

MATEMATIKA 1  
Auditorne vježbe  
V sedmica

**Algebarske strukture**

1. Na skupu  $X = \{1, -1, i, -i\}$  definisana je operacija  $*$  sa

$$a * b = a \cdot b \cdot i, \quad a, b \in X,$$

gdje je operacija  $\cdot$  množenje kompleksnih brojeva. Ispitati algebarsku strukturu  $(X, *)$ .

2. Date su funkcije

$$f(x) = x, \quad g(x) = -x, \quad h(x) = \frac{1}{x}, \quad u(x) = -\frac{1}{x}.$$

Ispitati algebarsku strukturu  $(S, \circ)$ , gdje je  $S = \{f, g, h, u\}$  a  $\circ$  kompozicija funkcija.

3. Na skupu  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  definisana je operacija  $*$  sa

$$x * y = xyk, \quad x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\},$$

gdje je  $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  data konstanta. Ispitati algebarsku strukturu  $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, *)$ .

4. U skupu racionalnih brojeva definisana je operacija  $*$  sa

$$a * b = ma + nb,$$

gdje su  $m$  i  $n$  dati cijeli brojevi. Ispitati algebarsku strukturu  $(\mathbb{Q}, *)$ .

5. Ispitati algebarsku strukturu  $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, *)$  ako je operacija  $*$  definisana sa

$$(x, y) * (a, b) = (x, y \cdot b \cdot (a^2 - 3)).$$

**Zadaci za samostalan rad**

1. Ispitati algebarsku strukturu  $(S, \cdot)$  gdje je  $S = \{1, \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}, \cos \pi + i \sin \pi, \cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2}\}$  i  $\cdot$  standardno množenje kompleksnih brojeva.

2. Ispitati da li je skup  $\left\{ \frac{1+2m}{1+2n} : m, n \in \mathbb{Z} \right\}$  abelova grupa u odnosu na operaciju množenja realnih brojeva.

3. Neka je dat skup  $S = \{f : f(x) = x + a; x \in \mathbb{R}; a \in \mathbb{R}\}$  i operacija  $\circ$  kompozicija funkcija. Ispitati algebarsku strukturu  $(S, \circ)$ .

4. Ispitati algebarsku strukturu  $(\mathbb{R}^2, *)$  gdje je operacija  $*$  definisana sa

$$(x, y) * (a, b) = (xa + ya + xb, yb)$$

za sve  $(x, y), (a, b) \in \mathbb{R}^2$ .

5. Ispitati algebarsku strukturu  $(\mathbb{Z}^3, *)$  ako je operacija  $*$  definisana sa

$$(a, b, c) * (x, y, z) = (a + (-1)^b x, b + (-1)^c y, c + (-1)^a z).$$