ЕТФ БЛ

Физика (усмени)

Жалимир Милетић

2018.

Списак питања за усмени из физике

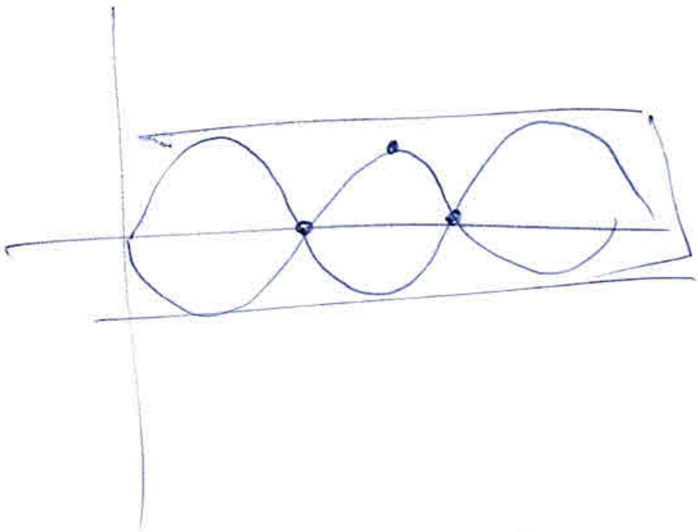
Thursday, May 31, 2018 12:21

Okvirna ispitna pitanja za usmeni dio ispita iz Fizike
ETF 2016-2017.

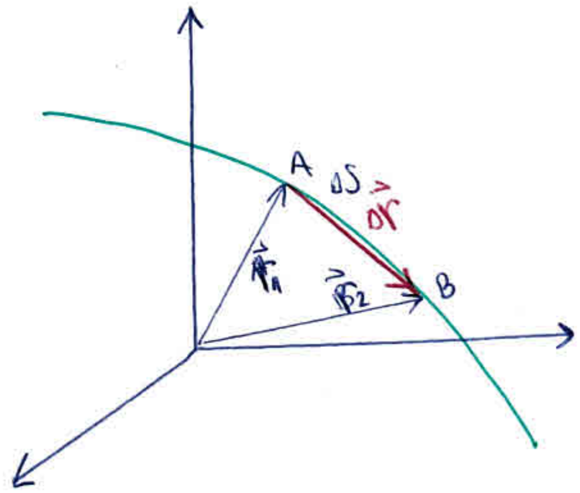
1. Brzina i ubrzanje
2. Pravolinijsko kretanje
3. Krivolnijsko kretanje
4. Kosi hitac
5. Kružno kretanje
6. Galilejeve transformacije
7. Njutnovi zakoni
8. Inercijalne sile
9. Sile trenja
10. Elastične sile (Hukov zakon)
11. Sile kod krivolinijskog kretanja
12. Centar mase sistema materijalnih tačaka
13. Mehanički rad
14. Snaga
15. Kinetička energija
16. Potencijalna energija
17. Zakoni održanja količine kretanja (impulsa)
18. Zakon održanja energije. Primjeri (slobodan pad, strma ravan...)
19. Sudar dva tijela
20. Moment sile
21. Moment inercije
22. Štajnerova teorema
23. Moment količine kretanja (impulsa)
24. Zakon održanja momenta impulsa
25. Rad i snaga kod rotacionog kretanja
26. Kinetička energija kod rotacionog kretanja
27. Harmonijske oscilacije
28. Energija harmonijskog oscilatora
29. Matematičko klatno
30. Fizičko klatno
31. Prigušene oscilacije
32. Prinudne oscilacije (rezonancija)
33. Kretanje talasa kroz elastičnu sredinu
34. Talasna jednačina
35. Brzina prostiranja talasa
36. Energija mehaničkog talasa
37. Superpozicija talasa (interferencija)
38. Prelamanje i refleksija talasa
39. Stojeći talasi
40. Grupna i fazna brzina talasa
41. Zvuk
42. Doplerov efekat
43. Pritisak fluida
44. Arhimedov zakon
45. Jednačina kontinuiteta
46. Bernulijeva jednačina
47. Venturijeva cijev
48. Unutrašnje trenje kod fluida – viskoznost
49. Otpor sredine

50. Širenje čvrstih tijela pri zagrijavanju

51. Širenje gasova pri zagrijavanju
52. Jednačina gasnog stanja
53. Kinetička teorija gasova
54. Maksvelova raspodjela po brzinama
55. Količina toplote i specifična toplota
56. Rad pri širenju gasova
57. Prvi princip termodinamike
58. Povratni i nepovratni procesi
59. Drugi princip termodinamike
60. Karnoov kružni ciklus
61. Odbijanje i prelamanje svjetlosti
62. Prelamanje kroz planparalelnu ploču
63. Totalna refleksija
64. Disperzija svjetlosti
65. Fermaov princip
66. Fotometrijske veličine: svjetlosni fluks i jačina svjetlosti
67. Fotometrijske veličine: osvjetljenost, emitancija i luminancija
68. Ravna i sferna ogledala. Jednačina ogledala
69. Sočiva. Jednačina sočiva
70. Nedostaci sočiva
71. Mikroskop
72. Interferencija svjetlosti (само ћу Френелових огледала)
73. Difrakcija svjetlosti
74. Polarizacija svjetlosti
75. Optička aktivnost



① Брзина и убрзање



$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\vec{v}_{sr} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$ (средња брзина)

Тренутна брзина:

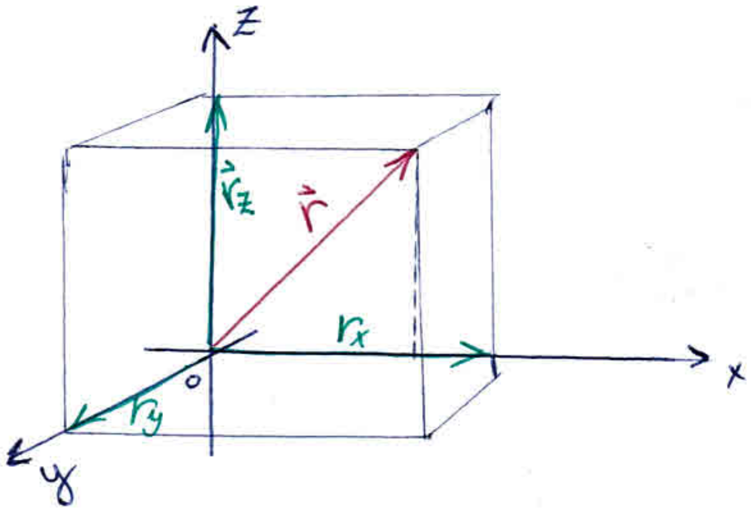
$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{v}_{sr} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$$

- Разлагање на компоненте у Декартовом систему:

$$\vec{r} = x\,\hat{i}_x + y\,\hat{i}_y + z\,\hat{i}_z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

(интензитет радијус вектора)

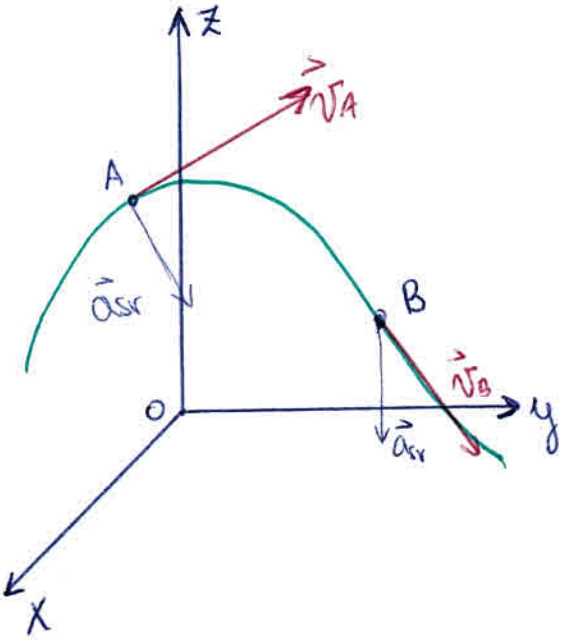


$$\vec{v} = v_x\,\hat{i}_x + v_y\,\hat{i}_y + v_z\,\hat{i}_z$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$$\begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} = \dot{x} \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} = \dot{y} \\ v_z = \dfrac{dz}{dt} = \dot{z} \end{cases}$$

- Промјена интензитета брзине (и правца) у времену називамо убрзање.



$$\boxed{\vec{a}_{sr} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}}$$

Тренутно убрзање

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}$$

- Вектор убрзања такође можемо разложити на компоненте.

