Анализа кола у простопериодичном режиму.

Основи електротехнике 2

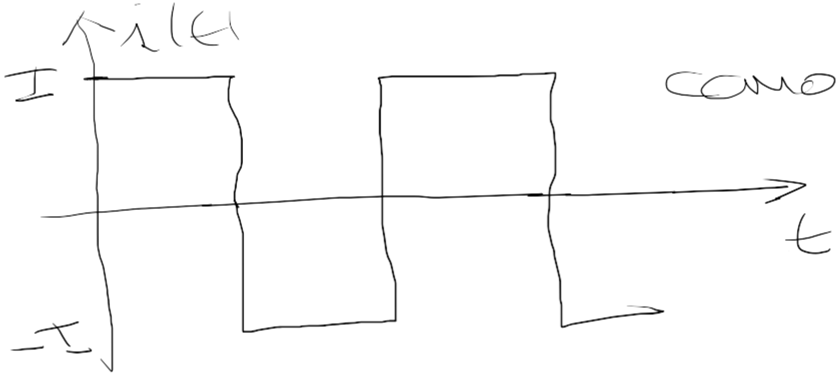
Предавање: 7. блок

Датум: 7.4.2023.

ЕЛЕКТРИЧНЕ МРЕЖЕ СА ВРЕМ. ПРОМЈЕНЉИВИМ СТРУЈАМА

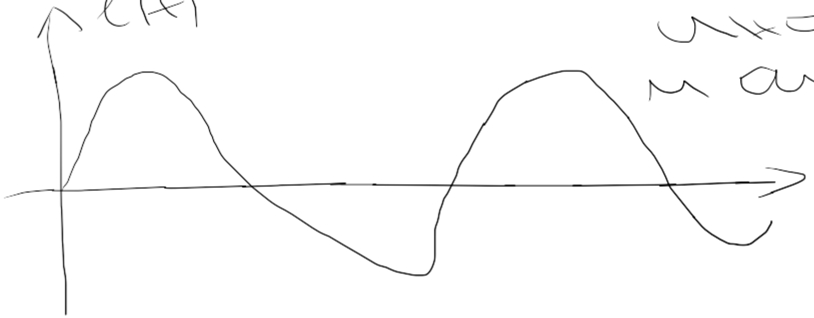
- Општи уводни и појмови

Струје и напони се мијењају у функцији времена



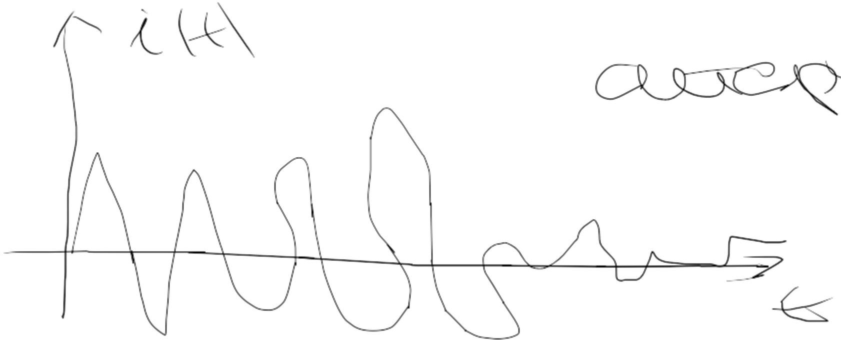
само смјер

јачина струје се мијења



инт. и смјер

Промјенљиве величине се дијеле на
- апериодичне
- периодичне

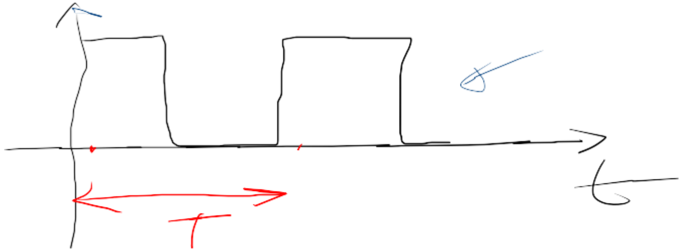


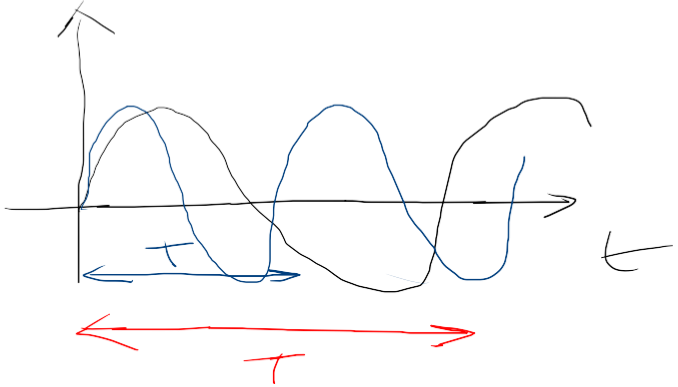
апериодична

f(t)

