ВЕЖБЕ ИЗ
ОСНОВА РАЧУНАРСКЕ ТЕХНИКЕ 1

ВЕРЗИЈА 2020 1.0

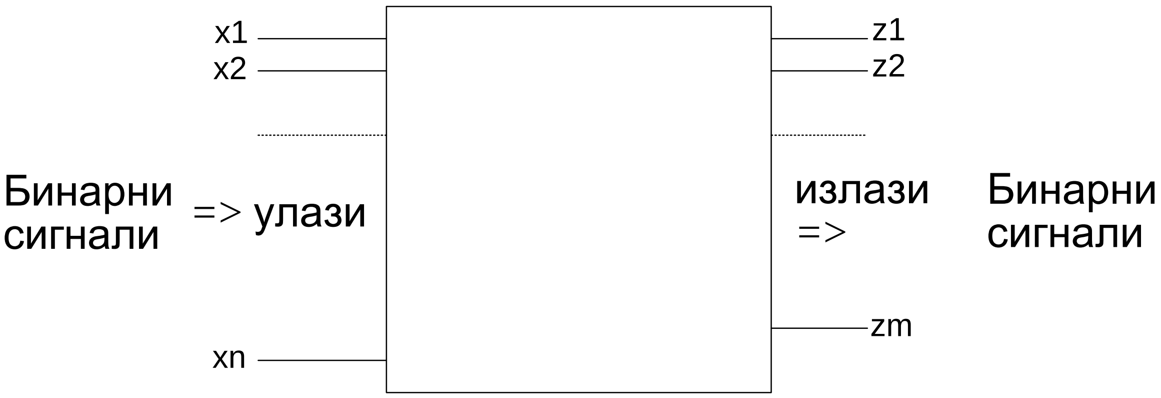
Анализа и синтеза комбинационих прекидачких мрежа

Анализа комбинационих мрежа је поступак којим се на основу задате структурне шеме долази до закона функционисања.

Синтеза комбинационих мрежа је поступак којим се на основу задатог закона функционисања долази до структурне шеме.

Закон функционисања је дат функцијама излаза. То су изрази који дају зависност сваког
излазног сигнала од улазних сигнала.

Прекидачку мрежу можемо представити на следећи начин:



Вектор улаза: $X= x_1x_2 ...x_n$
Вектор излаза: $Z=z_1z_2...z_m$

Прекидачке мреже се деле на **комбинационе** и **секвенцијалне**.

Код комбинационих мрежа вектор излаза Z је у сваком тренутку једнозначно одређен текућим вектором улаза X.
Закон функционисања:

$$Z(t) = F(X(t)) \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} z_1(t) = f_1(x_1(t), x_2(t), \dots x_n(t)), \\ z_2(t) = f_2(x_1(t), x_2(t), \dots x_n(t)), \\ \dots \\ z_m(t) = f_m(x_1(t), x_2(t), \dots x_n(t)), \end{cases}$$

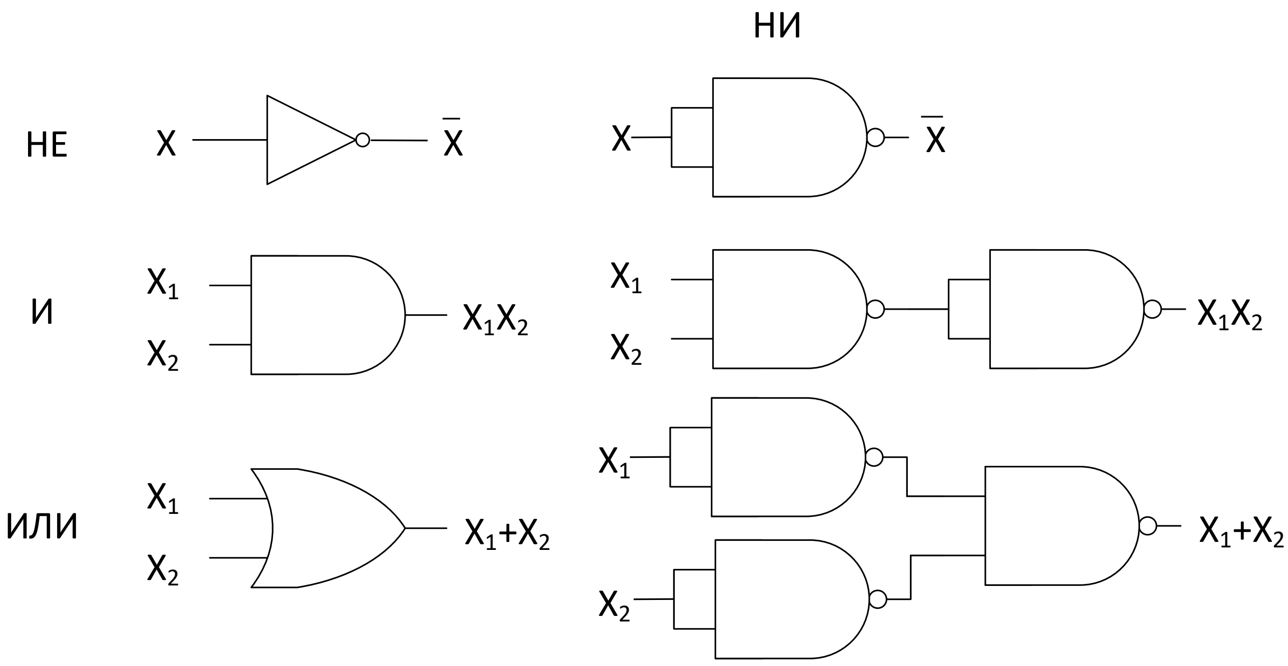
t_i - тренутак промене вектора улаза X
t_{i+1} - тренутак могуће следеће промене вектора улаза X
$t_{i+1}- t_i =\tau$ - кашњење сигнала у комбинационој мрежи (прелазни процес)

