

Glava 1

PRVI CIKLUS VEŽBI

1.1 Određivanje gustine čvrstih tela

Gustina ili zapreminska masa predstavlja jedno od osnovnih svojstava svakog tela. U slučaju homogenog tela, gustina ϱ se definiše kao odnos njegove mase m i zapremine V :

$$\varrho = \frac{m}{V} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]. \quad (1.1.1)$$

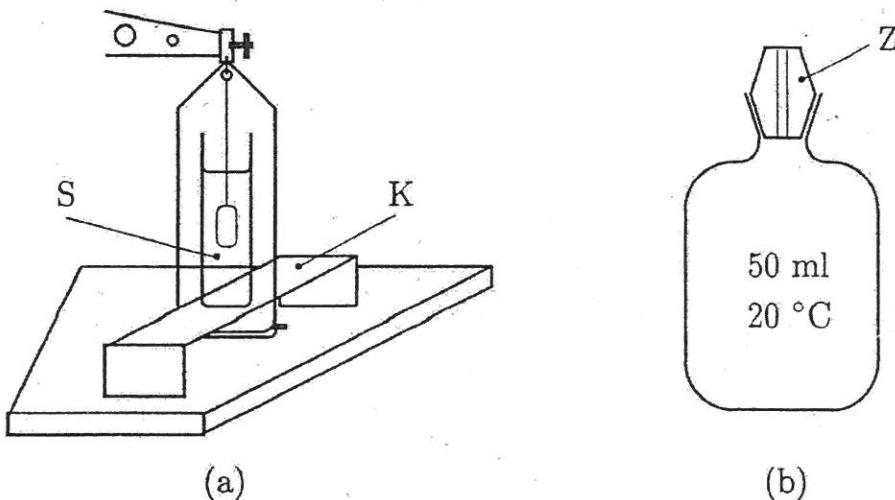
Kod nehomogenih tela ovaj izraz određuje srednju gустину (detaljnije u [1,2]). Za određivanje gustine čvrstih tela potrebno je poznavati masu i zapreminu. Masa se može direktno izmeriti pomoću vase. Zapremina tela pravilnog geometrijskog oblika može se odrediti direktnim merenjem njegovih dimenzija (npr. lenjirom sa nonijusom ili mikrometarskim zavrtnjem).

Kada je telo nepravilnog oblika, njegova zapremina, a time i gustina, može se odrediti neposredno merenjem zapremine pomoću menzure (telo nerastvorljivo u tečnosti zagnjuri se u nju i odredi promena zapremine). Masa se direktno meri terazijama.

Međutim, zapremina, tj. gustina, može se odrediti i posredno, pomoću potiska koji deluje na telo uronjeno u vodu. Naime, prema Arhimedovom zakonu, telo uronjeno u vodu prividno izgubi od svoje težine onoliko koliko teži njime istisnuta voda. Prema tome, zapremina tela može se odrediti tako što se telo uroni u vodu i izmeri prividan gubitak njegove težine (mase). Gustina vode se pri tome smatra poznatom. Gustina vode na različitim temperaturama može se naći u tabelama. Na taj način se određuje gustina nepravilnih čvrstih tela pomoću hidrostatičke vase i piknometra.

1.1.1 Hidrostatička vaga

Hidrostatička vaga je tehnička vaga, sl.1.1.1(a), na čijoj jednoj strani je okačeno telo tako da se njegova masa može meriti i u vazduhu i u vodi. Ovakvom vagom može se odrediti gustina čvrstog tela, pod uslovom da nije rastvorljivo u vodi i da nije higroskopno.



Slika 1.1.1: (a) Hidrostatička vaga, (b) Piknometar

Telo čija se gustina određuje, veže se lakisim koncem o jedan krak vase i odredi masa kada je u vazduhu (m) i kada je potpuno potopljeno u posudu sa vodom (m_p). To omogućuje klupica K na koju se postavlja sud S sa vodom. Na osnovu toga može se odrediti zapremina tela jer su, prema Arhimedovom zakonu (videti u [1]), intenziteti sile potiska i težine telom istisnute tečnosti jednaki, tj.

$$m g - m_p g = \rho_0 g V, \quad (1.1.2)$$

gde je ρ_0 – gustina vode ($\rho_0 = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ na 4°C). Prema tome, zapremina iznosi:

$$V = \frac{m - m_p}{\rho_0} \quad (1.1.3)$$

tako da je, pomoću (1.1.1), tražena gustina tela:

$$\rho = \rho_0 \frac{m}{m - m_p}. \quad (1.1.4)$$

Znači, pomoću terazija (sa greškom Δm) mere se mase tela u vazduhu i vodi, a ρ_0 se uzima iz tabele 1.1.1 (sa sledeće stranice). Greška merenja se izračunava. Rezultate ovih merenja treba obraditi prema uputstvima datim u radnom listu.

1.1.2 Piknometar

Piknometar je staklena bočica sa finim staklenim zatvaračem („šlifovani” čep Z) kroz koji prolazi kanal za isticanje viška tečnosti, sl.1.1.1(b). Pomoću piknometra može se odrediti gustina usitnjениh čvrstih tela ako nisu higroskopna i rastvorljiva u vodi.

Da bi se odredila gustina čvrstog tela, treba najpre izmeriti njegovu masu (m). Zatim se čist i suv piknometar napuni destilovanom vodom i izmeri njegova masa zajedno sa čvrstom telom pored njega (m_1). Konačno, usitnjeno čvrsto telo ubaci se u piknometar i ponovo izmeri njegova masa (m_2). Mase m_1 i m_2 se razlikuju jer je usitnjeno telo istisnulo deo vode iz piknometra. Na osnovu toga može se odrediti zapremina istisnute tečnosti koja je jednaka zapremini tela:

$$V = \frac{m_1 - m_2}{\rho_0}, \quad (1.1.5)$$

a time, uz definiciju (1.1.1), i gustina čvrstog tela:

$$\rho = \rho_0 \frac{m}{m_1 - m_2}. \quad (1.1.6)$$

Prema tome, da bi se odredila gustina čvrstog tela piknometrom, pomoću tehničke vase treba izmeriti: masu usitnjenog tela m , masu piknometra napunjenog destilovanom vodom i tela pored njega m_1 i masu piknometra sa telom ubaćenim u njega m_2 .

Prilikom prvog merenja treba obratiti pažnju da piknometar bude suv.¹ Nakon sisanja destilovane vode, pomoću posebnog levka, kao i nakon ubacivanja usitnjenog čvrstog tela, piknometar treba dobro izbrisati (osušiti) sa spoljašnje strane.

Pošto je određivanje gustine piknometrom veoma tačno, gustinu destilovane vode ρ_0 na sobnoj temperaturi treba uzeti iz tabele 1.1.1. Rezultate dobijene direktnim merenjem obraditi prema uputstvu datom u radnom listu.

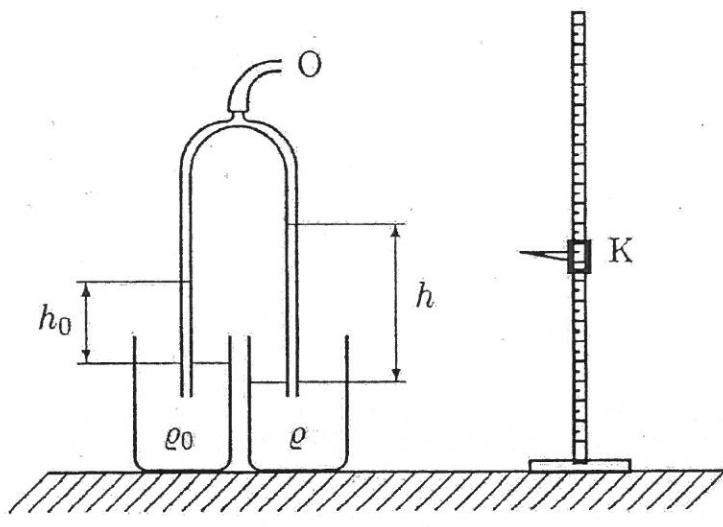
$t [^{\circ}\text{C}]$	15	16	17	18	19	20	21	22
$\rho \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	999,1	999,0	998,8	998,6	998,4	998,2	998,0	997,8

$t [^{\circ}\text{C}]$	23	24	25	26	27	28	29	30
$\rho \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	997,6	997,3	997,1	996,8	996,5	996,3	996,0	995,7

Tabela 1.1.1: Gustina destilovane vode na različitim temperaturama

1.2.2 Hidrometar

Hidrometar predstavlja staklenu U – cev, sl.1.2.1 čiji su donji krajevi potopljeni u dve čaše u kojima se nalazi tečnost poznate gustine ϱ_0 (najčešće voda) i tečnost čija se gustina ϱ određuje. Kada se kroz otvor O pumpicom evakuše nešto vazduha, nivo tečnosti u cevima se podiže. Tečnost se podiže u cevima sve dok se atmosferski pritisak p_a koji deluje na površinu tečnosti u čaši, ne izjednači sa zbirom pritisaka razređenog vazduha u cevi p i hidrostatičkog pritiska stuba tečnosti (detaljnije videti u [1]).



Slika 1.2.1: Hidrometar sa katetometrom

U ravnotežnom položaju za oba kraka hidrometra važe jednakosti:

$$p_a = p + \varrho_0 g h_0, \quad p_a = p + \varrho g h, \quad (1.2.5)$$

odakle sledi da je gustina nepoznate tečnosti:

$$\varrho = \varrho_0 \frac{h_0}{h}. \quad (1.2.6)$$

Prema tome, gustina nepoznate tečnosti određena je visinama stubova tečnosti u kracima hidrometra koje se mogu direktno meriti pomoću vertikalnog lenjira – *katedometra* K koji je prikazan na sl.1.2.1. Prilikom merenja ovih visina uzimaju se položaji centralnog dela meniskusa u odnosu na nivoe tečnosti u odgovarajućim čašama. Pored toga, treba uvek raditi sa većim višinama stubova tečnosti, jer je tada manja relativna greška. Kao poznatu tečnost uzeti destilovanu vodu sa gustom prema tab.1.1.1, a rezultate obraditi prema uputstvima datim u radnom listu.

Vežba	GUSTINA ČVRSTIH TELA H I D R O S T A T I Č K A V A G A	DATUM
-------	---	-------

1) Eksperimentalni podaci:

- temperatura u laboratoriji $t_0 =$
 - gustina destilovane vode $\varrho_0 =$
 - masa tela (u vazduhu) $m =$
 - masa tela (u vodi) $m_p =$
 - greška vase $\Delta m =$
-

2) Gustina čvrstog tela

$$\varrho \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] = \varrho_0 \frac{m}{m - m_p} =$$

3) Relativna greška

$$\delta \varrho = \left(\frac{1}{m} + \frac{2}{m - m_p} \right) \Delta m =$$

4) Apsolutna greška

$$\Delta \varrho \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] = \varrho \delta \varrho =$$

5) Rezultat

$$\varrho \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] = \varrho \pm \Delta \varrho =$$

P r e g l e d a o :

Vežba	GUSTINA TEČNOSTI H I D R O M E T A R	DATUM
-------	---	-------

1) Eksperimentalni podaci:

- temperatura u laboratoriji $t_0 =$
- gustina destilovane vode $\varrho_0 =$

visina stuba	1	3	3	srednje vrednosti
vode h_0 [mm]				$\bar{h}_0 =$
tečnosti h [mm]				$\bar{h} =$

- greška katetometra $\Delta h =$
-

2) Gustina tečnosti

$$\varrho \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] = \varrho_0 \frac{\bar{h}_0}{\bar{h}} =$$

3) Relativna greška

$$\delta \varrho = \left(\frac{1}{\bar{h}_0} + \frac{1}{\bar{h}} \right) \Delta h =$$

4) Apsolutna greška

$$\Delta \varrho \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] = \varrho \delta \varrho =$$

5) Rezultat

$$\varrho \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] = \varrho \pm \Delta \varrho =$$

1.3 Određivanje gravitacionog ubrzanja

Ubrzanje slobodnog padanja g najčešće se određuje pomoću matematičkog klatna. Matematičko klatno predstavlja materijalnu tačku obešenu o neistegljivu nit bez mase. U praksi, kao matematičko klatno može se uzeti tlo (mesingana ili olovna kuglica) obešeno o tanak konac čija je dužina znatno veća od veličine tela. Poznato je da period malih oscilacija matematičkog klatna T zavisi jedino od njegove dužine l :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1.3.1)$$

(detaljnije pogledati u [1]). Merenjem dužine klatna lenjirom i perioda oscilovanja hronometrom, može se, uz pomoć navedene jednačine, odrediti gravitaciono ubrzanje Zemlje:

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} \quad (1.3.2)$$

Aparatura za izvođenje ove vežbe, sl.1.3.1(a), sastoji se od metalne kuglice dijametra D koja je obešena o tanak neistegljiv konac dužine l_0 . Konac je namotan na kalem tako da se njegova dužina može malo menjati, obično oko 1 m. Dužina klatna predstavlja udaljenost od tačke vešanja do težišta kuglice i može se odrediti merenjem dužine konca lenjirom i dijametra kuglice mikrometarskim zavrtnjem:

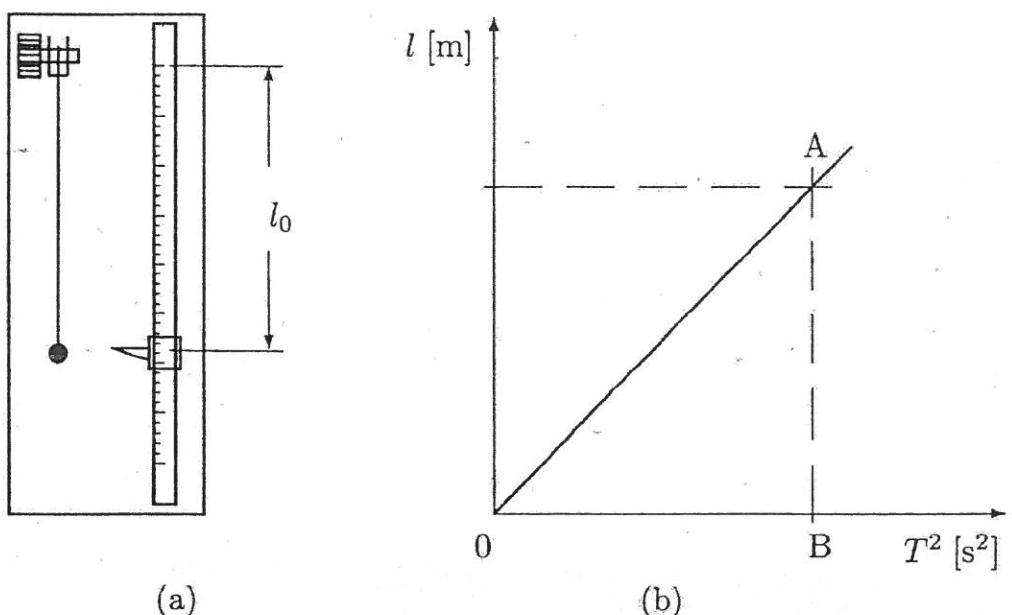
$$l = l_0 + \frac{D}{2} \quad (1.3.3)$$

Period malih oscilacija klatna određuje se iz većeg broja oscilacija kako bi se smanjila greška pri merenju vremena hronometrom. Ako se izmeri ukupno vreme τ za n izvršenih celih oscilacija (obično 10 – 20), tada je period oscilovanja:

$$T = \frac{\tau}{n} \quad (1.3.4)$$

Da bi merenje perioda oscilovanja bilo što tačnije, oscilacije klatna treba odbrojavati u odnosu na ravnotežni položaj. Prolazak klatna kroz ravnotežni položaj može se tačnije odrediti od prolaska kroz amplitudni položaj. U amplitudnom položaju brzina kuglice klatna postepeno se smanjuje do nule, pa nije moguće tačno odrediti trenutak zaustavljanja.

Na osnovu izmerenih vrednosti perioda oscilovanja za više različitih dužina, obično desetak, konstruiše se grafik $l = f(T^2)$. Ukoliko su merenja izvršena dobro, sve tačke na grafiku treba da leže na pravoj liniji koja prolazi kroz koordinatni početak, sl.1.3.1(b).



Slika 1.3.1: (a) Matematičko klatno, (b) Grafik $l = l(T^2)$

Pomoću ovog dijagrama može se grafički odrediti srednja vrednost ubrzanja slobodnog padanja:

$$\bar{g} \equiv 4\pi^2 \frac{\overline{AB}}{\overline{OB}}, \quad (1.3.5)$$

pri čemu tačku A treba uzeti pri kraju prave linije. Pošto relacija (1.3.5) važi samo za male oscilacije matematičkog klatna, treba voditi računa o tome da ugaona amplituda ne bude veća od 5° kao i da se oscilacije vrše samo u jednoj ravni². Rezultate merenja treba obraditi prema uputstvima datim u radnom listu. Obratiti pažnju na zamenu brojnih vrednosti fizičkih veličina u SI jedinicama (videti u [2]).

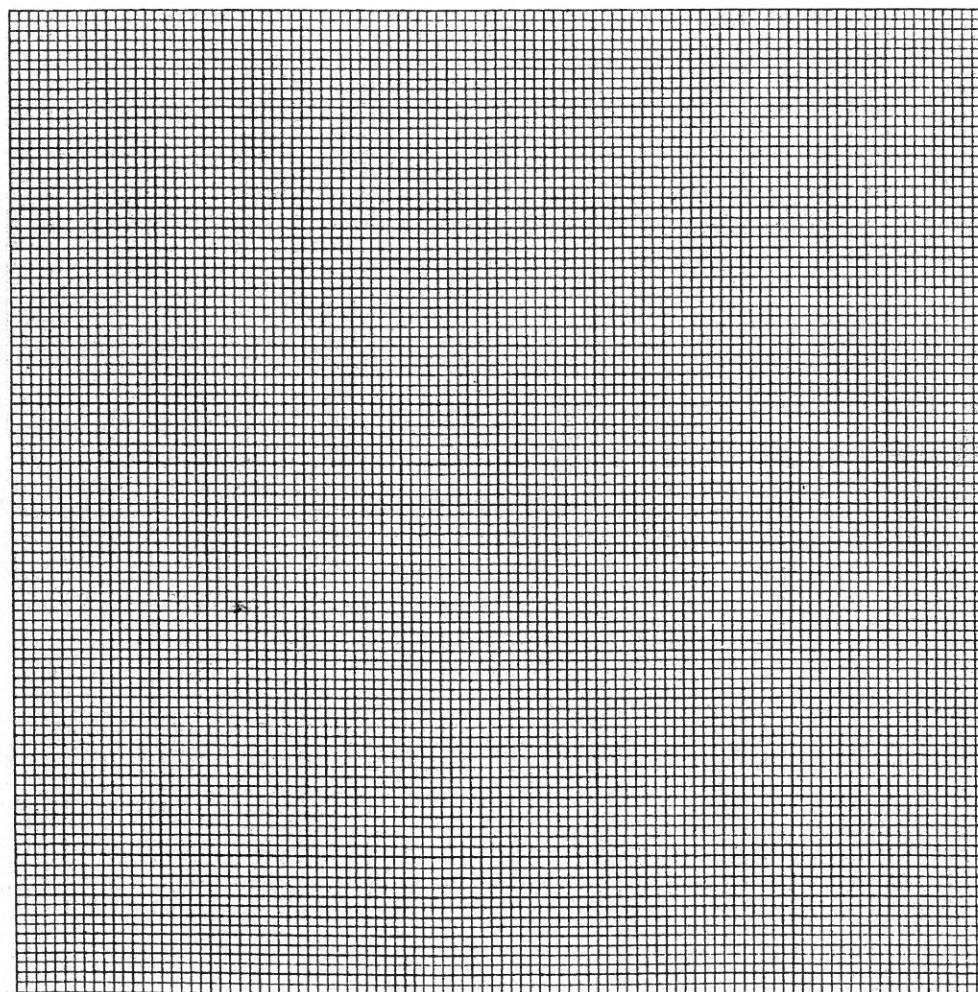
²Za proizvoljne zravnaljne amplitudne oscilovanja, period oscilovanja zavisi od amplitudne:

Vežba	GRAVITACIONO UBRZANJE M A T E M A T I Č K O K L A T N O	DATUM
-------	--	-------

1) Eksperimentalni podaci:

Br. m.	l [cm]	τ [s]	n	$T = \frac{\tau}{n}$ [s]	T^2 [s ²]
1					
2					
3					
4					
5					
6					

2) Grafik $l = f(T^2)$



Pregledao :

3) Ubrzanje slobodnog padanja

$$\bar{g} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = 4 \pi^2 \frac{\overline{AB}}{\overline{OB}} =$$

1.4 Torziona konstanta i moment inercije

1.4.1 Određivanje torzione konstante i modula smicanja

Kada na homogenu žicu, koja je na jednom kraju učvršćena, deluje spreg sila, tada dolazi do njenog uvrtanja – torzije. Eksperimentalno je dokazano da ugao uvrtanja žice φ linearno zavisi od intenziteta momenta sprega M u granicama elastičnih deformacija:

$$\varphi = \frac{1}{C} M. \quad (1.4.1)$$

Koeficijent C , koji se naziva *torziona konstanta*, predstavlja intenzitet momenta sprega sila koji dovodi do uvrtanja od 1 rad. Torziona konstanta zavisi od dužine žice l , poluprečnika kružnog preseka r , kao i od modula smicanja E_S materijala žice:

$$C = \frac{\pi}{2} \frac{E_S r^4}{l} \quad (1.4.2)$$

(detaljnije videti u [1]).

Za određivanje torzione konstante postoje dve metode: statička i dinamička. Ovde je opisana statička, a dinamička metoda se koristi za određivanje momenta inercije čvrstih tela nepravilnog oblika.

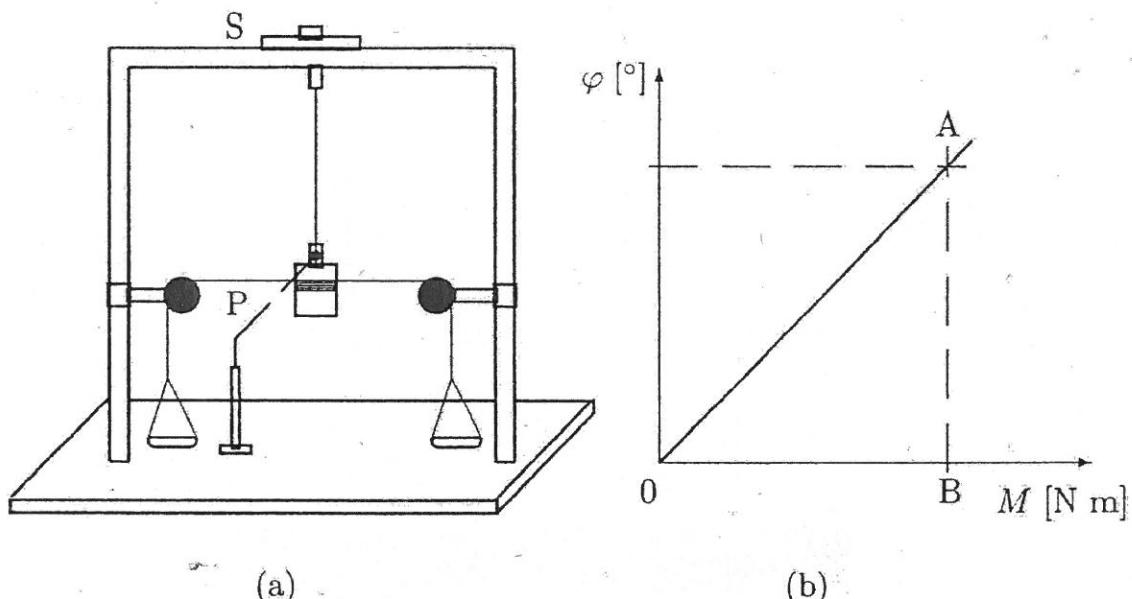
Na slici 1.4.1(a) prikazana je aparatura za određivanje torzione konstante, odnosno modula smicanja. Na gornjem delu drvenog rama aparature postavljena je kružna skala S sa ugaonom podeлом u stepenima. Na kružnoj skali se očitava ugao uvrtanja žice za koju je pričvršćeno valjkasto telo dijametra D . Valjak je nekoliko puta omotan koncem na čijim krajevima više mali tasovi. Na valjku se nalazi pokazivač P koji omogućava da se valjak uvek postavlja u isti položaj prema nepokretnom pokazivaču.

Pre početka merenja, kada su tasovi neopterećeni, pokazivače treba postaviti jedan naspram drugog pri čemu je kazaljka kružne skale na nultom podeoku. Nakon toga tasovi se opterećuju tegovima iste mase m , obično od 10^{-2} kg. Težine ovih tegova obrazuju spreg sila, čiji je momenta intenziteta $M = mgD$, koji uvrće žicu za određeni ugao. Ugao uvrtanja se očitava na kružnoj skali pošto se prethodno pokazivač na valjku vrati u početni položaj. Na ovaj način teba izvršiti bar pet merenja i rezultate merenja uneti u tabelu na radnom listu. Dužina žice l meri se lenjirom, a njen poluprečnik kao i dijametar valjka nonijusom.