T – период периодичне ф-је

$f(t+T) = f(t)$





симетричне периодичне величине

$$f\left(t + \frac{T}{2}\right) = -f(t)$$

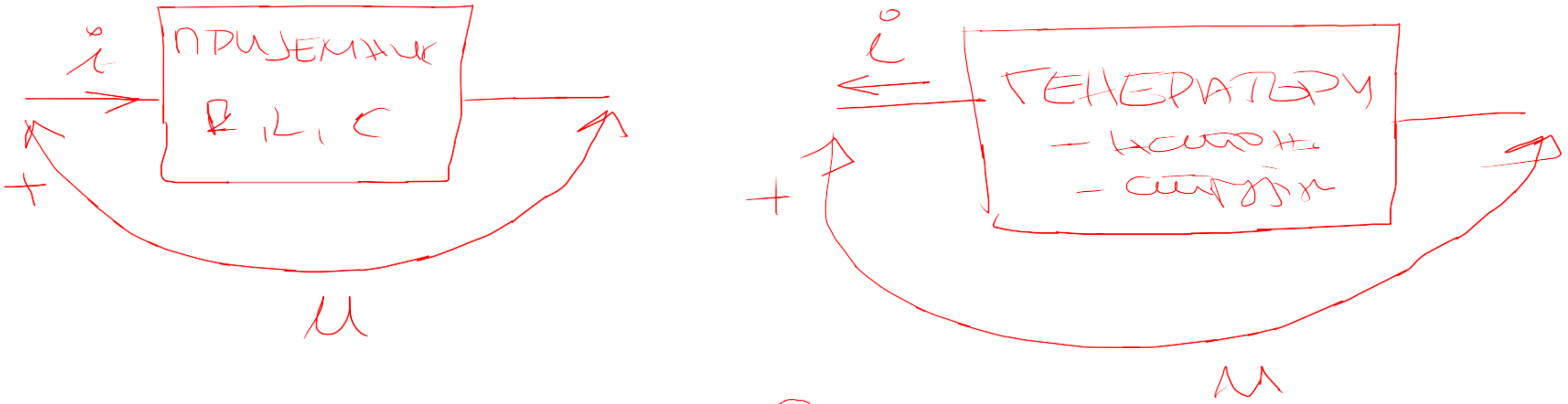
T – период

– простопериодичне величине → мијењају се у t по синусном или косинусном закону

Основни елементи у мрежама са временски променљивим струјама

- генератори (напонски и струјни)
- линеарни отпорник (R)
- кондензатори са лин. диел. (C)
- калемови без феромагн. језгра (односно оне са феромагн. језгром у лин. режиму) (L)

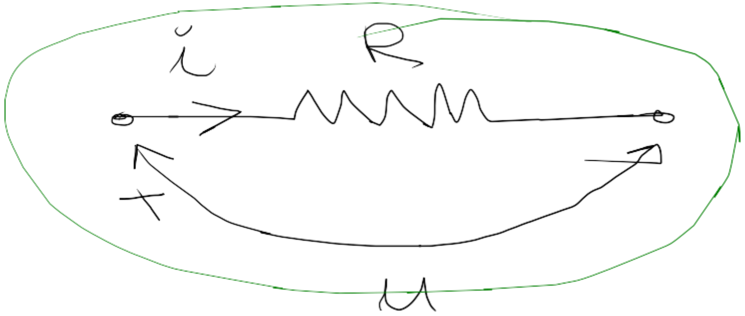
пријемници



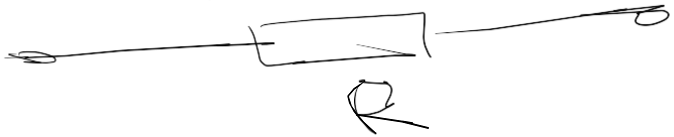
Говоримо о тренутној вредности у посматраном тренутку времена ⟹

- отпорник

$$u(t) = R\,i(t) \Rightarrow i(t) = \frac{u(t)}{R}$$



ОЕТ1



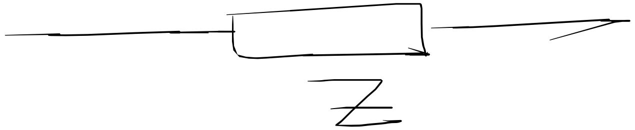
$$i(t) = G\,u(t)$$

$$RG = 1$$

$$R \neq f(t)$$

$$R\,[\Omega]$$

ОЕТ 2

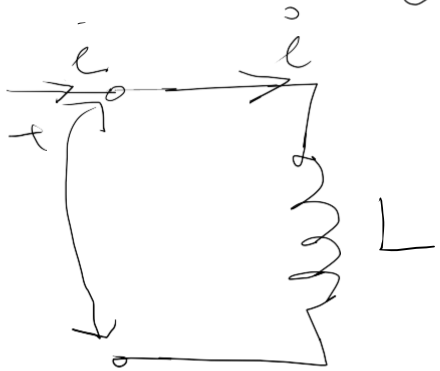


импеданса

– индуктивни калем (индуктивитет)