Структурна шема

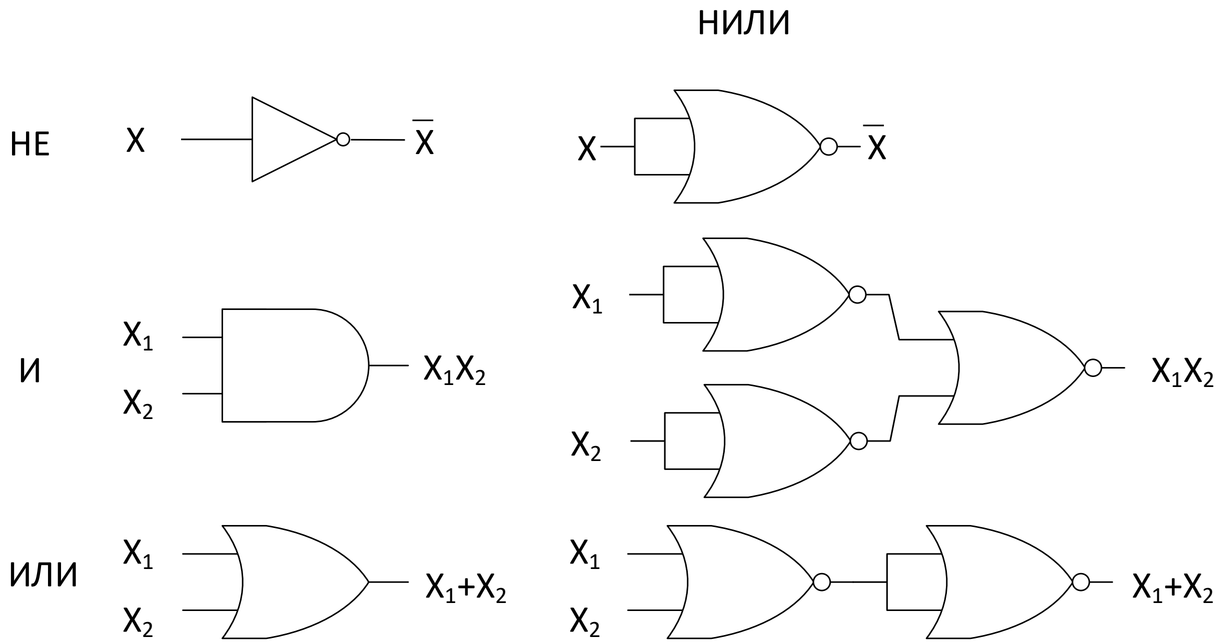
Структурна шема се најчешће реализује помоћу следећих логичких елемената:

- НЕ
- И
- ИЛИ
- НИ
- НИЛИ

Правила за реализацију двоулазних НЕ, И, ИЛИ елемената помоћу двоулазних НИ елемената:

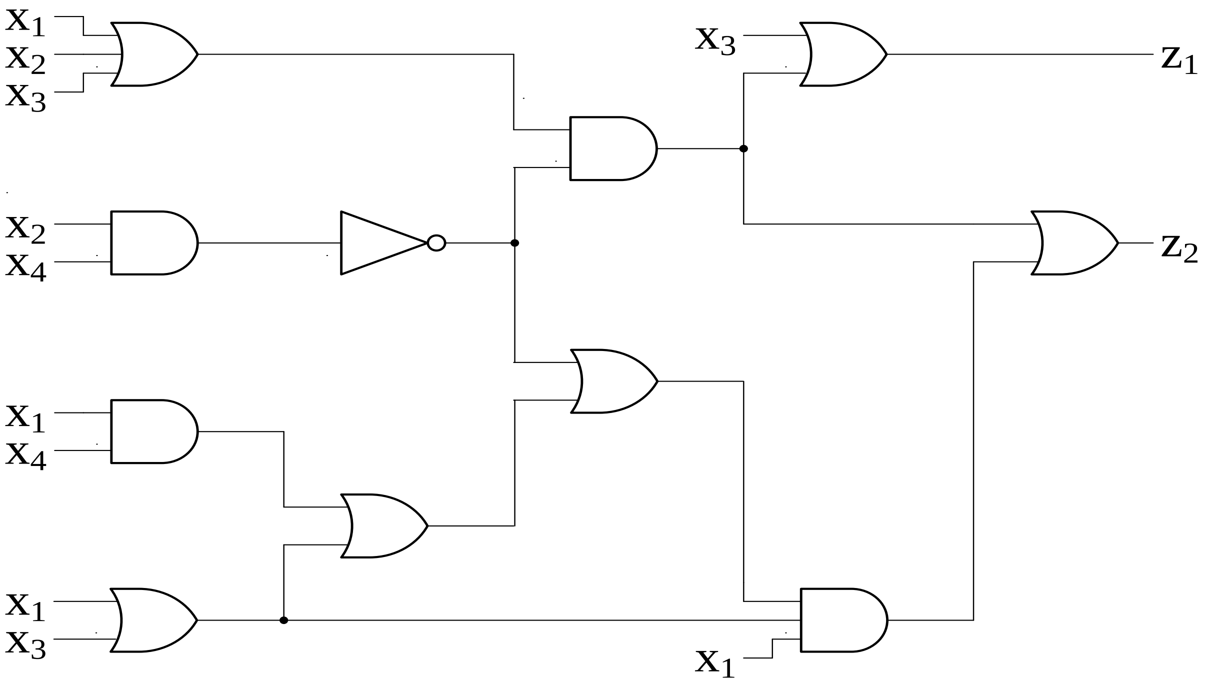


Правила за реализацију двоулазних НЕ, И, ИЛИ елемената помоћу двоулазних НИЛИ елемената:



Задатак 28.

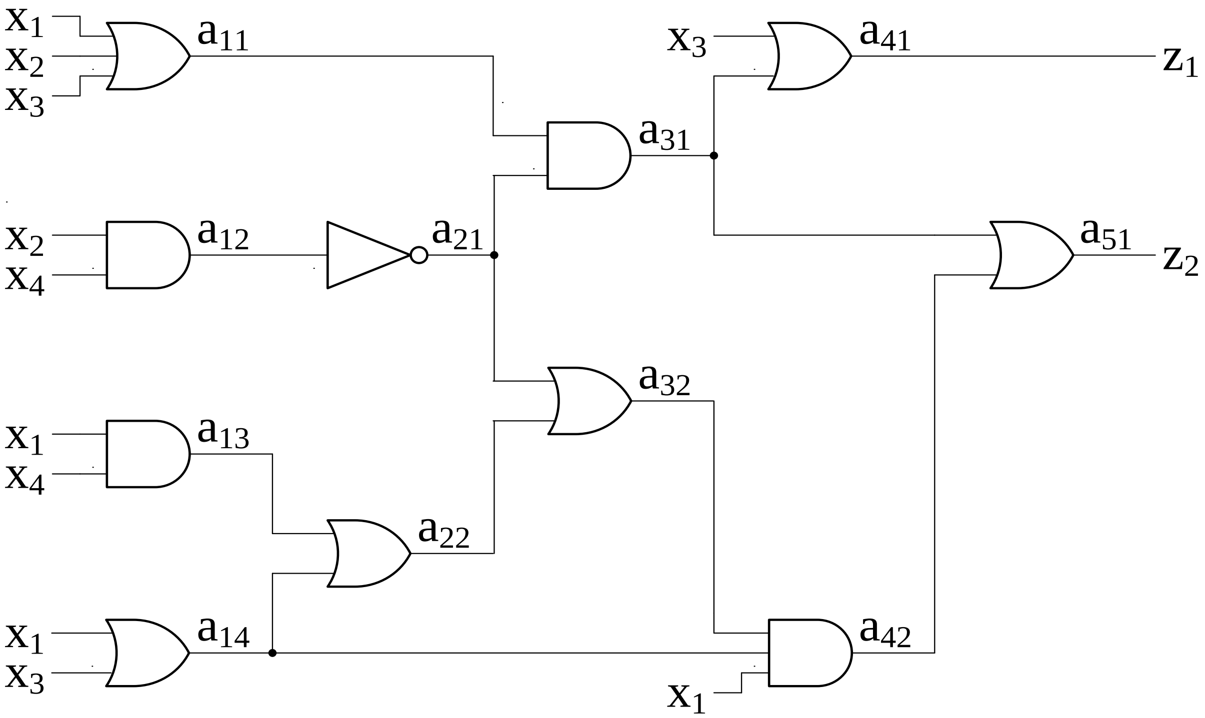
Наћи које прекидачке функције реализује комбинациона мрежа са следеће слике.



