornike redne veze je ista, pa je prema tome

$$U_{R_1} = R_1 I; U_{R_2} = R_2 I \ldots, U_{R_n} = R_n I$$

Napon između krajeva (tačaka) A i B jednak je zbiru napona;

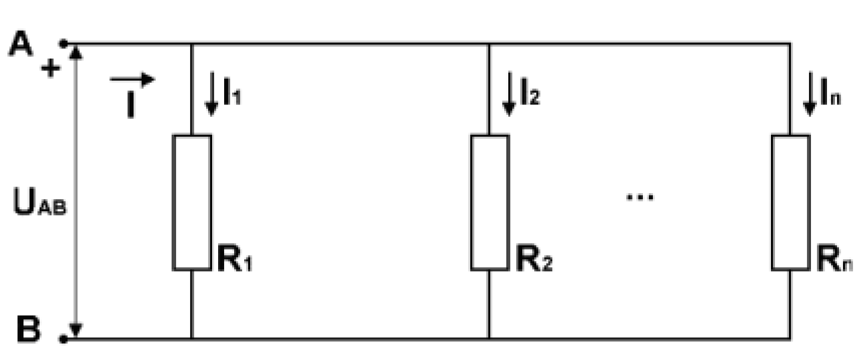
$$U_{AB} = U_{R_1} + U_{R_2} + \cdots + U_{R_n}$$

$$U_{AB} = R_1 I + R_2 I + \cdots + R_n I = (R_1 + R_2 + \cdots + R_n) I$$

Ukoliko sada ovaj zbir otpornika zamijenimo sa jednim ekvivalentnim otpornikom dobijamo da je to jednako

$$R_{ekv} = R_1 + R_z + \cdots + R_n = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

Paralelna veza



Slika 3.7. Paralelna veza otpornika

Napon UAB između krajeva svih otpornika je isti, pa je

$$I_1 = \frac{U_{AB}}{R_1}; I_2 = \frac{U_{AB}}{R_2} \cdots I_n = \frac{U_{AB}}{R_n}$$

Po I KZ ukupna struja I kroz priključke jednaka je zbiru struja kroz provodnike pa imamo

$$I = I_1 + I_2 + \cdots + I_n = U_{AB}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}\right)$$

Kako je

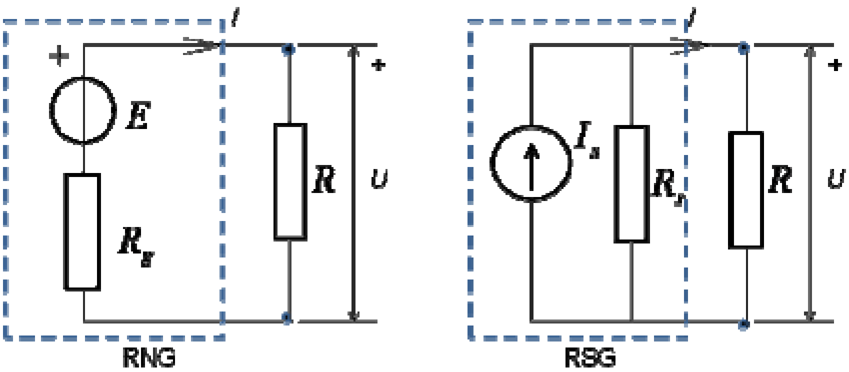
$$I = \frac{U_{AB}}{R_{ekv}} \Rightarrow \frac{1}{R_{ekv}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$$

Mješovita veza

Postupak ekvivalentiranja (nalaženja ekvivalentne otpornosti) se odvija tako da se postepeno rješavaju veze koje su čisto redne ili paralelne, dok se na kraju ne dođe do ekvivalentnog otpornika

2. Ekvivalencija RNG i RSG.

Ekvivalentnost znači da se ponašaju isto u odnosu na prijemnik proizvoljne otpornosti R (daju istu struju i isti napon u odnosu na priključke). To znači da se uvijek može naći RSG koji je ekvivalentan RNG i obrnuto. Odredimo uslove ekvivalencije, na primjer iz uslova jednakosti struja kroz otpornik otpornosti R.



a) b)

Slika 4.21. Uz izvođenje ekvivalencije RNG (a) i RSG (b)

U slučaju RNG struja kroz otpornik otpornosti R je

$$I = \frac{E}{R_g + R}$$

U slučaju RSG napon između priključaka generatora je

$$U = I_s\frac{R_sR}{R_s + R} \Rightarrow I = \frac{U}{R} = I_s\frac{R_s}{R_s + R}$$

Da bi u oba slučaja jačina struje I bila ista, mora biti ispunjen uslov:

$$R_s = R_g \wedge I_s R_s = E \Rightarrow I_s = \frac{E}{R_g}$$

Dakle Rs = Rg i $I_s = \frac{E}{R_g}$ su elementi RSG koji je ekvivalentan RNG čiji su elementi E i Rg. Ako su poznati elementi RSG (Is i Rs), elementi RNG se dobijaju relacijama

$$R_g = R_s \wedge E = R_s I_s$$

Ako Rg →0 (RNG se svodi na ING), onda i Rs →0, pa bi priključci strujnog generatora bili kratko spojeni, a to znači da, u takvom slučaju, ne postoji strujni generator koji je ekvivalentan naponskom.

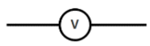
3. Osnovne integralne jednačine stacionarnog strujnog polja

1. $\oint_S \vec{J}\,\overrightarrow{\mathrm{ds}}$ - jednačina kontinuiteta za vremenski konstantne struje

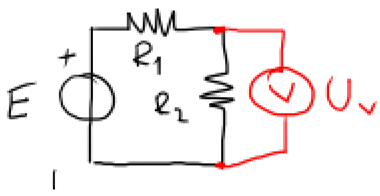
2. $\oint_c \vec{E}\,\overrightarrow{\mathrm{dl}}$ - zakon o cirkulaciji vektora električnog polja

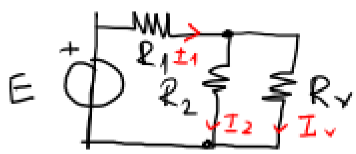
3. $\vec{J} = \vec{J}(E)$ - konstitutivnom relacijom, a za linearne $\vec{J} = \sigma\vec{E}$.

4. Mjerenje napona

Mjerenje napona vrši se pomoću **voltmetra.** Simbol za voltmetar je 

Voltmetar se u kolo vezuje paralelno. On ima svoje nedostatke, odnosno u realnim situacijama koristimo realni voltmetar a ne idealni voltmetar. Idealni voltmetar je onaj voltmetar čija unutrašnja otpornost teži beskonačnosti. Pošto u realnim situacijama ta otpornost nije beskonačno kroz granu u kojoj je voltmetar, tećiće neka veoma mala struja, jer je otpornost realnog voltmetra reda MΩ. To može dovesti do toga da će se rezultat razlikovati u određenom nivou od mjerenja ukoliko bi se koristio idealni voltmetar. Postoje analogni i digitalni voltmetri.

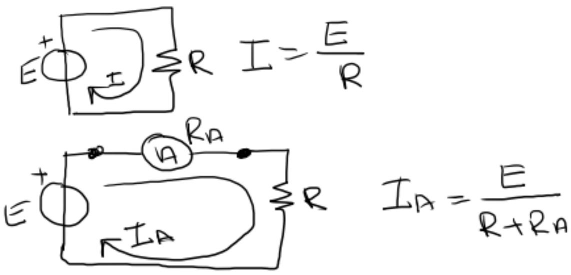




5. Mjerenje jačine struje.

Za mjerenje struje koristi se **ampermetar**. Simbol za ampermetar je 

U kolo se vezuje redno, i to u granu u kojoj je potrebno da se izmjeri jačina struje.



