PROGRAMIRANJE I

P-02: Reprezentacija podataka u računaru

prof. dr **Dražen Brđanin**
2023/24

P-02: Reprezentacija podataka

- **Sadržaj predavanja**
  - osnovne informacione jedinice
  - reprezentacija cjelobrojnih podataka
  - reprezentacija znakovnih podataka
  - reprezentacija brojeva u fiksnom zarezu
  - reprezentacija brojeva u pokretnom zarezu

Podaci

PODATAK = eng. **DATA**, lat. **DATUM** (jed.) **DATA** (mn.)

ONO ŠTO JE DATO, ONO ŠTO JESTE, ONO ŠTO POSTOJI

SVEUKUPNOST KOJU KORISTIMO DA BI OPISIVALI STVARI, POJAVE...

SVE ONO ŠTO MOŽE DA SE MEMORIŠE, OBRAĐUJE I PRIKAZUJE POMOĆU DIGITALNOG RAČUNARA

Vrste podataka:

- **Numerički podaci (brojevi)**
  - **cijeli brojevi, realni brojevi, racionalni brojevi ...**
- **Znakovni podaci**
  - **alfabet (slova), znakovi interpunkcije ...**
- **Logički podaci**
  - **ISTINA, LAŽ**
- **Audio**
- **Slika**
  - **vektorska / rasterska / kombinovana**
- **Multimedija**

Osnovne informacione jedinice

Osnovne informacione jedinice

bit (b) nosilac najmanje količine informacije
nosilac elementarne (binarne) informacije

1 **0**

veće jedinice:

SI prefiksi			binarni prefiksi		
kilobit	- kb	$= 10^3$ b = 1000 bita	Kibibit	- Kib	$= 2^{10}$ b = 1024 bita
megabit	- Mb	$= 10^6$ b = 1000 kb	Mebibit	- Mib	$= 2^{20}$ b = 1024 Kib
gigabit	- Gb	$= 10^9$ b = 1000 Mb	Gibibit	- Gib	$= 2^{30}$ b = 1024 Mib
. . .			. . .		

bajt (B)

7	6	5	4	3	2	1	0

1 B = 8 b

veće jedinice:

SI prefiksi			binarni prefiksi		
kilobajt	- kB	$= 10^3$ B = 1000 bajtova	Kibibajt	- KiB	$= 2^{10}$ B = 1024 bajta
megabajt	- MB	$= 10^6$ B = 1000 kB	Mebibajt	- MiB	$= 2^{20}$ B = 1024 KiB
gigabajt	- GB	$= 10^9$ B = 1000 MB	Gibibajt	- GiB	$= 2^{30}$ B = 1024 MiB
terabajt	- TB	$= 10^{12}$ B = 1000 GB	Tebibajt	- TiB	$= 2^{40}$ B = 1024 GiB
. . .			. . .		

Reprezentacija cijelih brojeva

Cjelobrojni podaci (INTEGER)

Neoznačeni (unsigned integer)

prirodni brojevi + nula

Označeni (signed integer)

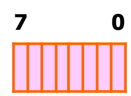
cijeli brojevi

(pozitivni + negativni + nula)

U računaru se koriste sljedeći formati

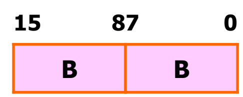
bajt

(byte) - B



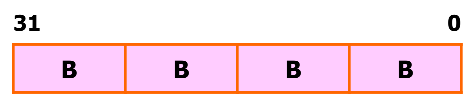
riječ

(word) – W=2B=16b



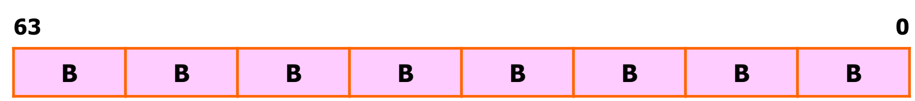
dvostruka riječ

(doubleword) – D=4B=32b



četvorostruka riječ

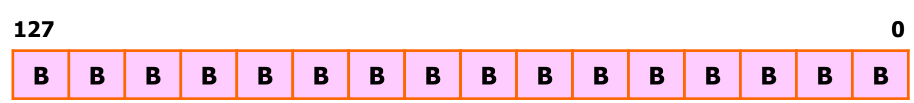
(quadword) – Q=8B=64b



---

osmostruka riječ

(double quadword) =16B=128b



Reprezentacija cijelih brojeva

Neoznačeni cjelobrojni podaci (unsigned integer)

