

MATEMATIKA 1
30.1.2023.

1. (15) Neka je $S = \{7n + 3 : n \in \mathbb{N}\} = \{3, 10, 17, \dots\}$ i ϱ relacija na skupu S definisana na sljedeći način:

$$\text{za } x, y \in S \quad (x, y) \in \varrho \Leftrightarrow 3 \mid (5x + y).$$

Pokazati da je ϱ relacija ekvivalencije i odrediti sve klase ekvivalencije u odnosu na datu relaciju.

2. (a) (10) Naći realne brojeve a i b takve da polinom $x^4 + ax^3 - ax + b$ daje ostatak $2x + 4$ pri deljenju polinomom $x^2 + 2x + 1$.
(b) (10) Ako je $z = \cos \frac{2\pi}{3} - i \sin \frac{2\pi}{3}$, odrediti vrijednost determinante

$$D = \begin{vmatrix} 1 & z & z^2 \\ z & 1 & z \\ 1 & z^2 & 1 \end{vmatrix}.$$

3. (15) Ispitati tok i skicirati grafik funkcije $f(x) = (x + 5)e^{\frac{1}{x-1}}$
4. (a) (10) Data je funkcija $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$. Izračunati površinu figure ograničene krivom $f(x)$, x -osom i pravom $x = 1$. Izračunati zapreminu tijela nastalog rotacijom date figure oko x -ose.
(b) (10) Ispitati uslovnu i apsolutnu konvergenciju reda $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^s n}$, $s \in \mathbb{R}$.
5. (a) (7) Definirati uređeni par i Dekartov proizvod dva skupa.
(b) (8) Osnovni stav algebre. Bezuova teorema.
6. (a) (7) Formulirati teoreme o srednjim vrijednostima.
(b) (8) Formulirati Njutn-Lajbnicovu formulu. Primjene određenog integrala.