

## 1.5 Линеарна диф. ј-на

1. Ријешити диференцијалну једначину

$$y' + y \tan x = \sec x$$

2. Ријешити диференцијалну једначину

$$(2x + 1)y' = 4x + 2y$$

3. Ријешити диференцијалну једначину

$$(xy + e^x)dx - xdy = 0$$

4. Ријешити диференцијалну једначину

$$(x + y^2)dy = ydx$$

Затим пронаћи оно рјешење које задовољава почетни услов  $y(1) = 1$ .

5. Ријешити диференцијалну једначину

$$(2e^y - x)y' = 1$$

6. Ријешити диференцијалну једначину

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} + (2 - x) \ln y = x(e^{-2x} + e^{\frac{x^2}{2}})$$

7. Ријешити диференцијалну једначину

$$\frac{y}{\sqrt{y^2 + 1}} \frac{dy}{dx} + \sqrt{y^2 + 1} = x^2 + 1$$

## 1.6 Бернулијева диф. ј-на

1. Ријешити диференцијалну једначину

$$(x + 1)(y' + y^2) = -y$$

2. Ријешити диференцијалну једначину

$$(x^3y - 3x^2y + y^3)dx + 2x^3dy = 0$$

3. Ријешити диференцијалну једначину

$$y'x^3 \sin y = xy' - 2y$$

4. Ријешити диференцијалну једначину

$$(e^y - y')x = 2$$

## 1.7 Примјена диференцијалних једначина

1. У резервоару се налази 100 литара раствора, који садржи 10 кг соли. У резервоар утиче 5 литара воде у минуту и садржај се непрестано мијеша и истиче у други резервоар исте запремине, који је претходно напуњен

водом. Садржај другог резервоара се такође непрестано мијеша и вишак отиче. Када ће количина соли у другом резервоару бити максимална? Која је то количина?

2. Одредити све криве чија произвољна тангента одсијеца на оси  $Oy$  одсјечак једнак квадрату ординате додирне тачке.
3. Наћи криву која пролази кроз тачку  $(2, 0)$ , тако да троугао одређен тангентом у произвољној тачки  $M$ , осом  $Oy$  и сјечицом  $OM$  буде једнакокрак, при чему је  $OM$  основица троугла.

ПРИЈЕ НЕГО ПОГЛЕДАТЕ РЈЕШЕЊА  
УРАДИТЕ СВЕ ЗАДАТКЕ САМОСТАЛНО.

Рјешења 1.5

1.  $y = \sin x + C \cos x$

2.  $y = (2x + 1)(\ln |2x + 1| + C) + 1$

3.  $y = e^x(\ln |x| + C)$  има и сингуларно, јесте ли га открили?

4.  $x = Cy + y^2$  има и сингуларно

5.  $x = Ce^{-y} + e^y$

6.  $\ln y = e^{\frac{x^2}{2}-2x}(\frac{1}{2}(x - \frac{1}{2})e^{2x} - e^{\frac{-x^2}{2}} + C)$

7.  $\sqrt{y^2 + 1} = x^2 - 2x + 3 + Ce^{-x}$

Рјешења 1.6

1.  $y^{-1} = (x + 1)(\ln |x + 1| + C)$

2.  $Cy^2e^x - y^2 - x^3 = 0$  сингуларно?

3.  $y + x^2 \cos y - Cx^2 = 0$  сингуларно?

4.  $y = -\ln(x + Cx^2)$

Рјешења 1.7

1.  $t = 20$  минута 3.68 килограма

2.  $y = \frac{|x|}{C + |x|}$

3.  $k(C(1, 0), r = 1)$