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

② Праволинијско кретање

- Равномјерно кретање

$$v = \frac{ds}{dt}$$

$$ds = v\,dt \quad /\int$$

$$\int_{s_0}^{s} ds = \int_{t_0}^{t} v\,dt$$

$$[v = const]$$

$$\int_{s_0}^{s} ds = v \int_{t_0}^{t} dt$$

$$s - s_0 = v(t - t_0)$$

претпоставка $\begin{cases} s_0 = 0 \\ t_0 = 0 \end{cases}$

$$\boxed{s = vt}$$

• Једнако-убрзано кретање

$$a = \frac{dv}{dt} \qquad v = \frac{ds}{dt}$$

$$dv = a\,dt \;/\int \qquad ds = v\,dt \;/\int$$

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_{t_0}^{t} a\,dt \qquad \int_{s_0}^{s} ds = \int_{t_0}^{t} v\,dt$$

$$[a = const.] \qquad s - s_0 = \int_{t_0}^{t} (v_0 + at)\,dt$$

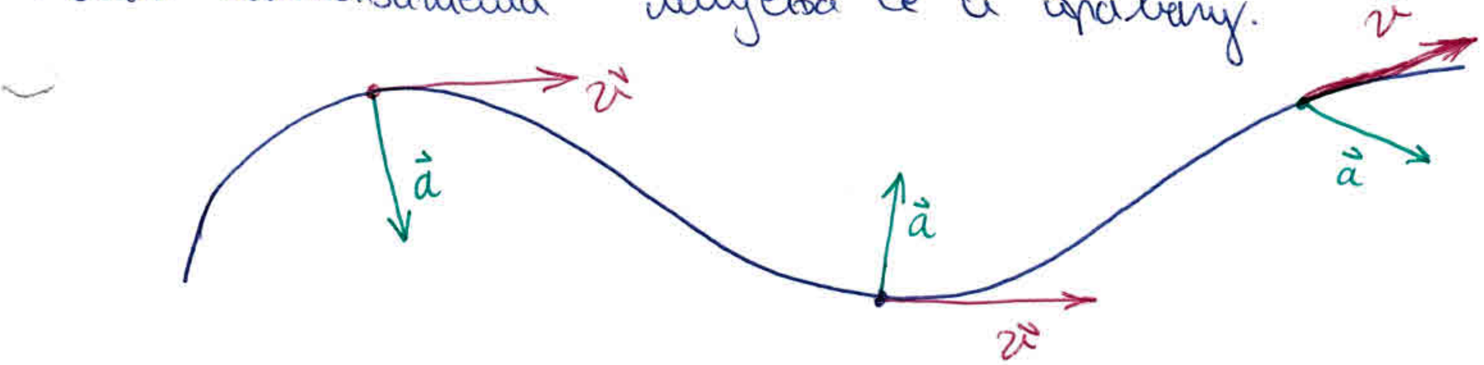
$$v - v_0 = a(t - t_0) \qquad s - s_0 = \int_{t_0}^{t} v_0\,dt + a\int_{t_0}^{t} t\,dt$$

$$[t_0 = 0] \qquad (s_0 = 0,\ t_0 = 0)$$

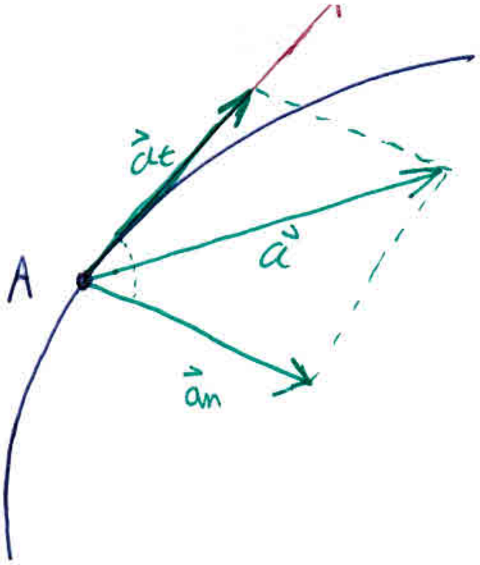
$$\boxed{v = v_0 + at} \qquad \boxed{s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2}$$

③ Криволинијско кретање

• Осим интензитета мијења се и правац.



- Вектор $\vec{a}$ увијек је усмјерен ка центру кривине.
- Овај вектор разлажемо на двије компоненте.
- Постоје: - тангенцијална (a_t) и
  - нормална (a_n) компонента.

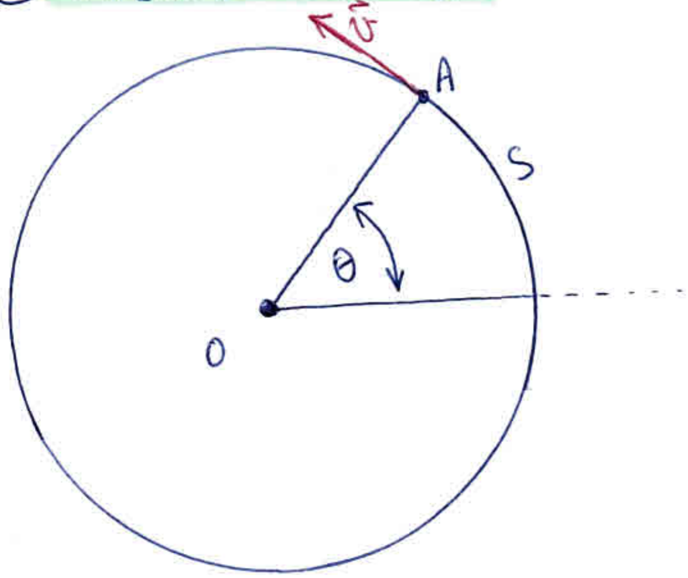


$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

$$\boxed{a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}}$$

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{R}} \qquad \boxed{a_t = \frac{dv}{dt}}$$

5 Кружно кретање



$\Delta S = R\Delta\theta$ – пређен пут

$\Delta\theta = 2\pi$ – период кретања

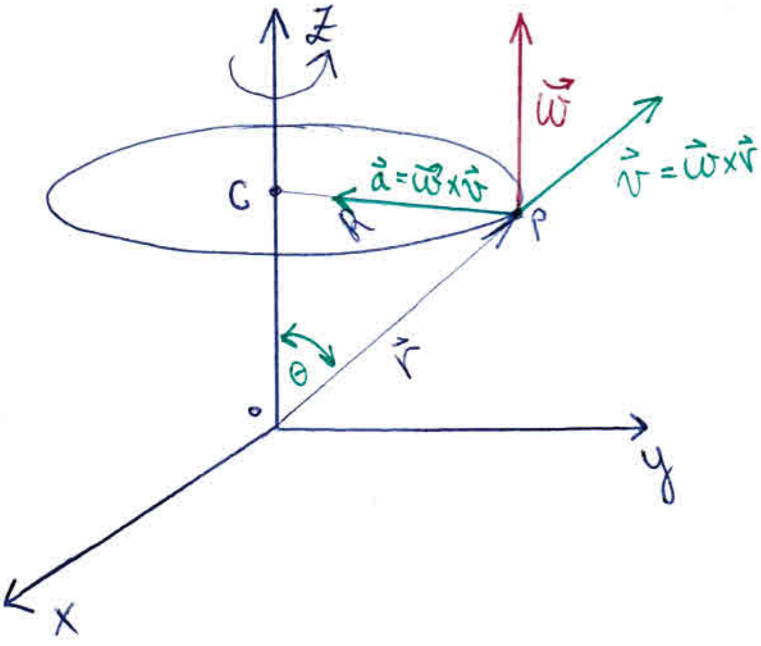
$\boxed{f = \frac{1}{T}}$ фреквенција $\left[\frac{1}{s} = Hz\right]$

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{R\Delta\theta}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = R\frac{d\theta}{dt} = R\omega$$

(за равномјерно кретање)

$\boxed{v = \omega R}$ – само за равномјерно!

$\boxed{\omega = \frac{d\theta}{dt}}$ [rad/s] угаона брзина



$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt^2} \quad \left[\frac{rad}{s^2}\right]$$

$R = r\sin\theta$

$v = \omega R$

$v = \omega r \sin\theta$

$$\boxed{\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}}$$

- Веза између угаоне брзине, линеарне брзине и линеарног убрзања:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(\vec{\omega}\times\vec{r})}{dt} = \vec{\omega}\times\vec{v}$$

$$\boxed{\vec{a} = \vec{\omega}\times\vec{v}}$$

$$\left.\begin{aligned} a_n &= \omega v = \omega\,\omega R = R\omega^2 \\ a_n &= R\omega^2 = R\cdot\frac{v^2}{R^2} = \frac{v^2}{R}\end{aligned}\right\} \quad \boxed{a_n = a_{cp} = \frac{v^2}{R}}$$

- У општем случају имамо обе компоненте убрзања:

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d\omega R}{dt} = R\,\frac{d\omega}{dt} = R\alpha$$

$$\boxed{a_t = R\alpha}$$

$$\boxed{a=\sqrt{(R\omega^2)^2+(R\alpha)^2}}$$

- равномјерно кретање

$$\omega=\frac{d\theta}{dt}$$

$$d\theta=\omega dt \; / \int$$

$$\int_{\theta_0}^{\theta} d\theta=\int_{t_0}^{t}\omega dt \xrightarrow{\omega=const} \int_{\theta_0}^{\theta} d\theta=\omega\int_{t_0}^{t} dt$$

$$\theta-\theta_0=\omega(t-t_0)$$

$$P: [\theta_0=0, \quad t_0=0]$$

$$\boxed{\theta=\omega t}$$

- једнако убрзано

$$\alpha=\frac{d\omega}{dt}$$

$$d\omega=\alpha dt \; / \int$$

$$\int_{\omega_0}^{\omega} d\omega=\alpha\int_{t_0}^{t} dt$$

$$\omega-\omega_0=\alpha(t-t_0)$$

$$\boxed{\omega=\omega_0+\alpha t}$$

$$\omega=\frac{d\theta}{dt}$$

$$d\theta=\omega dt \; / \int$$

$$\int_{\theta_0}^{\theta} d\theta=\int_{t_0}^{t}\omega dt$$

$$\int_{\theta_0}^{\theta} d\theta=\int_{t_0}^{t}(\omega_0+\alpha t)\, dt$$

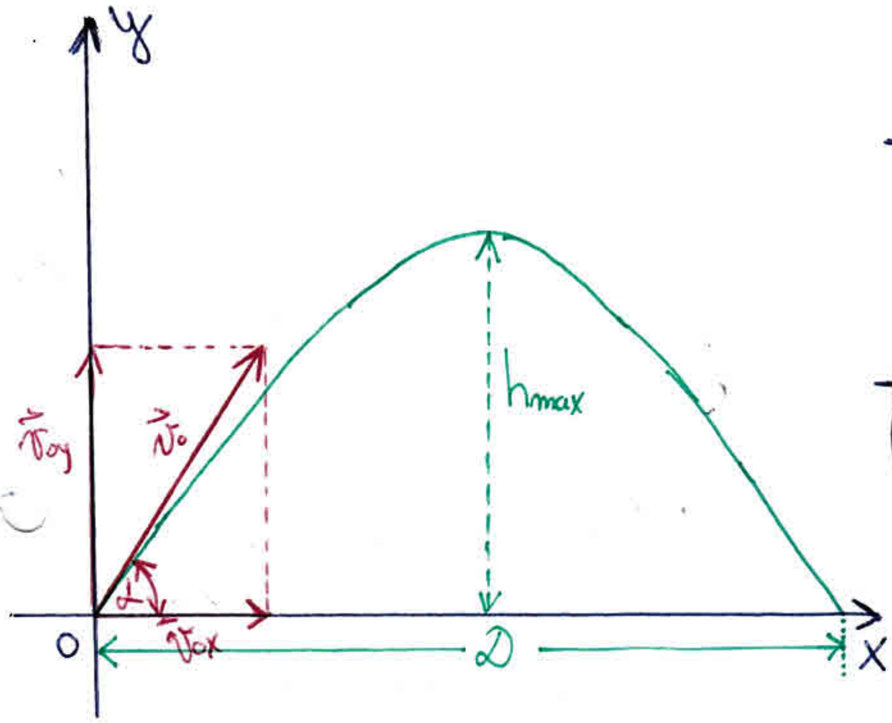
$$\theta-\theta_0=\omega_0(t-t_0)+\alpha\left(\frac{1}{2}t^2-\frac{1}{2}t_0^2\right)$$

$$(t_0=0 \quad \theta_0=0)$$

$$\boxed{\theta=\omega_0 t+\frac{1}{2}\alpha t^2}$$

④ Коси хитац

- Сложено кретање састављено из два дијела: униформно (по x-оси) и једнако-убрзано (по y-оси).



$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos\alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin\alpha - gt \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha \cdot t & (1) \\ y = v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2} g t^2 & (2) \end{cases}$$

ХОРИЗОНТАЛНИ ХИТАЦ

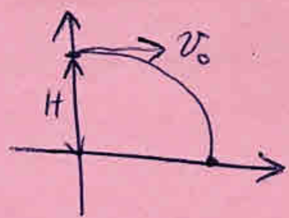
$\boxed{\alpha = 0}$

$\boxed{v_x = v_0}$

$\boxed{v_y = -gt}$

$\boxed{x = v_0 t}$

$\boxed{y = -\frac{1}{2} g t^2}$



ВРИЈЕМЕ

услов $y = 0$ у (2)

$v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2} g t^2 = 0 \; / : t$

$v_0 \sin\alpha - \frac{1}{2} g t = 0 \; / \cdot 2$

$2 v_0 \sin\alpha - gt = 0$

$2 v_0 \sin\alpha = gt \; / : g$

$$\boxed{t = \frac{2 v_0 \sin\alpha}{g}} \quad (3)$$

(трајање укупног лета)

ДОМЕТ

(3) у (1)

$D = v_0 \cos\alpha$ ...

$D = \frac{2 v_0^2 s...}{g}$

$D = \frac{v_0^2 (2 \sin\alpha \cos\alpha)}{g}$

$$\boxed{D = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g}}$$

МАКСИМАЛНА ВИСИНА

$\frac{t}{2}$ у (2)

$h_{max} = v_0 \frac{v_0 \sin^2\alpha}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0 \sin\alpha}{g} \right)^2$

$h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g} - \frac{1}{2} \cancel{g} \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g^2}$

$$\boxed{h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}}$$

- У овим једначинама занемарујемо отпор ваздуха.
- У случају да узимамо и отпор ваздуха, облик путање није парабола него БАЛИСТИЧКА КРИВА.

ХИТАЦ НАНИЖЕ

$\vec{a} = \vec{g}$

$v = v_0 + gt$

$h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$

$v^2 = v_0^2 + 2gh$

ХИТАЦ НАВИШЕ

$\vec{a} = -g$

$v = v_0 - gt$

$h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$

$v^2 = v_0^2 - 2gh$

СЛОБОДАН ПАД

$v_0 = 0$

$v = gt$

$h = \frac{1}{2} g t^2$

$v = \sqrt{2gh}$

ЈЕДНАЧИНА ПУТАЊЕ

$x = v_0 \cos\alpha \, t \rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$

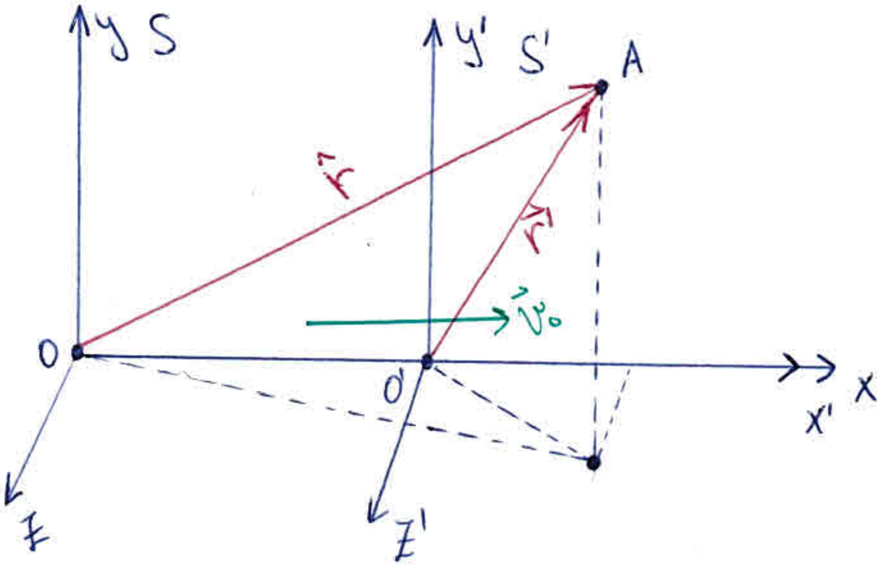
$y = v_0 \sin\alpha \, t - \frac{1}{2} g t^2$

$y = \cancel{v_0} \sin\alpha \frac{x}{\cancel{v_0} \cos\alpha} - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha}$

$y = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} x - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2\alpha}$

$$\boxed{y = \operatorname{tg}\alpha \, x - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2\alpha}}$$

6 Галилејеве трансформације



Инерцијални систем

$v_0 = const.$

$$\vec{r} = \vec{r}' + v_0 t$$

Координате
$$\begin{cases} x = x' + v_0 t \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + v_0$$

$$\vec{v} = \vec{v}' + v_0$$

брзине
$$\begin{cases} v_x = v_x' + v_0 \\ v_y = v_y' \\ v_z = v_z' \end{cases}$$

- Ако још једном диференцирамо брзине добијамо

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}'}$$

Галилејев принцип релативности.

- Вријеме у оба инерцијална система протиче једнако па ће и просторна удаљења остати једнака.

$$L' = x_2' - x_1' = x_2 + \cancel{v_0 t} - x_1 - \cancel{v_0 t} = x_2 - x_1 = L$$

(7) Њутнови закони

I Свако тијело остаје у стању мировања или равномјерног праволинијског кретања док га дјеловање других тијела не примора да то стање промијени. (За инерцијалне системе)

II

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

III - Силе узајамног дејства су једнаке по интензитету, а супротног су смјера.

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}}$$

(8) Инерцијалне силе

- Системи који се крећу (међусобно) промјенљивим брзинама су неинерцијални системи.
- У овим системима дјелују инерцијалне силе.

* Ове силе не настају под дјеловањем других тијела него су посљедица убрзаног кретања.