Na osnovu podataka iz tabele sa radnog lista, konstruiše se grafik $\varphi = f(M)$. Tačke na grafiku, slika 1.4.1(b), treba približno da leže na pravoj liniji koja polazi iz koordinatnog početka. Koeficijent pravca ove prave predstavlja recipročnu vrednost torziona konstante, tj.

$$\bar{C} = \frac{\Delta M}{\Delta \varphi} \equiv \frac{\overline{OB}}{\overline{AB}} \frac{180}{\pi}. \quad (1.4.3)$$

Faktor $180/\pi$ u ovoj relaciji javlja se zbog pretvaranja ugaonih stepeni u radijane [3]. Na taj način se određuje srednja vrednost torziona konstante pri čemu tačku A na grafiku treba uzeti pri kraju prave. Dobijene vrednosti se obrađuju prema uputstvima u radnom listu.



Slika 1.4.1: (a) Aparatura (b) Grafik $\varphi = \varphi(M)$

Poznavanje torziona konstante omogućava da se pomoću izraza (1.4.2) odredi modul smicanja materijala žice:

$$\bar{E}_s = \frac{2l\bar{C}}{\pi r^4}. \quad (1.4.4)$$

Sve veličine koje ulaze u prethodnu relaciju izražavaju se u jedinicama SI sistema, tako da se modul smicanja dobija u $\frac{N}{m^2}$.

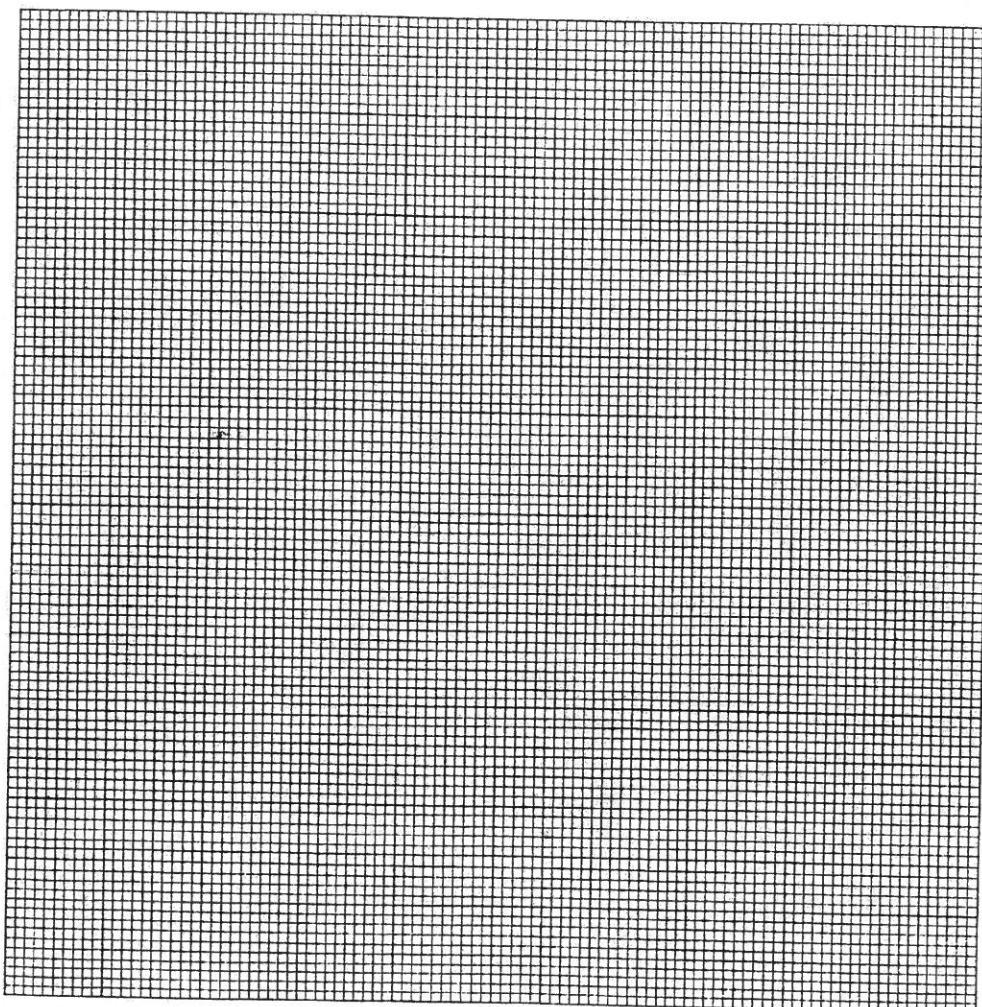
Vežba	TORZIONA KONSTANTA I MODUL SMICANJA S T A T I Č K A M E T O D A	DATUM
-------	--	-------

1) Eksperimentalni podaci:

Br.m.	m [kg]	φ [$^{\circ}$]	M [Nm]
1			
2			
3			
4			
5			
6			

- dužina žice $l =$
- greška lenjira $\Delta l =$
- poluprečnik žice $r =$
- prečnik cil.tela $D =$
- greška nonijusa $\Delta r =$

2) Grafik $\varphi = f(M)$



Pregledao :

3) Torziona konstanta

$$\bar{C} \left[\frac{\text{Nm}}{\text{rad}} \right] = \frac{\overline{OB}}{\pi R} \frac{180}{\pi} =$$

4) Modul smicanja

$$\bar{E}_s \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] = \frac{2l\bar{C}}{\pi d^4} =$$

1.5 Koeficijent površinskog napona tečnosti

Iz iskustva je poznato da se površina tečnosti ponaša kao zategnuta opna koja se suprostavlja povećanju svoje površine³. Objasnjenje za ovu pojavu nalazi se u međumolekulskoj interakciji. Na svaki molekul u tečnosti deluju privlačne sile (električne prirode) svih ostalih susednih molekula. Ako se molekul nalazi u površinskom sloju, onda je rezultantna sila na njega usmerena u dubinu tečnosti (detaljnije proučiti u [1]).

Takvo ponašanje slobodne površi tečnosti – površinski napon, opisuje se pomoću *koeficijenta površinskog napona* γ . On se definiše kao rad ΔA koji je potrebno uložiti da bi se površina tečnosti povećala za jediničnu vrednost ΔS , ili kao intenzitet sile F koja deluje normalno na jedinicu dužine L linije koja „opasuje” u graničnoj površi tečnosti:

$$\gamma = \frac{\Delta A}{\Delta S} = \frac{F}{L} \left[\frac{\text{J}}{\text{m}^2} = \frac{\text{N}}{\text{m}} \right]. \quad (1.5.1)$$

Za određivanje koeficijenta površinskog napona, u ovoj vežbi su opisane dve relativne metode koje se najčešće sreću u studentskom praktikumu: metoda kapilare i metoda kapi (stalagmomетar).

1.5.1 Metoda kapilare

Ako se uska staklena cev – *kapilara* uroni u tečnost koja kiasi staklo (npr. u vodu, alkohol i dr.) tada će se nivo tečnosti u kapilari podići do visine h iznad nivoa u posudi, sl.1.5.1(a). Usled kvašenja zidova kapilare povećala bi se površina tečnosti, međutim, tečnost teži da smanji svoju površinu, usled čega se podiže na neku visinu. Tečnost u kapilari se podiže sve dok se sile površinskog napona (\vec{F} , koja deluje na gore i to po unutrašnjem obimu kapilare: $F = \gamma 2\pi r$) i težina stuba tečnosti u kapilari (\vec{Q} – vertikalno na dole i $Q = \varrho g r^2 \pi h$) ne uravnoteže. Iz tog uslova ($F = Q$) za koeficijent površinskog napona se dobija:

$$\gamma = \frac{1}{2} \varrho g h r, \quad (1.5.2)$$

gde je r unutrašnji poluprečnik kapilare, a ϱ gustina tečnosti.

Na taj način, koeficijent površinskog napona se može odrediti merenjem visine stuba tečnosti (h) i poluprečnika kapilare (r) uz poznatu gustinu tečnosti (ϱ).

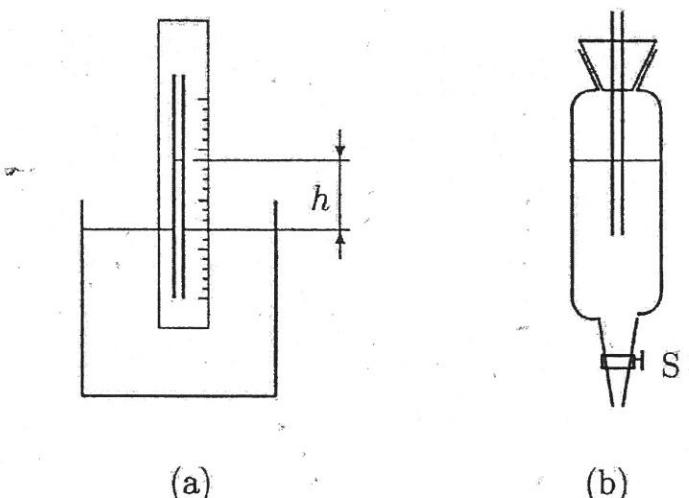
Međutim, da bi se izbeglo komplikovano merenje poluprečnika kapilare, vrši se *relativno* određivanje koeficijenta površinskog napona. Relacija (1.5.2) za poznatu tečnost (obično destilovana voda, $\gamma_0 = 73,26 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}}$, na $+20^\circ\text{C}$) ima oblik:

$$\gamma_0 = \frac{1}{2} \varrho_0 g h_0 r, \quad (1.5.3)$$

tako da se deljenjem izraza (1.5.2) i (1.5.3) dobija:

$$\gamma = \gamma_0 \frac{\varrho}{\varrho_0} \frac{h}{h_0}. \quad (1.5.4)$$

Pomoću ove relacije može se izračunati koeficijent površinskog napona ako se izmeri visina stuba poznate (h_0) i nepoznate (h) tečnosti, sl.1.5.1(a). Ova merenja će biti tačnija ukoliko su zidovi kapilare vlažni i iznad meniskusa. Zbog toga, tečnost treba nekoliko puta povući (usisati) do vrha kapilare. Pored toga, treba voditi računa da se kapilara ne uprlja (zamasti). Pri zameni tečnosti, kapilaru treba nekoliko puta isprati tom tečnošću.



Slika 1.5.1: (a) Kapilara (b) Stalagmometar

Gustine tečnosti mogu se jednostavno odrediti nekom od opisanih metoda ili su poznate za date tečnosti na istoj temperaturi. Rezultate ovih merenja treba uneti u radni list i obraditi prema priloženim uputstvima. Obratiti pažnju na izražavanje veličina u SI jedinicama (videti u [2]).

Vežba	KOEFICIJENT POVRŠINSKOG NAPONA K A P I L A R A	DATUM
-------	---	-------

1) Eksperimentalni podaci:

- temperatura u laboratoriji $t_0 =$
- gustina destilovane vode $\rho_0 =$
- koeficijent površinskog napona vode $\gamma_0 = 73,26 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}}$
- gustina tečnosti $\rho =$

visina stuba	1	3	3	srednje vrednosti
vode h_0 [mm]				$\bar{h}_0 =$
tečnosti h [mm]				$\bar{h} =$

- greška lenjira $\Delta h =$
-

2) Koeficijent površinskog napona tečnosti

$$\gamma \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right] = \gamma_0 \frac{\rho \bar{h}}{\rho_0 \bar{h}_0} =$$

3) Relativna greška

$$\delta\gamma = \left(\frac{1}{\bar{h}} + \frac{1}{\bar{h}_0} \right) \Delta h =$$

4) Apsolutna greška

$$\Delta\gamma \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right] = \gamma \delta\gamma =$$

5) Rezultat

$$\gamma \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right] = \gamma \pm \Delta\gamma =$$

1.6 Određivanje koeficijenta viskoznosti

Pri strujanju realnih fluida dolazi do pojave protivljenja usmerenom kretanju molekula, odnosno do pojave unutrašnjeg trenja ili najkraće – *viskoznosti*. Ovaj efekat je posledica postojanja, tj. delovanja međumolekulskih interakcija unutar tečnosti. Fenomenološki, intenzitet sile unutrašnjeg trenja pri laminarnom strujanju homogenih tečnosti određen je Njutnovim zakonom viskoznosti

$$F_\eta = \eta S \frac{dv}{dx}, \quad (1.6.1)$$

gde je S dodirna površina između dva sloja tečnosti, a $\frac{dv}{dx}$ gradijent brzine⁵. Koeficijent viskoznosti η izražava se u jedinicama Pa·s i zavisi od prirode fluida i njegove temperature. Pri povećanju temperature, koeficijent viskoznosti se smanjuje kod tečnosti a povećava kod gasova (detalje videti u [1]).

