Univerzitet u Banjoj Luci

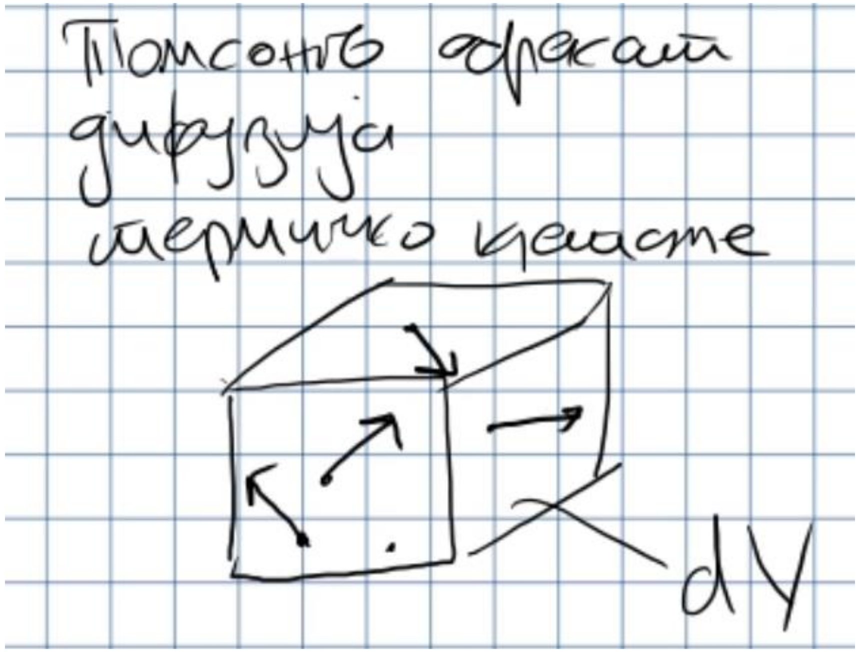
Elektrotehnički fakultet

Osnovi elektrotehnike 1

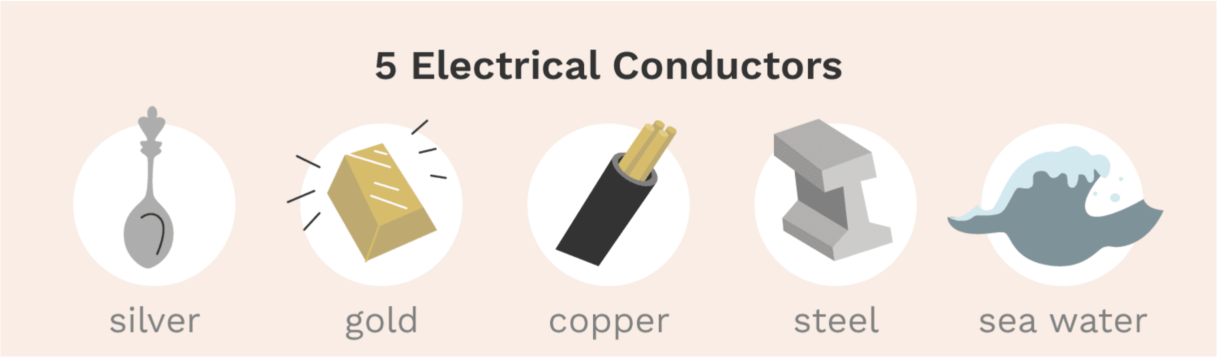
Provodnici u elektrostatičkom polju

Predavanje: 5. blok

Provodnici u elektrostatickom polju



Provodnici su materijali koji u svojoj strukturi imaju veliki broj slobodnih električnih opterećenja. Ta slobodna opterećenja počinju da se kreću u smjeru djelovanja i najmanje električne sile koja djeluje na njih.



Четири особине проводника у ел. стат. пољу

1. $\vec{E} = 0$ (у унутрашњости проводних тијела)

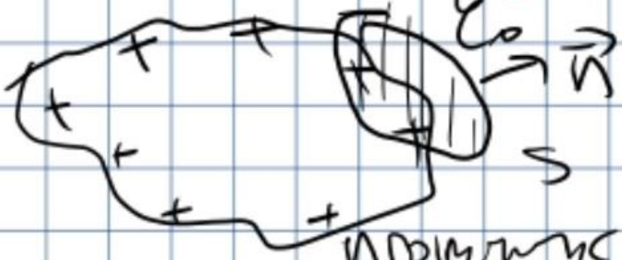
2.

ПРОВОДНИК

$$\oint_S \vec{E}\,d\vec{S} = \frac{Q_{us}}{\varepsilon_0}$$

$$Q_{us} = \varepsilon_0 \oint_S \cancel{\vec{E}}\,d\vec{S} = 0$$

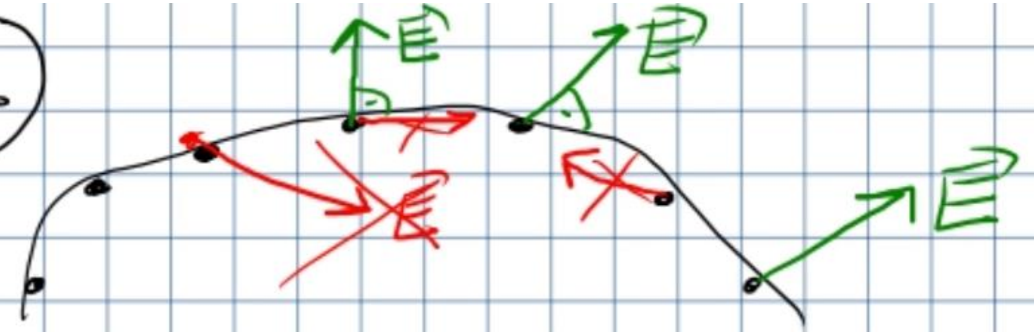
$\rho_S = 0$ (унутар проводника)



ПРОВОДНИК

$$Q_{us} = \varepsilon_0 \oint_S \vec{E}\,d\vec{S}$$

3.

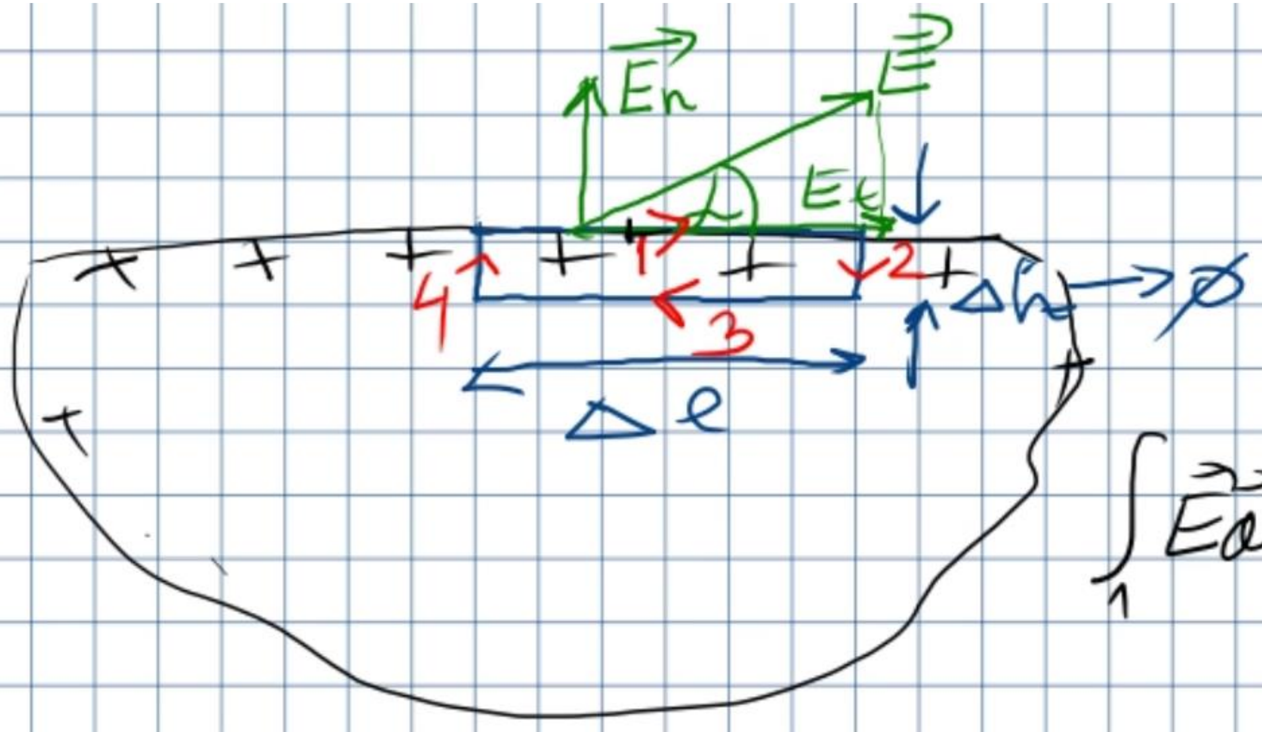


ПРОВОДНИК

$\vec{E} \perp$ површи проводника

$\Rightarrow$ Проводник је еквипотенцијална површ!

4.