- Вектор инерцијалне силе супротно је усмјерен од вектора убрзања: $\vec{F}_i = -m\vec{a}_i$

9 Сила трења

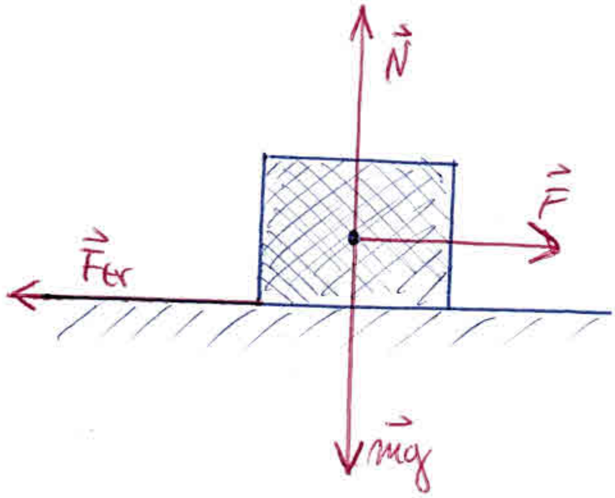
- До трења долази на додирним површинама између тијела која се крећу једна по другима.

  - суво, вањско трење
  - унутрашње трење – вискозност

- Суво трење настаје због микроскопских неравнина на додирним површинама.

- Трења при: – клизању
  – котрљању

- Постоје: $\left.\begin{array}{l}\text{- статичка} \\ \text{- динамичка}\end{array}\right\}$ трења



$$\boxed{\vec{F}_{tr} = \mu \vec{N}}$$

μ_s – статичко трење

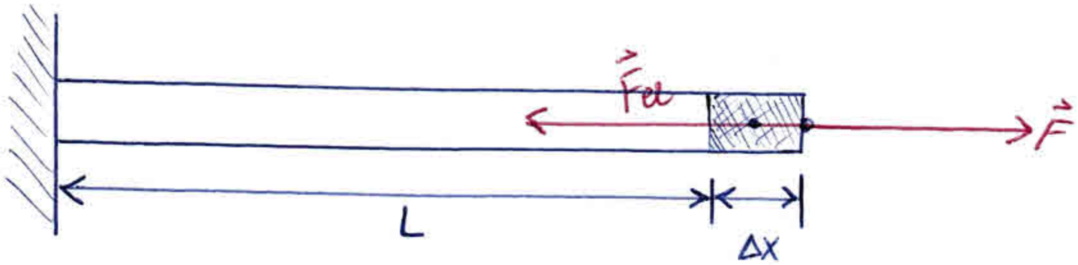
μ_d – динамичко трење

$$\boxed{\mu_s > \mu_d}$$

$$\boxed{F_{tr} = k\frac{N}{R}}$$ трење котрљања

10 ЕЛАСТИЧНЕ СИЛЕ (ХУКОВ ЗАКОН)

- Дјеловање силе на тијело може проузроковати деформацију тог тијела.
- Ако се тијело након дјеловања силе враћа у почетни положај онда је то еластична деформација
- У супротном се ради о нееластичној деформацији.



Дефинишемо напон: $\boxed{\sigma = \frac{F}{S}}$

Дефинишемо: релативну деформацију $\delta = \frac{\Delta x}{L}$

$$\frac{\Delta x}{L} \sim \frac{F}{S}$$

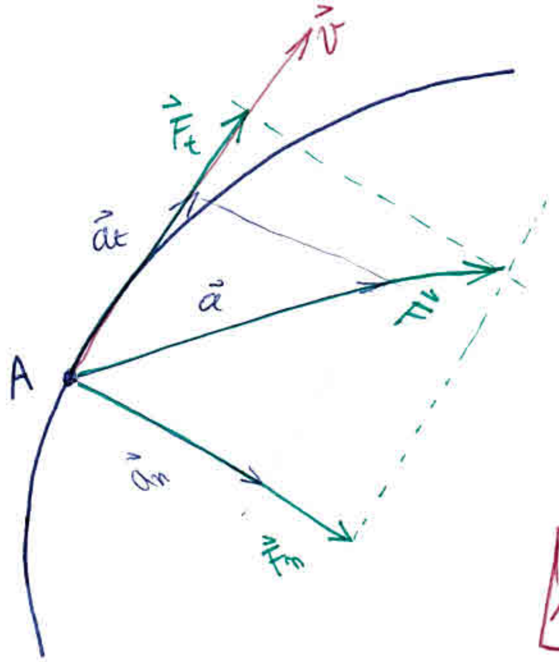
$\boxed{F = E \frac{S}{L} \Delta x}$ Хуков закон

E - Јангов модул еластичности

$k = \frac{ES}{L}$ - коефицијент еластичности

$$\boxed{F_{el} = -k \Delta x}$$

(11) Силе код криволинијског кретања



$$\vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_n$$

$$F_t = ma = m\frac{dv}{dt}$$

$$\vec{F}_n = m\,a_n = m\frac{v^2}{R}$$

$$\boxed{\vec{F}_{cp} = -m\frac{v^2}{\vec{R}}}$$

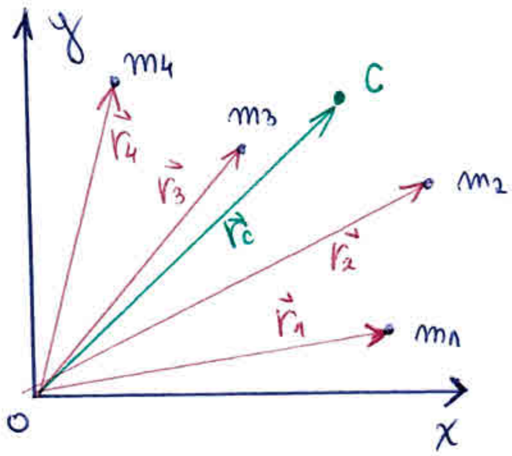
центрипетална сила

$$\vec{F}_{cp} = -m\frac{\omega^2 R^{\cancel{2}}}{\cancel{R}} = -\omega^2 m R$$

$$\boxed{\vec{F}_{cp} = -m\vec{\omega}^2\vec{R}}$$

$$\vec{F}_{cp} = -\vec{F}_{cf} \qquad \boxed{\vec{F}_{cf} = m\vec{\omega}^2\vec{R}}$$

(12) Центар масе система материјалних тачака



$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \dots + \vec{r}_n m_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

$$\vec{r}_{cm} = \frac{\sum \vec{r}_i m_i}{\sum m_i} \qquad (1)$$

$$x_{cm} = \frac{\sum x_i m_i}{\sum m_i} \qquad y_{cm} = \frac{\sum y_i m_i}{\sum m_i} \qquad z_{cm} = \frac{\sum z_i m_i}{\sum m_i}$$

- Центар масе се подудара са тежиштем у хомогеном гравитационом пољу.

- Диференцирајмо израз (1)

$$\vec{v}_{cm} = \dot{\vec{r}}_{cm} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}\right)$$

$$\boxed{\sum m_i \vec{v}_{cm} = \sum m_i \dot{\vec{r}}_i} \quad (2)$$

- Сума свих импулса честица може да се замени импулсом центра масе

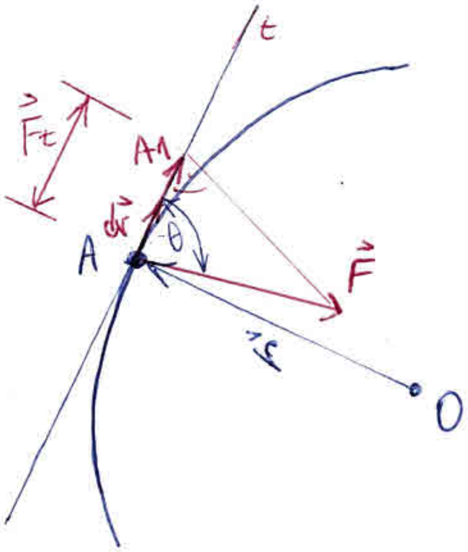
- Диференцирајмо израз (2):

$$\sum m_i \vec{a}_i = \sum m_i \vec{a}_i$$

$$[m_i a_i = F_i]$$

$$\boxed{\sum m_i \vec{a}_{cm} = \sum F_i}$$

(13) Механички рад

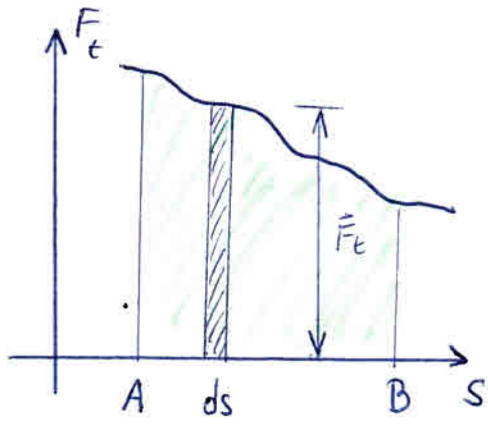


$\vec{AA_1} = d\vec{r}$

$d\vec{A} = \vec{F} d\vec{r}$ [J]

како је $dr \approx ds$

$dA = F ds \cos\theta$



$$\boxed{dA = \vec{F}_t ds}$$

$$A = \int_A^B \vec{F} d\vec{r} = \int_A^B F_t ds = \int_A^B F\cos\theta ds$$

за $\theta = 0$

$$A \int_A^B F ds = F \int_A^B ds = FS$$

$\boxed{A = FS}$ (за $\theta = 0$)

[1 J = 1 Nm]

(14) Снага

$P_{sr} = \frac{\Delta A}{\Delta t}$ средња снага

$P = \frac{dA}{dt}$ (тренутна снага)

