

TERMIN 4 - zadaci za samostalan rad

★

Zadatak 1.

Jedna nula polinoma

$$P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

je $x_1 = 2e^{\frac{i\pi}{3}}$. Druga nula polinoma $P(x)$ je $x_2 = 0$. Odrediti vrijednosti realnih koeficijenata a, b i c .

★

Zadatak 2.

Odrediti realni polinom $P(x)$ najnižeg stepena ako je poznato da ima dvostruku nulu $x_1 = i$ i važi $P(0) = 2023$.

★ ★

Zadatak 3.

Odrediti $a \in \mathbb{R}$ tako da proizvod dvije nule polinoma

$$P(x) = x^3 + ax^2 - 11x + 5$$

bude jednak -1 , a zatim predstaviti $P(x)$ u faktorisanom obliku.

★ ★

Zadatak 4.

Odrediti monični polinom trećeg stepena $P(x)$ tako da bude djeljiv sa $x + i$, a pri dijeljenju sa $x + 2$ daje ostatak 10.

★ ★

Zadatak 5.

Naći realne faktore polinoma $P(x) = x^4 + 1$.

★ ★ ★

ZI 13.02.2023. ③

Zadatak 6.

Naći sve uređene parove $(p, q) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ takve da je polinom $x^4 + px^2 + q$ djeljiv sa polinomom $x^2 + px + q$.

★ ★ ★

ZI 08.10.2021. ②

Zadatak 7.

Data je jednačina

$$x^4 + x^3 + 2x^2 + 2x + 4 = 0.$$

Riješiti datu jednačinu ako se zna da ona ima jedan kompleksan korijen čiji je realni dio jednak imaginarnom dijelu.

★ ★ ★ ★

Zadatak 8.

Ako korijeni jednačine sa realnim koeficijentima

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0, \quad (a \neq 0)$$

obrazuju geometrijsku progresiju, dokazati da je $ac^3 = db^3$.

★ ★ ★ ★

Zadatak 9.

Dokazati da je polinom

$$P(x) = x^{3m} + x^{3n+1} + x^{3p+2}, \quad (m, n, p \in \mathbb{N})$$

djeljiv sa polinomom

$$Q(x) = x^2 + x + 1.$$

★ ★ ★ ★ ★

ZI 25.09.2023. ①

Zadatak 10.

Dokazati da je za bilo koji prirodan broj n i realan broj α , $\sin \alpha \neq 0$ polinom

$$P_n(x) = x^n \sin \alpha - x \sin(n\alpha) + \sin((n-1)\alpha)$$

djeljiv polinomom

$$Q(x) = x^2 - 2x \cos \alpha + 1.$$