– калеми или завојнице

$$u(t) = L\frac{di(t)}{dt} \Rightarrow i(t) = \frac{1}{L}\int u(t)\,dt + I_0$$



$L(t)$

$L \neq f(t)$

– конденсатор

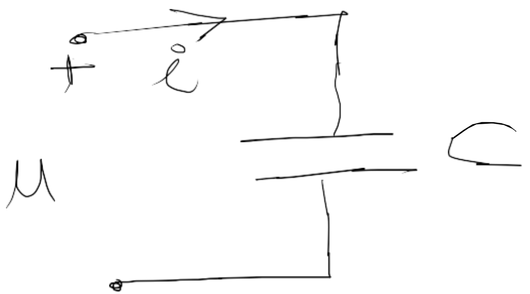
$$Q = C \cdot U \qquad q = \int i\,dt$$

$$Q(t) = C \cdot u(t)$$

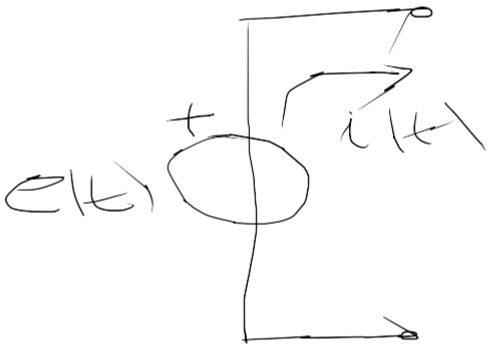
$$i(t) = \frac{dQ(t)}{dt}$$

$$i(t) = \frac{d}{dt}\left(C\,u(t)\right) = C\,\frac{du}{dt}$$

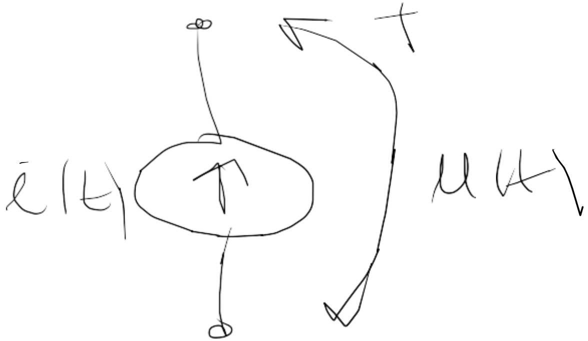
ТЕК



$$\Rightarrow u(t) = \frac{1}{C}\int i(t)\,dt + U_0$$



ИНТ



ИСТ

КИРХОФОВИ ЗАКОНИ ЗА КОЛА СА ВРЕМ. ПРОМЈЕНЉИВИМ СТРУЈАМА

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n} i_k(t) = 0}$$ ПРВИ КИРХОФОВ ЗАКОН (у сваком тренутку)

$\begin{cases} \text{„+" ка чвору} \\ \text{„−" од чвора} \end{cases}$ а може и обрнуто

$$u_{AB}(t) = \sum u(t)$$ од А до В

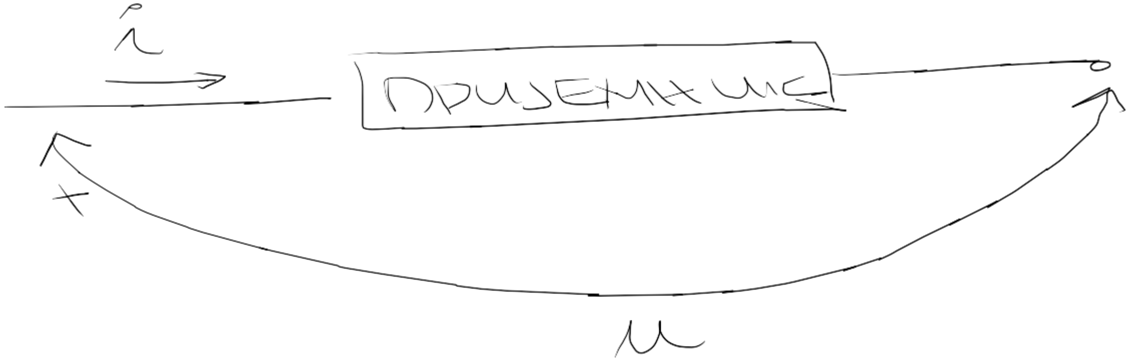
$$\sum_{k=1}^{n} u_k(t) = 0$$ ДРУГИ КИРХОФОВ ЗАКОН (у сваком тренутку времена)

$\begin{cases} \text{„+" ако се прво наиђе на „+" напона} \\ \text{„−"} \end{cases}$