ПРОВОДНИК

$$\oint_C \vec{E}\,\vec{dl} = 0$$

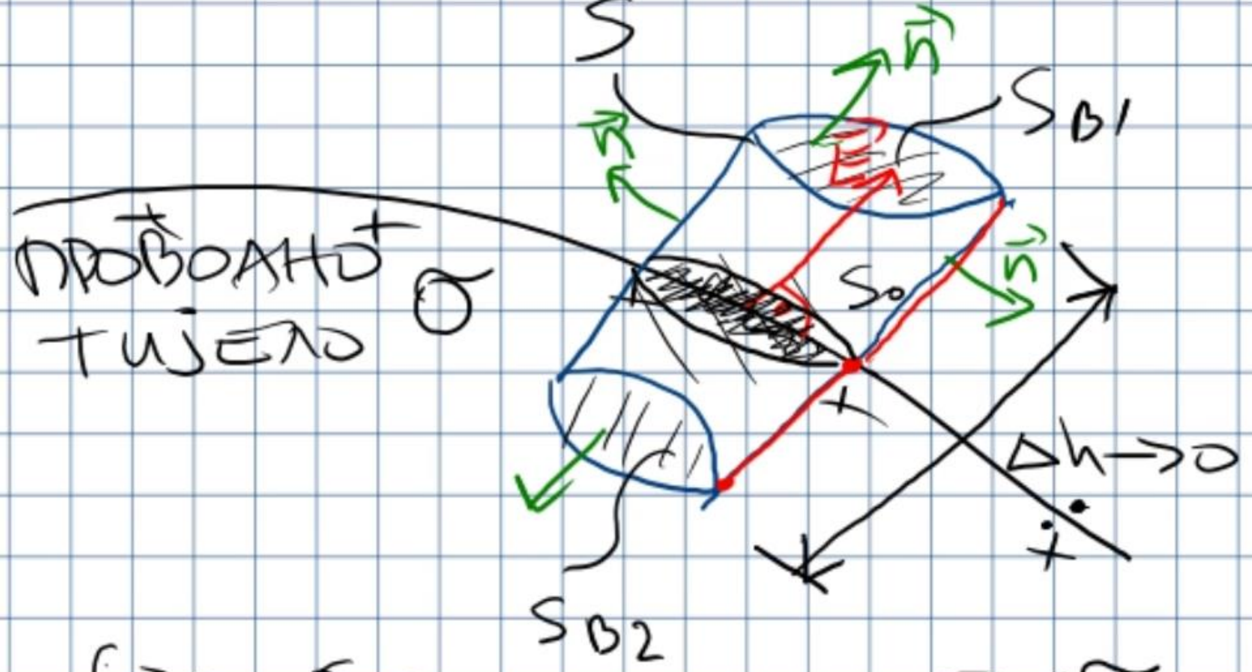
$$\int_1 \vec{E}\,\vec{dl} + \underbrace{\cancel{\int_2 \vec{E}\,\vec{dl}}}_{\Delta h \to 0,\ \to 0} + \underbrace{\cancel{\int_3 \vec{E}\,\vec{dl}}}_{\to 0} + \underbrace{\cancel{\int_4 \vec{E}\,\vec{dl}}}_{\to 0} = 0$$

0 јер је $\vec{E} = 0$ унутар проводника

$$\int_1 \vec{E}\,\vec{dl} = \int_1 E\,dl\cos\angle(\vec{E},\vec{dl}) = \int E\cos\alpha\,dl = 0$$

$$E_t \cdot dl = 0 \Rightarrow \boxed{E_t = 0}$$

ВЕЗА ИЗМЕЂУ ПОВРШИНСКОГ НАЕЛ. И ВЕКТОРА ЈАЧИНЕ ЕЛ. ПОЉА



$$\oint_S \vec{E}\,d\vec{S} = \frac{Q_{us}}{\varepsilon_0}$$

$$\int_{S_{B1}} \vec{E}\,d\vec{S} + \cancel{\int_{S_{B2}} \vec{E}\,d\vec{S}} + \cancel{\int_{S_0} \vec{E}\,d\vec{S}} = \frac{Q_{us}}{\varepsilon_0}$$

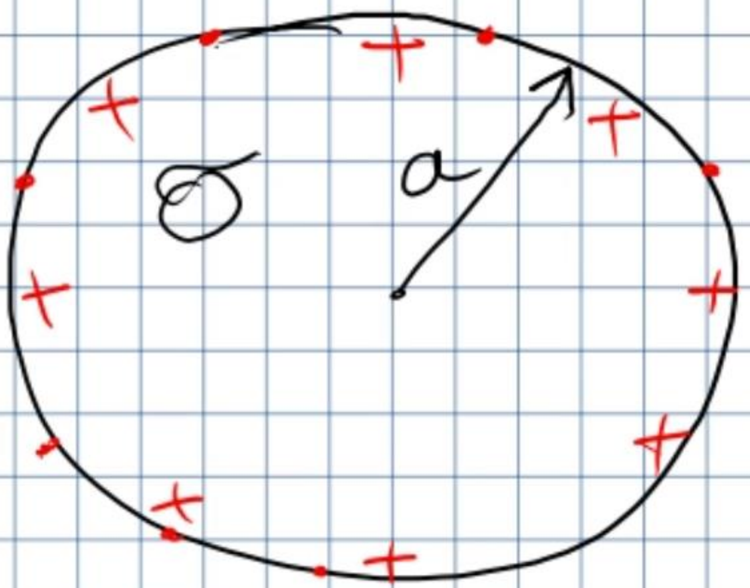
$\to 0$, $\vec{E} = \emptyset$

$S_0 = S_p + S_v \to 0$, $\Delta h \to 0$

$$\int_{S_{B1}} \vec{E}\,d\vec{S} = \frac{Q_{us}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E \cdot \cancel{S_B} = \frac{\cancel{S_B} \cdot \sigma}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = E_n = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

РАСПОДЈЕЛА НАЕЛ. НА УСАМЉЕНИМ ПРОВОДНИМ ТИЈЕЛИМА

1. Усамљена проводна лопта



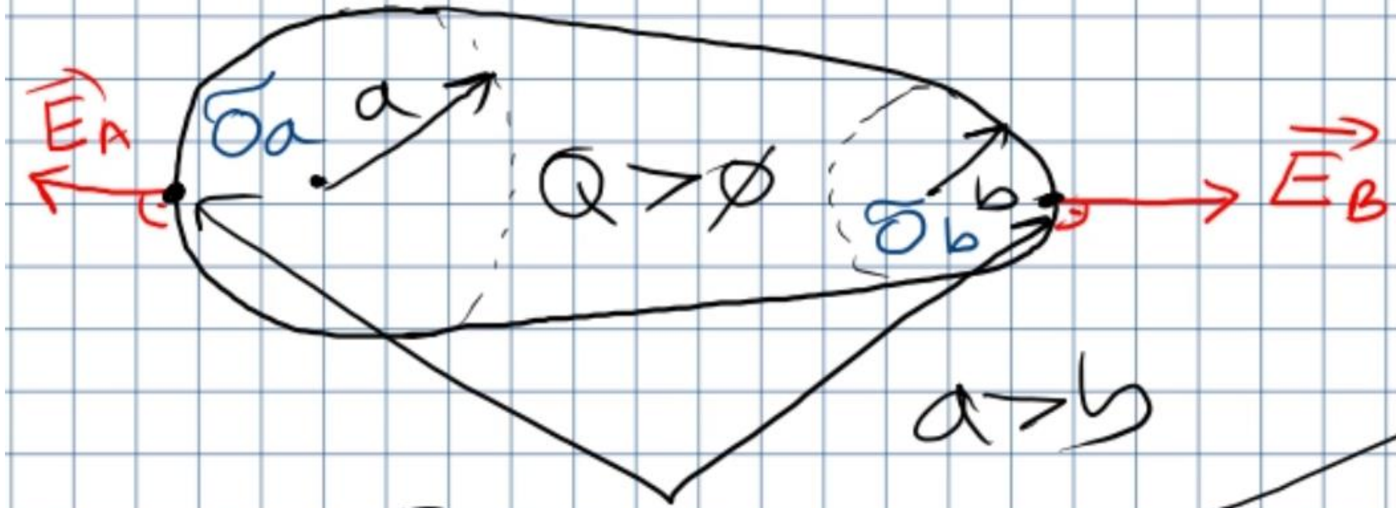
Q укупна количина наел.

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

$$V = \frac{\sigma \cdot 4\pi a^2}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{a \cdot \sigma}{\varepsilon_0}$$

$$V = \frac{\sigma \cdot a}{\varepsilon_0}$$ на површини лопте (еквипот. површ)

РАСПОДЈЕЛА НАЕЛ. НА УСАМЉЕНИМ ПРОВОДНИМ ТИЈЕЛИМА



$$V_a = V_b$$

$$\frac{a \cdot \sigma_a}{\varepsilon_0} = \frac{b \cdot \sigma_b}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\frac{\sigma_a}{\sigma_b} = \frac{b}{a}}$$

$$a > b$$

Тачке су на истом потенцијалу

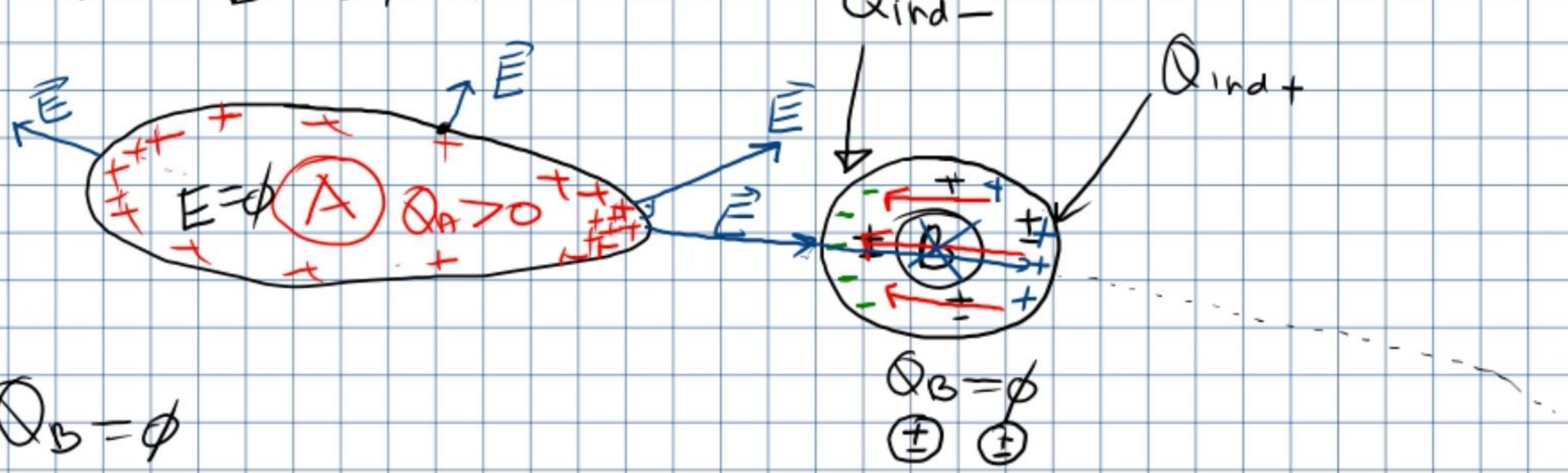
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$E_A = \frac{\sigma_a}{\varepsilon_0} \qquad E_B = \frac{\sigma_b}{\varepsilon_0}$$

Пошто је $\sigma_b > \sigma_a$.