Sila viskoznog trenja igra važnu ulogu u mnogim fizičkim procesima zbog čega postoji čitav niz metoda i uređaja – *viskozimetara* za određivanje koeficijenta viskoznosti. U ovoj vežbi je opisana elementarna Stoksova metoda i dva tipa viskozimetara: Ostvaldov i Heplerov viskozimetar.

1.6.1 Stoksova metoda

Jedna od mogućnosti za određivanje koeficijenta viskoznosti zasniva se na Stoksovom zakonu⁶, prema kome: intenzitet sile otpora F_S (deluje na kuglicu poluprečnika r pri njenom kretanju kroz fluid brzinom malog intenziteta v) znaši:

$$F_S = 6\pi\eta r v. \quad (1.6.2)$$

Pored ove sile, sl.1.6.1(a), pri kretanju kuglice kroz viskoznu sredinu, na nju deluju i sila Zemljine teže i sila potiska. Njihovi intenziteti su:

$$Q = mg = \frac{4}{3}\pi r^3 \varrho g, \quad F_P = \varrho_t g V = \frac{4}{3}\pi r^3 \varrho_t g. \quad (1.6.3)$$

Ša ϱ i ϱ_t u u gornjim izrazima označene su gustine materijala kuglice i fluida, respektivno. Pošto Stoksova sila zavisi od brzine, jasno je da će se brzina kuglice povećavati sve dok se njeni težini ne uravnoteži sa silom otpora i silom potiska, tj. kada je:

$$Q = F_S + F_P. \quad (1.6.4)$$

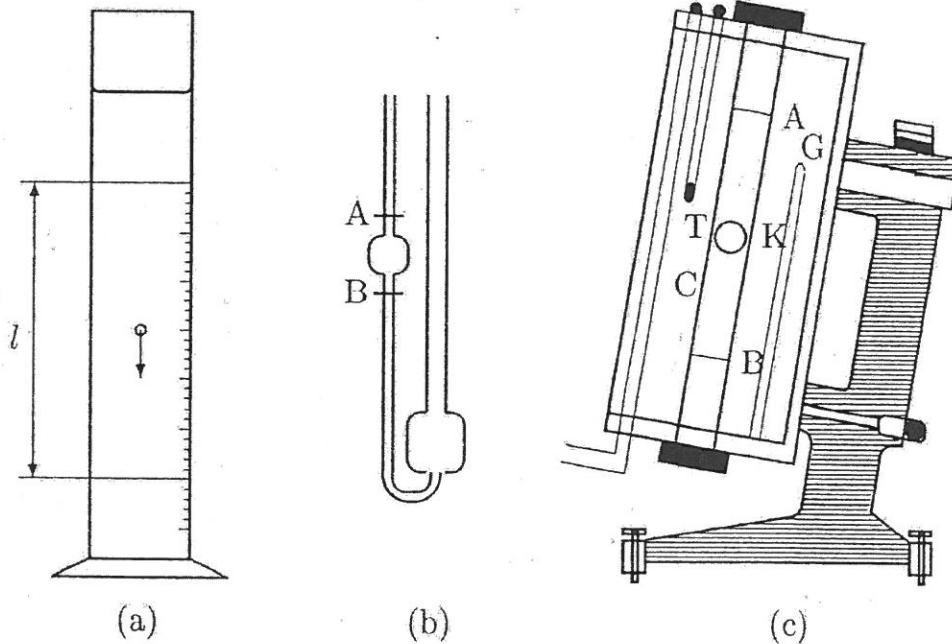
Ta vrednost stalne brzine ($v = \frac{l}{t}$) može se odrediti iz pređenog puta (l) između znaka na posudi i proteklog vremena (t). Na osnovu toga i prethodnih izraza, dobija se izraz za izračunavanje koeficijenta viskoznosti (konsultovati udžbenike [1]):

$$\eta = \frac{2r^2 g(\varrho - \varrho_t) t}{9l}. \quad (1.6.5)$$

⁵Gradijent brzine je promena brzine u pravcu normalnom na tok fluida.

⁶Detaljnije o ovom zakonu i uopšte o pojavi viskoznosti, proučiti iz [1].

U ovoj vežbi određuje se koeficijent viskoznosti glicerina ili ulja čiju gustinu treba odrediti. Prečnik staklene kuglice poznate gustine meri se mikrometarskim zavrtnjem, a vreme hronometrom. Potrebno je izvršiti tri merenja i rezultate obraditi prema uputstvima u radnom listu.



Slika 1.6.1: (a) Stoksova metoda (b) Ostvaldov (c) Heplerov viskozimetar

1.6.2 Ostvaldov viskozimetar

Određivanje koeficijenta viskoznosti Ostvaldovim viskozimetrom, sl.1.6.1(b) zasniva se na Poazejevom zakonu. Prema ovom zakonu, zapremina tečnosti V koja za vreme t protekne kroz kapilarnu cev dužine L i poluprečnika R , na čijim krajevima postoji razlika pritisaka Δp , iznosi⁷:

$$V = \frac{\pi R^4 \Delta p t}{8 L \eta}. \quad (1.6.6)$$

Pomoću ovog izraza može se direktno odrediti koeficijent viskoznosti ako su poznate sve ostale veličine. Međutim, uglavnom se vrše relativna merenja jer su znatno jednostavnija.

Vežba	KOEFICIJENT VISKOZNOSTI S T O K S O V A M E T O D A	DATUM
-------	--	-------

1) Eksperimentalni podaci:

- gustina tela $\varrho =$
- gustina tečnosti $\varrho_t =$
- greške:
 - lenjira $\Delta l =$
 - mikrometarskog zavrtnja $\Delta r =$
 - hronometra $\Delta t =$

Br. m.	l [m]	r [mm]	t [s]	η [Pa s]	$\Delta\eta$ [Pa s]
1					
2					
3					

- srednja vrednost $\bar{\eta} =$
- maksimalna absolutna greška $\Delta\eta =$

2) Koeficijent viskoznosti

$$\eta = \frac{2r^2 g(\varrho - \varrho_t)t}{9l} \text{ [Pa s]}$$

3) Relativna greška

$$\delta\eta = \frac{2\Delta r}{r} + \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta l}{l}$$

4) Apsolutna greška

$$\Delta\eta = \eta \delta\eta \text{ [Pa s]}$$

5) Rezultat

$$\eta \text{ [Pa s]} = \bar{\eta} \pm \Delta\eta =$$

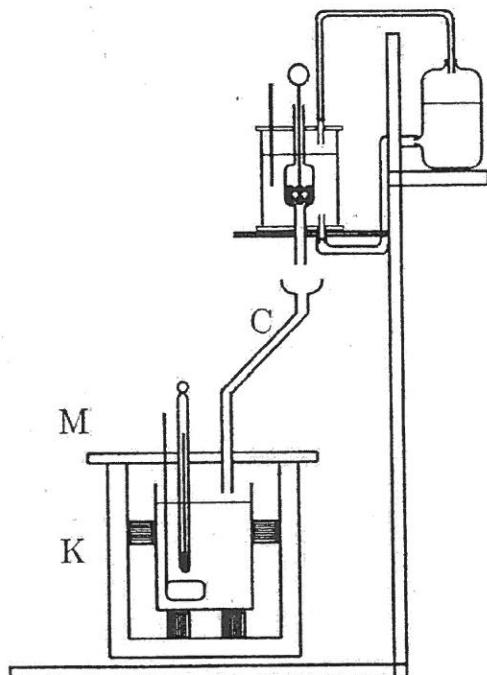
1.7 Određivanje specifične toplote čvrstih tela

Količina toplote ΔQ koja je potrebna za zagrevanje homogenog tela mase m , od temperature t_1 do t_2 , proporcionala je masi tela i promeni temperature $\Delta t = t_2 - t_1$ (detaljno proučiti iz [1]):

$$\Delta Q = c m \Delta t = c_K \Delta t \quad [\text{J}], \quad (1.7.1)$$

gde je c – *specifična toplota* tog tela, a c_K – *toplotska kapacitativnost*. Ove karakteristike zavise od prirode tela i njegove temperature, zbog čega se eksperimentalno određuju njihove srednje vrednosti za određeni temperaturski interval.

Merenje specifične toplote u ovoj vežbi vrši se pomoću aparature prikazane na sl.1.7.1, metodom mešanja¹⁰. Čvrsto telo (obično kuglice) mase m , čija se specifična toplota određuje, zagrevaju se u vodenom kupatilu V do temperature ključanja vode t . Tako zagrejano telo se kroz cev C ubacuje u kalorimetar K poznate toplotne kapacitivnosti c_K . U kalorimetru se nalazi voda mase m_1 na sobnoj temperaturi t_1 . Nakon određenog vremena u kalorimetru se postiže ravnotežna temperatura t_m . Uspostavljanje toplotne ravnoteže potpomaže se mešalicom M . Količina toplote koju je pri tome otpustilo zagrejano telo iznosi:



Slika 1.7.1: Aparatura

$$\Delta Q_T = c m (t - t_m), \quad (1.7.2)$$

dok je količina toplote koju je primio sistem: voda i kalorimetar (čaša, mešalica i termometar):

$$\Delta Q_S = c_v m_1 (t_m - t_1) + c_K (t_m - t_1), \quad (1.7.3)$$

gde je $c_v = 4186.8 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ specifična toplota vode.

Pošto se pretpostavlja da sa tela na vodu i kalorimetar toplota prelazi bez gubitaka, tj. da je: $\Delta Q_T = \Delta Q_S$, dobija se sledeća relacija:

$$c = \frac{m_1 c_v + c_K}{m} \frac{t_m - t_1}{t - t_m}. \quad (1.7.4)$$

Pomoću ove relacije može se odrediti srednja vrednost specifične toplote čvrstog tela u intervalu temperature od t_1 do t . Dobijene vrednosti treba obraditi prema uputstvima u radnom listu.

¹⁰Ova metoda se zasniva na eksperimentalnoj činjenici da je u toplotno izolovanom sistemu toplotno izolovano telo uključeno u toplotno izolovan sistem.

Vežba	SPECIFIČNA TOPLOTA ČVRSTOG TELA	DATUM
-------	------------------------------------	-------

1) Eksperimentalni podaci:

- toplotna kapacitivnost kalorimetra $c_K =$
- temperatura zagrejanog čvrstog tela $t =$
- početna temperatura vode u kalorimetru $t_1 =$
- ravnotežna temperatura $t_m =$
- masa čvrstog tela $m =$
- masa vode u čaši kalorimetra $m_1 =$
- greška vase $\Delta m =$
- greška termometra $\Delta t =$

2) Specifična toplota

$$c \left[\frac{\text{J}}{\text{kg K}} \right] = \frac{m_1 c_v + c_K}{m} \frac{t_m - t_1}{t - t_m} =$$

3) Relativna greška

$$\delta c = 2 \left(\frac{1}{t_m - t_1} + \frac{1}{t - t_m} \right) \Delta t + \left(\frac{1}{m} + \frac{c_v}{m_1 c_v + c_K} \right) \Delta m$$

$$\delta c =$$

4) Apsolutna greška

$$\Delta c \left[\frac{\text{J}}{\text{kg K}} \right] = c \delta c =$$

5) Rezultat

$$c \left[\frac{\text{J}}{\text{kg K}} \right] = c \pm \Delta c =$$

1.8 Gasni zakoni

Prema molekulsко-kinetičkoj teoriji, stanje gasa je potpuno određeno sa četiri parametra međusobno povezanih jednačinom stanja i implicitnom obliku glasi:

$$f(m, p, V, T) = 0 \quad (1.8.1)$$

(m – masa gasa, p – pritisak, V – zapremina, T – apsolutna temperatura). U slučaju idealnog gasa¹¹, opšta jednačina gasnog stanja – Klapejronova jednačina, ima oblik (detaljno proučiti iz udžbenika [1]):

$$pV = \frac{m}{M} RT, \quad (1.8.2)$$

gde je M molska masa gasa, a $R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$ univerzalna gasna konstanta. Ova jednačina se može primeniti i kod realnih gasova (npr. vazduh) pri niskim pritiscima i relativno visokim temperaturama.

Stanje idealnog gasa, čija je masa konstantna, određeno je sa tri parametra (p, V, T). Ako još jedan od ova tri parametra ima stalnu vrednost, tada je odnos preostala dva određen poznatim gasnim zakonima (Bojl-Mariotov i Gej-Lisakov, odnosno Šarlov zakon).

1.8.1 Bojl-Mariotov zakon

Prema Bojl-Mariotovom zakonu, proizvod pritiska i zapremine određene količine gasa, pri stalnoj temperaturi (izotermski proces) ostaje konstantan (konsultovati [1]), odnosno:

$$pV = \text{const}, \quad T = \text{const}; \quad m = \text{const}. \quad (1.8.3)$$

Na $p - V$ dijagramu ovaj zakon se može grafički prikazati jednostranom hiperbolom, kao na sl.1.8.1(a).