Решење

У задатку се тражи да за задату комбинациону мрежу са слике поступком анализе комбинационих мрежа пронађемо прекидачке функције које представљају зависност излаза мреже од улаза мреже. Поступак анализе комбинационе мреже обухвата следеће кораке:

1) означавање излаза елемената



2) исписивање функција елемената

$a_{11} = x_1 + x_2 + x_3$

$a_{12} = x_2 x_4$

$a_{13} = x_1 x_4$

$a_{14} = x_1 + x_3$

$a_{21} = \bar{a}_{12}$

$a_{22} = a_{13} + a_{14}$

$a_{31} = a_{11} a_{21}$

$a_{32} = a_{21} + a_{22}$

$a_{41} = x_3 + a_{31}$

$a_{42} = x_1 a_{14} a_{32}$

$a_{51} = a_{31} + a_{42}$

3) налажење излазних функција, заменом претходно одређених израза у изразе за излазе мреже, све док се не дође до функција које зависе од улаза мреже

$z_1 = a_{41} = x_3 + a_{31} = x_3 + a_{11} a_{21} = x_3 + (x_1 + x_2 + x_3)\bar{a}_{12} = x_3 + (x_1 + x_2 + x_3)\overline{x_2 x_4}$

$z_2 = a_{51} = a_{31} + a_{42} = a_{11} a_{21} + x_1 a_{14} a_{32} = (x_1 + x_2 + x_3)\bar{a}_{12} + x_1(x_1 + x_3)(a_{21} + a_{22})$

$z_2 = (x_1 + x_2 + x_3)\overline{x_2 x_4} + x_1(x_1 + x_3)(\bar{a}_{12} + a_{13} + a_{14})$

$z_2 = (x_1 + x_2 + x_3)\overline{x_2 x_4} + x_1(x_1 + x_3)(\overline{x_2 x_4} + x_1 x_4 + x_1 + x_3)$

Овиме смо одредили прекидачке функције које одсликавају зависност излаза прекидачке мреже дате на слици од њеног улаза и то представља решење задатка.

Напомена:

Добијене изразе можемо средити према правилима која су раније описана, тако да добијемо погоднији облик израза (минимална ДНФ или минимална КНФ). У наставку је дато како се сређивањем израза према правилима Булове алгебре може добити неки ДНФ за ова два израза:

$z_1 = x_3 + (x_1 + x_2 + x_3)\overline{x_2 x_4}$

$z_1 = x_3 + (x_1 + x_2 + x_3)(\bar{x}_2 + \bar{x}_4) = x_3 + (x_1\bar{x}_2 + x_2\bar{x}_2 + \bar{x}_2 x_3 + x_1\bar{x}_4 + x_2\bar{x}_4 + x_3\bar{x}_4)$

$z_1 = x_3 + x_1\bar{x}_2 + \bar{x}_2 x_3 + x_1\bar{x}_4 + x_2\bar{x}_4 + x_3\bar{x}_4 = x_3(1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_4) + x_1\bar{x}_2 + x_1\bar{x}_4 + x_2\bar{x}_4$

$z_1 = x_3 + x_1\bar{x}_2 + x_1\bar{x}_4 + x_2\bar{x}_4$

$z_2 = (x_1 + x_2 + x_3)\overline{x_2 x_4} + x_1(x_1 + x_3)(\overline{x_2 x_4} + x_1 x_4 + x_1 + x_3)$

$z_2 = (x_1 + x_2 + x_3)\overline{x_2 x_4} + x_1(x_1 + x_3)$

$z_2 = (x_1 + x_2 + x_3)\overline{x_2 x_4} + x_1$

$z_2 = x_1\overline{x_2 x_4} + x_2\overline{x_2 x_4} + x_3\overline{x_2 x_4} + x_1$

$z_2 = x_1(\overline{x_2 x_4} + 1) + x_2(\bar{x}_2 + \bar{x}_4) + x_3(\bar{x}_2 + \bar{x}_4)$

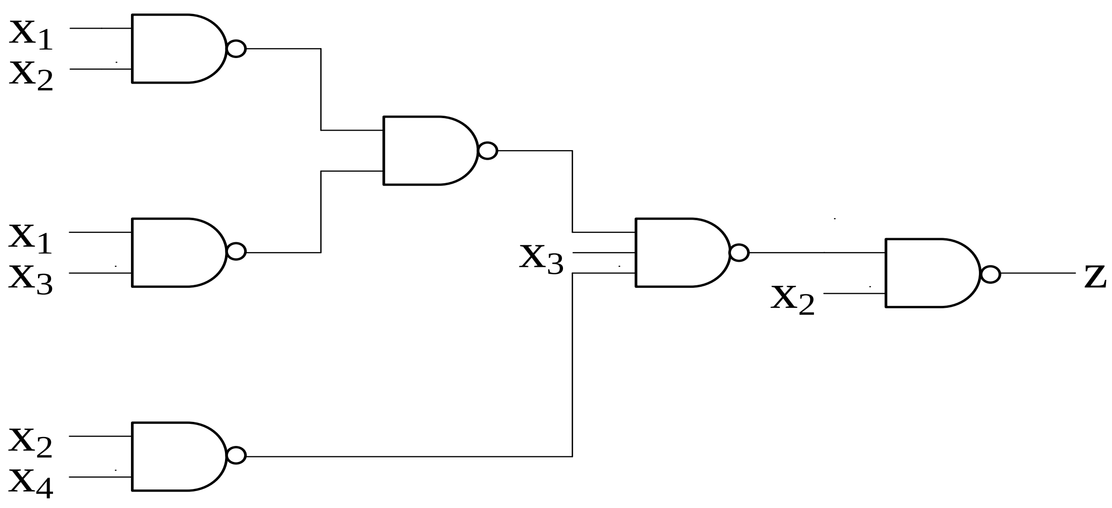
$z_2 = x_1 + x_2\bar{x}_2 + x_2\bar{x}_4 + x_3\bar{x}_2 + x_3\bar{x}_4$

$z_2 = x_1 + x_2\bar{x}_4 + \bar{x}_2 x_3 + x_3\bar{x}_4$

Након тога познатим поступком коришћењем Карноових карата можемо доћи до минималних ДНФ или минималних КНФ облика ових прекидачких функција.

Задатак 29.