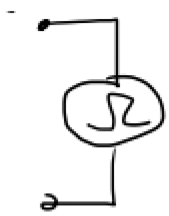
Ukoliko je $R_A = 0$ tada imamo slučaj idealnog ampermetra, ali u praksi se sreće ampermetar kod kojeg je $R_A \neq 0$ i reda je mΩ - Ω i oni se nazivaju realnim ampermetrima.

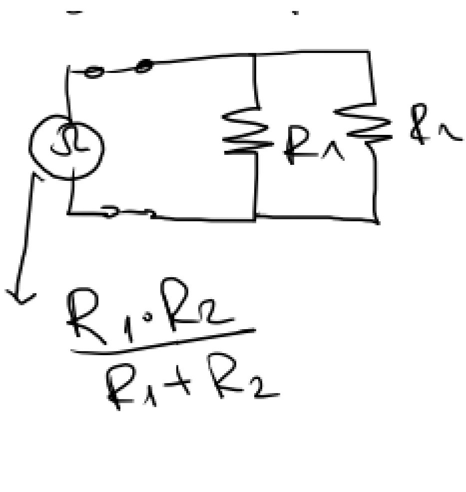
Cilj je da struja protiče istom jačinom kao kada ampermetar nije bio povezan u kolu. Za mjerenje veoma malih vrijednosti jačine struje koristi se **galvanometar.**

6. Mjerenje otpornosti.

Mjerenje otpornosti može da se vrši na dva načina:

1. direktno (neposredno) – om-metri (najčešće digitalni)





Najčešće su u sastavu multi-metara.

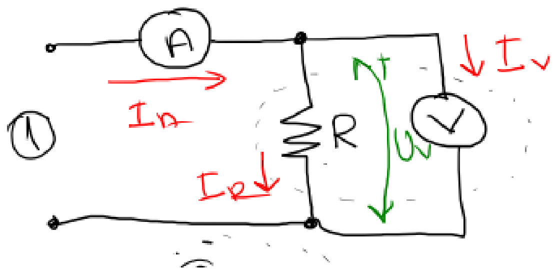
2. indirektno (posredno)

Indirektnu metodu mjerenja možemo dalje podijeliti u dvije podvrste a to su korištenjem **UI metoda i korištenjem mostova.**

UI metoda:

U ovoj metodi možemo da razlikujemo dvije realizacije a to su *ampermetar ispred voltmetra* i *voltmetar ispred ampermetra*.

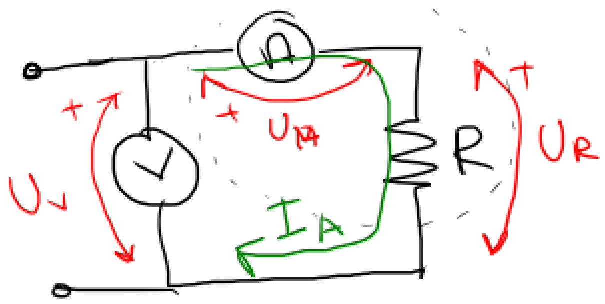
Ampermetar ispred voltmetra se koristi za jako male otpornosti.



$$R = \frac{U_V}{I_A}$$

$$I_A \approx I_R\ ;\ I_V = I_A \cdot \frac{R}{R+R_V}$$

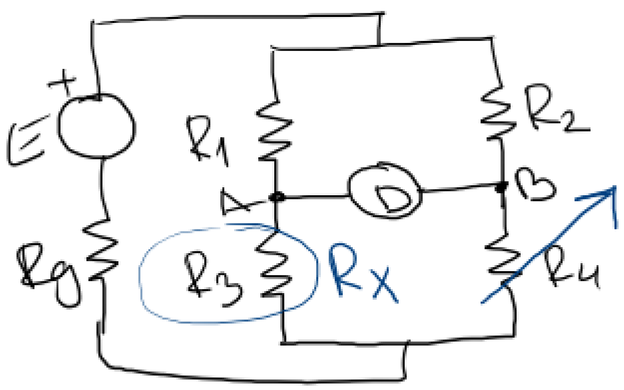
Voltmetar ispred ampermetra koristi se za jako velike otpornosti.



$$U_V = U_A + U_R$$

$$U_A = I \cdot R_A = R_A \cdot \frac{U_V}{R_A + R}; U_A \approx 0; R \gg R_A$$

Mosne metode; Najčešće se koristi **Vitstonov most**.



Veoma bitna stvar kod ovog mosta jeste uslov ravnoteže koji glasi:

$$R_1 \cdot R_4 = R_1 \cdot R_3$$

D – detektor nule (ampermetar, voltmetar) i $D = 0$ kada je most u ravnoteži.

$$I_{AB} = 0; U_{AB} = 0$$

Neka je R_4 otpornik čija se otpornost može mjenjati, i neka je $R_3 = R_x$. $R_x = \frac{R_1 R_4}{R_2}$, mijenja se R_4 dok se ne uspostavi ravnoteža.

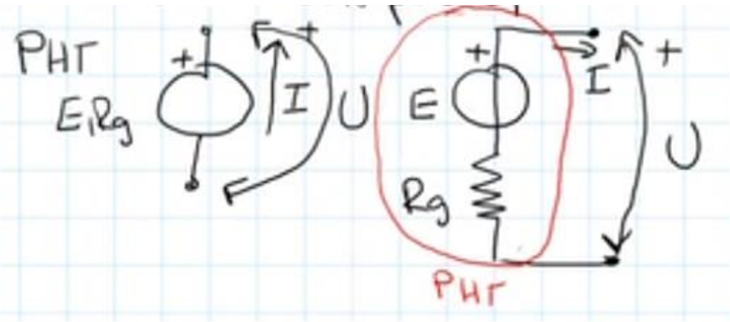
7. Snage elemenata kola (otpornik, RNG, ING, RSG, ISG)

Otpornik:

$$P_R = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$

$$P_R \geq 0$$

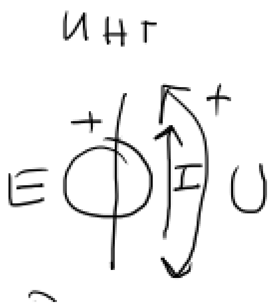
RNG:



$P = UI > 0$ – radi kao generator

$P = UI < 0$ – prijemnik (npr. punjenje)

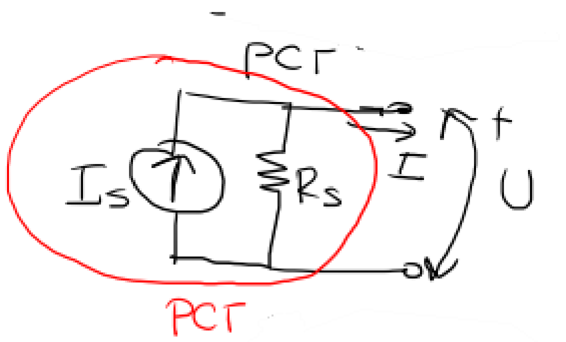
ING:



$P = UI > 0$ – radi kao generator

$P = UI < 0$ – prijemnik

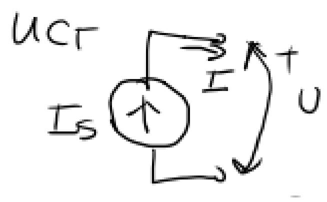
RSG:



$P = UI_s > 0$ – radi kao generator

$P = UI_s < 0$ – prijemnik

ISG:

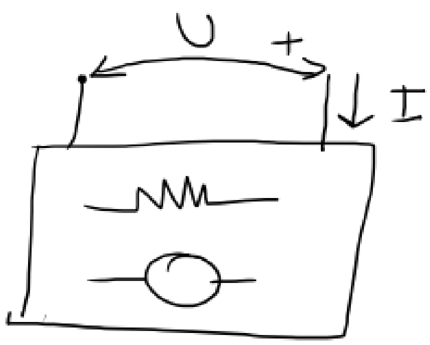


$P = UI_s > 0$ – radi kao generator

$P = UI_s < 0$ – prijemnik

* Мање и важно:

$P = U \cdot I$



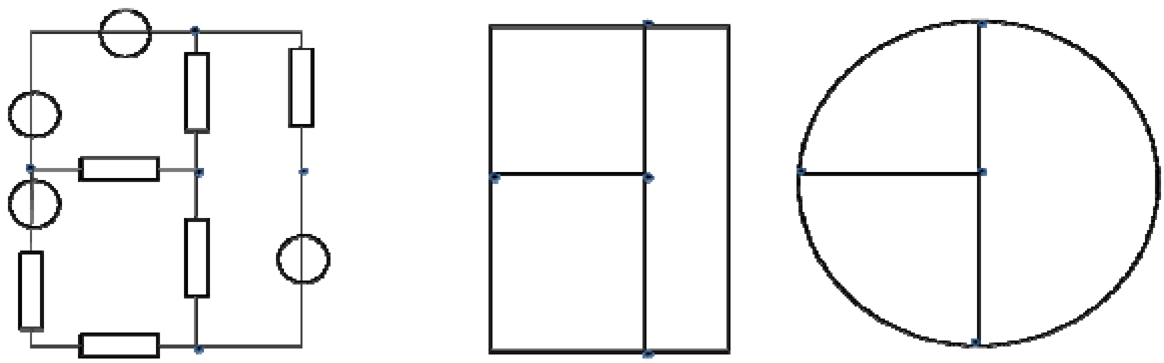
$UI > 0$ пријемник

$UI < 0$ генератор

ČETVRTI BLOK

1. Graf električne mreže. Stablo, kostablo, kontrura, spojnica.

Da bi se istakla geometrijska struktura mreže, uobičajeno je da se mreža crta samo pomoću linija koje predstavljaju njene grane, i tačaka (ili kružića) koji označavaju čvorove mreže, tj. mjesta gdje su dva ili više elemenata mreže međusobno povezani. Takav šematski prikaz mreže naziva se **graf.** Graf se karakteriše samo brojem grana i čvorova i načinom kako su povezani, a ne i oblikom crtanja grana.



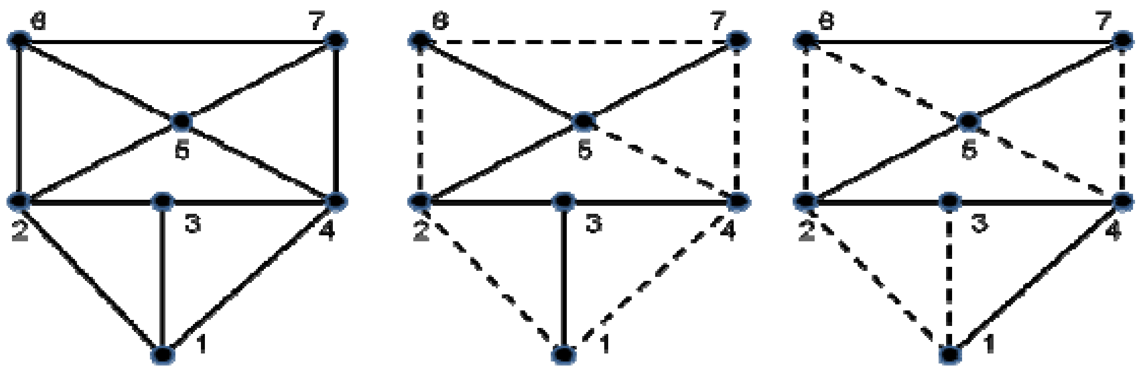
. a) b)

Slika 5.1: a) električna mreža, b) dva oblika grafa električne mreže sa slike (a)

Grane u grafu, koje spajaju sve čvorove, ali ne formiraju ni jednu zatvorenu konturu, nazivaju se **grane stabla**, a njihova struktura **stablo.**

Preostale grane u mreži, nazivaju se **spojnice** ili **spone** i one čine kostablo.

Svaka spojnica dodata stablu obrazuje jednu zatvorenu **konturu.**



a) b)

Slika 5.3. a) graf električne mreže, b) dva primera stabala mreže na slici (a)

2. Razlika između tablo i redukovanog sistema jednačina.

Kod **tablo** sistema, nepoznate su nam i struje i naponi, pa zbog toga ćemo imati $2n_g$ jednačina (duplo više jednačina nego što ima grana). A kod **redukovanog** sistema jednačina, nepoznate su samo struje, pa imamo samo n_g broj jednačina. I u jednom i drugom slučaju pišemo jednačine po IKZ i IIKZ. ($n_č - 1$ za IKZ, i n_g-($n_č - 1$) za IIKZ).

3. Metoda konturnih struja.

Smatram da je ovaj video više nego dovoljan odgovor

https://www.youtube.com/watch?v=U7M54r-UPVI

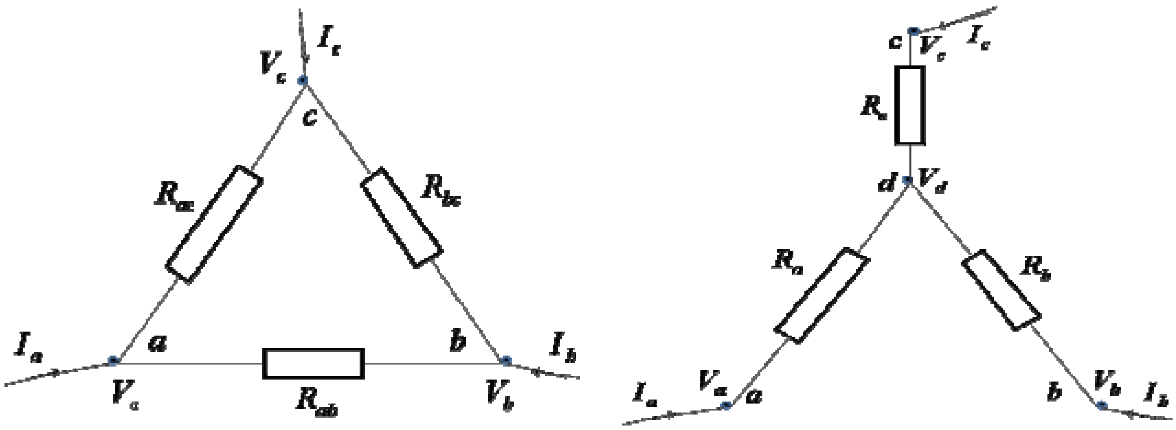
4. Metoda potencijala čvorova

Smatram da je ovaj video više nego dovoljan odgovor

https://www.youtube.com/watch?v=ueYadJlNQQE

5. Ekvivalencija veze otpornika u zvijezdu i trougao.

U električnim mrežama se često susreću veze tri otpornika (ili neka druga elementa) u tzv. (trokraku) zvijezdu (slika 5.11a, i trougao (slika 5.11b).