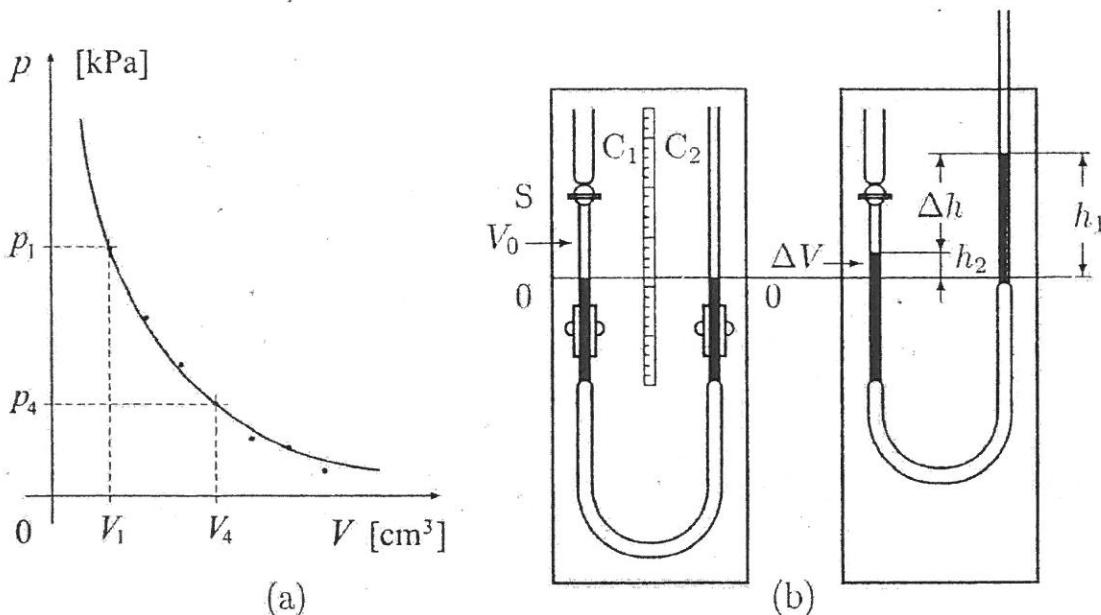
Na sl.1.8.1(b) prikazana je aparatura pomoću koje se može eksperimentalno proveriti Bojl-Mariotov zakon¹². Dve staklene cevi C_1 i C_2 , od kojih se jedna završava slavinom S, spojene su gumenim crevom i pričvršćene za stativ na kojem se nalazi lenjir sa milimetarskom podelom. Pre početka merenja otvor se slavina S i pomeranjem cevi nivo žive dovede u položaj 0–0. Kada se slavina zatvori tada se između slavine i nivoa žive u cevi C_1 nalazi određena zapremina vazduha V_1 na atmosferskom pritisku $p_1 = p_a$. Zapremina vazduha u cevi se očitava na skali graduisanoj u cm^3 , koja se nalazi ispred slavine. Ova zapremina se može menjati podizanjem (spuštanjem) cevi C_2 . Pri tome se pritisak vazduha u cevi C_2 povećava (smanjuje) za iznos hidrostatičkog pritiska stuba žive (videti sliku):

$$p = p_a + \rho g \Delta h, \quad (1.8.4)$$

¹¹Idealan gas predstavlja skup materijalnih tačaka koje ne deluju međusobno i sa zidovima posude, osim u (s)udarima koji se smatraju absolutno elastičnim.

¹²U nekim laboratorijama koristi se Feličijev aparat Zavoda za fiziku u Beogradu. U tom

gde je ϱ – gustina žive. Kada se na taj način izvrši nekoliko (5 – 6) merenja, treba izračunati proizvode $p \cdot V$. Pošto se radi o izoternskom procesu, ovi proizvodi treba da su približno jednaki (u granicama grešaka merenja) čime se i pokazuje Bojl-Mariotova zakonitost. Pored toga, ako se konstruiše grafik $p = f(V)$, videće se da eksperimentalne tačke leže na jednoj grani hiperbole¹³.



Slika 1.8.1: (a) Bojl-Mariotov zakon (b) Aparatura

Rezultate merenja i njihovu obradu treba srediti na radnom listu.

1.8.2 Gej-Lisakov zakon

Prema Gej-Lisakovom zakonu, pri izohorskim procesima, pritisak date mase gase menja se linearno sa temperaturom¹⁴, tj.

$$p = p_0 (1 + \gamma t), \quad V = \text{const}; \quad m = \text{const}, \quad (1.8.5)$$

gde je p_0 pritisak gase na temperaturi od 0 °C. Termički koeficijent pritiska $\gamma \approx \frac{1}{273} \text{ K}^{-1}$ predstavlja relativnu promenu pritiska po jedinici temperature:

$$\gamma = \frac{p - p_0}{p_0} \frac{1}{t}. \quad (1.8.6)$$

Zavisnost pritiska od temperature (1.8.5) može se grafički prikazati, sl.1.9.1(a), pravom linijom čiji je odsečak na ordinati p_0 , a koeficijent pravca $p_0\gamma$.

Prema oznakama sa slike, za proizvoljnu temperaturu t važi:

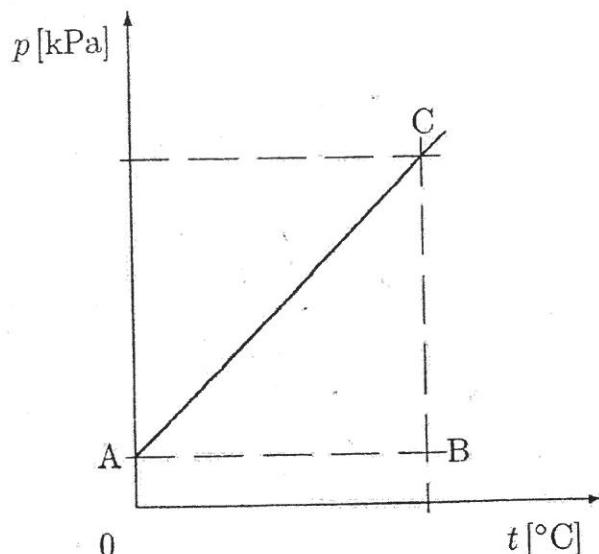
$$\frac{p - p_0}{t} \equiv \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}, \quad p_0 \equiv p_A,$$

¹³Pri konstrukciji ovog grafika obratiti pažnju na to da koordinatni početak ne bude u (0, 0), već da na njezinu sve eksperimentalne tačke bilo pregledno prikazane – slično kao na sl.1.9.1(a).

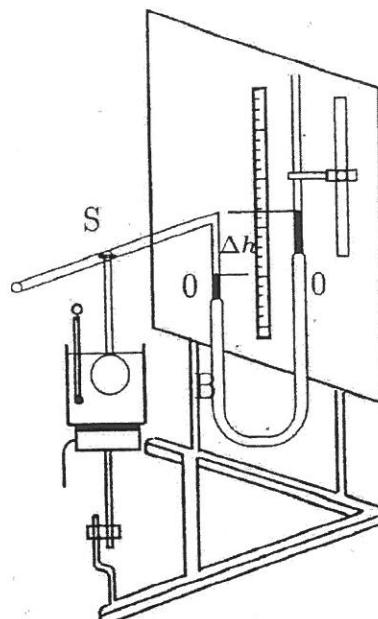
¹⁴Kod izobarnih procesa ($p = \text{const}$) zapremina date mase gase menja se linearno sa temperaturom: $V = V_0(1 + \gamma t)$, gde je V_0 zapremina gasa na 0 °C, što predstavlja iskaz Šarlovog

tako da je:

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{p_A} \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \left[\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \right]. \quad (1.8.7)$$



(a)



(b)

Slika 1.8.2: (a) Gej-Lisakov zakon (b) Aparatura

Relacija (1.8.7) omogućava da se eksperimentalno odredi termički koeficijent pritiska. Aparatura kojom se vrše ova merenja prikazana je na sl.1.8.2(b). Balon B koji je vezan za nepokretni krak manometra, nalazi se u vodenom kupatilu koje se može zagrevati pomoću električnog grejača. Pre početka zagrevanja nivo žive u manometru dovede se u položaj 0 – 0 pri otvorenoj slavini na balonu. Zatim se slavina zatvori tako da se vazduh u balonu nalazi pod atmosferskim pritiskom na sobnoj temperaturi. Zagrevanjem vode u kupatilu, zagreva se i vazduh u balonu usled čega počinje da se širi i potiskuje živu u manometru. Da bi zapremina vazduha ostala stalna, pomeranjem pokretnog kraka manometra, nivo žive u nepokretnom kraku stalno se održava u položaju 0 – 0. Vazduh u balonu se tada nalazi pod povišenim pritiskom,

$$p = p_a + \varrho g \Delta h,$$

gde je Δh razlika visina stubova žive u kracima manometra. Pritisak se očitava na svakih 5°C iznad sobne temperature. Kod svakog merenja grejač treba isključiti i vodu dobro promešati.

Na osnovu dobijenih rezultata konstruiše se grafik $p = p(t)$. Tačke na grafiku približno leže na pravoj liniji koju treba produžiti do preseka sa ordinatom na 0°C . Kada se na pravoj izabere tačka C pri kraju grafika, tada se pomoću relacije (1.8.7) može izračunati termički koeficijent pritiska. Apsolutna i relativna greška merenja u ovoj vežbi se izračunava u odnosu na tačnu vrednost: $\gamma_t = 0,00366^{\circ}\text{C}^{-1}$, tj.

$$\Delta\gamma = |\bar{\gamma} - \gamma_t|; \quad \delta\gamma = \frac{\Delta\gamma}{\gamma_t},$$

gde je $\bar{\gamma}$ – sa grafika određena vrednost termičkog koeficijenta pritiska. Rezultati merenja u ovoj vežbi se mogu prikazati na sledeći način:

Vežba	IDEALAN GAS G E J – L I S A K O V Z A K O N	DATUM
-------	--	-------

1) Eksperimentalni podaci: $p_a =$

Br. m.	t [°C]	Δh [mm]	Δp [kPa]	p [kPa]
1				
2				
3				
4				
5				
6				

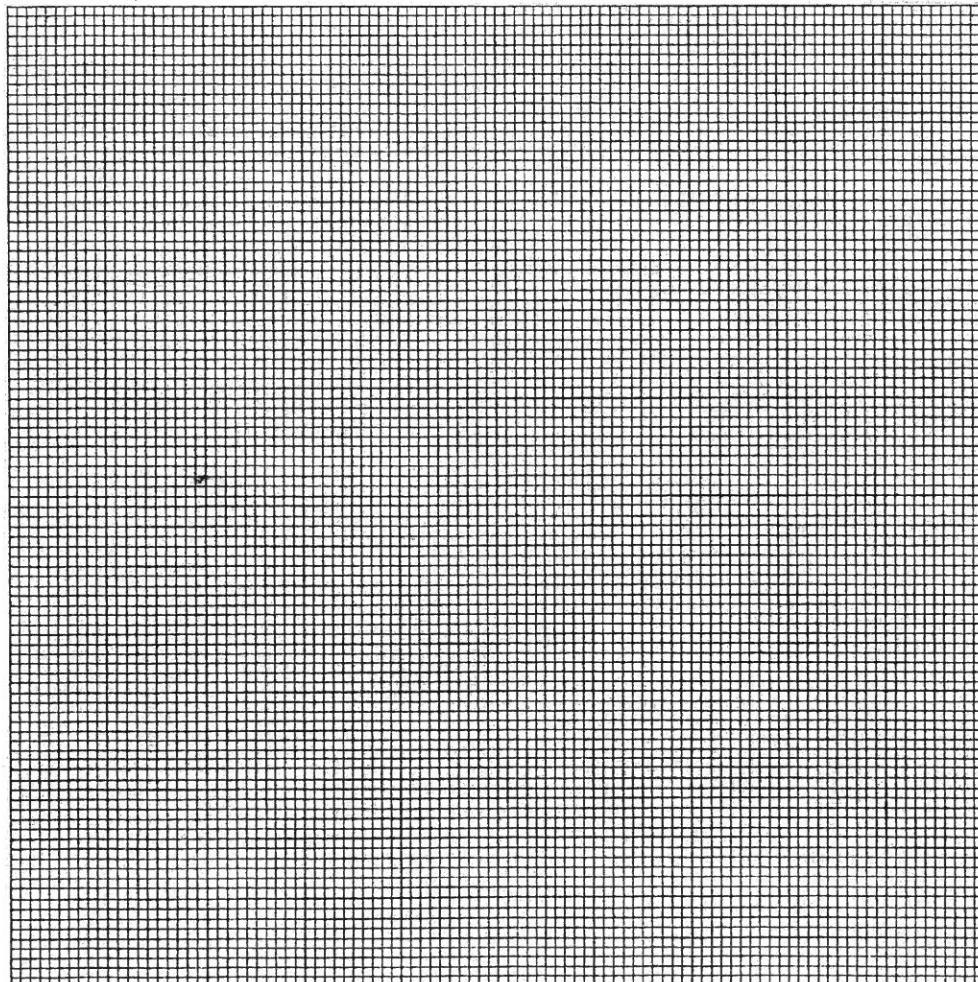
$$\Delta p = \rho g \Delta h,$$

$$p = p_a + \Delta p,$$

$$\rho = 13\,590 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3},$$

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2) Grafik $p = p(t)$ ⁽¹⁶⁾, $V =$



Pregledao :

3) Termički koeficijent pritiska

$$\bar{\gamma} \left[\frac{1}{\text{°C}} \right] = \frac{1}{p_A} \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} =$$

¹⁶Obratiti posebnu pažnju da apscisa počinje sa 0 °C , a ordinata – *dosta* ispod najnižeg izmerenog pritiska!