ЕЛЕКТРОСТАТИЧКА ИНДУКЦИЈА

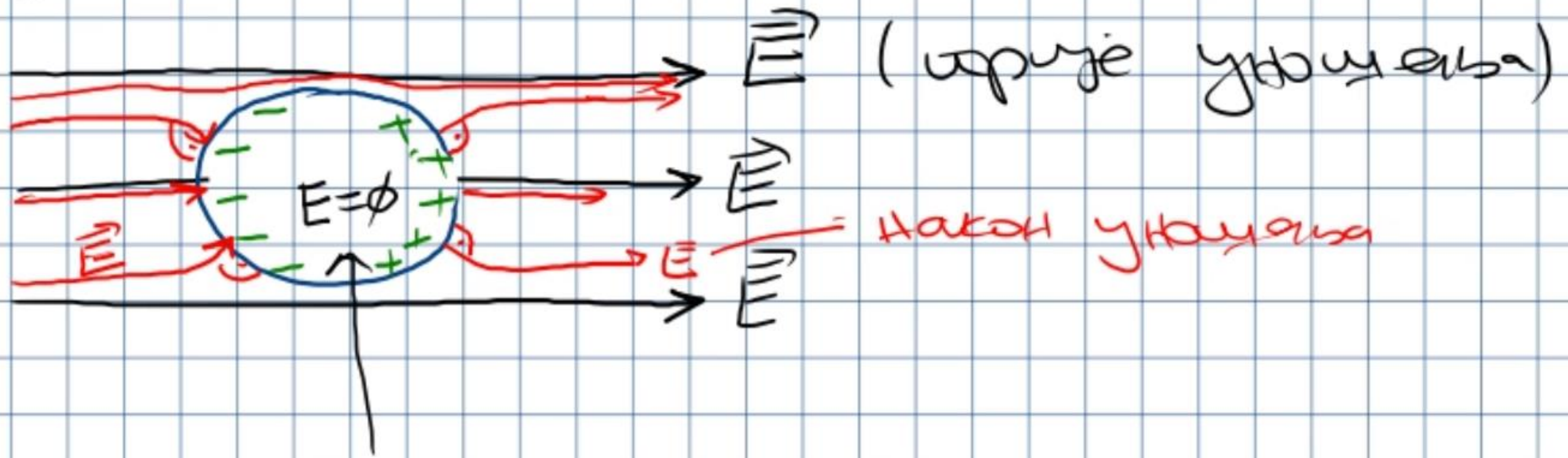
$\sigma_a / \sigma_b = b/a$



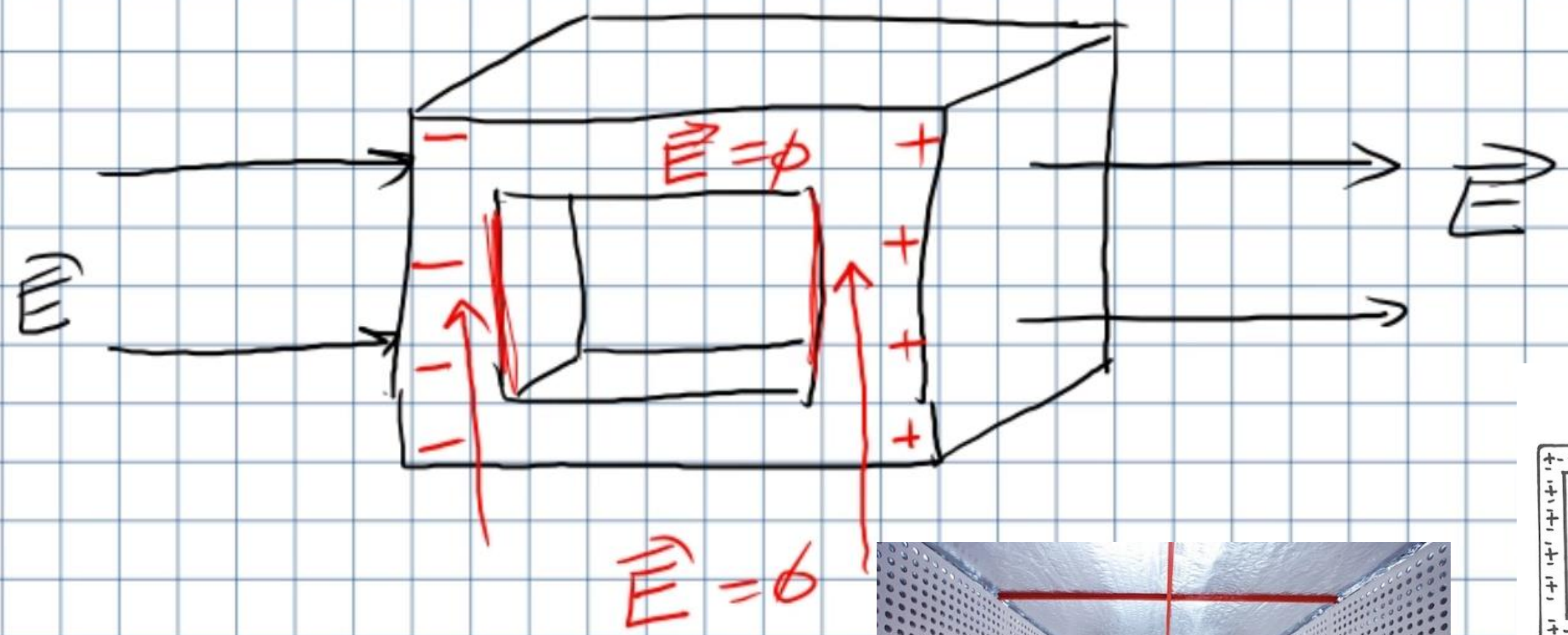
$Q_B = \emptyset$

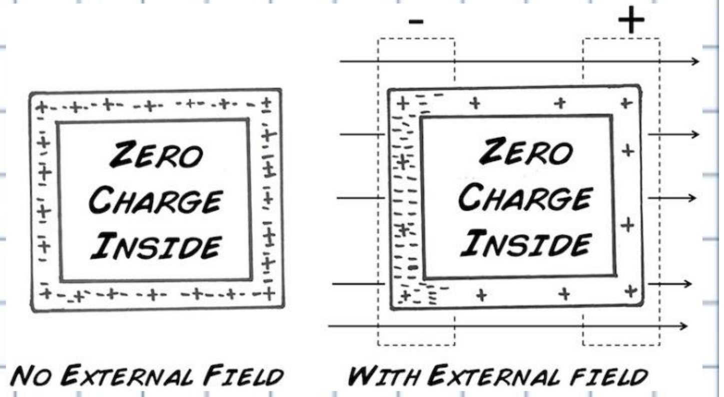
$\Rightarrow Q_{ind-} + Q_{ind+} = \emptyset$

1. Уношење ненаел. проводног тијела у хомоген ел. стат. поље



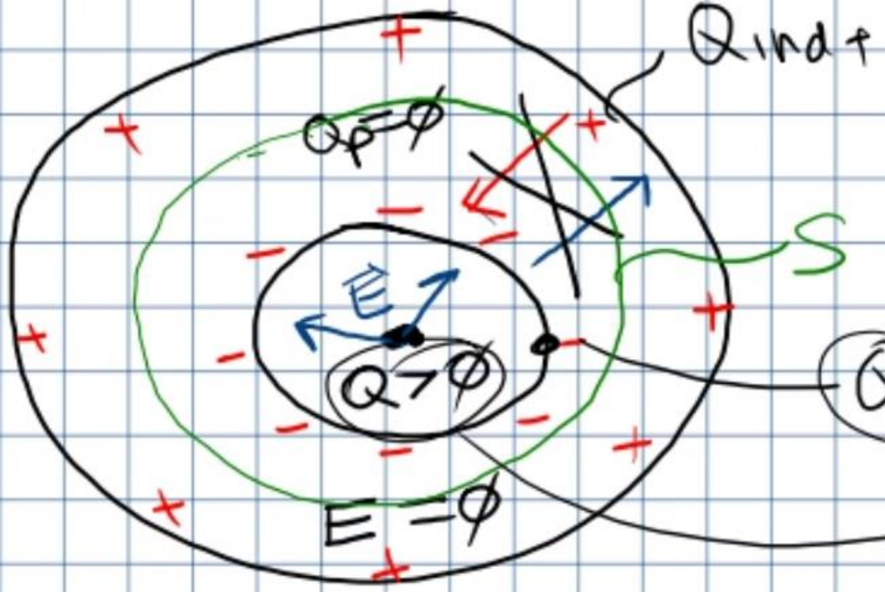
2. Уношење ненаел. проводног тијела са шупљином унутар (рупа) у ел. статичко поље






MICROELECTRONICS LABORATORY

3.