Снага у мрежама са временски промјенљивим струјама

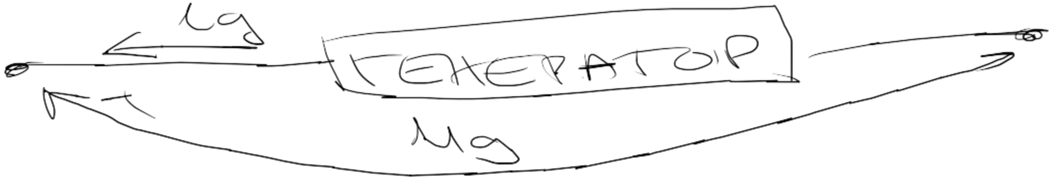
Тренутна вриједност снаге пријемника је

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$



Тренутна вриједност снаге генератора је

$$p_g(t) = u_g(t) \cdot i_g(t)$$



ПРОСТОПЕРИОДИЧНЕ ВЕЛИЧИНЕ

$y = \sin t$

$y = \cos t$

$\sin x = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

$-\infty < t < \infty$

$i(t) = I_m \cos(\underbrace{\omega t + \psi})$

тренутна вриједност

ненегативна const.
АМПЛИТУДА

тренутна фаза
$\omega t + \psi$

$\omega > 0$ [rad/s]
кружна учестаност

ψ за $t = 0$
почетна фаза
$(-\pi, \pi]$, 0 до 2π

$u(t) = U_m \cos(\omega t + \theta)$

почетна фаза
фаза за $t = 0$

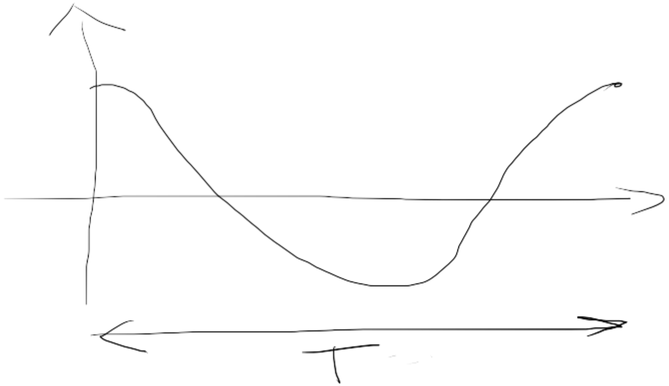
КАНОНИЧНИ ОБЛИК

$$i(t) = I_m \cos\left(\omega t + \psi - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$I_m \sin(\omega t + \psi)$$

