Univerzitet u Banjoj Luci

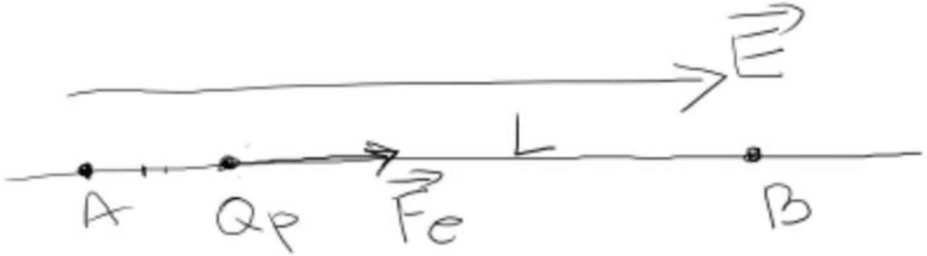
Elektrotehnički fakultet

Osnovi elektrotehnike 1

Potencijal elektrostatičkog polja

Predavanje: 3. blok

ПОТЕНЦИЈАЛ



$$\vec{F}_e = Q_p \vec{E}$$

$d\vec{l}$

$$dA_e = \vec{F}_e \cdot d\vec{l}$$

$dA_e < 0$

нпр. дејство мех. силе против ел. силе

$$dA_e = F_e \cdot dl \cdot \cancel{\cos\angle\underbrace{(\vec{F}_e, d\vec{l})}_{\emptyset}} = \boxed{F_e \cdot dl = Q_p E \cdot dl}$$

$$dA_e = F_e \cdot dl \cdot \cos\angle(\vec{F}_e, d\vec{l})$$

$\angle(\vec{F}_e, d\vec{l})$ $\quad dA_e > 0 \quad dA_e = \emptyset$ или $dA_e < 0$

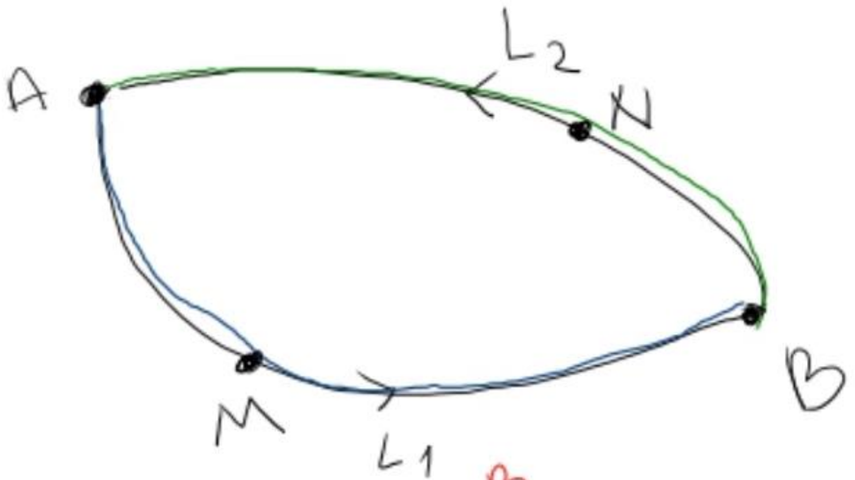
ел. сила врши рад на dl

$d\vec{l}$ $\quad dA_e \Rightarrow$

$$A_e = \int_A^B \vec{F}_e \cdot d\vec{l} = \int_A^B Q_p \vec{E} d\vec{l} = Q_p \int_A^B \vec{E} d\vec{l}$$

$$\oint_C \vec{E}\,\vec{dl} = 0$$ ЗАКОН О КОНЗЕРВАЦИЈИ ЕЛ. ПОЉА

$$\int_{AMB} \vec{E}\,\vec{dl} - \int_{ANB} \vec{E}\,\vec{dl} = ?$$



$$\int_{AMB} \vec{E}\,\vec{dl} - \int_{ANB} \vec{E}\,\vec{dl} = \underbrace{\int_{AMB} \vec{E}\,\vec{dl}}_{L_1} + \underbrace{\int_{BNA} \vec{E}\,\vec{dl}}_{L_2}$$

$$= \int_{AMBNA} \vec{E}\,\vec{dl} = \oint_C \vec{E}\,\vec{dl} = \boxed{0}$$

$\oint_C \vec{E}\,\vec{dl} = 0 \Rightarrow \int_A^B \vec{E}\,\vec{dl}$ у електростатичком пољу зависи од положаја крајњих тачака (A и B) али не и од облика путање од A до B.