cijeli brojevi bez predznaka (pozitivni + nula)

niz od 8, 16, 32 ili 64 bita

b_{n-1} b_{n-2} ∘∘∘ b_1 b_0

vrijednost

$$V = b_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \cdots + b_1 \cdot 2^1 + b_0 \cdot 2^0$$

$$\boxed{V = \sum_{i=0}^{n-1} b_i \cdot 2^i}$$

Primjer:

bajt

7	6	5	4	3	2	1	0
1	0	0	0	0	1	0	0

$2^7 + 2^2 = 128 + 4 = 132$

riječ

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1

$2^{10} + 2^2 + 2^0 = 1024 + 4 + 1 = 1029$

Reprezentacija cijelih brojeva

Opseg vrijednosti neoznačenih cjelobrojnih podataka

byte

minimalna vrijednost

7	6	5	4	3	2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0

$V_{min}=0$

maksimalna vrijednost

7	6	5	4	3	2	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1

$V_{max} = 255 = 256 - 1 = 2^8 - 1$

word

minimalna vrijednost

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$V_{min}=0$

maksimalna vrijednost

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

$V_{max} = 65535 = 65536 - 1 = 2^{16} - 1$

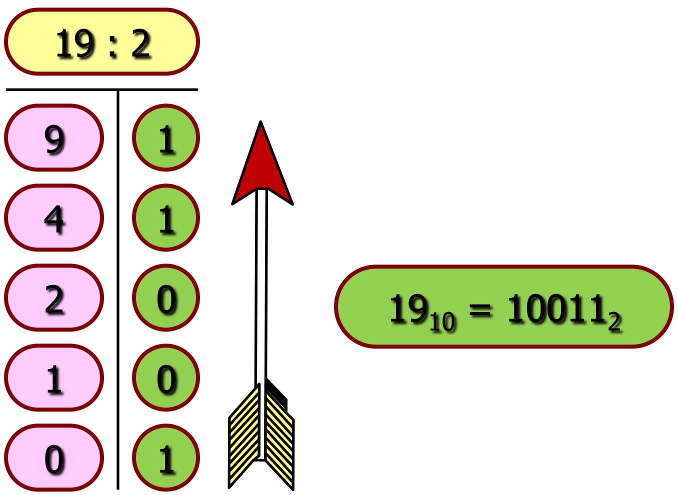
$$0 \leq V \leq 2^n - 1$$

format		opseg vrijednosti	
byte	(B = 8b)	$0 - 2^8 - 1$	0 – 255
word	(W = 16b)	$0 - 2^{16} - 1$	0 – 65535
doubleword*	(D = 32b)	$0 - 2^{32} - 1$	0 – 4294967295
quadword	(Q = 64b)	$0 - 2^{64} - 1$	0 – ???

* doubleword = longword

Reprezentacija cijelih brojeva

Primjer: **Predstaviti broj 19 kao neoznačeni cjelobrojni podatak tipa: a) byte, b) word.**



byte

7	6	5	4	3	2	1	0
0	0	0	1	0	0	1	1

word

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
MSB								**LSB**							

Reprezentacija u memoriji

Memorija je bajt-adresibilna

Bajt je najmanja veličina podatka koji se u memoriju upisuje ili iz nje čita

LE – Little Endian

LSB se smješta na najnižu adresu

BE – Big Endian

MSB se smješta na najnižu adresu

	Memorija (binarni sadržaj) 7	6	5	4	3	2	1	0	adresa	Memorija (heks. sadržaj)	
									a+5		
	0	0	0	1	0	0	1	1	a+4	1	3
									a+3		
									a+2		
MSB	0	0	0	0	0	0	0	0	a+1	0	0
LSB	0	0	0	1	0	0	1	1	a	1	3
									...		

Reprezentacija cijelih brojeva

Označeni cjelobrojni podaci (signed integer)

cijeli brojevi sa predznakom (pozitivni + nula + negativni)

niz od 8, 16, 32 ili 64 bita

b_{n-1} b_{n-2} $\cdots$ b_1 b_0

bit znaka
0 = pozitivan
1 = negativan

vrijednost

$$V = b_0 \cdot 2^0 + \cdots + b_{n-2} \cdot 2^{n-2} - b_{n-1} \cdot 2^{n-1}$$

Primjer:

bajt

7	6	5	4	3	2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1

$2^0 = 1$

bajt

7	6	5	4	3	2	1	0
1	0	0	0	0	0	0	1

$2^0 - 2^7 = 1 - 128 = -127$

Reprezentacija cijelih brojeva

Opseg vrijednosti označenih cjelobrojnih podataka

7	6	5	4	3	2	1	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	V = 0

7	6	5	4	3	2	1	0	
0	1	1	1	1	1	1	1	V = 127

7	6	5	4	3	2	1	0	
1	0	0	0	0	0	0	0	V = -128

7	6	5	4	3	2	1	0	
1	1	1	1	1	1	1	1	V = 127 - 128 = -1

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V = 0

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	V = 32767

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	V = -32768

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	V = -1

$$-2^{n-1} \leq V \leq 2^{n-1}-1$$

format		opseg vrijednosti	
byte	(B = 8b)	-2^{7} .. $2^{7}-1$	-128 .. 127
word	(W = 16b)	-2^{15} .. $2^{15}-1$	-32768 .. 32767
doubleword	(D = 32b)	-2^{31} .. $2^{31}-1$	-2147483648 .. 2147483647
quadword	(Q = 64b)	-2^{63} .. $2^{63}-1$	???

Reprezentacija cijelih brojeva

Predstavljanje negativnih cijelih brojeva

Osnovna ideja

$$\boxed{x+(-x)=0}$$

$$x+(-x)=(1\ 0..0)_2^{n+1}=(1..1)_2^n+1$$

$$\boxed{\begin{aligned}(-x)&=(1..1)_2^n-x+1\\(-x)&=\bar{x}+1\end{aligned}}$$

Ako ima bit prenosa,
može da se zanemari

Tehnika komplementiranja za predstavljanje negativnih brojeva

1. Nepotpuno komplementiranje
/ prvi komplement /

1 0

2. Potpuno komplementiranje
/ drugi komplement /

\+ 1

	7	6	5	4	3	2	1	0	
	0	1	1	1	0	1	1	0	
	1	0	0	0	1	0	0	1	1. k
+	0	0	0	0	0	0	0	1	
	1	0	0	0	1	0	1	0	2. k

Reprezentacija cijelih brojeva

Primjer: **Predstaviti broj -19 kao označeni cjelobrojni podatak.**

19 : 2	
9	1
4	1
2	0
1	0
0	1

byte

7	6	5	4	3	2	1	0	
0	0	0	1	0	0	1	1	19
1	1	1	0	1	1	0	0	1. k
0	0	0	0	0	0	0	1	+1
1	1	1	0	1	1	0	1	-19

word

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1

Primjer: **Predstaviti broj -1 kao označeni cjelobrojni podatak.**

7	6	5	4	3	2	1	0	
0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	0	1. k
0	0	0	0	0	0	0	1	+1
1	1	1	1	1	1	1	1	-1

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Reprezentacija znakova

Reprezentacija znakova (karaktera)

Računar raspolaže odgovarajućim skupom znakova:

- **upravljački znakovi – npr. za upravljanje štampačem i sl.**
- **slova, cifre, znakovi interpunkcije, grafički simboli**

Znakovi se kodiraju neoznačenim cjelobrojnim vrijednostima

ako bi se koristio jedan bit

moguće kodirati samo 2 znaka (npr. A i B)

1	0
A	B

ako bi se koristilla dva bita

moguće kodirati 4 znaka

0 0	0 1	1 0	1 1
A	B	C	D

Koriste se 6, 7, 8 i 16-bitni kodovi

- **6-bitni kodovi**
  2^6 = 64 znaka
  (npr. 26 slova, 10 cifara i 28 drugih)
- **7-bitni kodovi**
  2^7 = 128 znakova
  najpoznatiji ASCII
  (American Standard Code for Inf. Interchange)
- **8-bitni kodovi**
  2^8 = 256 znakova
  EBCDIC, prošireni ASCII
- **16-bitni kodovi**
  2^{16} = 65536 znakova
  UNICODE (Windows)

Reprezentacija znakova

ASCII kod

4 | 3 | 4 | 0 0 1 1 0 1 0 0

ASCII Code Chart

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	NUL	SOH	STX	ETX	EOT	ENQ	ACK	BEL	BS	HT	LF	VT	FF	CR	SO	SI
1	DLE	DC1	DC2	DC3	DC4	NAK	SYN	ETB	CAN	EM	SUB	ESC	FS	GS	RS	US
2		!	"	#	$	%	&	'	(	)	*	+	,	-	.	/
3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	:	;	<	=	>	?
4	@	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
5	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	[	\	]	^	_
6	`	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
7	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	{	|	}	~	DEL