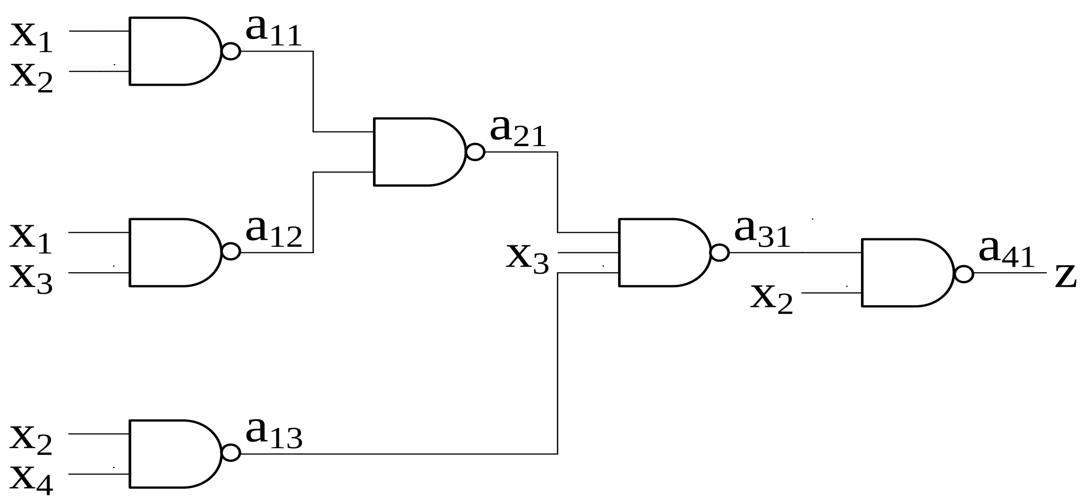
Одредити коју прекидачку функцију реализује следећа комбинациона мрежа.



Решење

У задатку се тражи да за задату комбинациону мрежу са слике поступком анализе комбинационих мрежа пронађемо прекидачке функције које представљају зависност излаза мреже од улаза мреже. Поступак анализе комбинационе мреже обухвата следеће кораке:

1) означавање излаза елемената



2) исписивање функција елемената

$a_{11} = \overline{x_1 x_2}$, $a_{12} = \overline{x_1 x_3}$, $a_{13} = \overline{x_2 x_4}$

$a_{21} = \overline{a_{11} a_{12}}$

$a_{31} = \overline{x_3 a_{13} a_{21}}$

$a_{41} = \overline{x_2 a_{31}}$

3) налажење излазних функција, заменом претходно одређених израза у изразе за излазе мреже, све док се не дође до функција које зависе од улаза мреже

$$z = a_{41} = \overline{x_2 a_{31}} = \overline{x}_2 + \overline{a}_{31} = \overline{x}_2 + \overline{\overline{x_3 a_{13} a_{21}}} = \overline{x}_2 + x_3 a_{13} a_{21} = \overline{x}_2 + x_3 \cdot \overline{x_2 x_4} \cdot \overline{a_{11} a_{12}}$$

$$z = \overline{x}_2 + x_3 \cdot \overline{x_2 x_4} \cdot \overline{\overline{x_1 x_2} \cdot \overline{x_1 x_3}}$$

Овиме смо одредили прекидачку функцију која одсликава зависност излаза прекидачке мреже дате на слици од њеног улаза и то представља решење задатка.

Напомена:

Добијени израз можемо средити према правилима која су раније описана, тако да добијемо погоднији облик израза (минимална ДНФ или минимална КНФ). У наставку је дато како се сређивањем израза према правилима Булове алгебре може добити неки ДНФ за овај израз:

$$z = \overline{x}_2 + x_3 \cdot \overline{x_2 x_4} \cdot \overline{\overline{x_1 x_2} \cdot \overline{x_1 x_3}}$$

$$z = \overline{x}_2 + x_3(\overline{x}_2 + \overline{x}_4)(x_1 x_2 + x_1 x_3) = \overline{x}_2 + x_3(x_1 x_2 \overline{x}_2 + x_1 x_2 \overline{x}_4 + x_1 \overline{x}_2 x_3 + x_1 x_3 \overline{x}_4)$$

$$z = \overline{x}_2 + x_1 x_2 x_3 \overline{x}_4 + x_1 \overline{x}_2 x_3 x_3 + x_1 x_3 x_3 \overline{x}_4$$

$$z = \overline{x}_2 + x_1 x_2 x_3 \overline{x}_4 + x_1 \overline{x}_2 x_3 + x_1 x_3 \overline{x}_4 = \overline{x}_2(1 + x_1 x_3) + x_1 x_3 \overline{x}_4(x_2 + 1)$$

$$z = \overline{x}_2 + x_1 x_3 \overline{x}_4$$

Након тога познатим поступком коришћењем Карноових карата можемо доћи до минималног ДНФ или минималног КНФ облика ове прекидачке функције.

Задатак 30.

Нацртати структурну шему комбинационе мреже која реализује следеће прекидачке функцијсе ако на располагању стоје И, ИЛИ и НЕ елементи са произвољним бројем улаза.

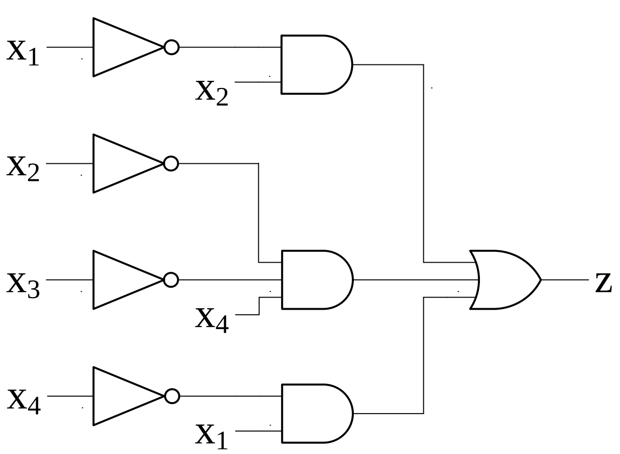
а) $z = \overline{x}_1 x_2 + \overline{x}_2 \overline{x}_3 x_4 + x_1 \overline{x}_4$

б) $z = (x_1 + x_2 + x_3)(\overline{x}_2 + x_3)(x_1 + x_3)$

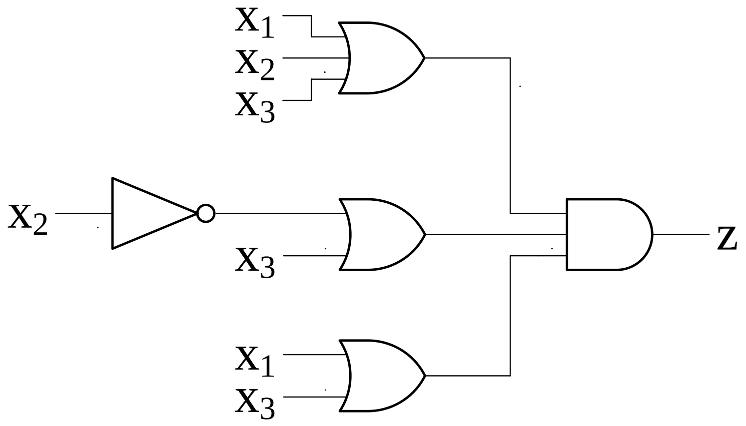
Претпоставити да на улазе комбинационе мреже долазе само директне вредности променљивих.