$P = \vec{F} \vec{v}$

Мјерна јединица: $\left[1 W = 1 \frac{J}{s}\right]$

15 Кинетичка енергија

$$dA = F_t\, ds$$

$$F_t\, ds = F_t\, v\, dt$$

$$dv = a\, dt = \frac{F_t}{m}\, dt$$

$$dA = F_t\, ds = m v\, dv$$

$$dA = m v\, dv = d\left(\frac{m v^2}{2}\right)$$

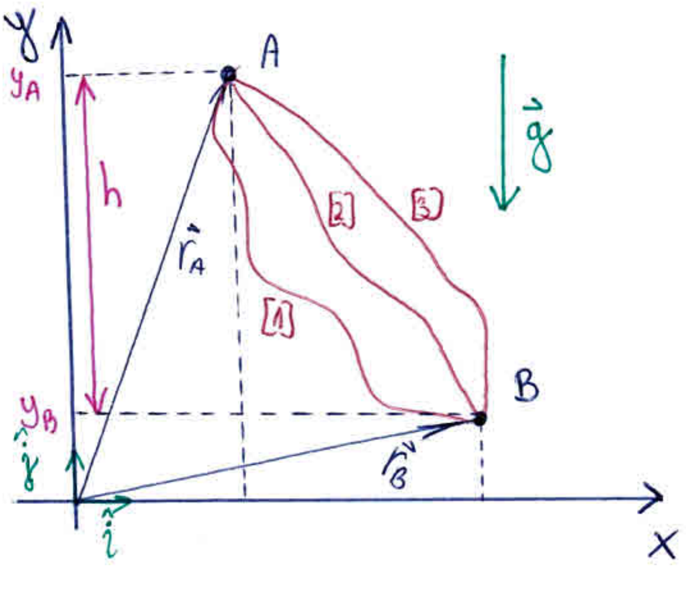
$$A = \int_A^B m v\, dv = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$$

$$\boxed{E_K = \frac{1}{2} m v^2}$$ Кинетичка енергија тијела

- Рад је једнак промјени кинетичке енергије
- Енергија је способност тијела да врши рад.

16 Потенцијална енергија

- Потенцијална енергија се дефинише у пољу неке силе.



$$A=\int_A^B \vec F\, d\vec r = m\vec g\int_A^B d\vec r = m\vec g\,(\vec r_B-\vec r_A)$$

$$\vec F = m\vec g = -mg\hat j \quad \text{и} \quad \hat j\,(\vec r_B-\vec r_A)=y_B-y_A$$

$$A=-(mgy_B - mgy_A)$$

$$A=mg(y_A-y_B)$$

$$\boxed{A=mgh}$$

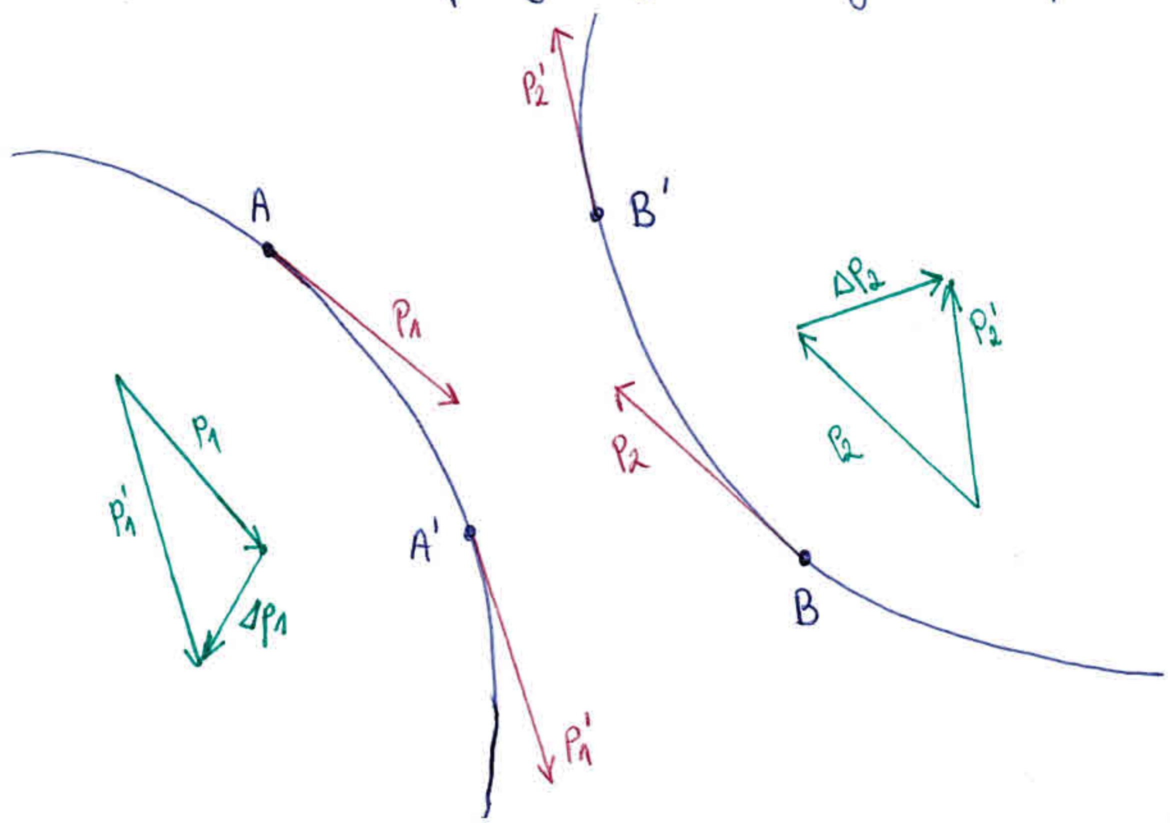
$\boxed{\oint F_k\, ds=0}$ конзервативне силе

(рад не зависи од путање)

- дисипативне силе (рад зависи од путање)

(17) Закон одржања импулса

- последица симетрије у космосу (Нетерине теореме)



прије интеракције:

$$\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1 \qquad \vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2$$

послије интеракције:

$$\vec{p}_1' = m_1 \vec{v}_1' \qquad p_2' = m_2 \vec{v}_2'$$

Трећи Њутнов закон:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$$\frac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}_2}{\Delta t} \Big/ \Delta t$$

$$\boxed{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'}$$

$$\vec{p}_1' - \vec{p}_1 = -(\vec{p}_2' - \vec{p}_2)$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'$$

Претходна анализа вриједи и за инфинитезимално мали временски период

$$\Delta t \to dt$$

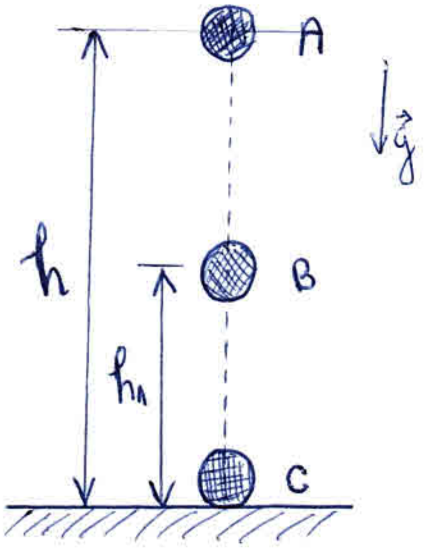
$$\vec{F}_{12} = \frac{d}{dt}(m_1 \vec{v}_1) \qquad F_{21} = \frac{d}{dt}(m_2 \vec{v}_2)$$

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0 \implies \frac{d}{dt}(m_1 v_1 + m_2 v_2) = 0$$

$$\boxed{m_1 v_1 + m_2 v_2 = const.}$$

18 Закон одржања енергије. Примјери

а) слободан пад



$$E_A = E_{pA} = \underline{mgh}$$

$$E_B = E_{kB} + E_{pB} = \frac{1}{2} m v_b^2 + mgh_1$$

$$\left(v_B^2 = 2g(h_0 - h_1) \right)$$

$$E_B = \frac{m v_b^2}{2} + mgh_1 = \frac{m}{\cancel{2}} \cancel{2}g(h - h_1) + mgh_1$$

$$E_B = mgh - \cancel{mgh_1} + \cancel{mgh_1}$$

$$\underline{E_B = mgh}$$

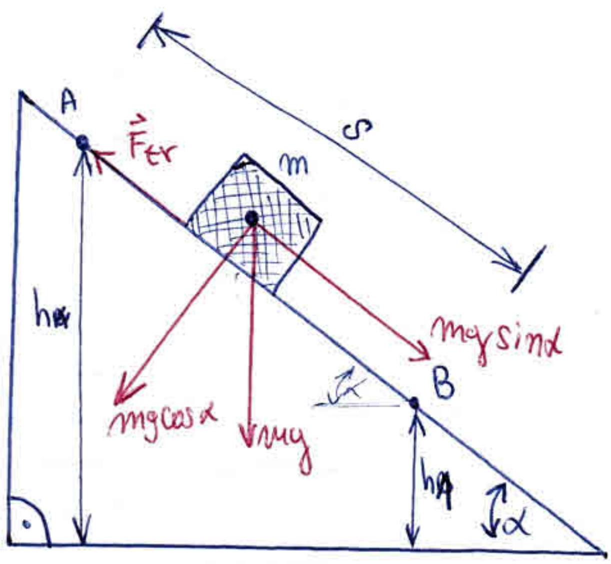
$$E_C = E_K = \frac{m v_c^2}{2} \qquad v_c^2 = 2gh$$