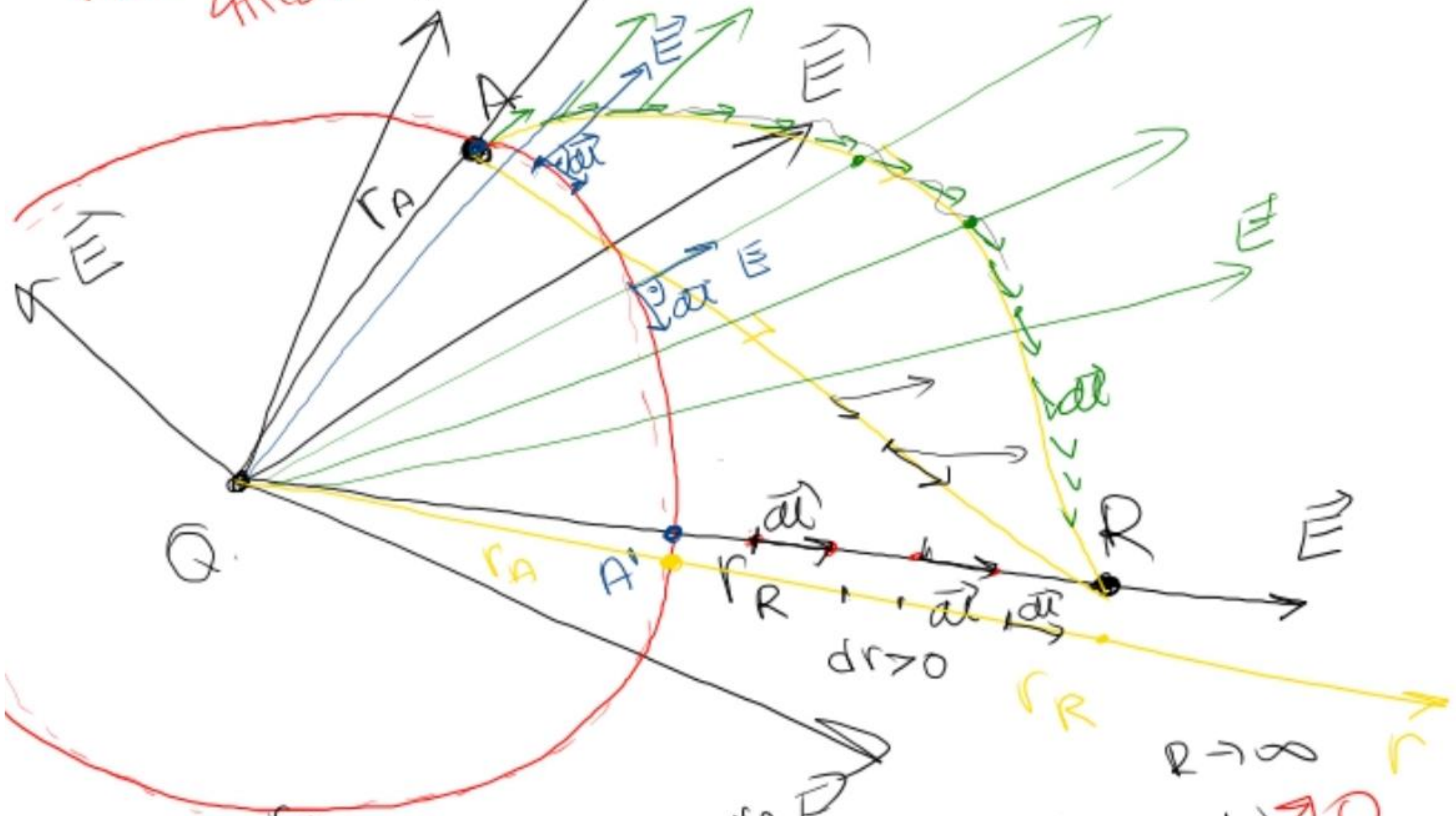
Нпр. за неку тачку А у ел. стат. пољу

$$V_A = \int_A^R \vec{E}\cdot\vec{dl} \; [V]$$ R – реф. тачка

волт

$$V_R = \int_R^R \vec{E}\,\vec{dl} = 0$$

$$V_A = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_A} \qquad 3a \qquad R \to \infty$$



$$V_A = \int_{A}^{R} E\,d\vec{l}$$

$$\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$E,\ dl,\ \sphericalangle(\vec{E}, d\vec{l})$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\vec{E} \perp d\vec{l}$$

