

1 Brojevi \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} , \mathbb{C}

1. Skup prirodnih brojeva. Formulirati princip matematičke indukcije. Definirati skup cijelih i skup racionalnih brojeva.
2. Skup realnih brojeva. Apsolutne vrijednosti, definicija i osnovne osobine, dokazati nejednakost trougla.
3. Bernulijeva nejednakost i binomna formula.
4. Kompleksni brojevi, definicija, operacije sa kompleksnim brojevima. Trigonometrijski i eksponencijalni oblik kompleksnog broja. Muavrove formule.

2 Relacije i funkcije

5. Definirati uređeni par i Dekartov proizvod dva skupa.
6. Definirati binarnu relaciju. Refleksivna, simetrična, antisimetrična i tranzitivna relacija. Relacije ekvivalencije i poretka. Klase ekvivalencije.
7. Definirati funkciju. Domen i kodomen funkcije, injekcija, surjekcija, bijekcija, kompozicija dvije funkcije, inverzna funkcija.

3 Algebarske strukture

8. Definicija grupe. Primjeri grupa.
9. Podgrupa date grupe, red grupe. Lagranžova teorema o podgrupi konačne grupe.
10. Prsten, polje. Primjeri prstena i polja.

4 Polinomi

- 11. Prsten polinoma. Stepen polinoma, jednakost dva polinoma.
- 12. Osnovni stav algebre. Bezuova teorema.

5 Determinante

- 13. Definirati determinantu drugog reda. Definirati determinantu reda n . Laplasov razvoj.
- 14. Osobine determinanti.

6 Matrice

- 15. Pojam matrice. Operacije sa matricama, osobine. Pokazati primjerom da množenje matrica nije komutativno.
- 16. Definirati matrice elementarnih transformacija. Odrediti $E_{23}, E_2(-1), E_{23}(-1)$. Izračunati $E_{ij}^{-1}, E_i^{-1}(t), E_{ij}^{-1}(t)$.
- 17. Transponovana, adjungovana i inverzna matrica.

7 Sistemi linearnih jednačina

- 18. Kramerovo pravilo.
- 19. Koristeći Gaus-Žordanovu metodu riješiti sisteme

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \begin{cases} x + y + z = 5 \\ 2x + 3y + 5z = 8 \\ 4x + 5z = 2, \end{cases} \\ \text{(b)} \quad & \begin{cases} x + 2y - 3z = 2 \\ 6x + 3y - 9z = 6 \\ 7x + 14y - 21z = 13, \end{cases} \end{aligned}$$

8 Granične vrijednosti nizova. Konvergencija

20. Definirati niz i graničnu vrijednost niza. Osobine konvergentnih nizova.
21. Monotoni nizovi. Pokazati da niz $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ konvergira. Broj e .
22. Košijev niz i konvergencija. Ispitati konvergenciju nizova čiji su opšti članovi
- (a) $x_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$,
- (b) $x_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$.
23. Banahov princip kontrakcije.

9 Granične vrijednosti funkcija

24. Definirati tačku nagomilavanja skupa. Definirati $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L, (x_0 \in \mathbb{R}, L \in \mathbb{R})$.
25. Osobine graničnih vrijednosti funkcija. Koristeći teorem o "tri funkcije" pokazati da je $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

10 Nепrekidne funkcije

26. Definirati neprekidnu funkciju u tački. Navesti osnovne osobine neprekidnih funkcija. Pokazati da jednačina

$$x^4 - 3x^2 + 2x - 1 = 0,$$

ima bar jednu nulu na segmentu $[1, 2]$.

27. Definirati prividan prekid, prekid I i prekid II vrste i dati odgovarajuće primjere funkcija koje imaju takve prekide.

11 Prvi izvod. Pravila diferenciranja

28. Definirati prvi izvod funkcije u tački i dati geometrijski smisao. Odrediti jednačinu tangente krive $y = \sin x$ u tački $(\pi/4, \sqrt{2}/2)$.
29. Definirati lijevi i desni izvod funkcije f u tački x_0 i dati primjer funkcije koja je neprekidna a nije diferencijabilna u tački $x = 0$.
30. Pravila diferenciranja (izvod zbira, razlike, proizvoda, količnika, kompozicije dvije funkcije, izvod inverzne funkcije).

12 Teoreme o srednjim vrijednostima

31. Formulirati teoreme o srednjim vrijednostima.
32. Neka je funkcija f neprekidna na $[a, b]$ i diferencijabilna na (a, b) . Ako je $f'(x) > 0$ za svako $x \in (a, b)$ dokazati da je funkcija f monotonno rastuća na (a, b) .
33. Ispitati monotonost i odrediti ekstreme funkcije

$$f(x) = x - \ln(1 + x), x > -1.$$

13 Izvodi višeg reda. Tejlороva formula

34. Definirati izvod reda n . Izračunati izvode reda n sljedećih funkcija : $x \mapsto a^x, x \mapsto \ln x, x \mapsto \sin x$.
35. Definirati konveksnu funkciju na (a, b) i navesti Jensenovu nejednakost. Drugi izvod i konveksnost funkcije.
36. Definirati Tejlоров polinom stepena n funkcije f . Navesti Košijev i Lagranžov oblik ostatka u Tejlоровoj formuli.

14 Integralni račun

37. Određeni integral. Definicija i geometrijski smisao. Rimanove sume. Osobine određenog integrala.

- 38. Primitivna funkcija. Neodređeni integral. Primitivne funkcije osnovnih elementarnih funkcija. Osobine neodređenog integrala. Metoda smjene. Parcijalna integracija.
- 39. Formulirati Njutn-Lajbnicovu formulu. Primjene određenog integrala.