2.4 Određivanje indeksa prelamanja

Indeks prelamanja neke sredine (n) predstavlja odnos brzina prostiranja svetlosti u vakuumu (c) i brzine svetlosti (v) u toj sredini:

$$n = \frac{c}{v}, \quad n \geq 1. \quad (2.4.1)$$

Pošto je brzina svetlosti najveća u vakuumu, jasno je da se radi o nemenovanom broju koji je veći od jedinice. Za vazduh se obično prima $n \approx 1$, za vodu je $n = 1.33$ itd. Tačnije vrednosti indeksa prelamanja, koji zavisi od talasne dužine, najčešće se daju za natrijumovu žutu svetlost (D-linija, $\lambda_D = 598.3$ nm).

Kada svetlost pada na graničnu površinu dve različite prozirne medije ($n_1 \neq n_2$), jedan njen deo se reflektuje, a drugi prolazi – menjajući pri tome pravac prostiranja, tj. prelamsa se. Prema zakonu prelamanja (pravci) je uobičajeno [1]):

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta, \quad (2.4.2)$$

gde su α i β uglovi kojo upadni i prelomljeni zrak zaklapaju sa normalom na graničnu površinu. Pored toga, upadni zrak, prelomljeni zrak i normala leže u jednoj ravni. Vrednost indeksa prelamanja zavisi od temperature i talasne dužine svetlosti⁵ i za većinu karakterističnih materijala može se naći u odgovarajućim tabelama [1,4].

Pomoću zakona prelamanja (2.4.2), u ovoj vežbi određuje se indeks prelamanja staklene planparalelne pločice, grafičkom metodom. Za vezbu je potrebna ravna ploča od stiropora ili mekog drvena, na koju se postavi milimetarski ili beli papir. Na papiru se nacrtava osnova planparalelne pločice, sl.2.5.1. Zrak svetlosti pada na planparalelnu ploču u tački A pod uglom α . Na graničnoj površini vazduh-ploča upadni zrak se prelamsa pod uglom β . Upadni ugao u tački B je β , a prelomni ugao je α jer je ploča izrađena od homogenog materijala. Na taj način, zrak svetlosti izlazi iz pločice paralelno upadnom zraku.

Pošto se pločica nalazi u vazduhu ($n_1 = 1$), za izračunavanje indeksa prelamanja stakla,

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}, \quad (2.4.3)$$

potrebno je odrediti uglove α i β . Pravac upadnog zraka, tj. upadni ugao α , može se odrediti pomoću dve čiode c_1 i c_2 postavljene vertikalno sa jedne strane pločice. Pravac izlaznog zraka se, takođe, može odrediti dvečim čiodama c_3 i c_4 . One se postavljaju sa druge strane pločice tako da se prilikom gledanja kroz staklo sve četiri čiode poklapaju. Sada se pločica i čiode uklanjuju i na papiru nacrtaju pravci upadnog, prelomljenog i izlaznog zraka. Odnos sinusova uglova α i β može se odrediti grafički. Oko tačke A se opisuju dva luka istih poluprečnika. Kako je prema oznakama sa slike, $\overline{AL}_1 = \overline{AL}_2$ to je

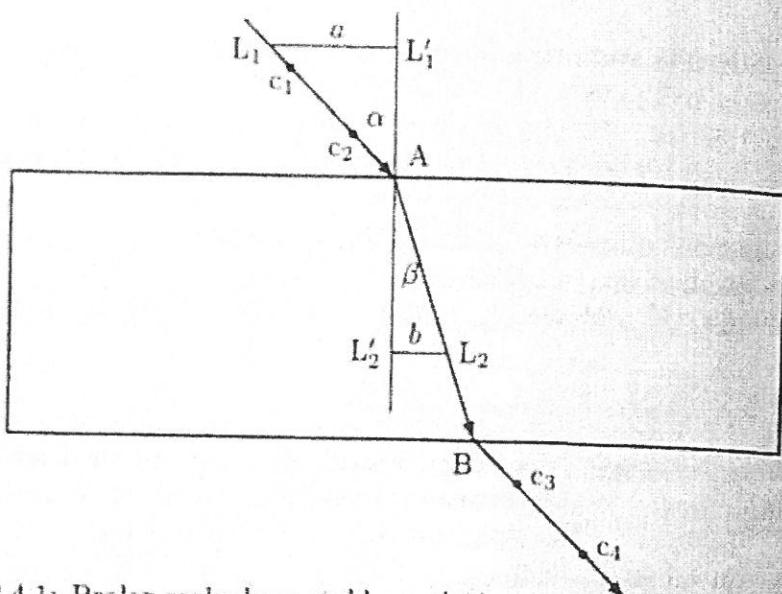
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{a}{b}$$

⁵Zavjanost indeksa prelamanja od talasne duljine, odnosno frekvencije, naziva se disperzija svetlosti.

tako da se indeks prelamanja:

$$n = \frac{a}{b} \quad (2.4.4)$$

može odrediti merenjem duži a i b .



Slika 2.4.1: Prolaz zraka kroz staklenu pločicu

Opisanim postupkom treba izvršiti tri merenja za različite vrednosti **upadnog ugla**, uzimajući svaki put veći upadni ugao za oko pet stepeni. Dobijene vrednosti uneti u tabelu i rezultate merenja obraditi prema uputstvima datim u rađnom listu.

Vezba	INDEKS PRELAMANJA STAKLENA PLOCICA	DATUM
-------	---------------------------------------	-------

1) Eksperimentalni podaci:

- greška lenjira $\Delta a = \Delta b \equiv \Delta l =$

Br.m.	a [mm]	b [mm]	n	$\delta n [\%]$	Δn
1					
2					
3					

- Srednja vrednost $\bar{n} =$

- Maks.aps.greška $\Delta n_m =$

2) Indeks prelamanja

$$n = \frac{a}{b}$$

3) Relativna greška

$$\delta n = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \Delta l$$

4) Apsolutna greška

$$\Delta n = n \delta n$$

5) Rezultat

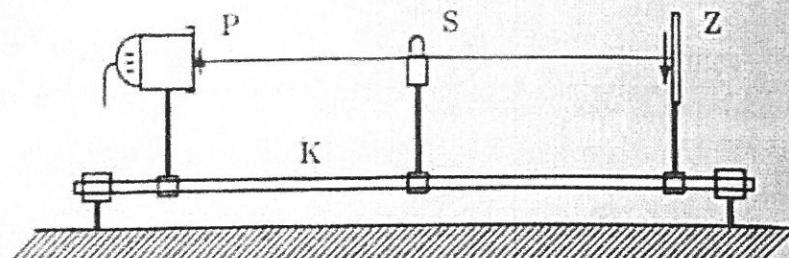
$$n = \bar{n} \pm \Delta n_m =$$

Pregledao:

2.5 Određivanje žižne duljine sočiva

Optičko sočivo predstavlja providno telo ograničeno dvema površima, od kojih je bar jedna zakrivljena. Prema načinu prelamanja svetlosti sočiva mogu biti sabirna (konvergentna) i rasipna (divergentna). Kod tankog sabirnog sočiva, paralelan snop zraka prelama se tako da se zraci skupljaju u žiži, a njena udaljenost od sočiva je *žižna duljina*. Kod rasipnih sočiva, paralelan snop zraka se nakon prelamanja rasipa, pri čemu se produžeci zraka sekut u žiži rasipnog sočiva. I sabirna i rasipna sočiva imaju dve žiže, koje se nalaze na jednakim rastojanjima od sočiva (detaljnije videti u [1]).

U ovoj vežbi opisane su dve metode za određivanje žižne duljine sabirnih sočiva: direktna i Beselova metoda. Aparatura potrebna za ovu vežbu prikazana je na sl. 2.6.1. Na optičkoj klupi K nalaze se nosači predmeta P, sočiva S i zaklona Z koji mogu da se pomeraju duž optičke klupe. Pomoću trake sa milimetarskom podelom, koja je smeštena na optičku klupu, može se izmeriti rastojanje predmeta i zaklona od sočiva.



Slika 2.5.1: Optička klupa

2.5.1 Direktna metoda

Žižna duljina f tankog sabirnog sočiva može se direktno odrediti na osnovu jednačine sočiva:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l} \Rightarrow f = \frac{p l}{p + l}, \quad (2.5.1)$$

merenjem udaljenosti predmeta p i lika l od optičkog centra sočiva. Pri merenju ovih rastojanja, predmet P i zaklon Z treba postaviti na krajeve optičke klupe (greška merenja je tada najmanja). Pomeranjem nosača sočiva duž optičke klupe, može se dobiti oštar i uvećan ili umanjen lik predmeta na zaklonu. Za takav položaj sočiva izmere se rastojanja p i l i pomoću relacije (2.5.1) odredi se žižna duljina sočiva. Promenom rastojanja između predmeta i zaklona, merenja treba ponoviti (još dva puta). Rezultati merenja unose se u tabelu i na osnovu njih nalazi se srednja vrednost žižne duljine i optička moć, tj. jačina sočiva (ω):

$$\omega = \frac{1}{f} \left[d = \frac{1}{m} \right] \quad (2.5.2)$$

(d – dioptrija, jedinica mere jačine sočiva).

Žižna daljina rasipnih sočiva ne može se odrediti direktnom metodom pošto ova sočiva daju imaginarnе likove. Međutim, ova teškoća može se lako zaobići pomoću odgovarajućeg sabirnog sočiva. Ako je žižna daljina sabirnog sočiva manja od apsolutne vrednosti žižne daljine rasipnog sočiva ($f_s < f_r \equiv |f_r|$), tada je žižna daljina kombinovanog sočiva pozitivna. Drugim rečima, takav sistem sočiva se ponaša kao jedno sabirno sočivo, pa se njegova žižna daljina može odrediti:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_s} - \frac{1}{f_r} \implies f_r = \frac{f_s f_r}{f_s - f_r}. \quad (2.5.3)$$

Za određivanje žižne daljine kombinovanog sočiva, u ovoj vežbi ne koristi se direktna već Beselova metoda.

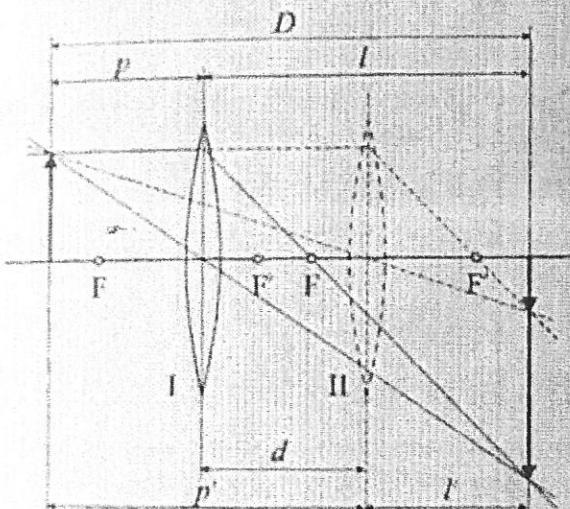
2.5.2 Beselova metoda

Za rastojanje $D > 4f$ između predmeta i zaklona za dato sočivo uvek postoje dva (konjugovana) položaja⁶ sočiva pri kojima se na zaklonu dobijaju ostri likovi, u jednom slučaju uvećan (I), a u drugom umanjen (II). Prema oznakama sa slike tada su: $p = l'$ i $l = p'$ i

$$D = p + p'; \quad d = l - l'; \quad p = \frac{D - d}{2}; \quad l = \frac{D + d}{2}.$$

Zamenom poslednjeg izraza u jednačinu sočiva (2.5.1) dobija se:

$$f = \frac{D^2 - d^2}{4D}. \quad (2.5.4)$$



Slika 2.5.2: Konjugovani položaji sočiva

U ovoj vežbi, Beselovom metodom određuje se žižna daljina kombinovanog (sabirnog) sočiva za nekoliko rastojanja D . Nakon izračunavanja srednje vrednosti žižne daljine ovog sistema, treba izračunati žižnu daljinu rasipnog sočiva pomoću (2.5.3), uz poznatu – direktnom metodom određenu vrednost žižne daljine sabirnog sočiva. Konačno, pomoću relacije (2.5.2) potrebno je odrediti optičku moć rasipnog sočiva.