исто је

Период

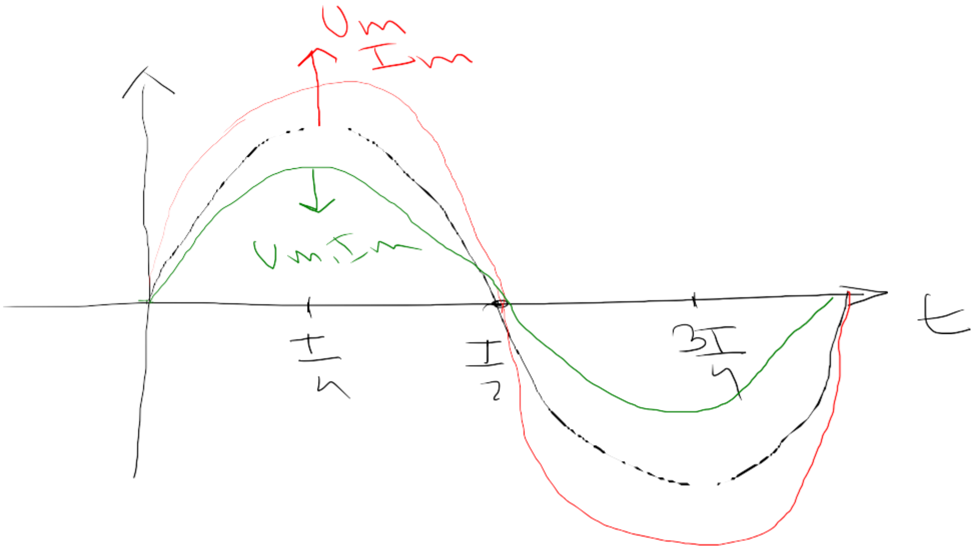


$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

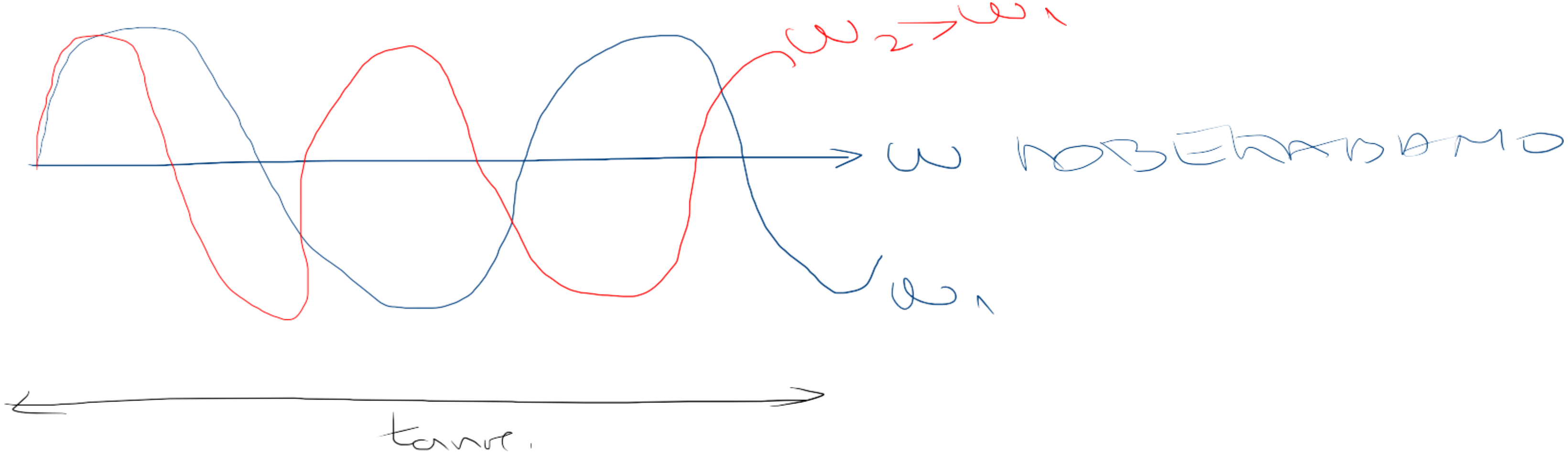
$$f = \frac{1}{T}$$ фреквенција

f [Hz] херц

$$\omega = 2\pi f$$



U_m I_m
U_m, I_m
t
$\frac{T}{4}$
$\frac{T}{2}$
$\frac{3T}{4}$



$\omega_2 > \omega_1$
ω ПОВЕЋАВАМО
ω_1
time

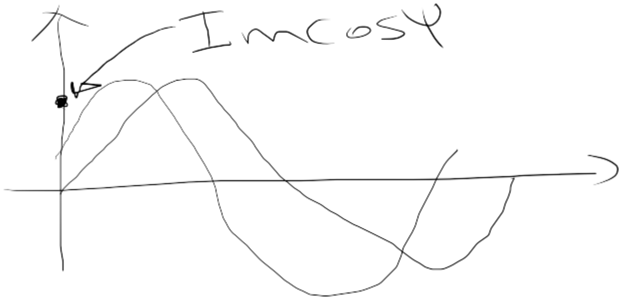
$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

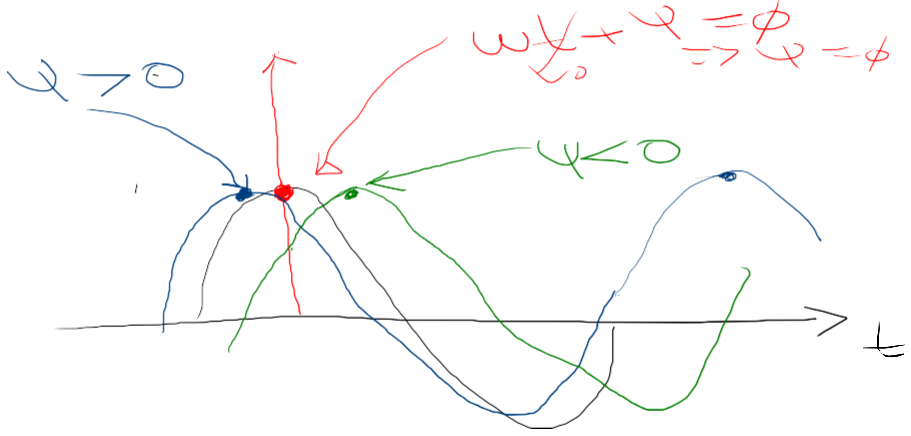
$i(t) \to \max_{I_m}$ ako je $\cos(\omega t + \psi) = 1$

$$\omega t + \psi = 0$$

$$\omega t = -\psi$$

Ako je $\psi > 0 \Rightarrow$





$\psi < 0$ $\omega t = -\psi$

$\cos(\omega t + \psi) = 1$

$u_1(t) = U_{m1}\cos(\omega t + \theta_1)$ $\qquad$ $i_1(t) = I_{m1}\cos(\omega t + \psi_1)$

$u_2(t) = U_{m2}\cos(\omega t + \theta_2)$ $\qquad$ $i_2(t) = I_{m2}\cos(\omega t + \psi_2)$

$\frac{U_{m1}}{U_{m2}}$ и $\frac{I_{m1}}{I_{m2}}$ $\qquad$ $\cancel{\frac{U_{m1}}{I_{m2}}}$

$(\omega t + \theta_1) - (\omega t + \theta_2) = \theta_1 - \theta_2$

$\theta_1 = \theta_2$ у фази

$\theta_1 > \theta_2$ $\Rightarrow$ u_1 фазно претходи u_2

$\theta_1 < \theta_2$ $\Rightarrow$ u_1 фазно касни за u_2

$\theta_1 - \theta_2 = \pi$ у противфази

$\theta_1 - \theta_2 = \pm\frac{\pi}{2}$ у квадратури

$$(\omega t + \theta_1) - (\omega t + \psi_2) = \theta_1 - \psi_2$$

Кажемо $i_1(t)$ фазно предњачи/касни у односу на $i_2(t)$.