Slika 5.11. Veza tri otpornika: a) u trougao, b) u zvezdu

Uslov ekvivalencije će, očigledno, biti zadovoljen ako jednakim strujama Ia, Ib i Ic u oba slučaja odgovaraju isti potencijali Va, Vb i Vc. Polazeći od ovih uslova, mogu se na više načina izvesti relacije kojima se veza otpornika u zvijezdu transformiše u vezu u trougao i obrnuto. S obzirom da to zahtjeva dosta vremena, nećemo ih izvoditi. Ako su poznate otpornosti otpornika u spoju u zvijezdu Ra, Rb i Rc, onda se otpornosti otpornika ekvivalentnog spoja u trougao nalaze sledećim relacijama:

$$R_{ab} = R_a + R_b + \frac{R_a R_b}{R_c} \qquad R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b R_c}{R_a} \qquad R_{ca} = R_c + R_a + \frac{R_c R_a}{R_b}$$

Ako su poznate otpornosti otpornika u spoju u trougao Rab, Rbc i Rca, onda se otpornosti otpornika ekvivalentnog spoja u zvijezdu nalaze sledećim relacijama:

$$R_a = \frac{R_{ab} R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \qquad R_b = \frac{R_{ab} R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \qquad R_c = \frac{R_{ca} R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$$

PETI BLOK

1. Navesti teoreme linearnosti.

To su teorema proporcionalnosti, teorema superpozicije, teorema linearnosti za kolo sa više pobuda, teorema linearne zavisnosti odziva od pobude za kola sa više pobuda, pri čemu se posebno posmatra dejstvo jedne pobude.

2. Teorema proporcionalnosti. Definicija, primjer.

Važi za kolo u kome postoji samo jedan generator (naponski ili strujni), odnosno samo jedna pobuda. Tada je bilo koji odziv u kolu srazmeran toj pobudi, odnosno nalaze se u nekom odnosu. Ako je pobuda odnosno **eksitacija** naponska (ems), a odziv napon, onda imamo U = aE , gdje je a konstanta bez dimenzija. Ako je pobuda naponska, a odziv struja, onda je I = bE, gdje konstanta b ima dimenziju provodnosti. Ako je pobuda struja (struja strujnog generatora), a odziv napon, onda je g U = c I_g , gdje konstanta c ima dimenziju otpornosti. I ako je struja pobuda i struja odziv, važi je g I = dI_g , gdje je konstanta d veličina bez dimenzije.

3. Teorema superpozicije. Definicija, primjer.

Teorema tvrdi da se da se bilo koji odziv u kolu može dobiti kao zbir (superpozicija) odziva na svaku pojedinačnu pobudu. Važi za kola sa više generatora.

Jačina struje u svakoj grani linearne mreže je jednaka algebarskom zbiru jačina struje koje bi u toj grani stvarali naponski i strujni generatori, koji djeluju u mreži, kada bi djelovali pojedinačno.

Isključiti (odstraniti, anulirati) naponski generator (idealni) iz mreže, znači njegove krajeve kratko spojiti (zamjena ING kratkim spojem).

Isključiti strujni generator (idealni) iz mreže, podrazumijeva prekidanje (otvaranje) grane u kojoj djeluje (zamjena ISG otvorenom vezom).

Anuliranje *pobude znači postavljanje pobude na nulu (E = 0 , odnosno I_g = 0). To isto, znači da ako u jednačini stavimo E = 0 , odnosno I_g = 0 , to je isto kao da smo u mreži krajeve ING kratko spojili, odnosno za ISG otvorili.*

Primer 5.5. Primena teoreme superpozicije. Za mrežu na slici 5.14a odrediti struju u grani sa otpornikom R_3.

U skladu sa principom superpozicije, struja I_3 (prema referentnom smeru na slici 5.14) u grani sa otpornikom R_3, može se odrediti određivanjem struja kroz otpornik R_3 u sledeća dva slučaja (slika 5.14b i c), i zatim njihovim sabiranjem (ako je u svim slučajevima zadržan isti referentni smer), tj.

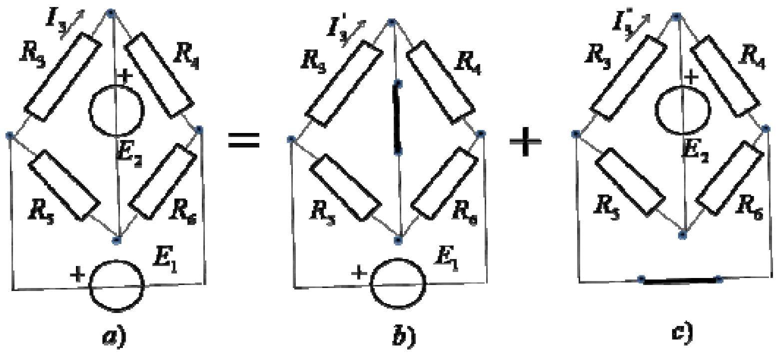
$$I_3 = I_3^{'} + I_3^{''}$$

Na osnovu slike 5.14b, je

$$I_3^{'} = \frac{E_1}{\dfrac{R_3 R_5}{R_3 + R_5} + \dfrac{R_4 R_6}{R_4 + R_6}} \cdot \frac{R_5}{R_3 + R_5}$$

Na osnovu slike 5.14c, je

$$I_3^{''} = -\frac{E_2}{\dfrac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} + \dfrac{R_5 R_6}{R_5 + R_6}} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$



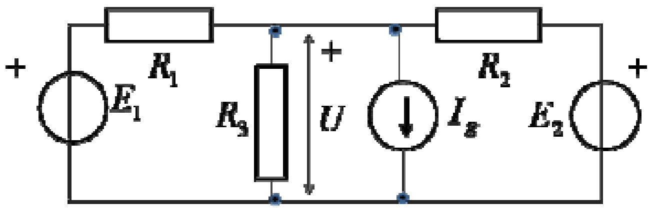
Slika 5.14. Primer primene teoreme superpozicije

4. Teorema linearnosti. Definicija, primjer

Teoreme linearnosti važe isključivo, kako im i sam naziv kaže, za linearna kola. Ima ih više varijanti. Iskazuju činjenicu da između **odziva** u kolu (napona i struja) i **pobude** odnosno **eksitacije** (elektromotornih sila naponskih generatora i struja strujnih generatora) postoje linearne veze.

5. Teorema linearne zavisnosti odziva od pobude. Definicija, primjer.

Odnosi se na mrežu sa više pobuda (generatora), pri čemu posebno posmatramo dejstvo jedne pobude. Primjenjuje se kada se u kolu sa više pobuda analizira zavisnost od jedne pobude. Teorema tvrdi da je odziv na posmatranu pobudu linearna nehomogena funkcija te pobude Ako je pobuda koju posmatramo naponska, a odziv napon, onda imamo U = aE + b , gdje je a konstantna veličina bez dimenzije, a b konstantna veličina koja je po prirodi napon. Prvi član u zbiru, aE , je odziv na posmatranu pobudu, a b je odziv na sve ostale pobude zajedno. Ako je pobuda naponska, a odziv struja, onda je I = aE + b , gdje je a provodnost, a b je po prirodi struja. Za strujnu pobudu, i napon kao odziv, važi U = a$I_g + b$, gdje a ima prirodu otpornosti, a b je napon. Za strujnu pobudu, i struju kao odziv, imamo I = a$I_g + b+$, gdje je a bez dimenzije, a b je po prirodi struja.