Решење

а) Цртамо тростепену комбинациону мрежу. У конкретном случају се ради о прекидачкој функцији која је дата у облику ДНФ. У првом степену (прва колона логичких елемената са лева на десно на слици) за све променљиве, чији се комплементи користе у прекидачкој функцији, правимо комплемент помоћу НЕ елемената. У другом степену (друга колона логичких елемената са лева на десно на слици) користимо И елементе са потребним бројем улаза, како бисмо реализовали сваки од елементарних производа из прекидачке функције. У трећем степену (трећа колона логичких елемената са лева на десно на слици) користимо ИЛИ елемент са потребним бројем улаза, како бисмо реализовали суму елементарних производа и добили шему прекидачке функције коју смо требали да реализујемо.



б) Цртамо тростепену комбинациону мрежу. У конкретном случају се ради о прекидачкој функцији која је дата у облику КНФ. У првом степену (прва колона логичких елемената са лева на десно на слици) за све променљиве, чији се комплементи користе у прекидачкој функцији, правимо комплемент помоћу НЕ елемената. У другом степену (друга колона логичких елемената са лева на десно на слици) користимо ИЛИ елементе са потребним бројем улаза, како бисмо реализовали сваку од елементарних сума из прекидачке функције. У трећем степену (трећа колона логичких елемената са лева на десно на слици) користимо И елемент са потребним бројем улаза, како бисмо реализовали производ елементарних сума и добили шему прекидачке функције коју смо требали да реализујемо.



Задатак 31.

Нацртати структурну шему комбинационе мреже која реализује прекидачку функцију:

$$z = (x_1 + x_2)(\overline{x}_1 + x_3)\overline{x}_2(\overline{x}_1 + x_2 + \overline{x}_3)$$

На располагању стоје:

а) И, ИЛИ и НЕ,

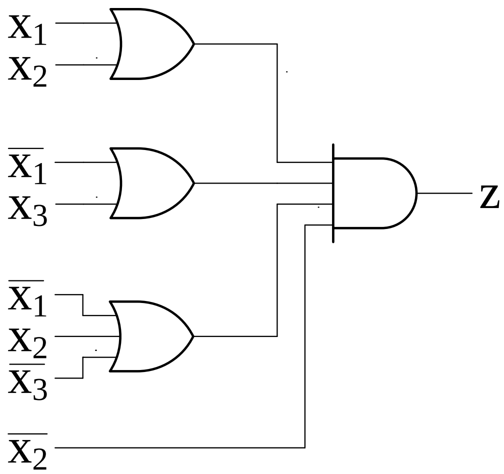
б) НИЛИ,

в) НИ

елементи са произвољним бројем улаза. Претпоставити да на улазе мреже долазе и комплементи променљивих.

Решење

а) Цртамо комбинациону мрежу на основу прекидачке функције која је дата у облику КНФ, на начин који је објашњен у претходном задатку. Једина разлика је у томе што сада на улазе долазе и комплементи променљивих, па не морамо да цртамо први степен мреже (НЕ елементе).

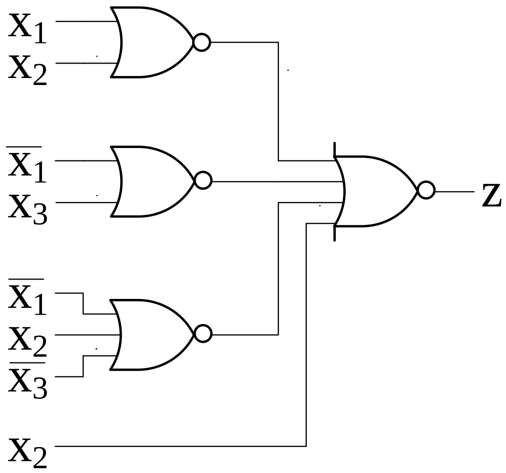


б) Када имамо прекидачку функцију у облику КНФ и желимо да је реализујемо помоћу НИЛИ елемената са произвољним бројем улаза, то можемо урадити, тако што израз два пута комплементирамо, а затим урадимо развој Де Морганове теореме за један комлемент читавог израза.

$$z = \overline{\overline{(x_1 + x_2)(\overline{x}_1 + x_3)\overline{x}_2(\overline{x}_1 + x_2 + \overline{x}_3)}}$$

$$z = \overline{\overline{x_1 + x_2} + \overline{\overline{x}_1 + x_3} + x_2 + \overline{\overline{x}_1 + x_2 + \overline{x}_3}}$$

Сада је израз написан у облику сума са комплементом, што одговара функцији НИЛИ елемента, па је могуће нацртати шему ове прекидачке функције помоћу НИЛИ елемената.



Коментар:

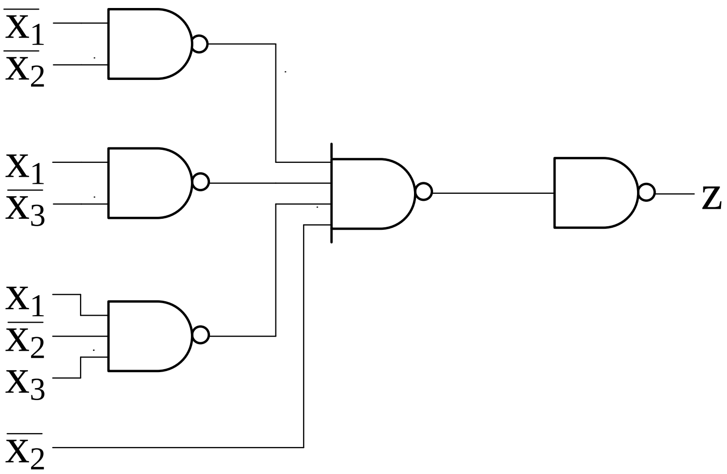
Поред приказаног решења трансформацијом израза, могуће је исту шему добити и ако се на шему помоћу НЕ, И и ИЛИ елемената из тачке а) примене правила за реализацију НЕ, И и ИЛИ елемената са произвољним бројем улаза помоћу НИЛИ елемената са произвољним бројем улаза.

в) Када имамо прекидачку функцију у облику КНФ и желимо да је реализујемо помоћу НИ елемената са произвољним бројем улаза, то можемо урадити, тако што израз два пута комплементирамо и такође сваку од елементарних сума два пута комплементирамо, а затим урадимо развој Де Моргановe теореме за један комлемент сваке од елементарних сума.

$$z = \overline{\overline{\overline{\overline{(x_1 + x_2)}} \cdot \overline{\overline{(\overline{x_1} + x_3)}} \cdot \overline{\overline{\overline{x_2}}} \cdot \overline{\overline{(\overline{x_1} + x_2 + \overline{x_3})}}}}$$

$$z = \overline{\overline{\overline{\overline{x_1} \cdot \overline{x_2}} \cdot \overline{x_1 \cdot \overline{x_3}} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_3}}}$$

Сада је израз написан у облику производа са комплементом, што одговара функцији НИ елемента, па је могуће нацртати шему ове прекидачке функције помоћу НИ елемената.