$$E_C = \frac{m}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2}gh$$

$$\underline{E_C = mgh}$$

б) Клизање тијела низ косу раван

$\boxed{\mu = 0}$



$$E_A = mgh$$

$$E_B = \frac{1}{2} v_B^2 m + mgh_1$$

$$v_B^2 = 2aS = 2a\left(\frac{h - h_1}{\sin\alpha}\right)$$

$$\left[S = \frac{h - h_1}{\sin\alpha}, \quad a = g\sin\alpha \right]$$

$$E_B = \frac{1}{\cancel{2}}\cancel{2}mg\cancel{\sin\alpha}\,\frac{(h-h_1)}{\cancel{\sin\alpha}} + mgh_1 = mgh \cancel{- mgh_1 + mgh_1} = mgh$$

$$\boxed{E_B = E_A} \checkmark$$

$$\boxed{\mu \neq 0}$$

$$F_{tr} = \mu mg\cos\alpha$$

$$v_B^2 = \cancel{v_{B0}^2}^{\,0} + 2as$$

$$E_A = mgh$$

$$v_B^2 = 2\cdot(g\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\cdot\frac{(h-h_1)}{\sin\alpha}$$

$$v_B^2 = 2\,\frac{h-h_1}{\sin\alpha}\,(g\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

$$ma = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha \quad /:m$$

$$a = g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha$$

$$E_B = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_1$$

$$E_B = \frac{1}{\cancel{2}}m\,\cancel{2}g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\,\frac{h-h_1}{\sin\alpha} + mgh_1$$

$$E_B = mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\,\frac{h-h_1}{\sin\alpha} + mgh_1$$

$$E_B = mg(h-h_1) - mg\mu\cos\alpha\,\frac{h-h_1}{\sin\alpha} + mgh_1$$

$$E_B = mgh \cancel{- mgh_1} - mg\mu\cos\alpha\,\overset{s}{\frac{h-h_1}{\sin\alpha}} \cancel{+ mgh_1}$$

$$E_B = mgh - \underbrace{mg\cos\alpha\,\mu}_{F_{tr}}\cdot s$$

$$A_{tr} = F_{tr}\cdot s$$

$$\boxed{E_B = mgh - A_{tr}}$$

$$\boxed{E_B = E_A - A_{tr}}$$

(Дио енергије се потроши на савлађивање силе трења)

(19) СУДАР ДВА ТИЈЕЛА

- Судар два тијела може бити: еластичан и нееластичан

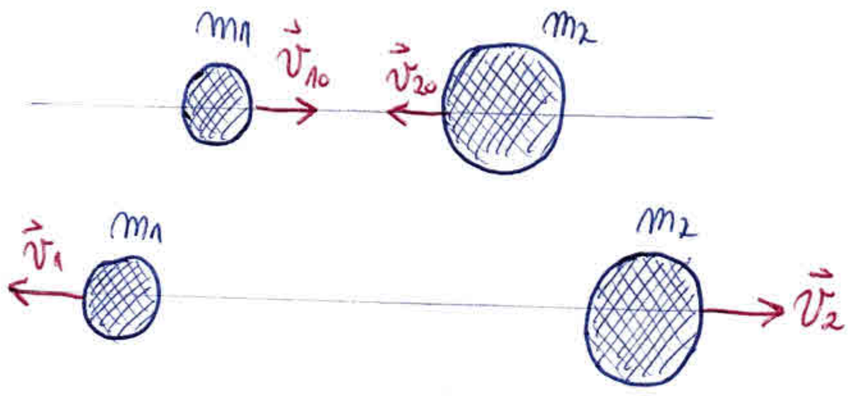
- Код нееластичних судара тијела се деформишу, што значи да се кинетичка енергија дјелимично трансформише у механичке облике енергије.

$$m_1\vec{v}_{10} + m_2\vec{v}_{20} = (m_1+m_2)\vec{v}$$

- Код нееластичног судара тијела се деформишу и међусобно „слијепе" и након судара се крећу заједничком брзином

$$\vec{v} = \frac{m_1\vec{v}_{10} + m_2\vec{v}_{20}}{m_1+m_2}$$

* Код еластичног судара не долази до деформације тијела.



ЗОИ: $m_1\vec{v}_{10} + m_2\vec{v}_{20} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

$$m_1(\vec{v}_{10} - \vec{v}_1) = m_2(\vec{v}_2 - \vec{v}_{20})$$

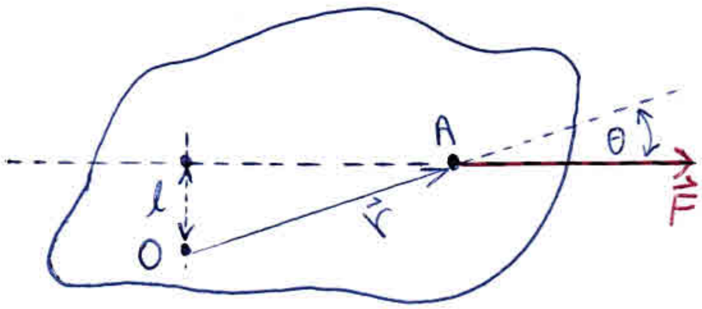
ЗОЕ: $\frac{1}{2}m_1 v_{10}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{20}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 \quad / \cdot 2$

$$m_1(v_{10}^2 - v_1^2) = m_2(v_2^2 - v_{20}^2)$$

$$m_1(v_{10}-v_1)(v_{10}+v_1) = m_2(v_2-v_{20})(v_2+v_{20})$$

$$\boxed{v_{10}+v_1 = v_2+v_{20}}$$

20 Момент силе



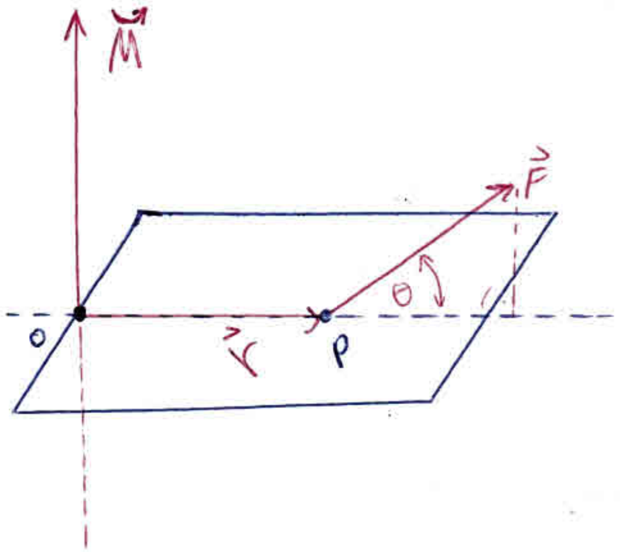
- Растојање l назива се КРАК СИЛЕ.

$M = Fl$ (момент силе)

$l = r\sin\theta$

$$\boxed{M = Fr\sin\theta}$$

$$\boxed{\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}}$$



(момент силе)

$$\boxed{\vec{M} = \vec{\alpha} I}$$ $$\boxed{I = mr^2}$$ (момент инерције)

Основна једначина ротационог кретања

21 Момент инерције

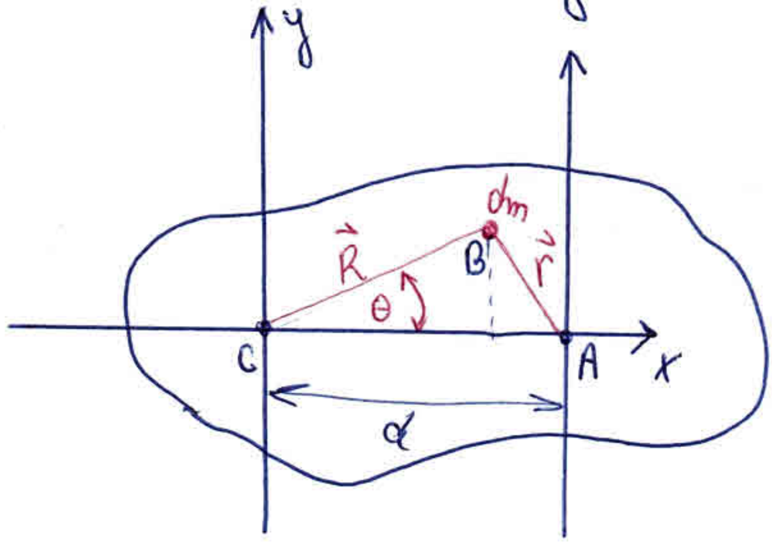
- У ротационом кретању има улогу као и маса код транслаторног кретања.

$$\boxed{I = mr^2}$$ (тензорска, а не скаларна величина)

- За геометријски правилна тијела се може одредити док се за неправилна тијела утврђује експериментално
- Код крутих тијела се прелази на интеграл.