Slika 5.13. Primer električne mreže

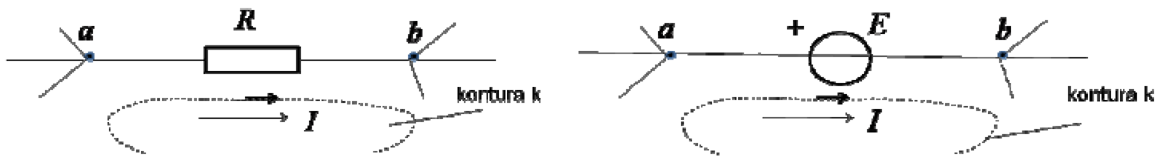
Primer 5.4. U mreži sa slike 5.13 posmatramo zavisnost napona U od ems E_1, pri čemu sve ostale pobude u kolu smatramo konstantnim (zavisnost odziva od pobude).

Napon U se može napisati u obliku $U = aE_1 + b$, gde je $a = \dfrac{R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$, i $b = \dfrac{R_1 R_3 E_2}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} - \dfrac{R_1 R_{32} R_3 I_g}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$. Uporedite ovaj rezultat sa primerom 5.3.

6. Teoreme kompenzacije. Definicija, primjer.

Po teoremama kompenzacije (supstitucije, zamjene), dio električnog kola (element, grana, složena mreža) se može zamijeniti sa ING ili ISG (kompenzacioni generatori).

u proizvoljnoj električnoj mreži jedna grana (ili njen dio) otpornosti R, kroz koju postoji struja jačine I, može se zamijeniti idealnim naponskim generatorom (ING) ems Eg = RI, smjera suprotnog smjeru struje I (referentni kraj generatora je isti kao „pozitivni“ kraj otpornika,



Važi i obrnuto: ako u grani sa strujom jačine I djeluje, u suprotnom smjeru od smjera struje I, izvor ems Eg, on se može zamijeniti otpornikom otpornosti R = Eg/I. Oba iskaza predstavljaju iskaz teoreme kompenzacije.

Teorema kompenzacije se može iskazati i preko ekvivalencije strujnog generatora i grane u kojoj je struja data i glasi: u svakoj mreži, grana sa otpornikom, kroz koji je jačina struje I, može da se zamijeni idealnim strujnim generatorom (ISG) iste jačine i smjera struje kao struja I. Ima i drugih iskaza. Po teoremi kompenzacije: - dio kola između tačaka a-b sa poznatim naponom Uab može se zamijeniti sa ING čija je ems jednaka Uab, - dvije tačke sa Va – Vb = 0, mogu se zamijeniti kratkim spojem, - dvije tačke sa I = 0, mogu se zamijeniti otvorenom vezom. Takođe, čvor električne mreže u koji se stiče više grana može se zamijeniti čvorom sa tim istim granama, ali u koji su ubačeni ING iste ems i istog smjera djelovanja s obzirom na čvor

7. Tevenenova i Nortonova teorema. Definicija, primjer

Prema Tevenenovoj teoremi, svaka mreža se u odnosu na bilo koje svoje dvije tačke ponaša kao realni naponski generator (RNG). Ako se ekvivalentni generator predstavlja kao realni strujni generator (RSG), teorema se naziva Nortonova.

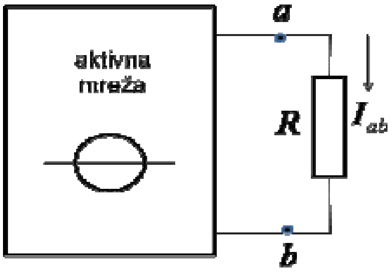
Što se tiče Tevenenove teoreme, strogo preporučujem ovaj video da pogledate, ne morate čitav, prvi dio objašnjava i zatim radi jedan primjer, i posle ima još jedan koji možete a i ne morate odgledati.

VIDEO

Ukoliko ipak želite iz skripte ubaciću screen shot toga.

Tevenenova teorema

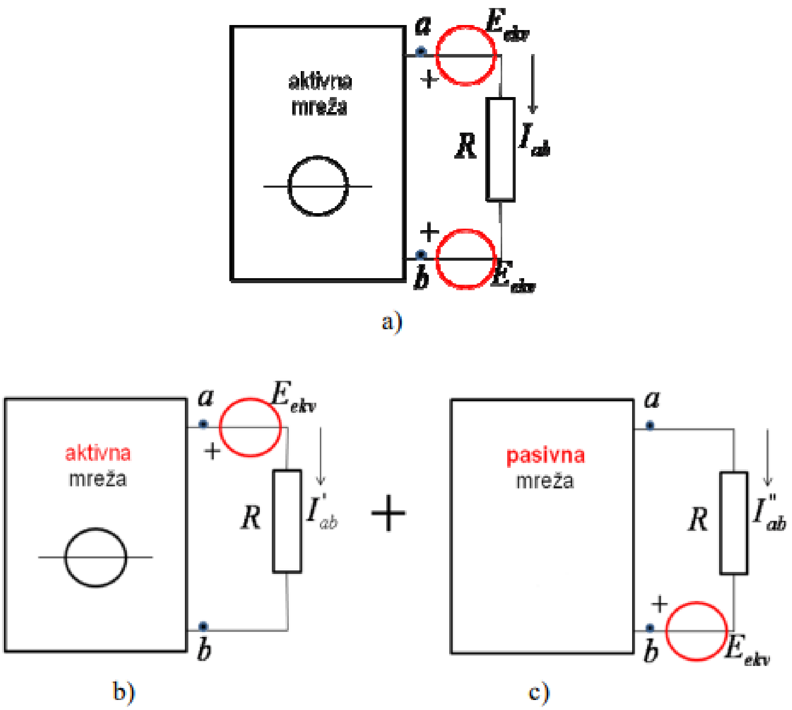
Posmatrajmo jednu složenu mrežu sa generatorima (aktivna mreža) u kojoj smo izdvojili jednu granu u kojoj želimo proračunati struju (slika 5.16).



Slika 5.16. Primer električne mreže za izvođenje teoreme ekvivalentnog generatora

Struja u mreži se neće promeniti ako u granu a-b, mreže sa slike 5.16, ubacimo dva jednaka ING, vrednosti koje sada neznamo, ali tako da se njihova dejstva međusobno poništavaju (veza u opoziciju), slika 5.17a.

Po principu (teoremi) superpozicije traženu struju možemo odrediti kao zbir dve struje za dve mreže ka na slici 5.17b i c.



Slika 5.17. Dokaz Tevenenove teoreme pomoću principa superpozicije

Menjajmo sada vrednost ems uvedenog generatora E_{ekv} dok struja I_{ab}' ne postane jednaka nuli, što odgovara prekinutoj (otvorenoj) grani a-b. Tada je

$$I_{ab} = I'_{ab} + I''_{ab} = 0 + I''_{ab} = I''_{ab}$$

Kako se pasivna mreža (slika 5.17c) može zameniti ekvivalentnim otpornikom R_{ab}, sledi da je

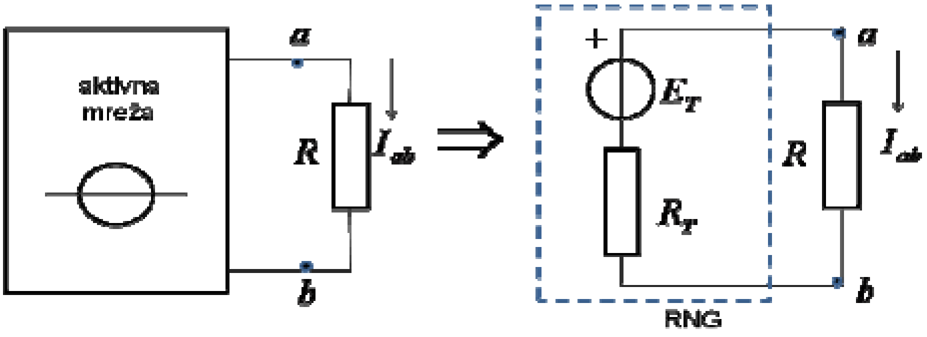
$$I_{ab} = I''_{ab} = \frac{E_{ekv}}{R + R_{ab}} = \frac{E_T}{R + R_T}$$

gde su:

- $E_{ekv} = E_T$ – napon između tačaka a-b pri otvorenoj grani a-b (**napon praznog hoda**),
- $R_{ab} = R_T = R_{ekv}$ – otpornost između tačaka a-b za pasivnu mrežu (mreža bez generatora).