$Q_{ind+} + Q_{ind-} = 0$

$$\oint_S \underbrace{\vec{E}}_{0} \, d\vec{S} = \frac{Q_{us}}{\varepsilon_0} = 0$$

Q_{ind-}

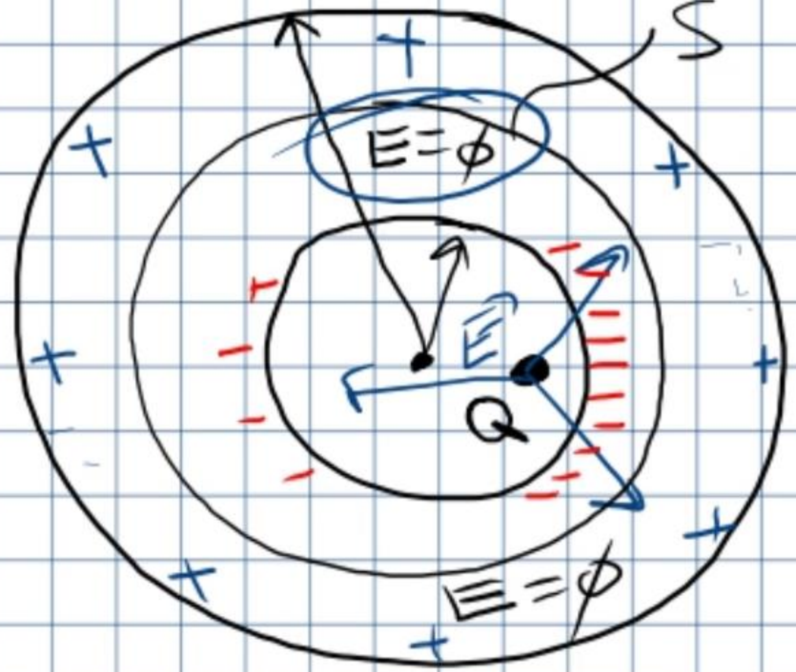
$Q_{us} = 0$

$Q + Q_{ind-} = 0$

$$\boxed{Q_{ind-} = -Q}$$

$$\boxed{Q_{ind+} = Q}$$

4.



$$\oint_S \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{Q_{us}}{\varepsilon_0}$$

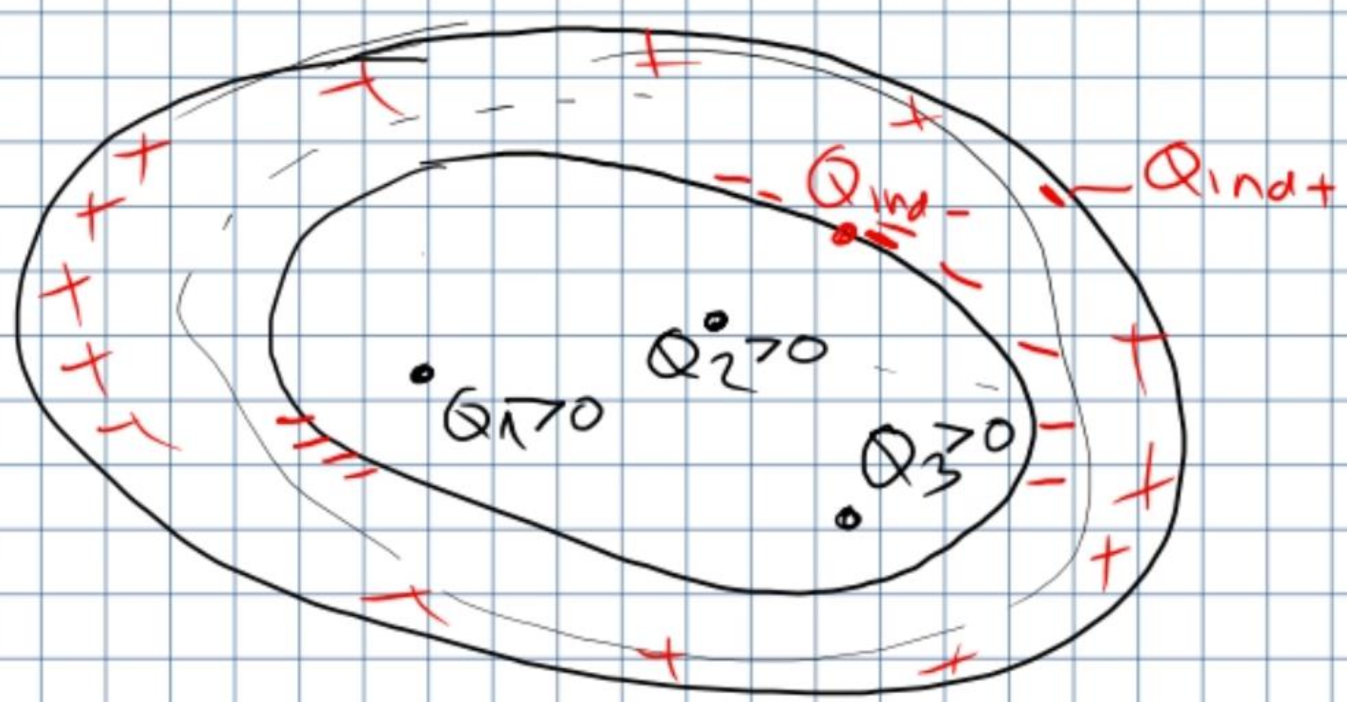
$$\boxed{Q_{ind-} = -Q}$$

НЕРАВНОМЈЕРНО

$$Q_{ind+} = -Q_{ind-} = Q$$

РАВНОМЈЕРНО

5.



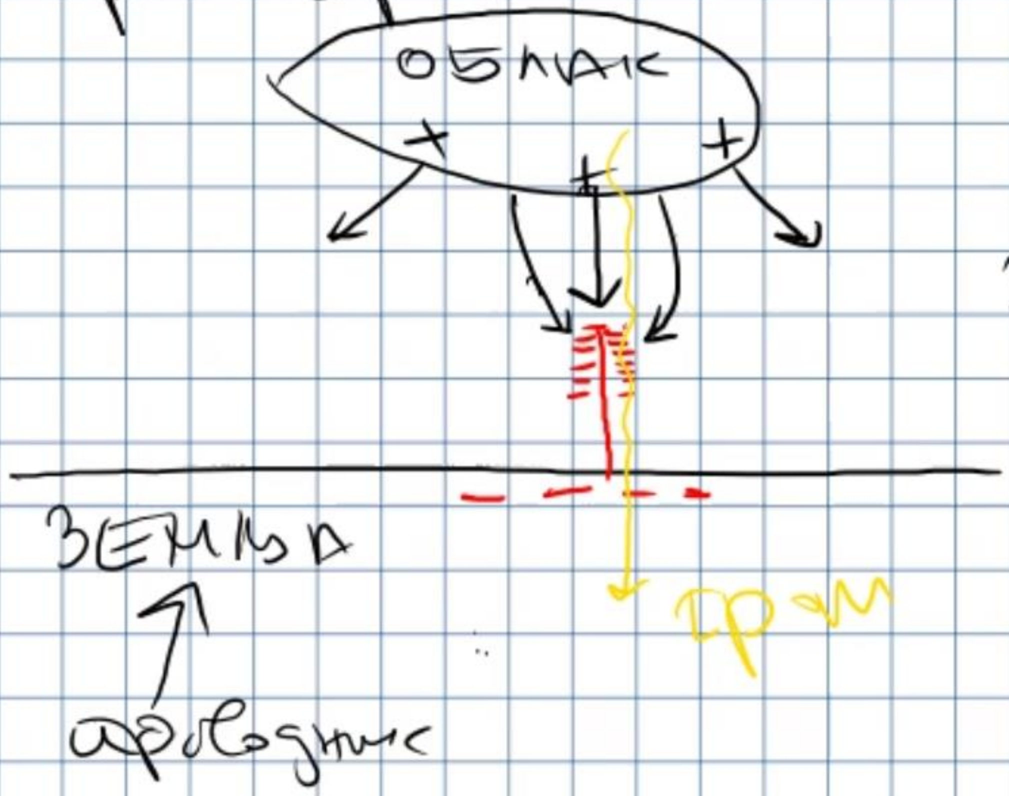
$$Q_{ind-} = -(Q_1+Q_2+Q_3)$$

под действом тач. анел.