⁶U osnovi ovoga leži Fermatov princip reciprociteta – detaljno izložen u [1].

Vežba	ŽIŽNA DALJINA SOČIVA DIREKTNA METODA	DATUM
-------	---	-------

1) Eksperimentalni podaci:

- Greška M/M-skale na optičkoj klupi $\Delta p = \Delta l =$

Br.m.	p [cm]	l [cm]	f_s [cm]	δf_s [%]	Δf_s [cm]
1					
2					
3					

- Srednje vrednosti: $\bar{f}_s =$ $\Rightarrow \bar{\omega}_s =$

- Maksimalna apsolutna greška $\Delta f_s^m =$

2) Žižna daljina i optička moć sabirnog sočiva

$$f_s = \frac{p l}{p + l} \text{ [cm]}, \quad \omega_s = \frac{1}{f_s} \text{ [d]}$$

3) Relativna greška

$$\delta f_s = \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{l} + \frac{2}{p+l} \right) \Delta l$$

4) Apsolutna greška

$$\Delta f_s = f_s \delta f_s \text{ [cm]}$$

5) Rezultat

$$f_s \text{ [cm]} = \bar{f}_s \pm \Delta f_s^m =$$

Pregledao:

Vredna	ŽIŽNA DALJINA SOČIVA BESLOVOA METODA	DATUM
--------	---	-------

1) Eksperimentalni podaci:

- Greška M/M-skale na optičkoj klupi $\Delta D = \Delta d \equiv \Delta l =$

Br.m	D [cm]	d [cm]	f_k [cm]	δf_k [%]	Δf_k [cm]
1					
2					
3					

- Srednje vrednosti: $\bar{f}_k =$ $\Rightarrow \bar{\omega}_k =$

- Maksimalna apsolutna greška $\Delta f_k^m =$

2) Žižna daljina i optička moć kombinovanog sočiva

$$f_k = \frac{D^2 - d^2}{4D} \text{ [cm]}, \quad \omega_k = \frac{1}{f_k} \text{ [d]}$$

3) Relativna greška

$$\delta f_k = \left(\frac{2}{D-d} + \frac{1}{D} \right) \Delta l$$

4) Apsolutna greška

$$\Delta f_k = f_k \delta f_k \text{ [cm]}$$

5) Rezultat:

$$f_k \text{ [cm]} = \bar{f}_k \pm \Delta f_k^m =$$

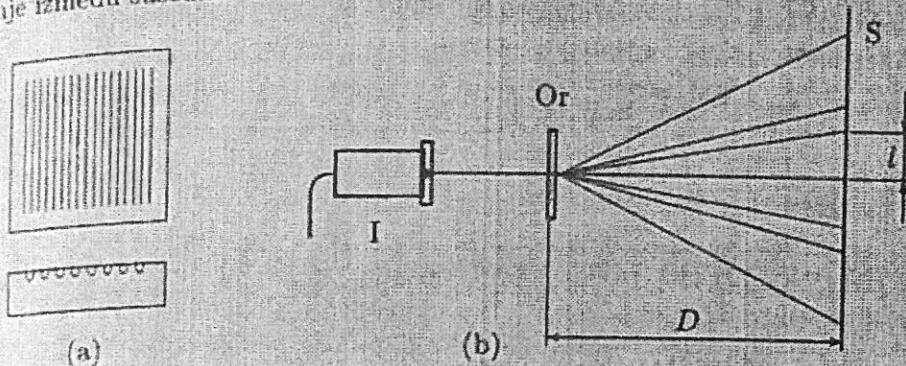
6) Žižna daljina i optička moć/jacina rasipnog sočiva

$$f_r \text{ [cm]} = \frac{\bar{f}_k \bar{f}_s}{\bar{f}_k - \bar{f}_s} = \quad \Rightarrow \quad \omega_r \text{ [d]} = \frac{1}{f_r} =$$

Pregledao:

2.7 Određivanje talasne dužine svetlosti

Optička rešetka predstavlja staklenu pločicu na kojoj je pravilno raspoređen veliki broj paralelnih zareza, i do 100 000 po dužnom centimetru sl.2.8.1(a). Na mestima gde su načinjeni zarezi svetlost se difuzno rasipa, dok se ravne površine između zareza ponašaju kao pukotine koje propuštaju svetlost. Rastojanje između susednih zareza naziva se *konstanta rešetke*.



Slika 2.7.1: (a) Optička rešetka, (b) Aparatura

Merenje talasne dužine monohromatske svetlosti pomoću optičke rešetke zasniva se na difraciji svetlosti⁷. Snop paralelnih svetlosnih zraka „pada“ na optičku rešetku – sl.2.8.1(a), a nakon prolaska kroz rešetku, svetlost se, usled difracije, prostire na sve strane. Tu dolazi do pojave interferencije⁸. Na mestima za koje je ispunjen uslov:

$$d \sin \theta = n \frac{\lambda}{2}; \quad n = \begin{cases} 2z & \text{pozitivna interferencija} \\ 2z + 1 & \text{negativna interferencija} \end{cases} \quad (2.7.1)$$

gde je d konstanta rešetke, a θ ugao između svetlosnog zraka i normale na površinu rešetke, a $z = 0, 1, 2, \dots$ red difrakcije.

Pomoću relacije (2.7.1) može se sa velikom tačnošću odrediti talasna dužina monohromatske svetlosti koja pada na optičku rešetku. Pošto je konstanta rešetke u ovoj vežbi poznata, potrebno je izmeriti jedino ugao θ . Prema oznakama sa sl.2.8.1(b) očigledno je: $\sin \theta = \frac{l}{\sqrt{D^2 + l^2}}$, gde je D udaljenost zaklona S od optičke rešetke Or, a l položaj z -tog difrakcionog maksimuma, odnosno, njegovo rastojanje od položaja nultog maksimuma na zaklonu. Na taj način, talasna dužina svetlosti određuje se pomoću relacije:

$$\lambda = \frac{l d}{z \sqrt{D^2 + l^2}}. \quad (2.7.2)$$

Kao svetlosni izvor I, u ovoj vežbi, može se koristiti: laser, natrijumova lampa ili električna sijalica sa svetlosnim filterima. Potrebno je izvršiti tri merenja i rezultate obraditi prema uputstvima sa radnog lista.

⁷Difracija svetlosti je pojava odstupanja svetlosnih zraka od pravolinjskog prostiranja do kojeg dolazi prilikom prolaska svetlosti kroz uske otvore reda veličine talasne dužine svetlosti.

⁸O ovoj pojavi i uslovima nastanka interferencije proučiti iz [1].

Vezba	TALASNA DUŽINA SVETLOSTI OPTIČKA VEŠETKA	DATUM
-------	---	-------

1) Eksperimentalni podaci:⁹

- greška lenjira $\Delta D = \Delta l =$
- konstanta rešetke $d [\text{mm}] =$

z	$D [\text{mm}]$	$l [\text{mm}]$	$\lambda [\text{nm}]$	$\delta\lambda [\%]$	$\Delta\lambda [\text{nm}]$
1					
2					
3					

- srednja vrednost $\bar{\lambda} =$
- maks.aps.greška $\Delta\lambda_m =$

2) Talasna dužina svetlosti

$$\lambda = \frac{l d}{z \sqrt{D^2 + l^2}} [\text{nm}]$$

3) Relativna greška

$$\delta\lambda = \frac{D}{l} \cdot \frac{D+l}{D^2+l^2} \Delta l$$

4) Apsolutna greška

$$\Delta\lambda = \lambda \delta\lambda [\text{nm}]$$

5) Rezultat

$$\lambda [\text{nm}] = \bar{\lambda} \pm \Delta\lambda_m =$$

Pregledao:⁹Napomena

Ukoliko se kao svetlosni izvor koristi laser, voditi računa da snop laserskih zraka ni slučajno ne dospe direktno u oko, jer može doći do oštećenja oka.

2.8 Polarimetrija

Svetlost predstavlja transverzalni elektromagnetski talas kod kojeg se oscilacije međusobno normalnih vektora jačine električnog \vec{E} i indukcije magnetskog polja \vec{B} vrše u ravnima normalnim na pravac prostiranja svetlosti. Pri tome, kod prirodne svetlosti, oscilacija vektora \vec{E} (koji se naziva svetlosni vektor) i \vec{B} vrše se u svim pravcima normalno na pravac prostiranja. U slučaju linearne polarizovane svetlosti, vektor \vec{E} osciluje samo duž jednog određenog pravca¹⁰. Ravan u kojoj „oscilujući putuje“ svetlosni vektor linearne polarizovane svetlosti naziva se *ravan polarizacije*, dok je ravan u kojoj osciluje vektor \vec{B} – *ravan oscilovanja*. Linearne polarizovane svetlost može se dobiti ili refleksijom na površi dielektrika pod određenim uglom ili prolaskom kroz neke prirodne ili vištačke kristale, tzv. polaroide, zahvaljujući dvojnom prelamanju. U laboratorijskim uslovima, polarizovana svetlost se najčešće dobija pomoću Nikolove prizme (detaljnije o ovim pojavama i uslovima dobijanja proučiti iz [1]).

Kada se polarizovana svetlost dobijena jednim polaroidom, propusti kroz drugi polaroid koji se obrće oko pravca prostiranja svetlosti, intenzitet propuštenе svetlosti se menja. Takva dva polaroida, koja služe za dobijanje i analizu polarizovane svetlosti, nazivaju se *polarizator* i *analizator*. Prema Malusovom zakonu, intenzitet svetlosti koju propušta analizator varira od nulte do neke maksimalne vrednosti:

$$I = I_m \cos^2 \phi, \quad (2.8.1)$$

gde je ϕ ugao između pravca (ravni polarizacije) propuštanja polarizatora i analizatora.

Prilikom prolaska polarizovane svetlosti kroz optički aktivne supstancije, npr. kvarc, nikotin itd, dolazi do obrtanja ravni polarizacije. Veličina ugla obrtanja zavisi od dužine puta svetlosti kroz supstanciju, talasne dužine propuštenе svetlosti i prirode (vrste) supstancije. U slučaju rastvora optički aktivnih supstanci, kao što je voden rastvor šećera, ugao rotacije (α) ravni polarizacije monohromatske svetlosti zavisi od dužine stuba tečnosti l i koncentracije rastvora C , tj.

$$\alpha = [\alpha] l C, \quad (2.8.2)$$

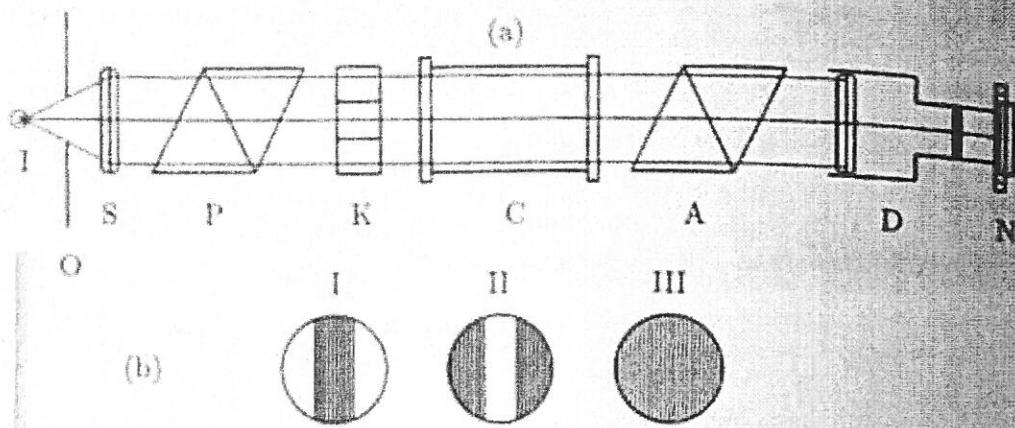
gde je $[\alpha]$ ugao specifične rotacije koji predstavlja karakteristiku optički aktivne supstancije. Prema ovoj relaciji, ako se merenjem nade α , tada se koncentracija rastvora C u % može odrediti ukoliko je poznato $[\alpha]$ za datu supstancu. Međutim, u praksi se češće koristi relativna metoda: ako se izmere uglovi rotacije α_n i α_x rastvora poznate i nepoznate koncentracije C_n i C_x , tada je:

$$C_x = C_n \frac{\alpha_x}{\alpha}. \quad (2.8.3)$$

Na osnovu te činjenice, u ovoj vežbi se određuje koncentracija vodenog rastvora šećera.