Prema tome u odnosu na bilo koja svoja dva priključka, mreža se ponaša kao generator ems E_T (napon praznog hoda), i neke unutrašnje otpornosti R_T (otpornost pasivnog kola), tj. mreža na slici 5.16 odnosno 5.18a, se u odnosu na tačke a-b, može zameniti sa naponskim generatorom, kao na slici 5.18b, čime se dobija prosto kolo u kome je tražena struja data relacijom

$$I_{ab} = I = \frac{E_T}{R + R_T}$$



a) b)

Slika 5.18. Aktivna električna mreža (a) i njen ekvivalentni Tevenenov generator (b)

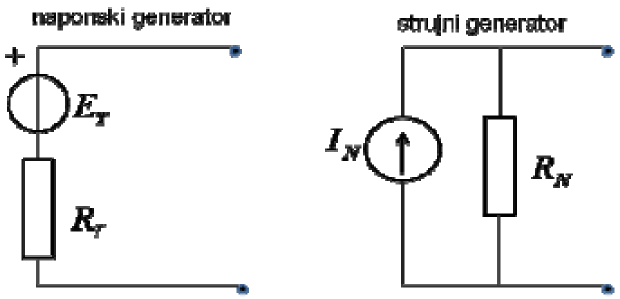
Takođe i za **Nortonovu** teoremu, dajem vam preporuku za ovaj video, ali takođe ubaciću dio iz skripte.

VIDEO

Nortonova teorema

Ako se mreža u odnosu na svoje dve tačke želi zameniti sa RSG, to se lako postiže pomoću relacija ekvivalentnosti RSG sa RNG (slika 5.19, videti podpoglavlje 4.8):

$$E_T = R_T I_s\,,\ \ R_T = R_s$$



Slika 5.19.

Posle zamene, ovih relacija, u relaciju za struju I_{ab}, dobijamo

$$I_{ab} = \frac{E_T}{R + R_T} = I_s \frac{R_T}{R + R_T} = I_N \frac{R_N}{R + R_N}$$

gde su

- $I_N = I_{ekv}$ – **struja kratkog spoja** između tačaka a-b (određuje se kao struja kratkog spoja između tačaka a-b),
- R_N – ima isto značenje kao R_T kod Tevenenove teoreme (određuje se na isti način).

Napomena: kod određivanja E_T i R_T, korisno je zasebno nacrtati šeme iz kojih se određuju, jer iskustvo pokazuje da se tada manje greši. Isto važi i za određivanje I_N i R_N (imati u vidu da se R_N određuje na isti način kao i R_T odnosno da je $R_N = R_T$).

8. Teorema održanja snage. Definicija, primjer.

Teorema održanja snage u električnim mrežama glasi: Prema zakonu o održanju energije, zbir snaga svih generatora u bilo kakvoj električnoj mreži sa vremenski konstantnim strujama mora biti jednak zbiru snaga Džulovih gubitaka u pojedinim otpornicima u mreži, tj.

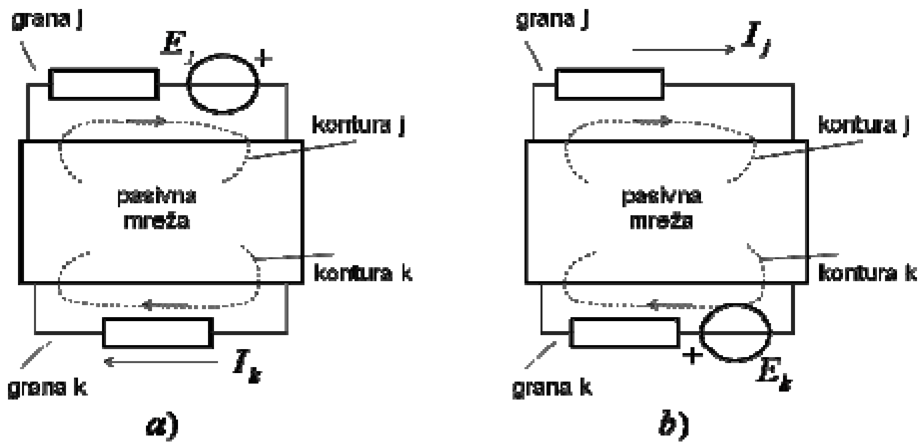
$$\sum P_g = \sum P_R \text{ ili } \sum (UI)_g = \sum (UI)_R \text{ ili } \sum P = 0$$

Bitno je razumjeti da snaga generatora može biti pozitivna i negativna, dok je snaga Džulovih gubitaka uvijek pozitivna. Snaga generatora je negativna ako se opterećenja u njemu kreću nasuprot djelovanju stranih sila.

Teorema održanja snage u električnim mrežama ima raznolike primjene. Najdirektnija je, možda, provjera dobijenih vrijednosti za jačinu struje u svim granama mreže odjednom (u granicama tačnosti zaokruživanja brojeva). To je moguće i pomoću II KZ, ali je potrebno postaviti onoliko jednačina koliko graf ima spojnica. Za snage **ne važi** teorema superpozicije

9. Teorema reciprociteta. Definicija, primjer.

Neka u nekoj linearnoj mreži djeluje samo jedan generator ems E i zanemarljive unutrašnje otpornosti. Prema teoremi uzajamnosti ako taj generator vezan u grani j prouzrokuje u grani k struju jačine I, tada bi on prouzrokovao istu toliku jačinu struje u grani j ako bi bio vezan u grani k.