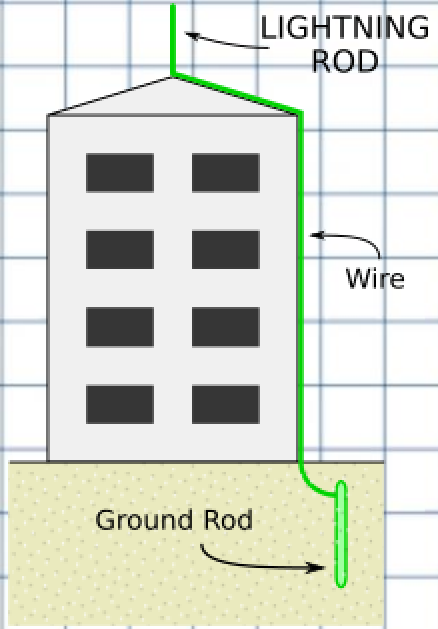
$$Q_{ind+} = -Q_{ind-}$$

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_b} = \frac{b}{a}$$

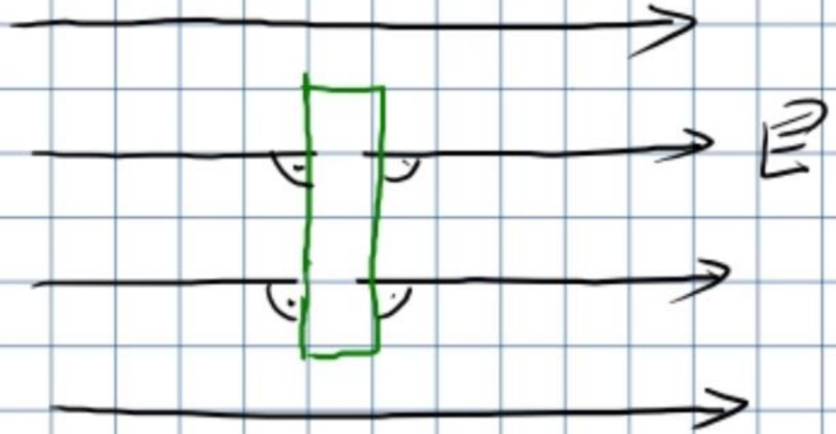
6. Громобран



$$30 \frac{kV}{cm}$$



7. Танка метална фолија постављена управно на линије ел. поља



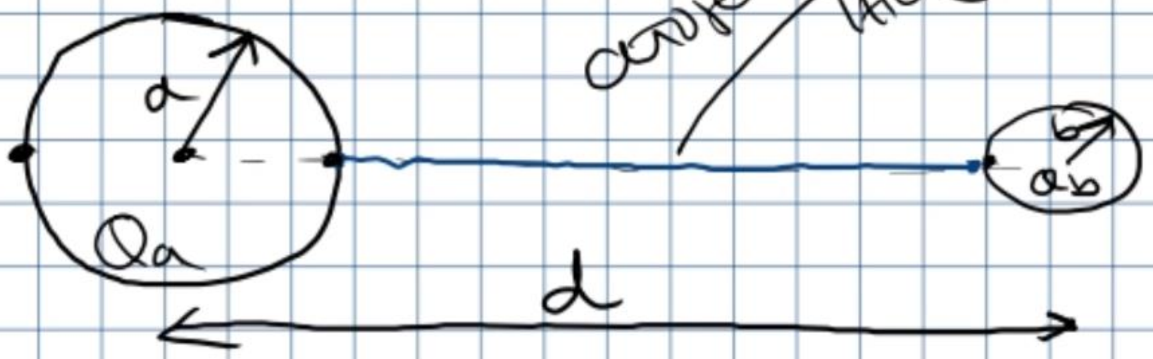
8. Q_a и Q_b

$a \quad b$

$d \gg a, b$

спојене танком жицом

$$V_a = V_b$$



$$V_a = \frac{Q_a}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{Q_b}{4\pi\varepsilon_0 d}$$

$$V_b = \frac{Q_b}{4\pi\varepsilon_0 b} + \frac{Q_a}{4\pi\varepsilon_0 d}$$

$d \gg a \qquad d \gg b$

реф. нива у ∞

$$V_a \approx \frac{Q_a}{4\pi\varepsilon_0 a} \qquad V_b \approx \frac{Q_b}{4\pi\varepsilon_0 b}$$

$$V_a = V_b \Rightarrow \frac{Q_a}{a} = \frac{Q_b}{b} \Rightarrow \boxed{\frac{Q_a}{Q_b} = \frac{a}{b}}$$

$a \gg b$

$Q_a \gg Q_b$

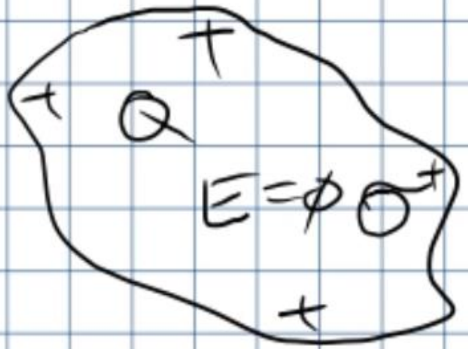
КАПАЦИТИВНОСТИ

1. Капацитивност усамљених проводних тијела

Q, V

$Q \to kQ$

рјеш. $\to \infty$



Q

$\downarrow$

$\vec{E}$

$\downarrow$

$V = \int_M^R \vec{E}\, d\vec{l}$ $\qquad \oint_C \vec{E}\, d\vec{l} = \emptyset$

$$Q = \underline{\underline{\underline{C}}} \cdot V$$

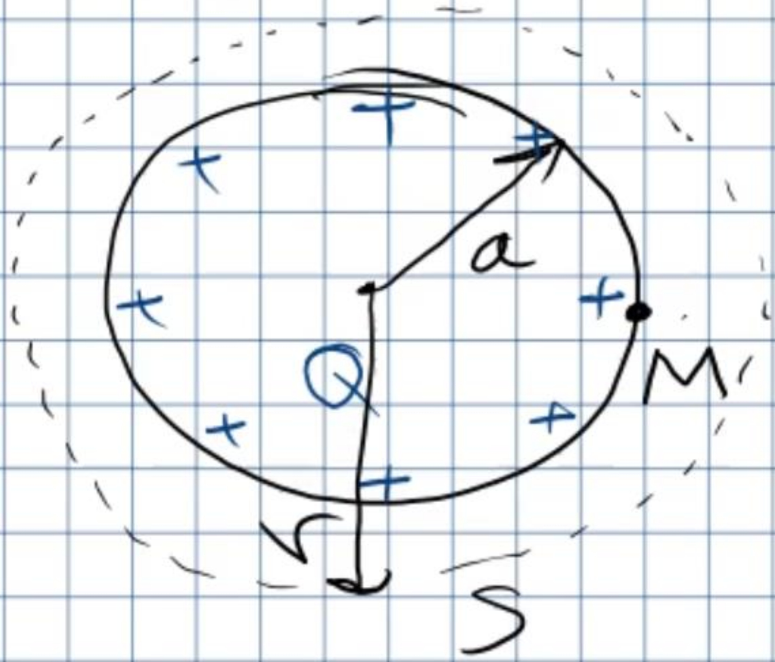
$\uparrow$

КАПАЦИТИВНОСТ

$$C = \frac{Q}{V} \quad [F]$$ фарад

$$\boxed{C = \frac{Q}{V}}$$

Пример: Метална лопта полупречника a.



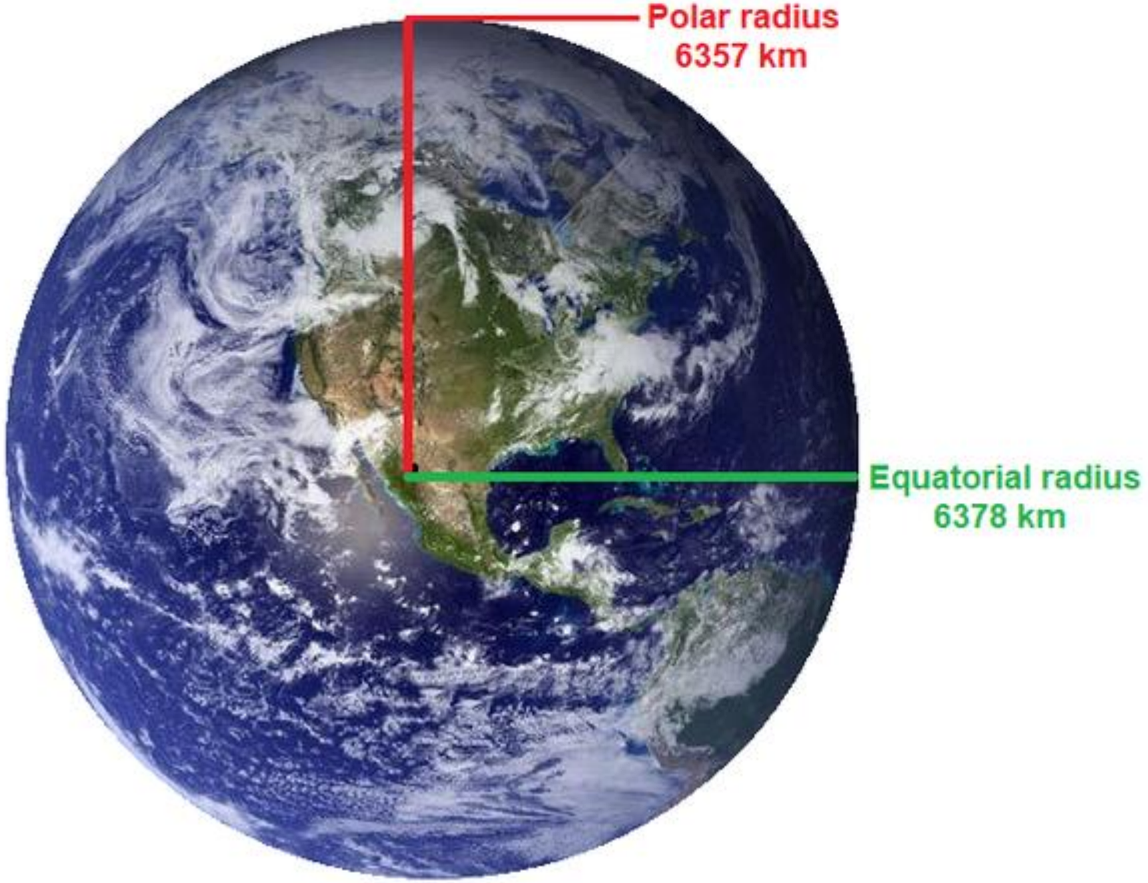
$$\oint_S \vec{E}\,d\vec{S} = \frac{Q_{us}}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