Коментар:

Поред приказаног решења трансформацијом израза, могуће је исту шему добити и ако се на шему помоћу НЕ, И и ИЛИ елемената из тачке а) примене правила за реализацију НЕ, И и ИЛИ елемената са произвољним бројем улаза помоћу НИ елемената са произвољним бројем улаза.

Задатак 32.

Нацртати структурну шему комбинационе мреже која реализује прекидачку функцију:

$z = \overline{x}_1 x_2 + x_1 \overline{x}_2 x_3 + x_3 x_4 + \overline{x}_3 + \overline{x}_4$

На располагању стоје:

а) И, ИЛИ и НЕ,

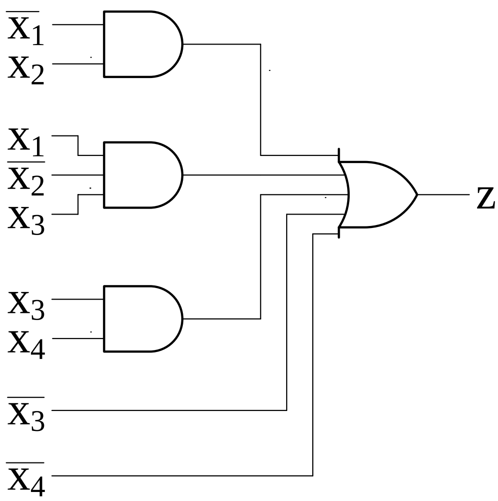
б) НИ,

в) НИЛИ

елементи са произвољним бројем улаза. Претпоставити да на улазе мреже долазе и комплементи промењљивих.

Решење

а) Цртамо комбинациону мрежу на основу прекидачке функције која је дата у облику ДНФ, према дефинисаним правилима. Једина разлика је у томе што сада на улазе долазе и комплементи промењљивих, па не морамо да цртамо први степен мреже (НЕ елементе).

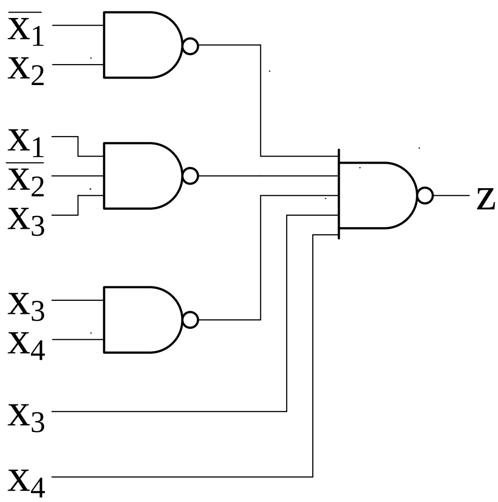


б) Када имамо прекидачку функцију у облику ДНФ и желимо да је реализујемо помоћу НИ елемената са произвољним бројем улаза, то можемо урадити, тако што израз два пута комплементирамо, а затим урадимо развој Де Моргановe теореме за један комлемент читавог израза.

$$z = \overline{\overline{\bar{x}_1 x_2 + x_1\bar{x}_2 x_3 + x_3 x_4 + \bar{x}_3 + \bar{x}_4}}$$

$$z = \overline{\overline{\bar{x}_1 x_2} \cdot \overline{x_1\bar{x}_2 x_3} \cdot \overline{x_3 x_4} \cdot \bar{\bar{x}}_3 \cdot \bar{\bar{x}}_4}$$

Сада је израз написан у облику производа са комплементом, што одговара функцији НИ елемента, па је могуће нацртати шему ове прекидачке функције помоћу НИ елемената.



Коментар:

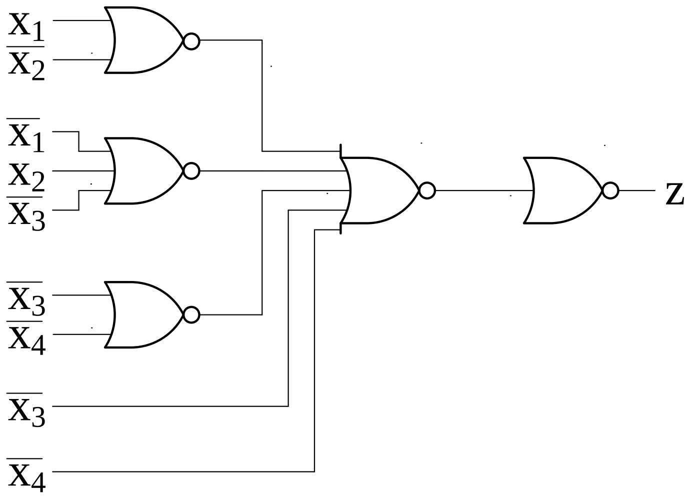
Поред приказаног решења трансформацијом израза, могуће је исту шему добити и ако се на шему помоћу НЕ, И и ИЛИ елемената из тачке а) примене правила за реализацију НЕ, И и ИЛИ елемената са произвољним бројем улаза помоћу НИ елемената са произвољним бројем улаза.

в) Када имамо прекидачку функцију у облику ДНФ и желимо да је реализујемо помоћу НИЛИ елемената са произвољним бројем улаза, то можемо урадити, тако што израз два пута комплементирамо и такође сваки од елементарних производа два пута комплементирамо, а затим урадимо развој Де Моргановe теореме за један комлемент сваког од елементарних производа.

$$z = \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{x_1} \cdot x_2}} + \overline{\overline{x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_3}} + \overline{\overline{\overline{x_3 \cdot x_4}}} + \overline{\overline{\overline{x_4}}} + \overline{\overline{\overline{x_3}}}}}$$

$$z = \overline{\overline{\overline{x_1 + \overline{x_2}} + \overline{\overline{x_1} + x_2 + \overline{x_3}} + \overline{\overline{x_3} + \overline{x_4}} + \overline{x_4} + \overline{x_3}}}$$

Сада је израз написан у облику сума са комплементом, што одговара функцији НИЛИ елемента, па је могуће нацртати шему ове прекидачке функције помоћу НИЛИ елемената.



Коментар:

Поред приказаног решења трансформацијом израза, могуће је исту шему добити и ако се на шему помоћу НЕ, И и ИЛИ елемената из тачке а) примене правила за реализацију НЕ, И и ИЛИ елемената са произвољним бројем улаза помоћу НИЛИ елемената са произвољним бројем улаза.

Задатак 33.

Дата је прекидачка функција $f(x_1,x_2,x_3,x_4)$ задата скупом индекса $f(1) = \{ 1, 3, 4, 6, 9, 11, 12 \}$. Реализовати функцију f користећи што мање двоулазних НИ, односно двоулазних НИЛИ елемената. Претпоставити да на улазе мреже долазе и комплементи променљивих.

Решење

Да бисмо нацртали шему помоћу што мање двоулазних НИ елемената, треба да пронађемо минималну ДНФ задате прекидачке функције. Након тога треба да реализујемо функцију у базису НЕ, И, ИЛИ коришћењем двоулазних И и ИЛИ елемената, а затим применимо правила за реализацију двоулазних НЕ, И, ИЛИ елемената помоћу двоулазних НИ елемената.