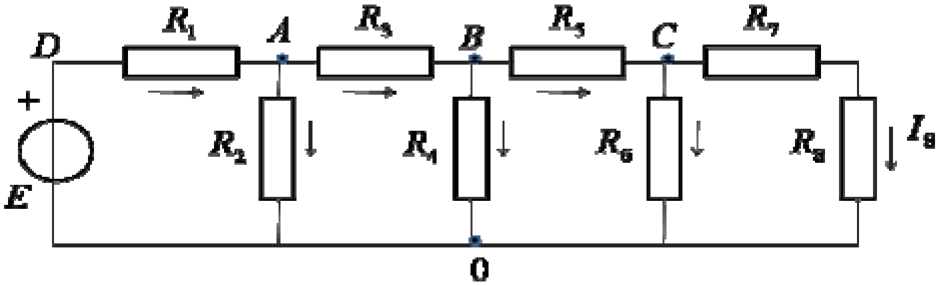
Slika 5.15. Uz formulaciju teoreme reciprociteta

10. Metoda proporcionalnih veličina. Definicija, primjer.

Spada u teoreme linearnosti. Posmatrajmo tzv. lestvičastu mrežu (slika 5.26). Potrebno je odrediti struje u svim granama mreže. Metodom KS i PČ treba rješavati mnogo jednačina. Međutim, na osnovu opštih jednačina konturnih struja se zaključuje da je u svakoj grani jačina struje srazmerna ems E. Stoga, ako se odrede struje grana za neku pretpostavljenu ems E', mogu se naći struje i za vrijednost E. Sve jačine struja nađene za vrijednosti ems E' treba pomnožiti odnosom E/ E'. Do prethodnog rezultata se može doći na više načina. Na primjer, E i E' se mogu tretirati i kao promjena E, pa primijeniti teoremu linearnosti: I = a + bE , i I' =

a+bE' Kako nema generatora koji su nepromjenjivi (u mreži je samo jedan generator i taj smo pretpostavili da se mijenja sa E na E’), to je a = 0, pa iz te dvije relacije sledi da je

$$I = I' \frac{E}{E'}$$

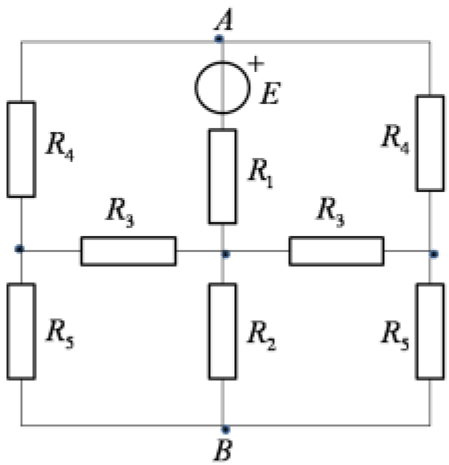


Slika 5.26. Primer lestvičaste električne mreže

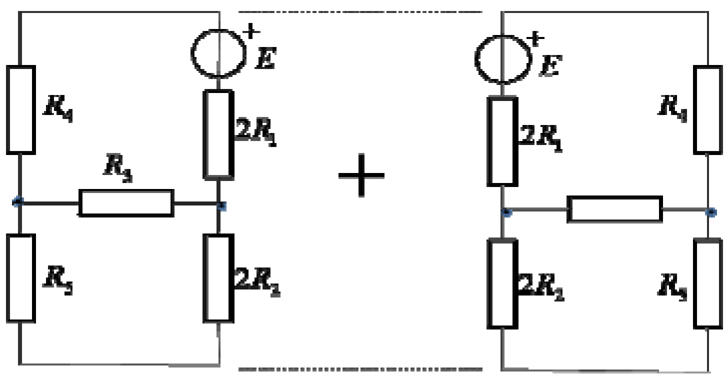
Radi određivanja struje za pretpostavljenu vrednost E’, zamislimo da kroz R_8 postoji struja jačine I = 1 A (pretpostavi se vrednost sa kojom se lako računa). Na osnovu toga se nađe U_{Co}. Zatim se može naći jačina struje kroz R_6, pa zatim kroz R_5, pa U_{Bo}, pa I_4 kroz R_4 itd. Na kraju bismo našli vrednost E’ za takvu pretpostavljenu vrednost struje. Sada se struje u granama, u stvarnoj mreži, nalaze množenjem ovako nađenih struja sa E/E’.

11. Korišćenje simetrije električnog kola. Definicija, primjer

Posmatrajmo električnu mrežu na slici 5.27. Po metodi KS i PČ treba rješavati 4 jednačine. Međutim, ako se uoči da je mreža simetrična duž linije A-B, može se podijeliti na dvije jednake mreže sa po 2 konture (slika 5.28).



Slika 5.27. Primer električne mreže sa mogućnošću rešavanja korišćenjem simetrije



Slika 5.28. Stanje u mreži sa slike 5.27 se može dobiti sabiranjem stanja u dve polovine

Pri podjeli, otpornici u presječenim granama se moraju udvostručiti (kao kada dva otpornika vezujemo paralelno), a ems ostaju iste (kao kada dva ING vezujemo paralelno, pa ems moraju da im budu iste). Ako se u grani koja se presjeca nalazi ISG, onda se u presječenim granama struja ISG prepolovljava (kao kada dva ista ISG vezujemo paralelno, pa je struja kroz zajednički priključak dvostruko veća). Dalji postupak rješavanja mreže je jednostavan. Koristi se bilo koja metoda koja daje najbrže rešenje.

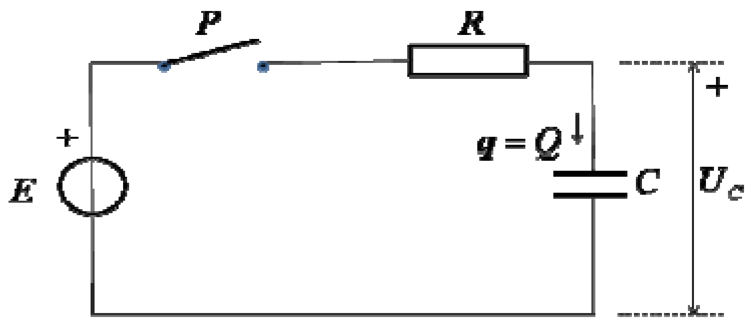
ŠESTI BLOK

1. Objasniti pojam elektrostatiskih mreža.

Elektrostatske mreže, u kojima je u svakoj grani vezan bar jedan kondenzator, te u konačnom (ustaljenom, ravnotežnom, stacionarnom) stanju nema struje ni kroz jednu granu.

2. Objasniti postupak punjenja kondenzatora.

Posmatramo kolo na slici 6.5. Posle dovoljno dugo vremena nakon zatvaranja prekidača P, napon na krajevima kondenzatora postaje Uc = E (nema više proticanja naelektrisanja, kondenzator je opterećen, tj. pun), a energija kondenzatora $W_c = \frac{CE^2}{2}$



Slika 6.5. Priključivanje neopterećenog kondenzatora na naponski generator (opterećivanje kondenzatora)

Rad idealnog naponskog generatora je:

$$A_g = A_E = QE = CE^2 \text{, jer je } Q = CU = CE$$

Po zakonu o održanju energije, energija generatora utrošena je na pretvaranje u toplotu na otporniku i na energiju sadržanu u kondenzatoru, pa važi:

$$A_E = A_j + W_c$$

Imajući u vidu prethodne izraze za A_E i Wc , sledi da je rad pretvoren u toplotu

$$A_j = A_E - W_C = \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2}A_E$$

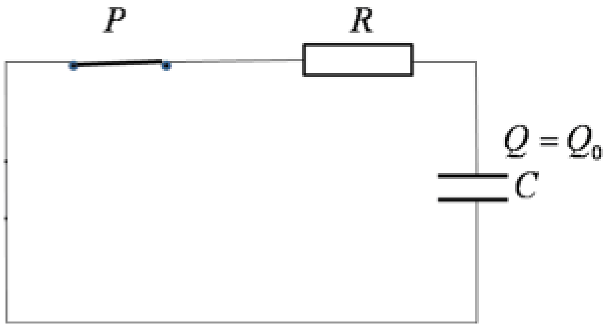
Dakle, u ovom slučaju se rad ING dijeli na dva jednaka dijela, bez obzira na vrijednost R, (jedan dio (pola) energije se akumulira u kondenzatoru (energija kondenzatora), a drugi dio (pola) na Džulove gubitke u otporniku).