A | 4 | 1 | 0 1 0 0 0 0 0 1

Memorija
(binarni sadržaj)

7	6	5	4	3	2	1	0
0	0	1	1	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0	0	1

Brojevi u fiksnom zarezu

Reprezentacija brojeva u fiksnom zarezu

- Brojevi u fiksnom zarezu imaju najširu primjenu u administraciji
- Primjenjuje se cjelobrojna aritmetika, pri čemu se u vidu ima položaj decimalne tačke
- Najčešće se primjenjuje BCD kodiranje (*Binary Coded Decimal*)

Binarno kodirane decimalne cifre

DEC	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
BCD	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001

Nepakovani BCD podaci

Jedna BCD cifra smješta se u jedan bajt

7	6	5	4	3	2	1	0
ZONA				BCD			

5

0	5

7	6	5	4	3	2	1	0
0	0	0	0	0	1	0	1

Zonsko proširenje da bi se dobile ASCII cifre

7	6	5	4	3	2	1	0
0	0	1	1	0	1	0	1

3	5

'5'

Pakovani BCD podaci

Dvije BCD cifre smještaju se (pakuju) u jedan bajt

7	6	5	4	3	2	1	0
BCD				BCD			

$\underbrace{\text{BCD}}_{\text{teža cifra}}$ $\underbrace{\text{BCD}}_{\text{lakša cifra}}$

89

8	9

7	6	5	4	3	2	1	0
1	0	0	0	1	0	0	1

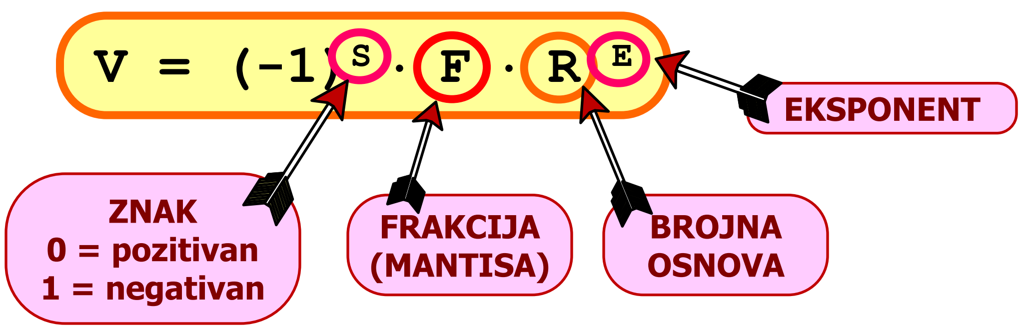
Brojevi u pokretnom zarezu

Reprezentacija brojeva u pokretnom zarezu

Brojevi u pokretnom zarezu služe za predstavljanje realnih brojeva

Često se koriste sinonimi pokretni (plivajući) zarez (tačka)

Opšti oblik broja u pokretnom zarezu (floating point - FP)



Primjer:

$$-125.34 = -12.534 \cdot 10^1 = -1.2534 \cdot 10^2 = -0.12534 \cdot 10^3$$

$$-125.34 = (-1)^1 \cdot 0.12534 \cdot 10^3$$

Različiti proizvođači – različiti formati !!!

Brojevi u pokretnom zarezu

IEEE 754 FP standard

Najpoznatiji standard (IEEE 754-1985, IEEE 754-2008 = ISO/IEC/IEEE 60559:2011)

Najšire primjenjivan u praksi (Intel, Motorola, ...)

Postoji nekoliko formata FP podataka:

obična preciznost (single precision) – 32 bita (IEEE 754-2008: binary32)

1	8	23
S	E	F

dvostruka preciznost (double precision) – 64 bita (IEEE 754-2008: binary64)