СРЕДЊА ВРЕДНОСТ $f(t)$ на неком интервалу (a,b)

$$I_{sr} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)\,dt$$

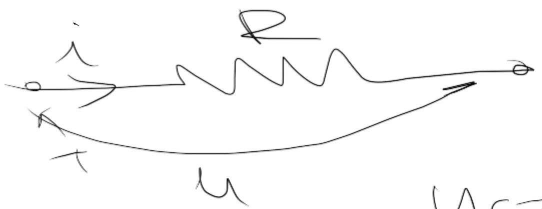
$i(t) = I_m \cos\omega t$ на једном периоду T је

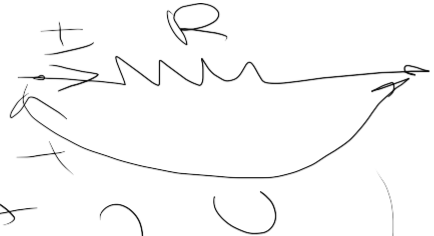
$$I_{sr} = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T I_m \cos\omega t\,dt = \frac{I_m}{T}\frac{1}{\omega}(\sin\omega t)\Big|_0^T$$

$$= \frac{I_m}{\omega T}\left(\sin\frac{2\pi}{T}\cdot T - 0\right) = 0$$

ЕФЕКТИВНА ВРИЈЕДНОСТ

$I \qquad i(t) \qquad R$





исто стање?

$$p(t) = u(t)\, i(t) = R \cdot i^2(t)$$

$$P_{SR} = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T R i^2(t)\,dt = R I^2$$

$$I^2 = \frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\,dt \Rightarrow I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\,dt}$$

$$i(t) = I_m \cos\omega t \Rightarrow I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2 \cos^2\omega t\,dt}$$

$$I^2 = \frac{1}{T}\int_0^T I_m^2\,\frac{1+\cos 2\omega t}{2}\,dt = \frac{1}{T}\,\frac{I_m^2}{2}\,T \Rightarrow \boxed{I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}}$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

угаона учестаност

$$= \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi)$$

$\sqrt{2} I = I_m$

ефективна вредност

фаза

почетна фаза

$$u(t) = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \theta)$$

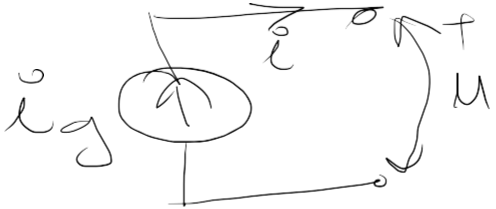
$$\sqrt{2} U = U_m$$

ЕЛЕМЕНТИ КОЛА У ПРОСТОПЕРИОДИЧНОМ РЕЖИМУ

— ИНГ

$u(t) = e(t) \neq f(i(t))$

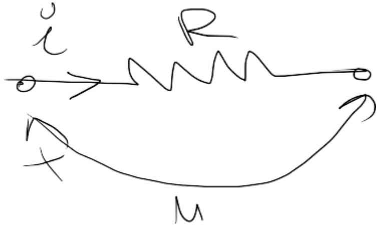
— ИСГ



$i(t)$

$i = i_g \neq f(u)$

— отпорник



$u = R \cdot i$

$i = G u$

$p(t) = u(t)\, i(t)$

$= R i^2(t) = \dfrac{u^2(t)}{R}$

$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi)$

$u(t) = R i(t) = \sqrt{2} R I \cos(\omega t + \psi) = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \theta)$

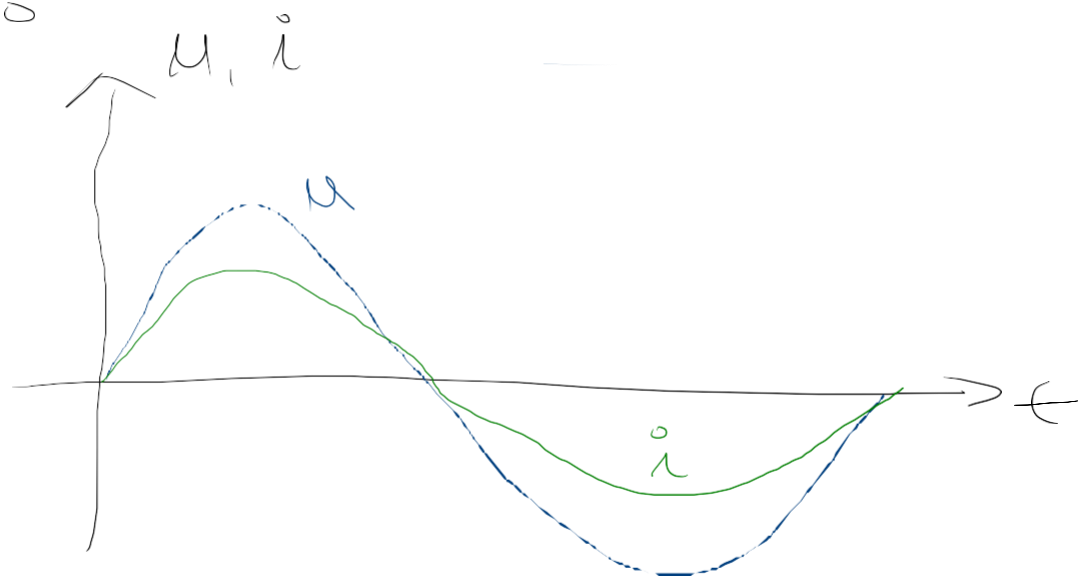
фазна разлика
напона и струје

$\Rightarrow U = RI \qquad \theta = \psi \qquad \Rightarrow \varphi = \theta - \psi = 0$

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = 2RI^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