3. Objasniti postupak pražnjenja kondenzatora.

Ako u kolu nema generatora, već samo kondenzator opterećen sa Qo, tada je Ag = 0, jer je E = 0 . Takođe je $W_{c_{posle}}$= 0, jer se kondenzator nakon dovoljno dugo vremena, posle zatvaranja prekidača P, potpuno rastereti (isprazni), pa je rad pretvoren u toplotu

$$A_j = W_{c_{pre}} = \frac{CU_c^2}{2}$$

U ovom slučaju (slika 6.7), možemo smatrati da se kondenzator u odnosu na otpornik ponaša kao generator (ali samo dok se ne isprazni, nije pravi generator). Celokupna energija akumulirana u kondenzatoru se, u procesu rasterećivanja, pretvori u toplotu na otporniku.



Slika 6.7. Rasterećivanje kondenzatora

Ako u kolu ima više kondenzatora onda je $W_{c_{pre}}$ jednako sumi energija u svim kondenzatorima prije promjene stanja. Analogno važi i za energiju kondenzatora posle promjene stanja u kolu (naravno potrebno je odrediti oterećenosti kondenzatora posle promjene stanja).

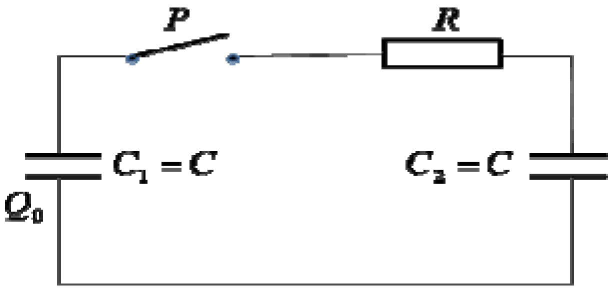
4. Punjenje kondenzatora (kolo sa dva kondenzatora).

Posmatrajmo situaciju u kolu na slici 6.8, sa dva kondenzatora identične kapacitivnosti C, u kome je jedan kondenzator (C1) prethodno opterećen a drugi (C2) nije, a nema generatora u kolu. Prije zatvaranja prekidača energija kondenzatora C1 je bila.

$$W_{c_1} = \frac{Q_0^2}{2C}$$

a kondenzatora C2 je bila jednaka nuli (neopterećen), pa je ukupna energija oba kondenzatora, prije zatvaranja prekidača P, bila

$$W_{c_0} = W_{c_{10}} + W_{c_{20}} = W_{c_{10}} = \frac{Q_o^2}{2C}$$



Slika 6.8. Primer kola sa dva kondenzatora od kojih je jedan opterećen

Posle zatvaranja prekidača P, i uspostavljanja stacionarnog stanja, možemo pisati sistem jednačina (prema istom referentnom smjeru za q, Q1 i Q2, u smjeru kazaljke na satu):

$$q_1 = q_2 = q\,,$$

$$\frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} = 0\,,$$

$$Q_1 = q_1 + Q_0 \qquad \text{i} \qquad Q_2 = q$$

čijim rešavanjem se dobija

$$q = -\frac{C_2}{C_1 + C_2} Q_0$$

odakle se za $C_1 = C_2 = C$ dobija

$$q = -\frac{Q_0}{2}$$

pa je (prema istom referentnom smeru)

$$Q_1 = \frac{Q_0}{2} \text{ i } Q_2 = -\frac{Q_0}{2}$$

Sada je energija kondenzatora C_1 i C_2:

$$W_{c_1} = W_{c_2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q_o^2}{8C}$$

pa je ukupna energija u oba kondenzatora

$$W_c = W_{c_1} + W_{c_2} = \frac{Q_o^2}{4C}$$

Iz zakona o održanju energije (relacija 6.2, imajući u vidu da je A_g=0) sledi

$$A_j = W_{c_o} - W_c$$

gde je A_j rad pretvoren u toplotu u toku prelaznog procesa (promene stanja), koji je, našem slučaju, jednak

$$A_j = \frac{Q_o^2}{4C}$$

5. Vremenska konstanta punjenja i pražnjenja kondenzatora.

Definiše se kao određeni vremenski interval koji je potreban da, recimo kod pražnjenja količina elektriciteta na oblogama kondenzatora opadne na vrijednost $\frac{1}{e} \approx 36{,}8\%$ početne vrijednosti, ili ako se kondenzator puni, to je vrijeme potrebno da količina elektriciteta na kondenzatoru dostigne 63.2% krajnje vrijednosti. Označava se sa tau i jednako je $\tau = R_e \cdot C$, gdje je R_e ekvivalenta otpornost koju vidi kondenzator.

Može se reći da je uspostavljeno stacionarno stanje kada je prošlo nekih 5-6 $\tau[s]$ jedinica sekunda.

6. Označavanje vrijednosti kapacitivnosti kondenzatora.

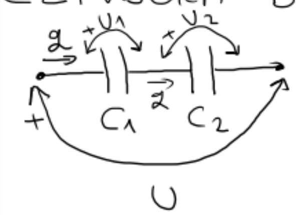
Postoje dva najčešća načina za označavanje kondenzatora.

Ako se kapacitivnost izražava u pF pomoću tri cifre, treća cifra pokazuje koliko nula ima iza prve i druge cifre npr. ako piše 231 to je 220pF ili 563 to je 56000pF a to je 56nF.

Ako se kapacitivnost označava tačkom iza koje ide broj onda je kapacitivnost izražena u mikro faradima. Npr. .0047 to je 0.0047 mikro farada a to je 4.7nF.

7. Serijska veza kondenzatora.

СЕРИЈСКА ВЕЗА КОНДЕНЗАТОРА



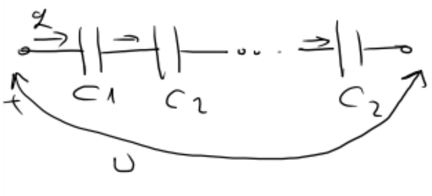
$\equiv$

$$U = \frac{q}{C_e}$$

$$U = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$$

$$U = q\,\frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2}$$

$$\boxed{C_e = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}$$



$$U = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \cdots + \frac{q}{C_n}$$

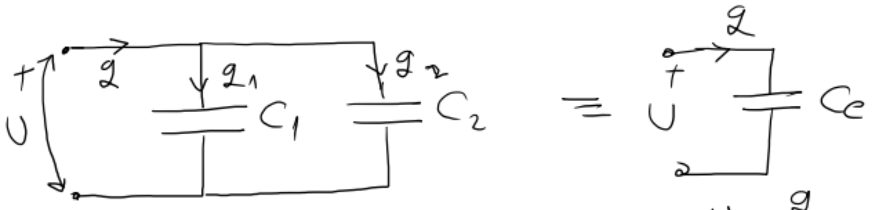
$$U = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}\right)$$

$$U = \frac{q}{C_e} = q\,\frac{1}{C_e}$$

$$\boxed{\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}}$$

8. Paralelna veza kondenzatora.

ПАРАЛЕЛНА ВЕЗА КОНДЕНЗАТОРА



$$q = q_1 + q_2$$

$$U = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2}$$

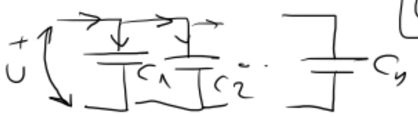
$$q = C_1 U + C_2 U$$

$$q = U(C_1 + C_2)$$

$$U = \frac{q}{C_1 + C_2}$$

$$U = \frac{q}{C_e}$$

$$\Rightarrow \boxed{C_e = C_1 + C_2}$$



$$\boxed{C_e = C_1 + C_2 + \ldots + C_n}$$