1	11	52
S	E	F

proširena preciznost (extended precision) – 80 bita

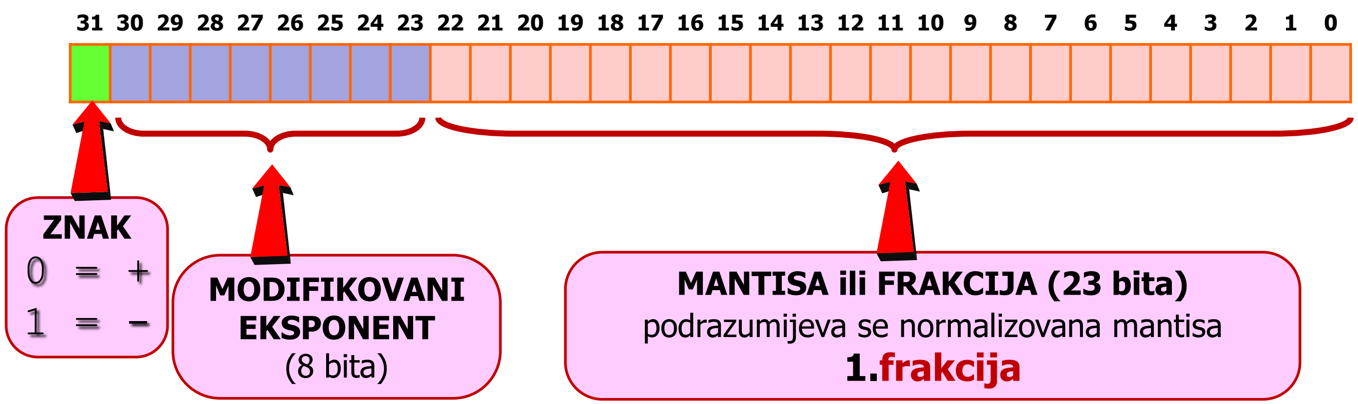
1	11	68
S	E	F

četvorostruka preciznost (quadruple precision) – 128 bita (IEEE 754-2008: binary128)

1	15	112
S	E	F

Brojevi u pokretnom zarezu

FP podaci u običnoj preciznosti



0 0 0 0 0 0 0 0	0	za predstavljanje nule i malih vrijednosti
0 0 0 0 0 0 0 1	1	modifikovani eksponent (ME): 1 .. 254
○○○	○○○	stvarni eksponent (SE): SE = ME – 127
1 1 1 1 1 1 1 0	254	-126 .. +127
1 1 1 1 1 1 1 1	255	za predstavljanje beskonačnosti

Brojevi u pokretnom zarezu

Primjer: Prikazati broj 19.25 kao FP podatak u običnoj preciznosti.

$19.25_{10} = ?_2$

19 : 2	
9	1
4	1
2	0
1	0
0	1

0.25 * 2	
0.5	0
1.0	1
0.0	

31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ZNAK
0 = +

MODIFIKOVANI EKSPONENT
4+127 = 131
$131_{10}=10000011_2$

MANTISA
001101

$19.25_{10} = 10011.01_2 = +1.001101 \cdot 2^4$

$19_{10} = 10011_2$

$0.25_{10} = 0.01_2$

Brojevi u pokretnom zarezu

Najmanja vrijednost normalizovanog FP podatka

31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
S	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

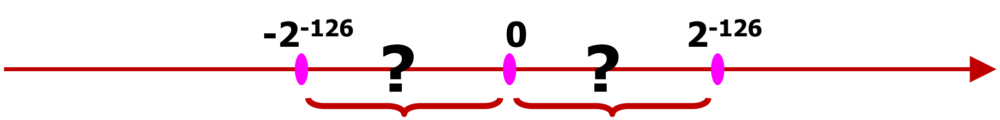
MODIFIKOVANI EKSPONENT
ME = 1

STVARNI EKSPONENT
SE = ME-127 = -126

NORMALIZOVANA MANTISA
F = 0

$$|V_{min}| = 1.0 \cdot 2^{-126} = 2^{-126}$$

2^{-126} i -2^{-126} su nuli najbliže vrijednosti koje mogu da se prikažu



PODBAČAJ
(koristi se DENORMALIZOVANA MANTISA)

Brojevi u pokretnom zarezu

FP podaci u dvostrukoj preciznosti

1	11	52
S	E	F

ZNAK
0 = +
1 = -

MODIFIKOVANI EKSPONENT (11 bita)

MANTISA ili FRAKCIJA (52 bita)
podrazumijeva se normalizovana mantisa
1.frakcija

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**	**za predstavljanje nule i malih vrijednosti**
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	**1**	**modifikovani eksponent (ME): 1 .. 2046**
○○○											○○○	**stvarni eksponent (SE): SE = ME – 1023**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	**2046**	**-1022 .. +1023**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	**2047**	**za predstavljanje beskonačnosti**

Ostale FP vrijednosti

	S	E	F
nula	S	0	0
beskonačnost	S	111 ... 1	0
nije broj (NaN)	S	111 ... 1	$\neq 0$