¹⁰Ljudsko oko ne razlikuje prirodnu – nepolarizovanu od polarizovanu svetlost!

Ugao rotacije ravni polarizacije određuje se pomoću polarimetra čija je principijelna šema prikazana na sl.2.9.1(a). Monohromatska svetlost iz izvora I (obično natrijumova lampa) osvetljava kružni otvor O. Sočivo S daje skoro paralelan snop svetlosti koja zatim prolazi kroz polarizator P, kivet C, analizator A i konačno ulazi u durbin D. Neposredno iza polarizatora nalazi se kvarcna pločica K kroz koju polarizovana svetlost prolazi nesmetano samo u centralnom delu. Periferijski delovi ove pločice zakreću ravan polarizacije za mali ugao, tako da je kružno vidno polje podeljeno na tamnu centralnu oblast i svetle periferijske delove (I) ili obrnuto (II), sl.2.9.1(b). Zakretanjem analizatora može se dobiti ravnomerne osvetljenost vidnog polja (III). Na taj način se i vrši podešavanje položaja analizatora jer je oko veoma osetljivo na razliku u osvetljenosti susednih površina. Ugao zakretanja analizatora očitava se na kružnoj skali sa noniusom N postavljenim na prednjoj strani polarimetra.



Slika 2.8.1: (a) Polariometar (b) Vidno polje okulara

Pre početka merenja, zakretanjem analizatora (bez kivete) treba provjeriti da li se nule na kružnoj skali i nonijuusu okulara poklapaju pri ravnomernej osvetljenosti vidnog polja. Onda se u polarimetar postavlja kiveta koja je tako napunjena rastvorom poznate (procenatne) koncentracije, da u njoj nema mehurića vazduha. Pošto rastvor obrće ravan polarizacije, vidno polje više neće biti podjednako osvetljeno. Laganim zakretanjem analizatora, ponovo se uspostavlja ravnomerna osvetljenost i na kružnoj skali očita ugao α . Isti postupak se ponovi sa rastvorom nepoznate koncentracije i odredi ugao α_x . Na osnovu toga se, pomoću relacije (2.8.3), izračunava vrednost nepoznate koncentracije.

Vesla	KONCENTRACIJA RASTVORA POLARIMETAR	DATUM
-------	---------------------------------------	-------

1) Eksperimentalni podaci:

- poznata koncentracija rastvora $C_n =$
- greška ugaonog noniusa $\Delta\alpha_x = \alpha_n = \Delta\alpha =$

Broj merenja		1	2	3	SR.VRED.
UGAO	$\alpha_n [^{\circ}]$				
ZAKRETANJA	$\alpha_x [^{\circ}]$				

2) Koncentracija rastvora

$$C_x [\%] = C_n \frac{\overline{\alpha_x}}{\overline{\alpha_n}} =$$

3) Relativna greška

$$\delta C_x = \left(\frac{1}{\overline{\alpha_x}} + \frac{1}{\overline{\alpha_n}} \right) \Delta\alpha =$$

4) Apsolutna greška

$$\Delta C_x [\%] = \overline{C_x} \delta C_x =$$

5) Rezultat

$$C_x [\%] = \overline{C_x} \pm \Delta C_x =$$

Pregledao:

2.8 Određivanje konstante hlađenja

Prelaz toplote između dva tела, тела i okoline ili dve sredine sa različitim stepenom zagrejanosti (temperaturom), vrši se u smeru hladnijeg tela (sredine). Prelazak toplote odvija se u osnovi pomoću tri mehanizma: kondukcija (prevođenje), konvekcija (strujanje) i radijacija (zračenje). Za slučaj hlađenja tela okruženog fluidom, mehanizam provođenja toplote je sveden na najmanju meru, a prenos toplote se uglavnom vrši konvekcijom. Brzinu hlađenja tela okruženog fluidom eksperimentalno je odredio Njutn i utvrdio da je ona proporcionalna razlici temperatura datog tela i okolina:

$$\frac{d\theta}{dt} = -k(\theta - \theta_a), \quad (2.8.1)$$

gde je: k – konstanta hlađenja koja zavisi od osobina tela i vrste fluida, θ_a – temperatura okolnog fluida vazduha. Posle integracije ove relacije dobija se izraz:

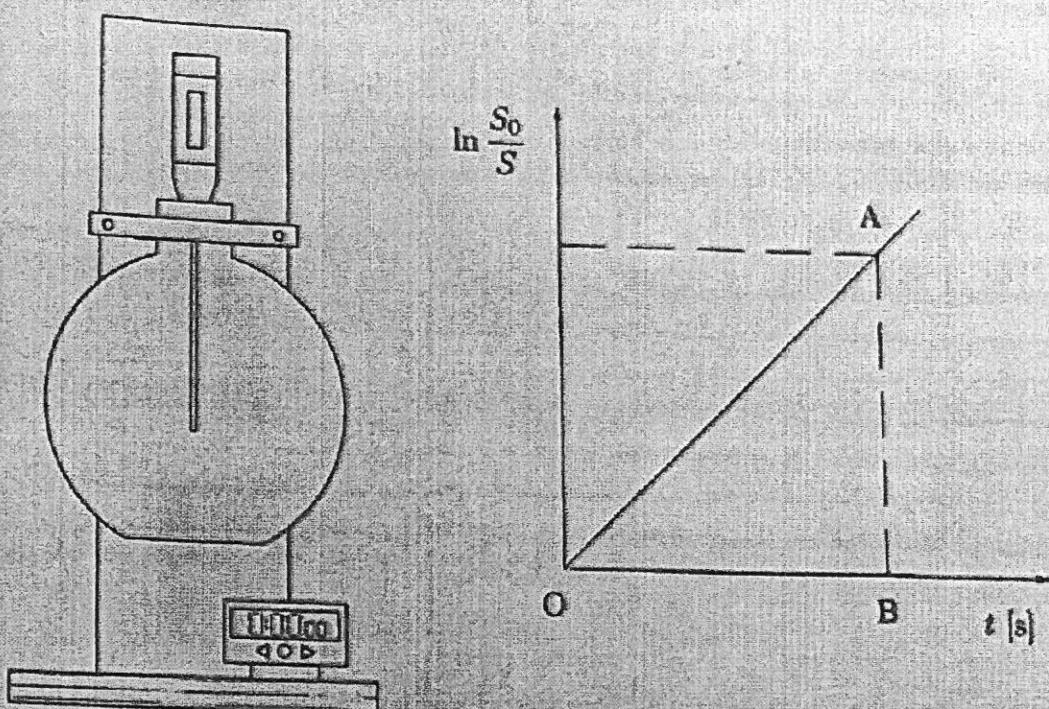
$$\theta - \theta_a = (\theta_0 - \theta_a) \cdot \exp(-kt), \quad \text{tj. } S = S_0 e^{-kt}, \quad (2.8.2)$$

gde su uvedene označke: $S \equiv \theta - \theta_a$ i $S_0 \equiv \theta_0 - \theta_a$, a θ_0 i θ su temperature u početnom i trenutku t posle početka hlađenja. Logaritmovanjem poslednjeg izraza središnji dio se može ukloniti:

$$\ln \frac{S_0}{S} = kt, \quad (2.8.3)$$

koja omogućava da se važenje Njutnovog zakona hlađenja može lako proveriti dobijanjem linearne zavisnosti $\ln(S_0/S) = F(t)$. Koeficijent pravca ove prave definiše konstantu hlađenja k za dati sistem (stakleni balon napunjen sa vodom). Konstanta hlađenja nekog tela zavisi od više faktora, kao što su osobine tela (masa, specifična toplota, stanje, površina i sl.) i osobine fluida (viskoznost, specifična toplota i dr.).

Uredaj za proveru Njutnovog zakona je prikazan na slici 2.8.1. Sastoji se od staklenog balona napunjenog toplom vodom (oko 80°C) i digitalnog termometra (ili hronometra) čiji je senzor ubaćen u balon kroz čep od gume. Termometrom se meri temperatura vode u balonu u toku vremena koje se meri pomoću hronometra. Preklopnikom se bira opcija merenja (vreme ili temperaturna). Ovom kompletu treba još dodati običan termometar za merenje temperature vazduha u laboratoriji.



Slika 2.8.1: Aparatura (levo) i Grafik $\ln(S_0/S) = \mathcal{F}(t)$ (desno)

Iz balona izvaditi lagano čep sa temperaturskim senzorom. Potom, skinuti balon zajedno sa držačem i napuniti ga vrelom vodom iz bojlera (oko 80°C). Obrisati balon spolje papirnim ubrusom ukoliko je pokvašen prilikom punjenja toploim vodom. Vratiti balon sa držačem na stativ, ubaciti senzor i zatvoriti ga čepom. Očitavati pokazivanje digitalnog termometra u početku sa kraćim vremenskim intervalima (1 – 2 minute), kasnije na svakih 5, odnosno 10 minuta. Rezultate merenja uneti u odgovarajuću tabelu. Nacrtati grafik zavisnosti $\ln(S_0/S)$ od vremena (t) i sa grafička odrediti (ukoliko je dobijena prava linija) konstantu hlađenja k (koeficijent pravca prave).

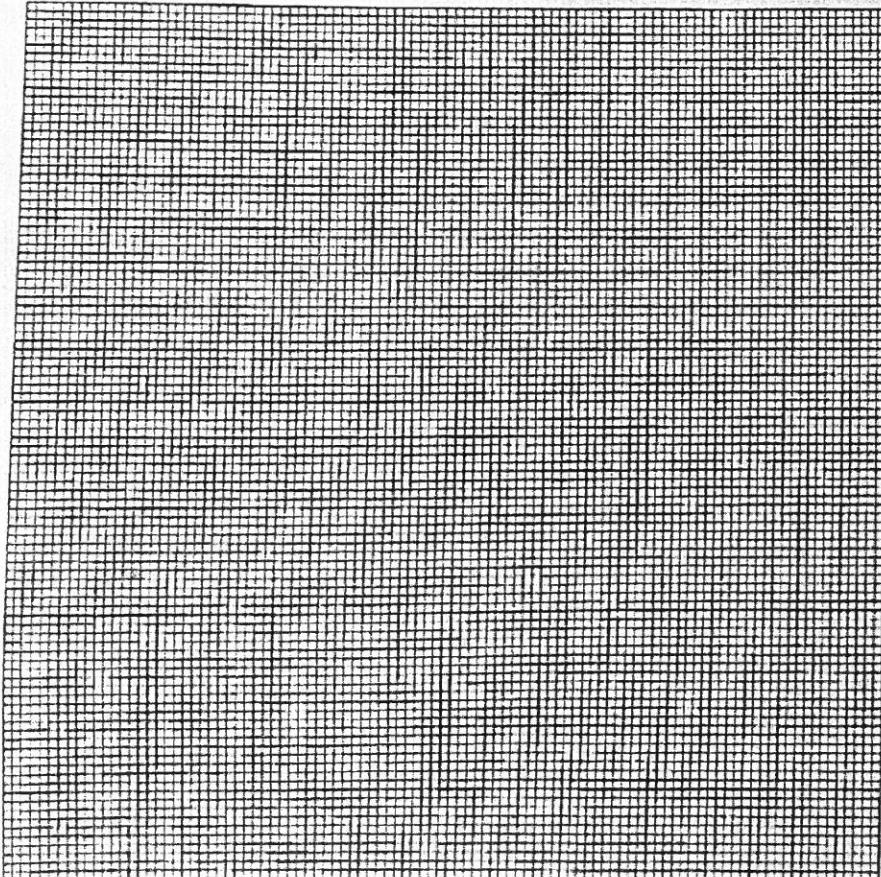
Vežba	KONSTANTA HLAĐENJA VODE NJUTNOV ZAKON HLAĐENJA	DATUM
-------	---	-------

1) Eksperimentalni podaci:

Br. m.	θ_a [°C]	θ [°C]	θ_0 [°C]	t [s]	S [°C]	S_0 [°C]	$\ln \frac{S_0}{S}$ -
1							
2							
3							
4							
5							
6							

$$S = \theta - \theta_a, \quad S_0 = \theta_0 - \theta_a.$$

2) Grafik



0.0002, 177
mark

Pregledao :

3) Konstanta hlađenja

$$\bar{k} \left[s^{-1} \right] = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} =$$