22 Штајнерова теорема

- Даје везу између момента инерције неког крутог тијела које ротира око осе која ~~ротира~~ пролази кроз његов центар масе и момента инерције тог тијела ако ротира око било које осе која је паралелна са претходном.



$$I_c = \int R^2 dm$$

$$I = \int r^2 dm$$

$$r^2 = R^2 + d^2 - 2dR\cos\theta$$

$$dm = R\cos\theta$$

$$I = \int R^2 dm + d^2 \int dm - \cancel{2d\int x\,dm}^{\,0}$$

$$\boxed{I = I_c + md^2}$$

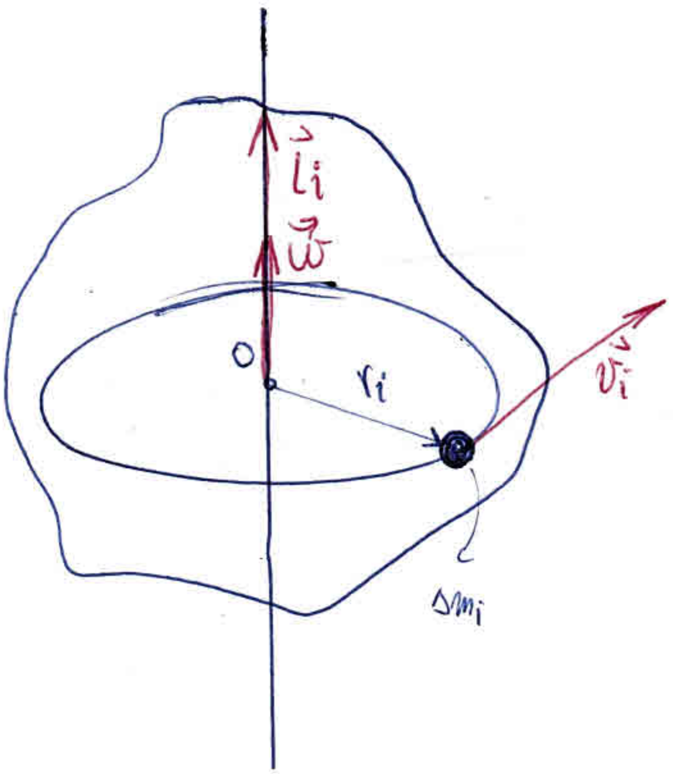
(23) Момент импулса

$$\boxed{\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}}$$

- Смјер се одређује правилом десне руке.

$$\boxed{L = mvr\sin\theta} \qquad \theta = \angle(\vec{r}, m\vec{v})$$

$$\boxed{L = mvr} \qquad (\text{за } \theta = \tfrac{\pi}{2})$$



Δm_i - дио масе

r_i - удаљеност Δm_i од центра

$$L_i = r_i \Delta m_i v_i = \Delta m_i r_i^2 \omega$$

$$(v_i = \omega r_i)$$

$$L = \sum L_i = \sum m_i r_i \omega^2 = I\omega$$

$$\boxed{\vec{L} = I\vec{\omega}}$$

24. ЗАКОН ОДРЖАЊА МОМЕНТА ИМПУЛСА

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times m\vec{v})$$

$$= \cancel{\left(\frac{d\vec{r}}{dt} \times m\vec{v}\right)} + \left(\vec{r} \times \frac{d m\vec{v}}{dt}\right)$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = r \times \vec{F} = \vec{M}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = I\frac{d\vec{\omega}}{dt} = I\vec{\alpha} = \vec{M}$$

Закон одржања момента импулса

$$\vec{M} = \frac{dL}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = const.$$

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2 = \ldots\ldots = const.$$

Ако I расте ω се смањује и обрнуто (балерина, итд)

25. РАД И СНАГА КОД РОТАЦИОНОГ КРЕТАЊА

Обртај за $d\theta$ па је $ds = r d\theta$

$$dA = F_t ds = F_t r d\theta \quad (\text{будући да је } \vec{M} = F_t r)$$

$$\boxed{dA = M d\theta}$$ (елементарни рад)

$$A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M d\theta \qquad \text{ако је } M = const \Rightarrow \qquad A = M(\theta_2 - \theta_1)$$

Снага:

$$P = \frac{dA}{dt} \qquad\qquad P = M\frac{d\theta}{dt} = M\omega$$

$$\boxed{P = \vec{M} \times \vec{\omega}}$$

(26) Кинетичка енергија код ротационог кретања

$$dA = M d\theta = I\frac{d\omega}{dt}\omega dt = I\omega\left(\frac{d\omega}{\cancel{dt}}\cancel{dt}\right) = I\omega d\omega$$

$$A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M d\theta = \int_{\omega_1}^{\omega_2} I\omega d\omega = \frac{1}{2}I\omega_2^2 - \frac{1}{2}I\omega_1^2$$

$$\boxed{E_K = \frac{1}{2}I\omega^2}$$

- У општем случају тијело може имати и кинетичку енергију и ротациону и транслаторну:

$$\boxed{E_K = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_c\omega^2}$$

(27) Хармонијске осцилације

Хармонијске осцилације - најпростији облик осциловањ где се промјена положаја описује периодичном (синусном или косинусном).

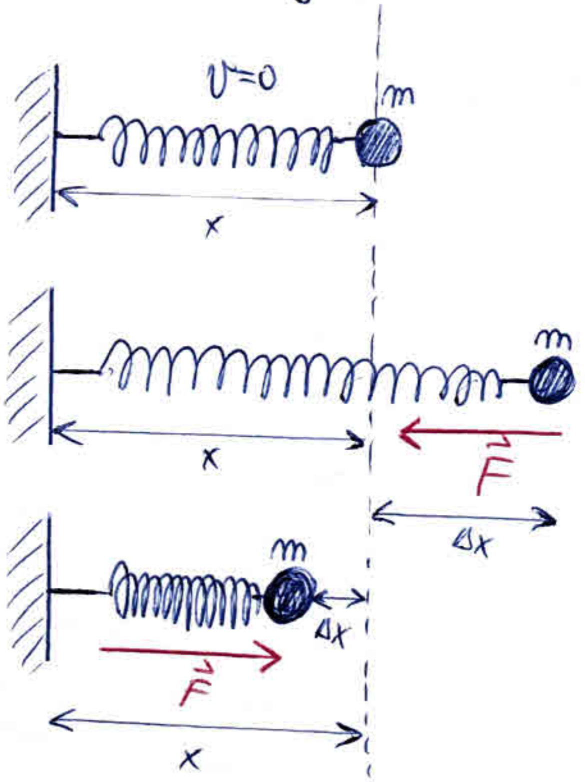
$$F = -kx$$

$$ma = -kx$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0}$$

(хомогена диф. јед. II реда)



$$x(t) = \overset{\text{амплитуда}}{A} \sin(\underbrace{\omega_0 t + \varphi}_{\text{фаза}})$$

почетна фаза

елонгација

кружна фреквенција

$$\boxed{x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi)}$$ елонгација

Брзина :

$$v = \frac{dx(t)}{dt} = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \phi + \frac{\pi}{2})$$

$$\boxed{v = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \phi + \frac{\pi}{2})}$$

Убрзање:

$$a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \phi) = A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \phi - \pi)$$

$$\boxed{a(t) = A\omega_0^2 \sin(\omega_0 + \phi + -\pi)}$$

- фазе елонгације, брзине и убрзања разликују се за $\frac{\pi}{2}$ односно π.

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$ кружна фреквенција

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$ период

28 ЕНЕРГИЈА ХАРМОНИЈСКОГ ОСЦИЛАТОРА

$$E = E_k + E_p$$

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left[A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)\right]^2$$

$$= \frac{1}{2} m A^2 \omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$= \frac{1}{2} \cancel{m} A^2 \frac{k}{\cancel{m}} \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$= \frac{1}{2} A^2 k \underbrace{\cos^2(\omega_0 t + \varphi)}_{max = 1}$$

$$\boxed{E_{k\,max} = \frac{1}{2} A^2 k}$$

$E_p = \frac{1}{2}kx^2$

$= \frac{1}{2}k\left[A\sin(\omega t+\varphi)\right]^2$

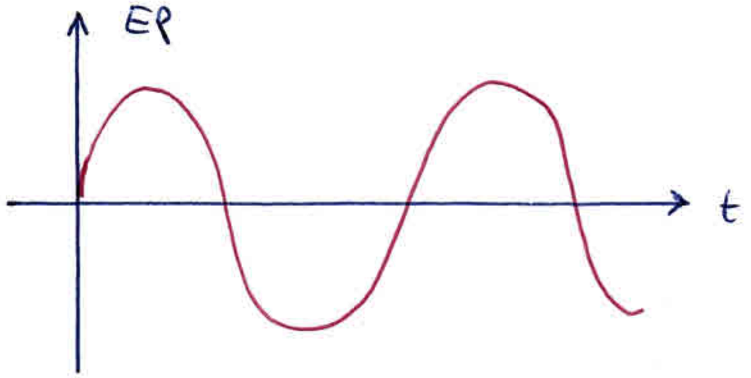
$= \frac{1}{2}kA^2 \underbrace{\sin^2(\omega t+\varphi)}_{\max 1}$