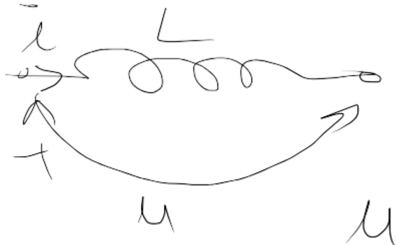
$$= RI^2\left(1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)\right)$$

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt = \ldots = RI^2$$



- Kondansatör?

$$u = L\frac{di}{dt}$$



$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi)$$

$$u(t) = L\frac{di}{dt} = -\omega L \sqrt{2} I \sin(\omega t + \psi)$$

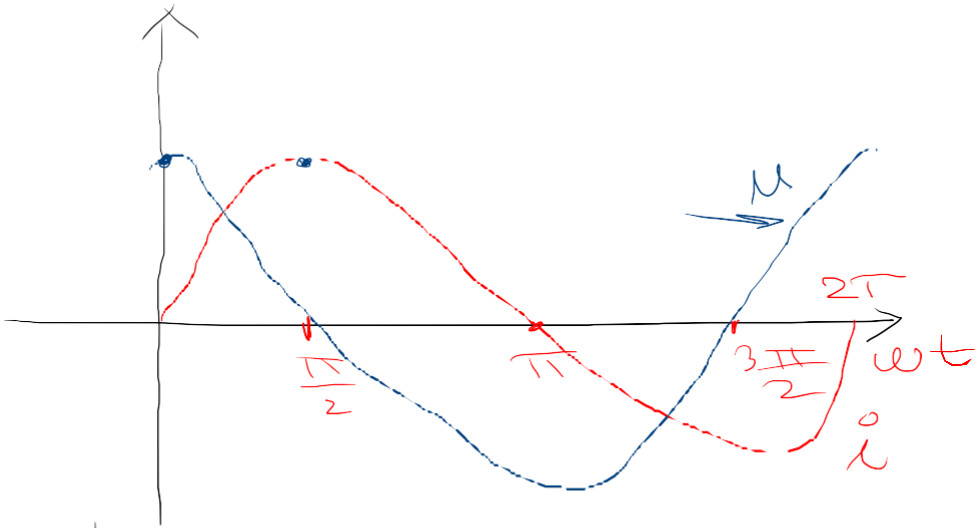
$$= \sqrt{2}\,\omega L I \cos\left(\omega t + \psi + \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2}\, U \cos(\omega t + \theta)$$

$$\Rightarrow \quad U = \omega L I$$

$$\theta = \psi + \frac{\pi}{2}$$

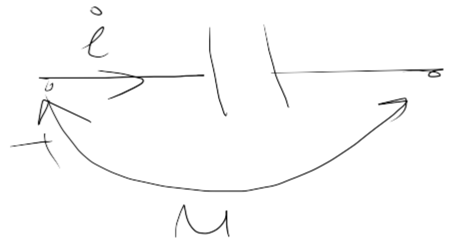
$$\phi = \theta - \psi = \frac{\pi}{2}$$

$P_{SR} = \phi$



$$p(t) = u(t)\, i(t) = \ldots = \omega L I^2 \sin(2\omega t + 2\theta)$$

– конденсатор



$$i = C\frac{du}{dt}$$

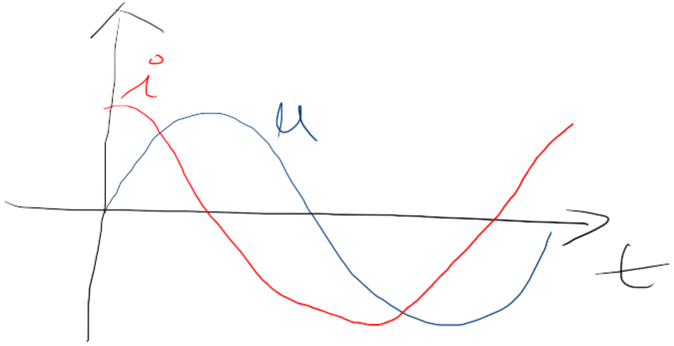
$$u(t) = \sqrt{2}\,U\cos(\omega t + \theta)$$

$$i(t) = \sqrt{2}\,\omega C U \cos\left(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= \sqrt{2}\,I\cos(\omega t + \psi)$$

$$\Rightarrow I = \omega C U \qquad \psi = \theta + \frac{\pi}{2}$$

$$\phi = \theta - \psi = -\frac{\pi}{2}$$



$$p(t) = u(t)\cdot i(t)$$

$$= \dots = -\omega C U^2 \sin(2\omega t + 2\theta)$$

$$P_{sr} = \emptyset$$

$U = RI \qquad U = \omega L I \qquad U = \dfrac{I}{\omega C}$

омічний опір

$U = Z \cdot I$

[illegible] [illegible]