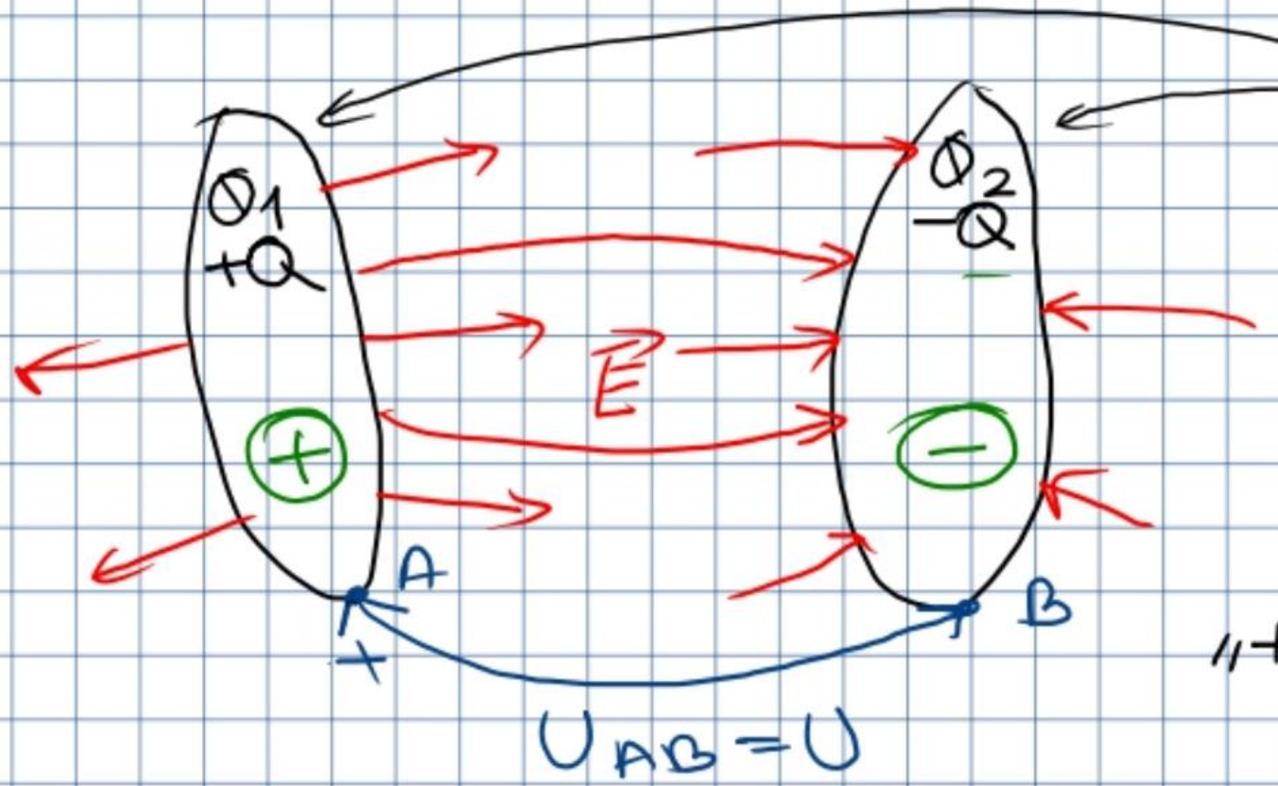
$$V = \int_M^{+\infty} \vec{E}\,d\vec{l} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

$$\boxed{C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 a}$$

- Usamljeno provodno sferno tijelo veličine planete Zemlje (poluprečnik $a \approx 6370$ km) ima kapacitivnost od oko $V = 4\pi\varepsilon_0 a \approx 0.7$ mF.



2. Кондензатор



електроде
облоге конд.

$$U = V^+ - V^-$$

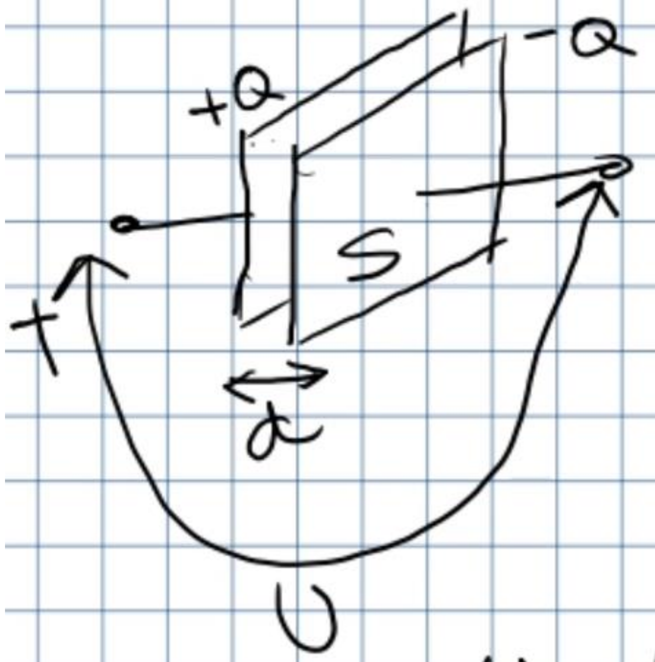
$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E}\,d\vec{l} = U$$

„$+Q$" „$-Q$"

$$C = \frac{Q}{U}$$

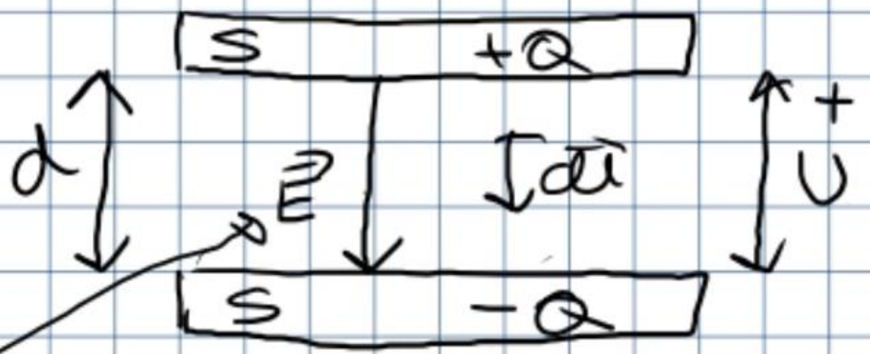
$$\boxed{C > 0}$$

Плочасти кондензатор



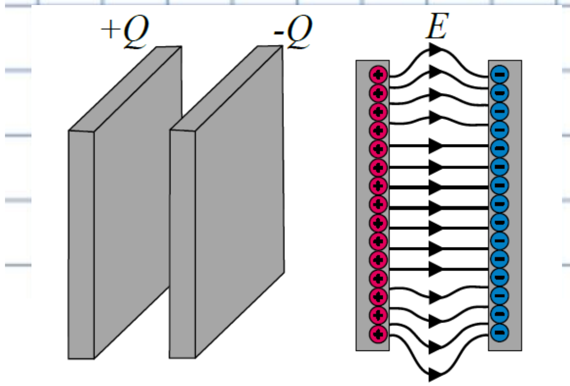
$$\sigma_+ = \frac{Q}{S}$$

$$\sigma_- = \frac{-Q}{S}$$



$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$U = \int_{+Q}^{-Q} \vec{E}\,d\vec{l} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d = \frac{Q}{S\varepsilon_0} d \Rightarrow \boxed{C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}}$$



- **<u>Primjer</u>:** Odrediti kapacitivnost pločastog kondenzatora površine elektroda $S=100\ cm^2$ (kvadrat stranica dužine 10 cm ili krug poluprečnika ≈5.64 cm) pri rastojanju između elektroda 1 mm i 5 mm.

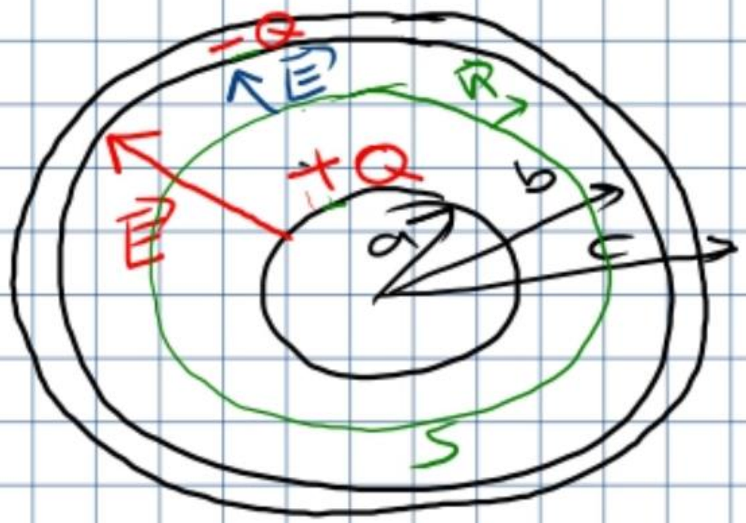
$$C(d=1\ mm)=\varepsilon_0 S/d \approx 88.54\ pF$$

$$C(d=1\ mm)=\varepsilon_0 S/d \approx 17.71\ pF$$

- **<u>Primjer</u>:** Odrediti jačinu električno polja unutar kondenzatora iz prethodnog primjera ako se priključe na napon U=10 kV.

Intenzitet vektora E unutar pločastog kondenzatora se može odrediti na osnovu izraza: U=Ed, pri čemu je d rastojanje između ploča. Ako je d=1 mm, traženi intenzitet je E=10 MV/m (100 kV/cm), dok je E=2 MV/m (20 kV/cm) u slučaju d= 5 mm.