Цртамо Карноову карту и попуњавамо је јединицама, како бисмо пронашли минималну ДНФ.

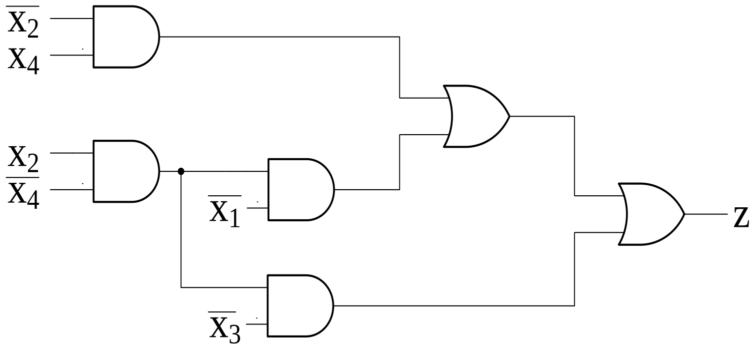
x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	$0_{\,0}$	$1_{\,4}$	$1_{\,12}$	$0_{\,8}$
01	$1_{\,1}$	$0_{\,5}$	$0_{\,13}$	$1_{\,9}$
11	$1_{\,3}$	$0_{\,7}$	$0_{\,15}$	$1_{\,11}$
10	$0_{\,2}$	$1_{\,6}$	$0_{\,14}$	$0_{\,10}$

Затим решавамо Карноову карту, на начин који је раније описан и добијамо минималну ДНФ задате функције:

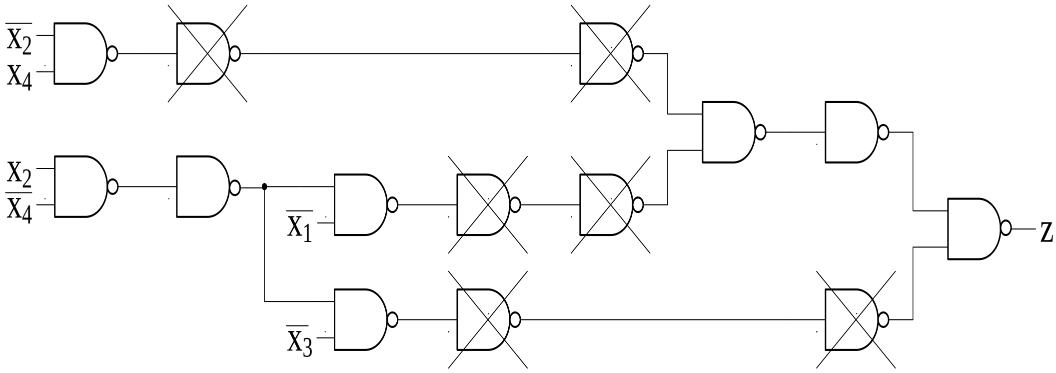
$$z = \overline{x_2} \cdot x_4 + x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4} + \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_4} = (\overline{x_2} \cdot x_4 + (x_2 \cdot \overline{x_4}) \cdot \overline{x_3}) + \overline{x_1} \cdot (x_2 \cdot \overline{x_4})$$

Сада на основу добијене минималне ДНФ, цртамо шему, користећи двоулазне И и ИЛИ елементе.

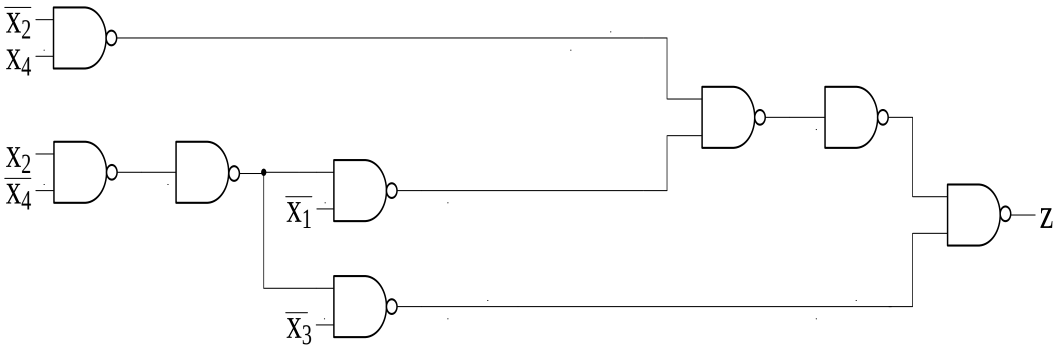
У горњем изразу је заградама означен редослед извршавања операција, који одговара двоулазним елементима.



Затим примењујемо правила за реализацију двоулазних НЕ, И, ИЛИ елемената помоћу двоулазних НИ елемената и добијамо шему помоћу двоулазних НИ елемената.



На крају можемо обрисати са шеме свака два НИ елемента која су у редној вези, због тога што представљају двоструко комплементирање израза на улазу првог елемента. Након тога, коначно решење изгледа као на слици.



Да бисмо нацртали шему помоћу што мање двоулазних НИЛИ елемената, треба да пронађемо минималну КНФ задате прекидачке функције. Након тога треба да реализујемо функцију у базису НЕ, И, ИЛИ коришћењем двоулазних И и ИЛИ елемената, а затим применимо правила за реализацију двоулазних НЕ, И, ИЛИ елемената помоћу двоулазних НИЛИ елемената.

Прво одређујемо скуп вектора на којима функција има вредност нула.

f(0)={0, 2, 5, 7, 8, 10, 13, 14, 15}

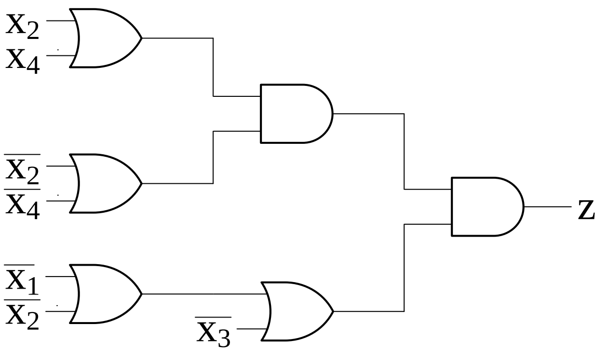
Затим цртамо Карноову карту и попуњавамо је нулама, како бисмо пронашли минималну КНФ.