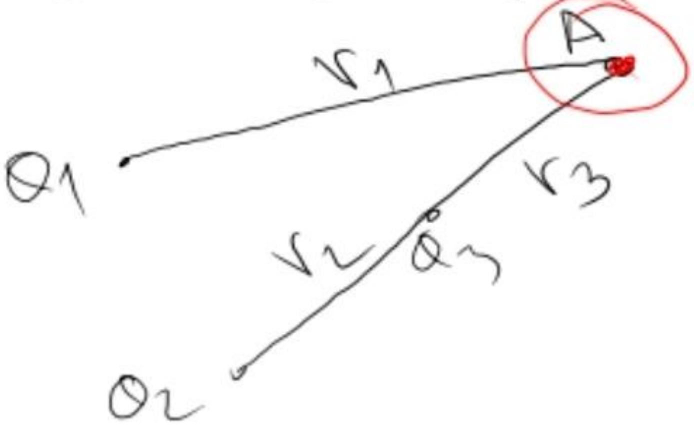
$$V_A = \int_{A}^{R} \vec{E}\,d\vec{l} = \underbrace{\int_{A}^{A'}}_{\varnothing} + \int_{A'}^{R}$$

$$V_A = \int_{A'}^{R} \vec{E}\,d\vec{l} \qquad dr = dl$$

$$V_A = \int_{r_A}^{r_R} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_A}^{r_R}\frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \cancel{\frac{1}{r_R}}\right) \qquad R \to \infty \to 0$$

ПОТЕНЦИЈАЛ РАСПОДЕЉЕНИХ НАЕЛ.

узимајући реф. тачку у бесконачности



$R \to \infty$

$$V_A = V_A(Q_1) + V_A(Q_2) + V_A(Q_3)$$

$$V_A = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2} + \frac{Q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_3}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{Q_i}{r_i}$$

СКАЛАРНО САБИРАЊЕ

ПОТЕНЦИЈАЛ РАСПОДЈЕЉЕНИХ НАЕЛ.

узимајући реф. тачку у бесконачности

$R \to \infty$

$$dV = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{Q' \cdot dl}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$V = \int_L dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_L \frac{Q' \cdot dl}{r}$$

скаларно сабирање

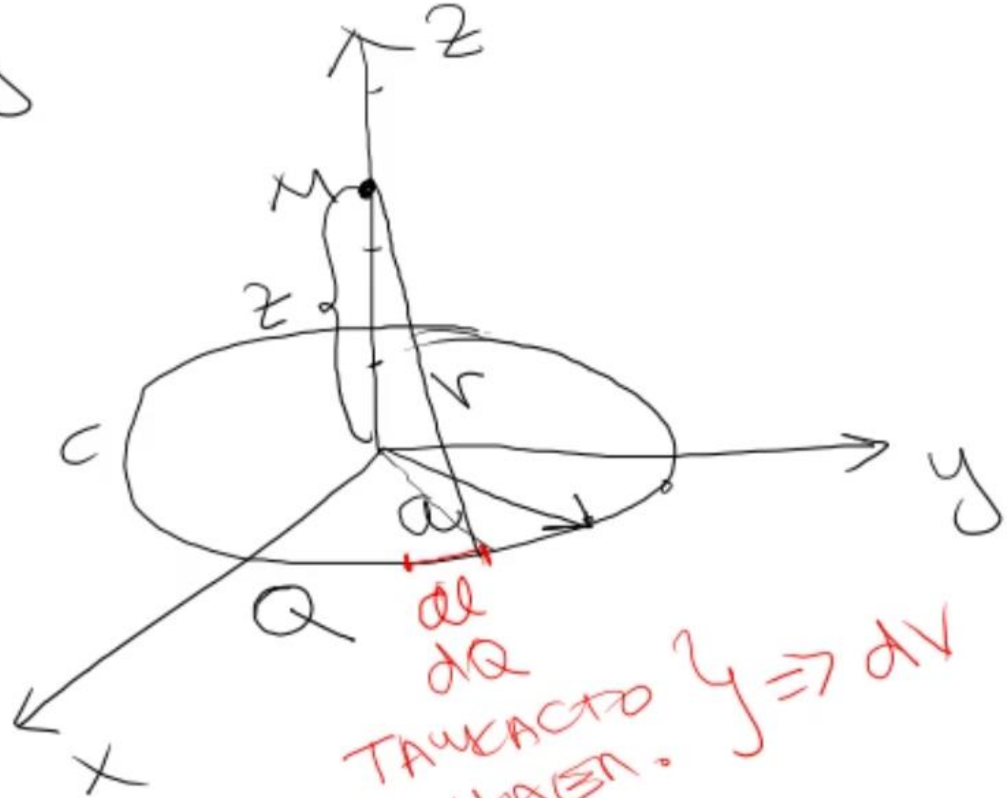
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S \frac{\sigma dS}{r}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho dV}{r}$$