Сферни кондензатор



$$\oint_S \vec{E}\,d\vec{S} = \frac{Q_{in\,S}}{\varepsilon_0}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

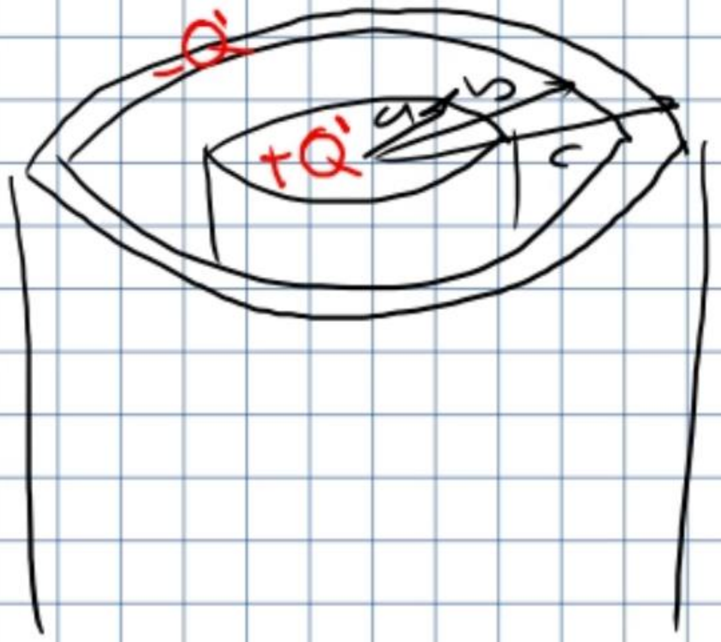
$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad a<r<b$$

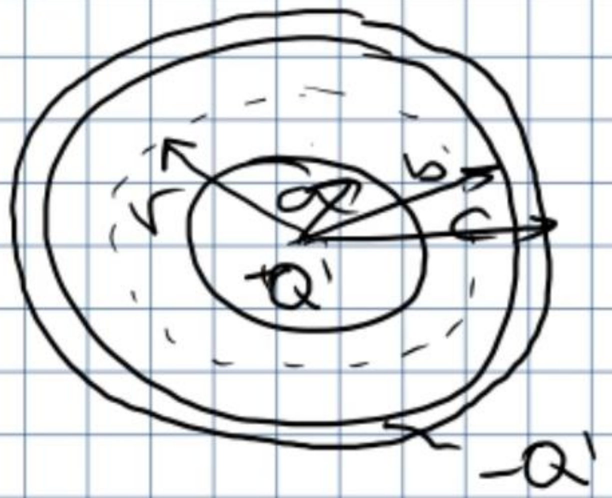
$$U = \int_{+Q}^{-Q} \vec{E}\,d\vec{l} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{b-a}{ab}$$

$$C = \frac{Q}{U}$$

$$\boxed{C = \frac{4\pi\varepsilon_0 ab}{b-a}}$$

цилиндрични кондензатор





$$C = \frac{Q}{U}$$

$$U = \int_{+Q}^{-Q} \vec{E}\, d\vec{l}$$

$$\oint_S \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{Q_{vs}}{\varepsilon_0}$$

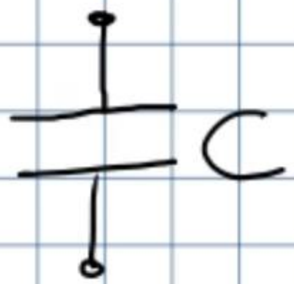
$$E = \frac{Q'}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

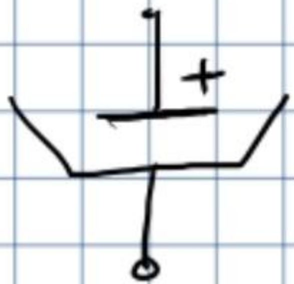
$$U = \frac{Q'}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{b}{a}$$

$$C' = \frac{Q'}{U}$$

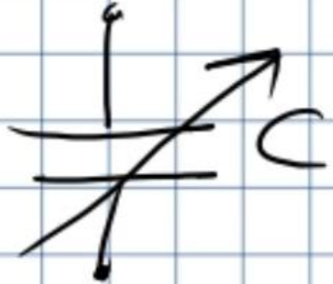
$$C' = \frac{C}{l} \left[\frac{F}{m}\right]$$

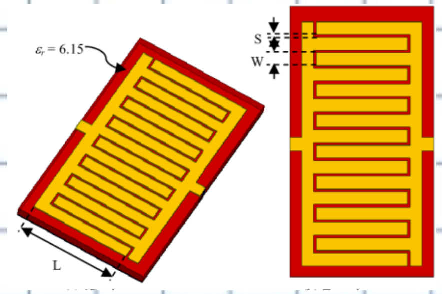
$$\boxed{C' = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{b}{a}}}$$

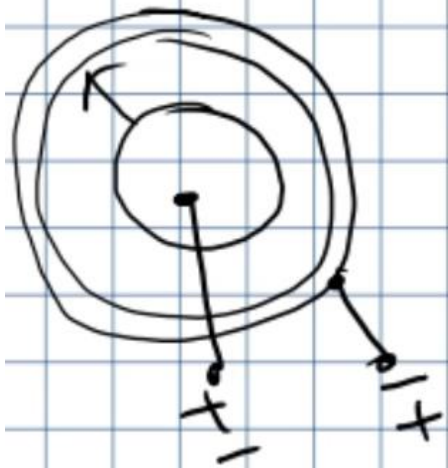


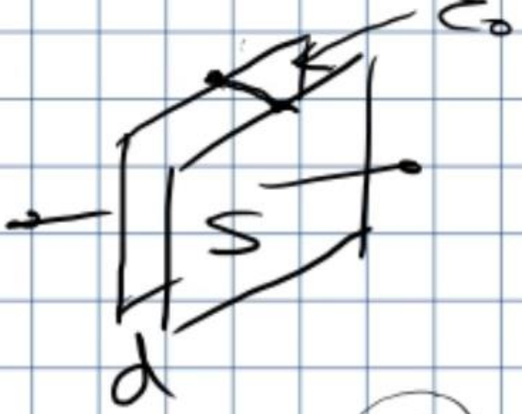


Електролитски конд.





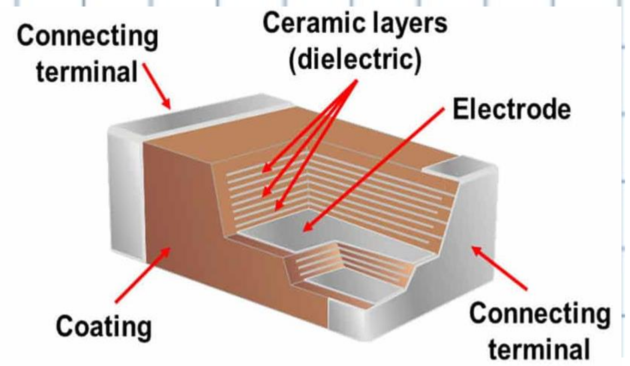


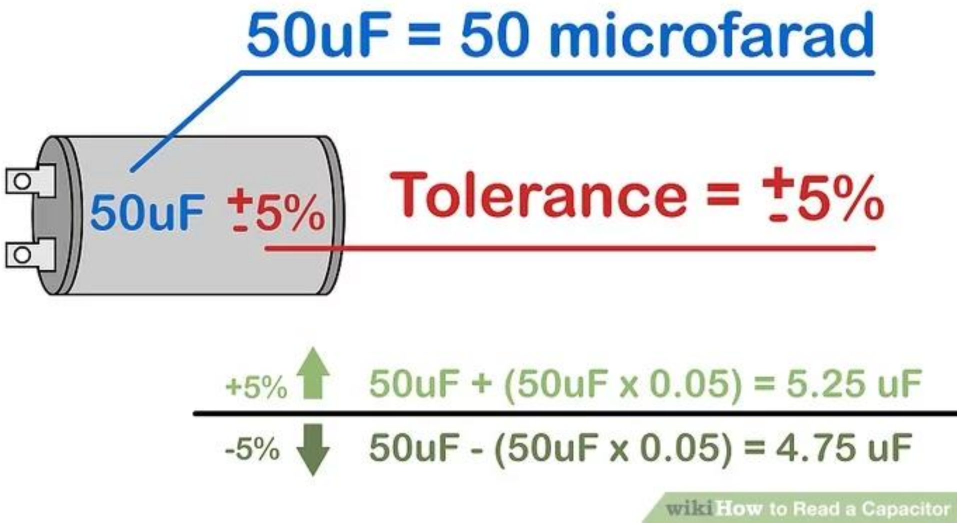


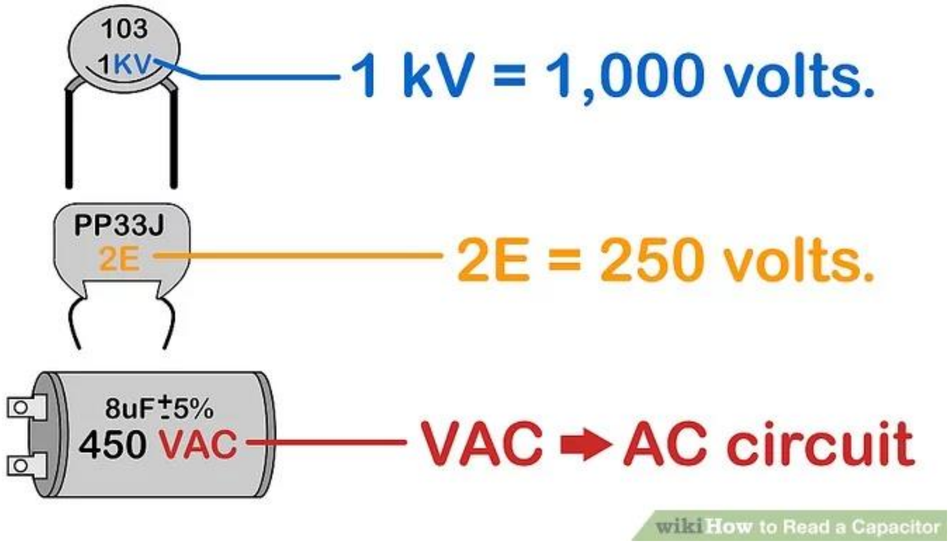
$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