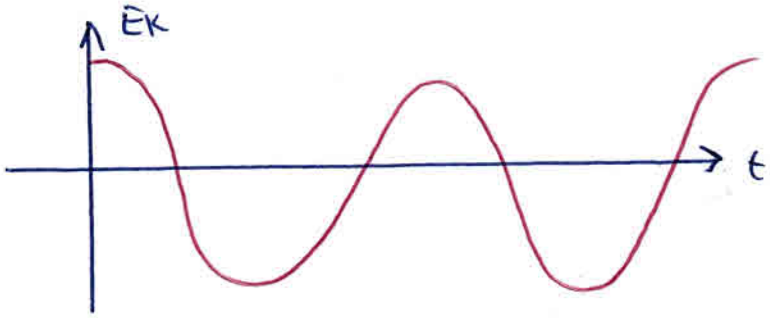
$\boxed{E_p = \frac{1}{2}kA^2}$

$E = E_p + E_k$

$E = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\varphi) + \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t+\varphi)$

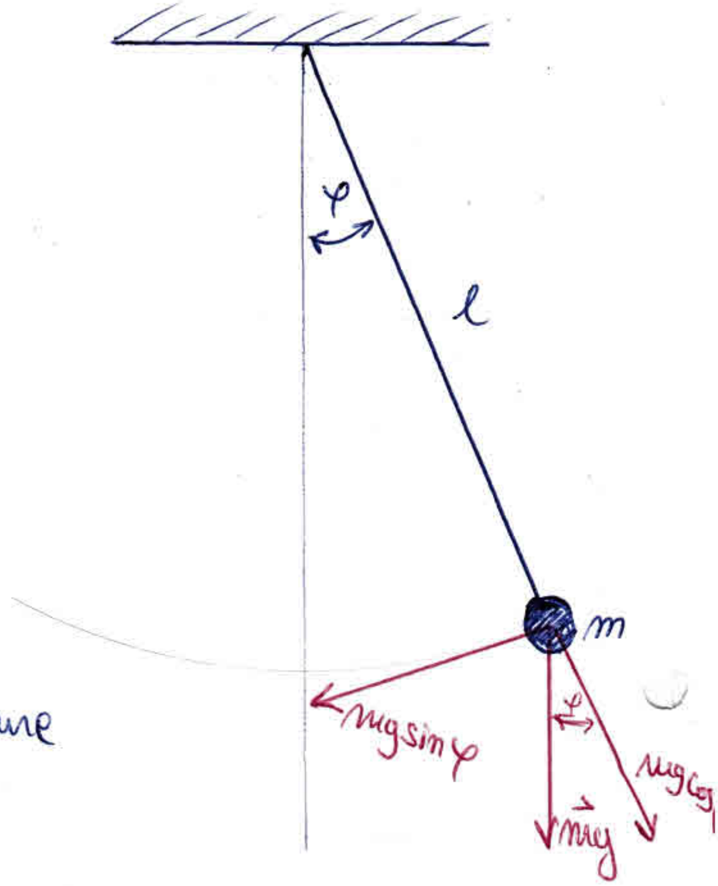
$\boxed{E = \frac{1}{2}kA^2} = \text{const.}$





29 МАТЕМАТИЧКО КЛАТНО

- Математичко клатно је тијело занемарљиве масе и димензија окачено о нерастегљиву нит.



$$M = -mg\sin\varphi\, l$$

(минус јер су угаоно померање и момент силе супротно усмјерени)

$$M = I\alpha \qquad I = ml^2$$

$$ml^2 \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mg\sin\varphi \cdot \cancel{l}$$

$$ml \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mg\sin\varphi$$

За мале углове: $\sin\varphi \approx \varphi$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\varphi = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\varphi = 0}$$

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}}$$

$$\Phi = A\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

(рјешење једначине)

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

(Не зависи од масе!)

30 Физичко клатно

$$M = -mgs\sin\varphi$$

$$I\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgs\sin\varphi$$

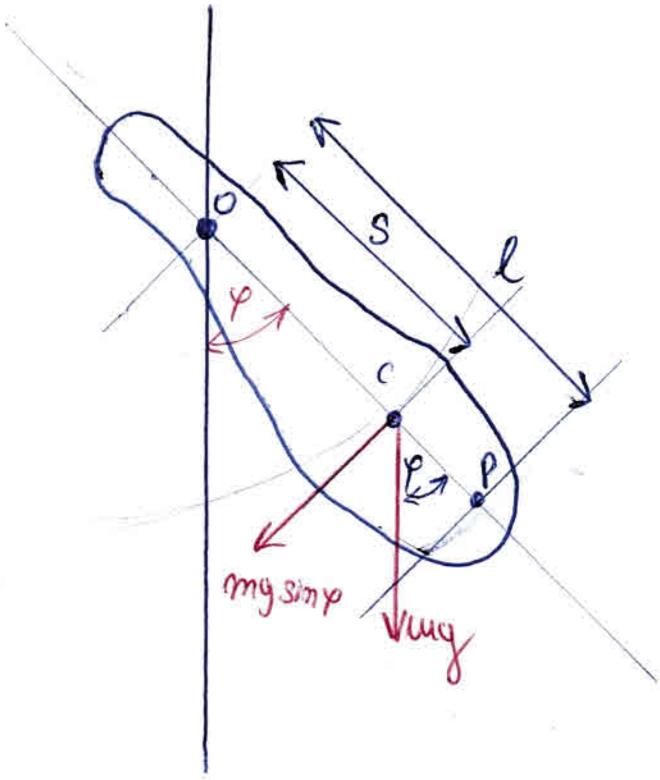
За мале углове:

$$\sin\varphi \approx \varphi$$

$$I\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgs\varphi$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{\cancel{m}gs}{\cancel{m}s^2}\varphi = 0$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{s}\varphi = 0$$



$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{mgs}{I}}}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgs}}}$$

31 Пригушене осцилације

- Код пригушених осцилација амплитуда се смањује.
- До пригушења долази због отпора средине у којој се осцилације врше, даље долази до губитка енергије.

$$\vec{F} = -\lambda\vec{v} \qquad \vec{F} = -kx$$

$$ma = -kx - \lambda v \;/$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - \lambda\frac{dx}{dt} \;/:m$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x - \frac{\lambda}{m}\frac{dx}{dt}$$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x + \underbrace{\frac{\lambda}{m}}_{2\gamma}\frac{dx}{dt} = 0}$$

$$2\gamma = \frac{\lambda}{m}$$

$$\boxed{\gamma = \frac{\lambda}{2m}}$$

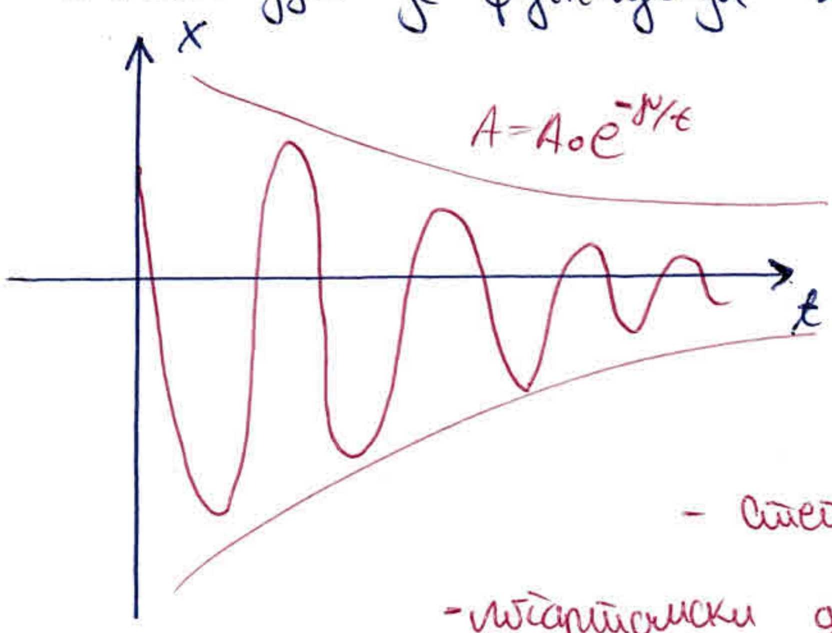
(фактор пригушења)

$$\boxed{\omega = \sqrt{k/m}}$$

(природна, властита фреквенција)

$$\boxed{x_0 = A_0 e^{-\gamma t}\cos(\omega t + \varphi)}$$

- Амплитуда је функција времена.



- степен пригушења: $e^{\gamma T}$
- логаритамски декремент: $\delta = \ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = \gamma T$
- фактор доброте:

$$Q = \frac{E_1}{E_1 - E_2} \approx \frac{1}{2\delta}$$

32) Принудне осцилације

- Јављају се при дјеловању неке вањске силе која има периодични карактер.

$$F = F_0 \cos(\omega t)$$

$$ma = -kx - \lambda v - F_0 \cos \omega t$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - \lambda \frac{dx}{dt} - F_0 \cos \omega t \quad / : m$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} x + \frac{\lambda}{m} \frac{dx}{dt} = \overset{f_0}{\frac{F_0}{m}} \cos \omega t$$

$\mu = \frac{\lambda}{2m}$ (фактор пригушења)

$\omega_0 = \sqrt{k/m}$ (сопствена фреквенција)

$f_0 = F/m$ сила по јединици масе

Рјешење: збир рјешења хомогене једначине и партикуларног рјешења нехомогене једначине