ТАЧКАСТО НАЕЛ.

Пример:

Xoy



ТАЧКАСТО НАЕЛ. $\Rightarrow dV$

$$\boxed{R \to \infty}$$

$$Q' = \frac{Q}{2\pi a}$$

$$V = \oint_c dV$$

$$dV = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$\boxed{V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{a^2+z^2}}}$$

$$r = \sqrt{a^2+z^2}$$

$$dV = \frac{Q' \cdot dl}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$V = \oint \frac{Q'}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{a^2+z^2}}\, dl$$

$$V = \oint_c \frac{Q}{2\pi a \cdot 4\pi\varepsilon_0\sqrt{a^2+z^2}}\, dl = \frac{Q}{2\pi a \cdot 4\pi\varepsilon_0\sqrt{a^2+z^2}} \oint_c dl = \frac{Q}{\cancel{2\pi a}\, 4\pi\varepsilon_0\sqrt{a^2+z^2}} \cdot \cancel{2\pi a}$$

НАПОН

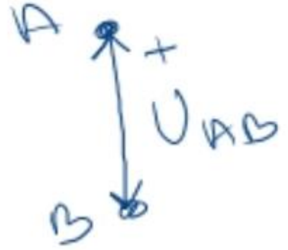
Разлика пот. двије тачке у ел. статич. пољу:

$$V_A - V_B = \int_A^R \vec{E}\cdot\vec{dl} - \int_B^R \vec{E}\cdot\vec{dl} = \int_A^R \vec{E}\vec{dl} + \int_R^B \vec{E}\vec{dl}$$

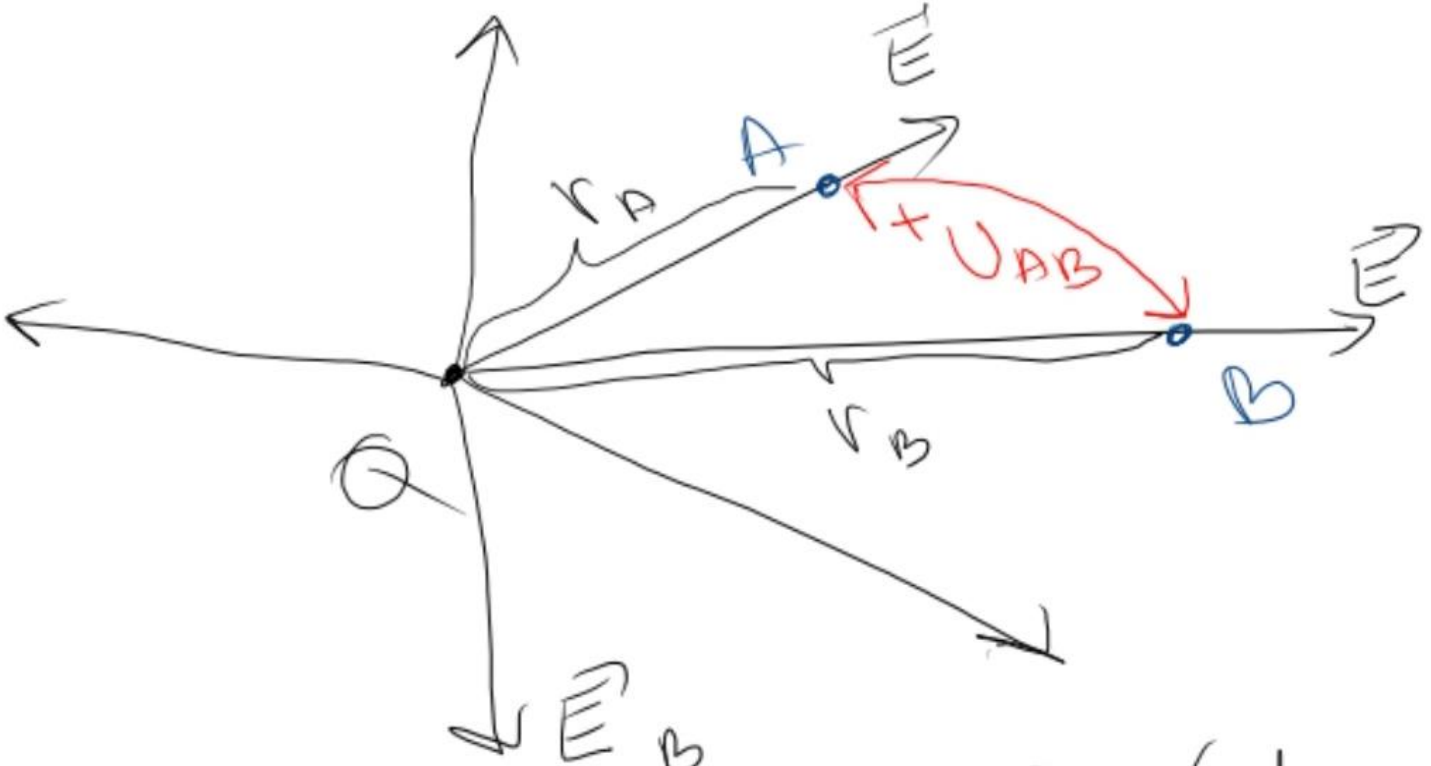
$$\int_A^B \vec{E}\vec{dl}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl} = U_{AB}\,[V]}$$

