## TERMIN 1 - zadaci za samostalan rad

\*

Zadatak 1.

Primjenom matematičke indukcije pokazati da za svako  $n \in \mathbb{N}$  vrijedi jednakost

$$1^{2} + 3^{2} + 5^{2} + \dots + (2n+1)^{2} = \frac{4n^{3} - n}{3}.$$

\*\*

Zadatak 2.

Dokazati da za svaki prirodan broj n vrijedi

$$25 \mid 81^n - 5n - 1.$$

\*\*

K1 29.08.2022. ①

Zadatak 3.

Koliko racionalnih članova sadrži razvoj binoma  $\left(\sqrt{2} + \sqrt[4]{3}\right)^{100}$ ?

\*\*

Zadatak 4.

Odrediti n u izrazu  $(a + b)^n$  ako se binomni koeficijent jedanaestog člana odnosi prema koeficijentu devetog člana kao 7 : 15.

\*

Zadatak 5.

Pronaći koeficijent uz  $\frac{1}{x^{17}}$  u razvoju binoma

$$\left(\frac{1}{x^3} - x^4\right)^{15}.$$

\*\*\*

Zadatak 6.

Dokazati da za svako  $n \in \mathbb{N}$  vrijedi

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{i}} > 2\left(\sqrt{n+1} - 1\right).$$

\*\*\*

ZI 22.10.2021. ①

Zadatak 7.

Dokazati da za svaki prirodan brojn>8vrijedi

$$3^n > n^4.$$

\*\*\*

Zadatak 8.

Dokazati da za svako  $n \in \mathbb{N}$ vrijedi

$$\sum_{i=1}^{n} \cos(2i - 1) x = \frac{\sin 2nx}{2\sin x}.$$

\*\*\*

Zadatak 9.

Izračunati

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} \binom{n}{k}.$$

\*\*\*\*

Zadatak 10.

Izračunati

$$\sum_{k=0}^{n} k^2 \binom{n}{k}.$$