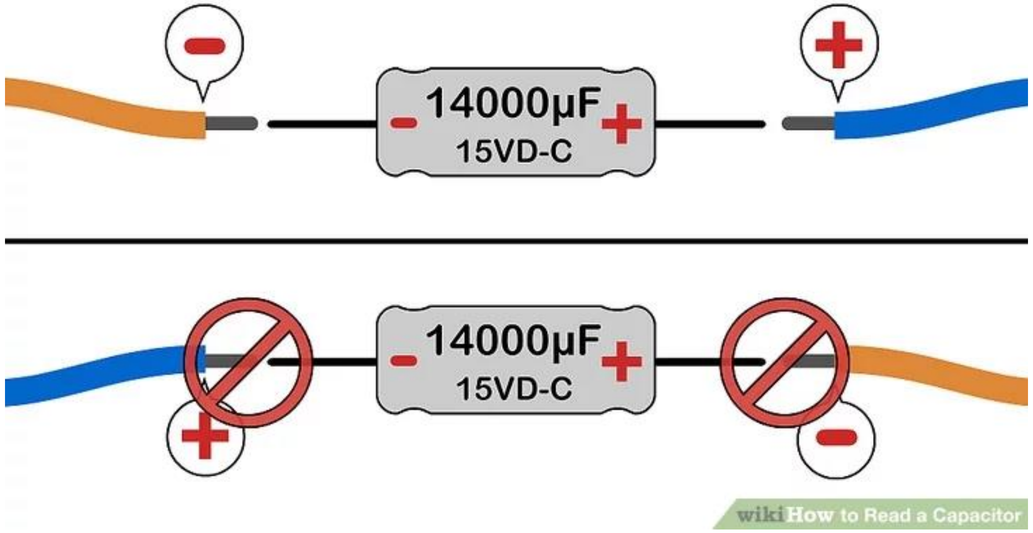
Komercijalni kondenzator sa dielektrikom

Komercijalni SMD kondenzator




50uF = 50 microfarad
50uF ±5%
Tolerance = ±5%
+5%
50uF + (50uF x 0.05) = 5.25 uF
-5%
50uF - (50uF x 0.05) = 4.75 uF
wikiHow to Read a Capacitor


103
1KV
1 kV = 1,000 volts.
PP33J
2E
2E = 250 volts.
8uF±5%
450 VAC
VAC ➡ AC circuit
wikiHow to Read a Capacitor


14000μF
15VD-C
14000μF
15VD-C
wikiHow to Read a Capacitor

Пробојни напон

$$U = \frac{Q \cdot d}{S\varepsilon_0} \qquad U = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{b-a}{ab} \qquad U = \frac{Q'}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{b}{a}$$

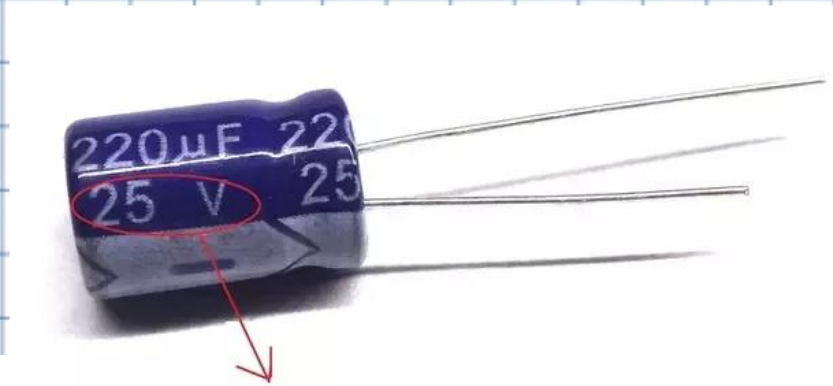
$$U \nearrow \Rightarrow Q \nearrow$$

$$\nearrow E = \frac{Q \nearrow}{S\varepsilon_0}$$

$$\nearrow E = \frac{Q \nearrow}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\nearrow E = \frac{Q' \nearrow}{2\pi\varepsilon_0 r} \qquad \frac{Q}{l}$$

$$E_{KR} = 30 \text{ kV/cm}$$

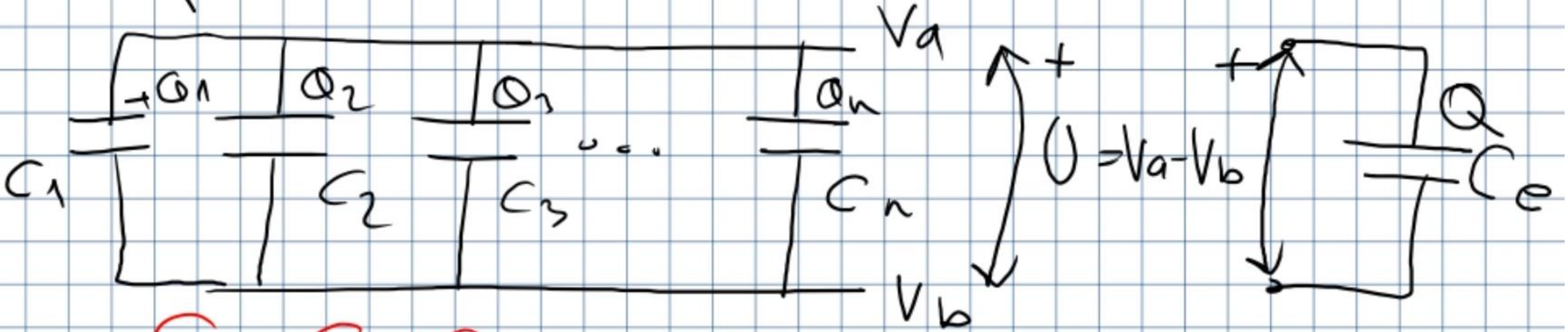


Voltage Rating

СЕРИЈСКА И ПАРАЛЕЛНА ВЕЗА КОНД.

еквивалентни конд.

– паралелна веза



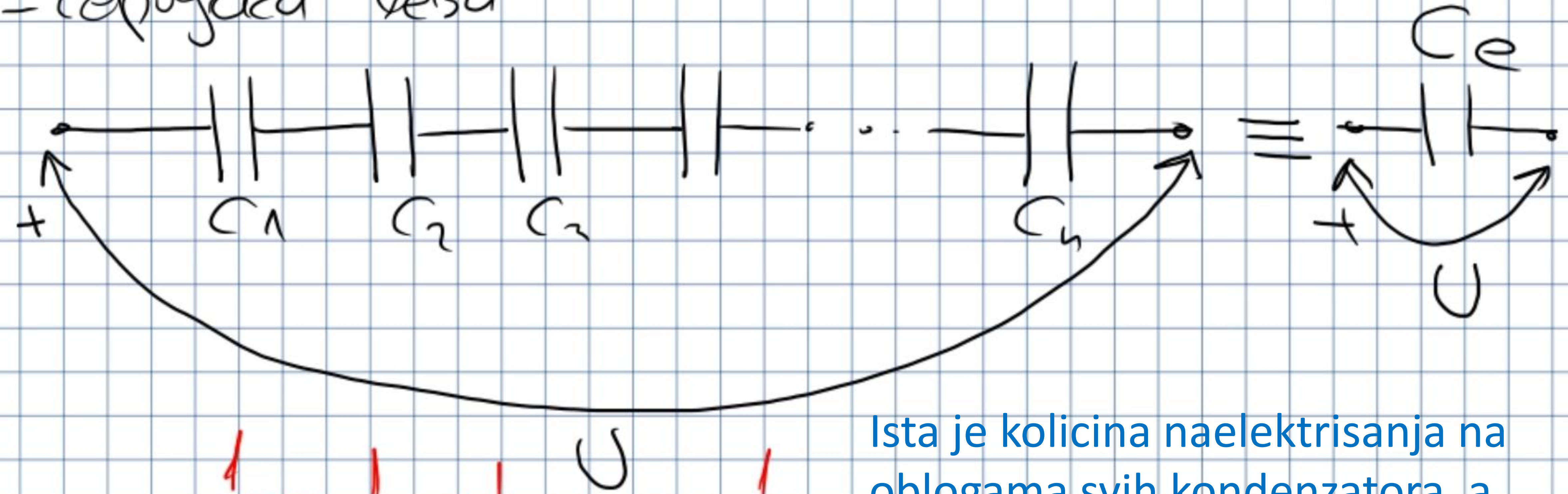
$$C_e = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$$

Isti je napon izmedju prikljucaka svih kondenzatora, a Q=Q1+Q2+….+Qn.

СЕРИЈСКА И ПАРАЛЕЛНА ВЕЗА КОНД.

еквивалентни конд.

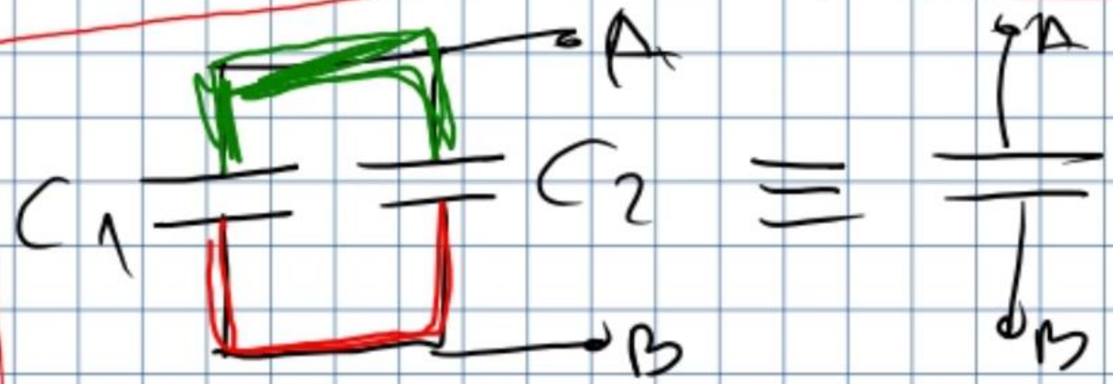
- серијска веза



$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

Ista je kolicina naelektrisanja na oblogama svih kondenzatora, a U=U1+U2+….+Un.

СЕРИЈСКА И ПАРАЛЕЛНА ВЕЗА КОНД.



$$C_e = C_1 + C_2$$

$$C_e = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

$$\frac{1}{C_e} = \cancel{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \Rightarrow C_e = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$