НАПОН



<u>Примјер:</u> A и B тач. наел. Q $\quad R \to \infty$



$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$V_A = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_A}$$

$$V_B = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_B}$$

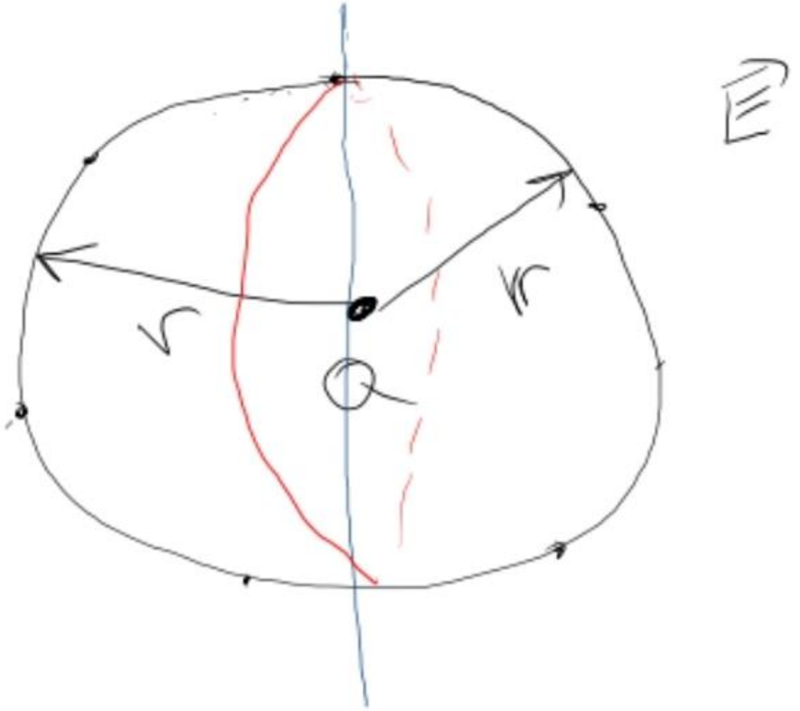
$$U_{AB} = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\,\vec{dl} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

