

TERMIN 7 - zadaci za samostalan rad



K2 18.06.2021. ①

Zadatak 1.

Izračunati graničnu vrijednost

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \cdot e^{\frac{1}{n}}}{\sqrt{n^2 + 1}}.$$



Zadatak 2.

Izračunati graničnu vrijednost

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{2023^n + 2024^n},$

b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2022^n + 2023^n}{2024^n}.$



Zadatak 3.

Izračunati graničnu vrijednost

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\left(1 + \frac{2}{n} \right)^n \cdot \frac{n^2 + 3}{(2n + 1)(2n - 1)} \right].$$



Zadatak 4.

Izračunati graničnu vrijednost

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{n} + 2}{\sqrt{n} - 1} \right)^{\sqrt{n}},$

b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2 + n + 1}{n^2 - n + 1} \right)^n.$



Zadatak 5.

Izračunati graničnu vrijednost

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{3}{5}} + \sqrt{\frac{5}{10}} + \cdots + \sqrt{\frac{2n-1}{n^2+1}}}{\sqrt{n}}.$$



Zadatak 6.

Izračunati graničnu vrijednost

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln(n!)}{n}.$$



Zadatak 7.

Izračunati

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \left(\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{6}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2n} + \sqrt{2n+2}} \right).$$



Zadatak 8.

Izračunati

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n^2} \right).$$



Zadatak 9.

Ispitati da li je niz (a_n) definisan sa

$$a_{n+1} = \frac{6a_n + 6}{a_n + 7}, \quad 0 < a_1 < 2$$

konvergentan. Ukoliko jeste, odrediti mu graničnu vrijednost.



Zadatak 10.

a) Ako je $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$, $L > 0$, tada vrijedi

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n} = L.$$

Dokazati.

b) Naći

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{(1+1)^1 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 \dots \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n}.$$