$Z\,[\Omega]$ імпеданс

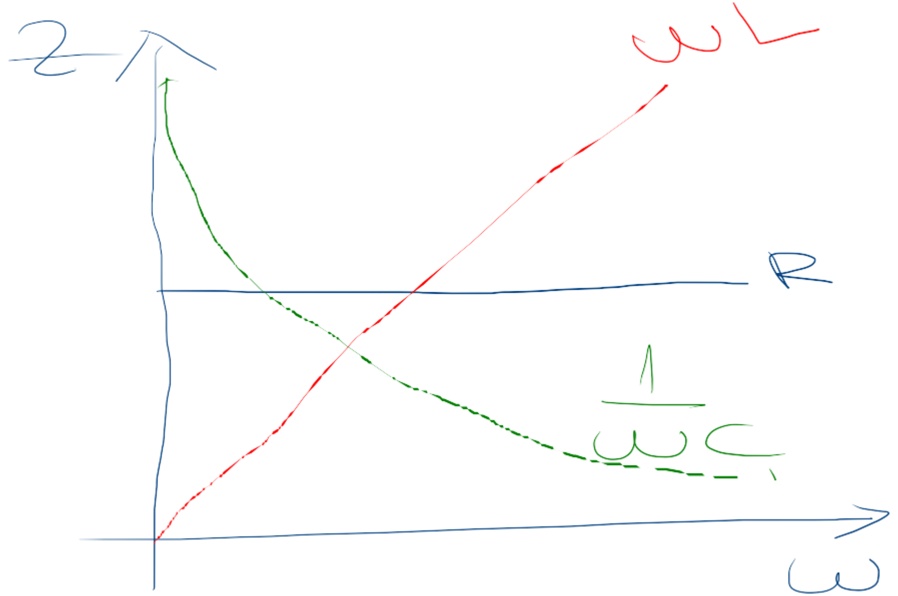
ом

$Z \geq 0$

$Y = \dfrac{1}{Z}$ адмітанс

$Y\,[S]$ сименс

$Y \geq 0$



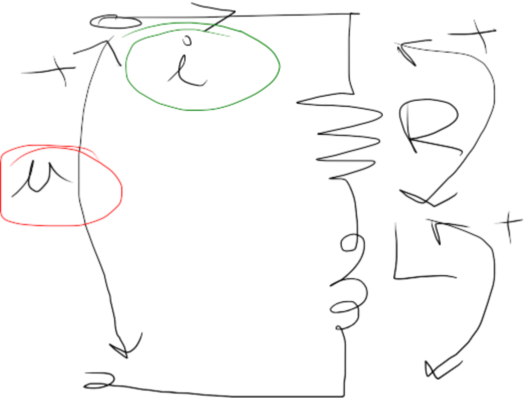
Анализа кола у простопериодичном режиму

$$\sum_{c} i(t) = 0 \qquad \sum_{c} u(t) = 0$$

\+ струјно-напонске (i-u) релације

$$u = Ri \qquad u = L\frac{di}{dt} \qquad i = C\frac{du}{dt}$$

Пример:



$i(t) = \sqrt{2} I \cos\omega t$ познато

$$\left.\begin{aligned} u &= u_R + u_L \\ u_R &= Ri \\ u_L &= L\frac{di}{dt} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} u(t) &= \sqrt{2} R I \cos\omega t + L\frac{di}{dt} \\ &= \sqrt{2} R I \cos\omega t - \omega L I \sqrt{2} \sin\omega t \\ &= \sqrt{2}\, \underset{?}{U} \cos(\omega t + \underset{?}{\theta}) \end{aligned}$$

$$u(t)=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\theta)$$

$$=\sqrt{2}U(\cos\omega t\cdot\cos\theta-\sin\omega t\cdot\sin\theta)$$

$$=\sqrt{2}\,\boxed{RI}\cos\omega t-\sqrt{2}\,\omega LI\sin\omega t$$

$$\left.\begin{aligned} U\cdot\cos\theta&=RI\\ U\cdot\sin\theta&=\omega LI\end{aligned}\right\}\Rightarrow \begin{aligned}\theta&=?\\ U&=?\end{aligned}$$

$$\operatorname{tg}\theta=\frac{\omega L}{R}\Rightarrow\theta=\operatorname{arctg}\frac{\omega L}{R}$$

$$U^2(\cancel{\cos^2\theta+\sin^2\theta})=I^2(R^2+(\omega L)^2)$$

$$U=I\sqrt{R^2+(\omega L)^2}$$

$$u(t)=\sqrt{2}I\sqrt{R^2+(\omega L)^2}\cos\left(\omega t+\operatorname{arctg}\frac{\omega L}{R}\right)$$

Pitanja za provjeru znanja

1. Kirhofovi zakoni za kola vremenski promjenljivim strujama.
2. Snaga u kolima vremenski promjenljivim strujama.
3. Osnovni pojmovi o prostoperiodičnim veličinama (napisati izraz za prostoperiodičnu promjenu struje/napona u kanoničnom obliku i naznačiti osnovne pojmove: amplituda, trenutna faza, kružna učestanost, početna faza.
4. Srednja vrijednost proizvoljne funkcije f(t). Odrediti srednju vrijednost prostoperiodične struje i(t). Koja je fizička interpretacija srednje vrijednosti?
5. Efektivna vrijednost prostoperiodične struje i(t). Koja je fizička interpretacija efektivne vrijednosti?
6. Otpornik u prostoperidiočnom režimu.
7. Kondenzator u prostoperidiočnom režimu.
8. Kalem u prostoperidiočnom režimu.
9. Impedansa i admitansa otpronika, kalema i kondenzatora.
10. Analiza serijskog RL kola u prostoperiodičnom režimu.