$$\boxed{U_{AB} = V_A - V_B}$$ за някоя реф. точка

$$\boxed{U_{AB} = \int_A^B \vec{E}\,d\vec{l}}$$

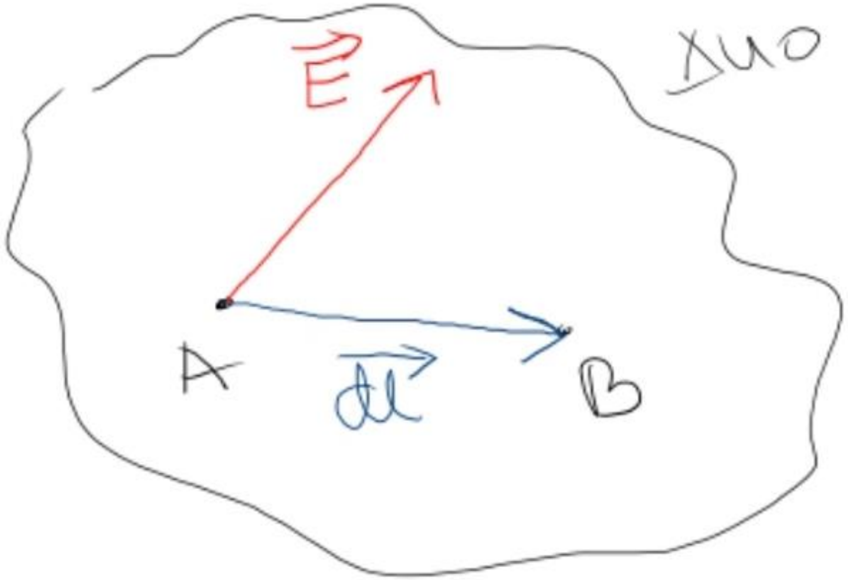
ЕКВИПОТЕНЦИЈАЛНЕ ПОВРШИ

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \quad \text{за} \quad R \to \infty$$



Кружница је еквипотенцијална линија за све тачкаст наел. ($R \to \infty$).

Еквипотенцијална површ је сфера.



Дио еквипот. површи

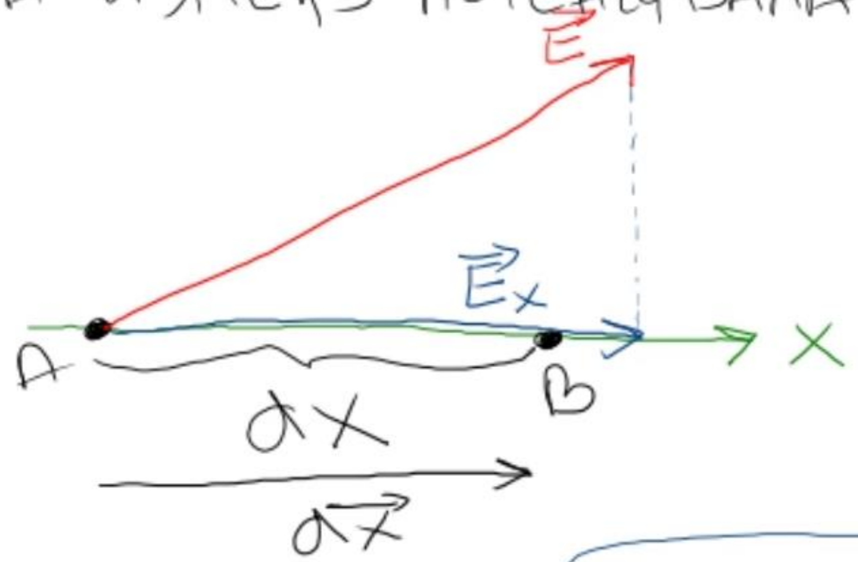
$$V_A - V_B = \vec{E}\cdot\vec{dl} = 0$$ еквипот. површ

Не пишемо знак интеграла јер имамо само један члан

$$E\cdot dl\cdot \cos\angle(\vec{E},\vec{dl}) = 0 \Rightarrow \angle(\vec{E},\vec{dl}) = \frac{\pi}{2}$$

$\vec{E}\perp\vec{dl}$ Вектор јачине ел. поља је нормалан на еквипот. површи.

ВЕЗА ИЗМЕЂУ ПОТЕНЦИЈАЛА И ВЕКТОРА ЈАЧИНЕ ЕЛ. ПОЉА



$$V_B = V_A + dV$$

јер смо рекли да пот. расте у смеру x-осе

$$V_A - V_B = -dV = \vec{E}\cdot d\vec{x}$$

$$V_A - V_B = E\cdot dx\cdot \cos\angle(\vec{E}, d\vec{x}) = E_x\cdot dx = -dV$$

$$\boxed{E_x = -\frac{dV}{dx}}$$

интензитет компоненте $\vec{E}$ у смеру x-осе

$dV = 0$

$\Rightarrow E_x = 0$

$\vec{E} \perp$ равни