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0_{0}	1_{4}	1_{12}	0_{8}
01	1_{1}	0_{5}	0_{13}	1_{9}
11	1_{3}	0_{7}	0_{15}	1_{11}
10	0_{2}	1_{6}	0_{14}	0_{10}

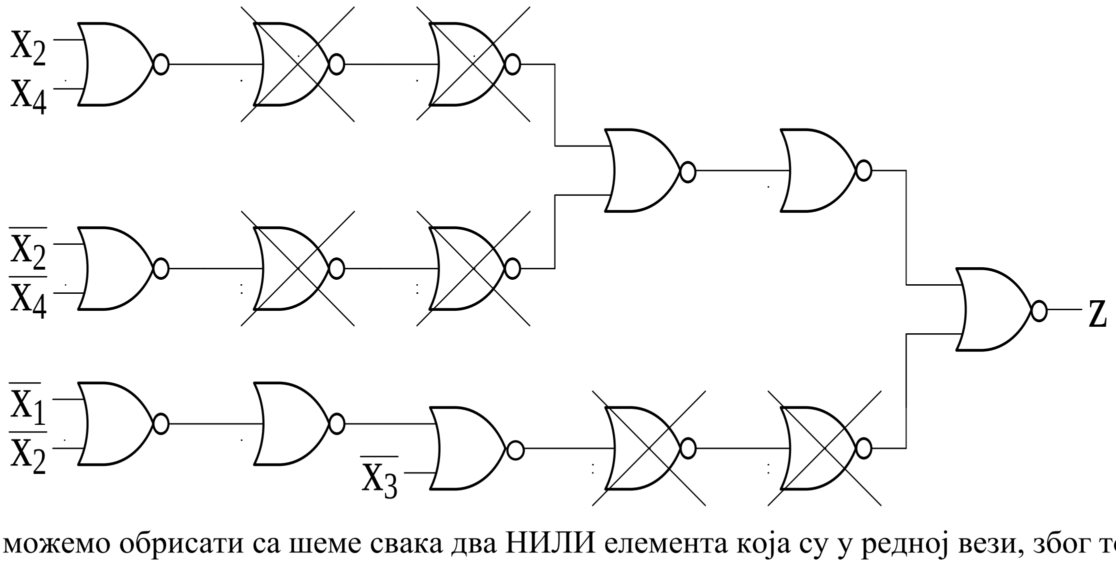
Затим решавамо Карноову карту, на начин који је раније описан и добијамо минималну КНФ задате функције:

$$z = (x_2 + x_4) \cdot (\overline{x_2} + \overline{x_4}) \cdot (\overline{x_1} + \overline{x_2} + \overline{x_3}) = \big((x_2 + x_4) \cdot (\overline{x_2} + \overline{x_4})\big) \cdot \big((\overline{x_1} + \overline{x_2}) + \overline{x_3}\big)$$

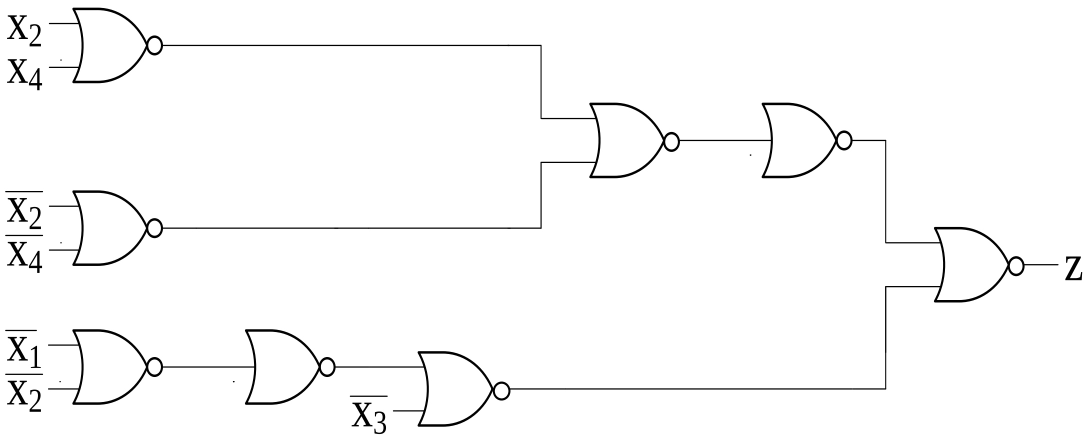
Сада на основу добијене минималне КНФ, цртамо шему, користећи двоулазне И и ИЛИ елементе. У горњем изразу је заградама означен редослед извршавања операција, који одговара двоулазним елементима.



Затим примењујемо правила за реализацију двоулазних НЕ, И, ИЛИ елемената помоћу двоулазних НИЛИ елемената и добијамо шему помоћу двоулазних НИЛИ елемената.



На крају можемо обрисати са шеме свака два НИЛИ елемента која су у редној вези, због тога што представљају двоструко комплементирање израза на улазу првог елемента. Након тога, коначно решење изгледа као на слици.



Задатак 34.

Одредити закон функционисања комбинационе мреже која врши конверзију BCD кода 8421 у код 8421 + 3.

Решење

Код BCD кода 8421 важи следеће:

- 1 децимална цифра се представља са 4 бита;
- Сваком биту придружујемо један улаз у мрежу.

Код BCD кода 8421 + 3 важи следеће:

- 1 децимална цифра се представља са 4 бита;
- Сваком биту придружујемо један излаз мреже.

Постоји 6 улазних вектора (1010 до 1111) који се никада не јављају на улазу, пошто се ради о BCD коду 8421, тако да на тим векторима мрежа имамо недефинисан излаз (b).

Закон функционисања прекидачке мреже можемо представити таблицом, која за све могуће векторе улаза даје вредности сигнала на излазу мреже.

Децималне цифре	Улазни вектор X				Излазни вектор Z			
	x_1	x_2	x_3	x_4	z_1	z_2	z_3	z_4
0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	1	0	0
2	0	0	1	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0	1	1	1
5	0	1	0	1	1	0	0	0
6	0	1	1	0	1	0	0	1
7	0	1	1	1	1	0	1	0
8	1	0	0	0	1	0	1	1
9	1	0	0	1	1	1	0	0
10	1	0	1	0	b	b	b	b
11	1	0	1	1	b	b	b	b
12	1	1	0	0	b	b	b	b

13	1	1	0	1	b	b	b	b
14	1	1	1	0	b	b	b	b
15	1	1	1	1	b	b	b	b

Сада треба одредити прекидачку функцију за сваки од излазних сигнала у зависности од улазних сигнала. То можемо да урадимо на више различитих начина, као што је раније објашњено, а начин се бира у зависности од тога на који начин ће се касније реализовати мрежа. Нпр. директно из таблице можемо да напишемо СДНФ или СКНФ за сваки од излазних сигнала. Такође, можемо да нацртамо Карноове карте за сваки од излазних сигнала и добијемо минималну ДНФ или минималну КНФ. У наставку је приказано како је добијена минимална ДНФ за сваки од излазних сигнала.

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0 (0)	0 (4)	b (12)	1 (8)
01	0 (1)	1 (5)	b (13)	1 (9)
11	0 (3)	1 (7)	b (15)	b (11)
10	0 (2)	1 (6)	b (14)	b (10)

z_1

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0 (0)	1 (4)	b (12)	0 (8)
01	1 (1)	0 (5)	b (13)	1 (9)
11	1 (3)	0 (7)	b (15)	b (11)
10	1 (2)	0 (6)	b (14)	b (10)

z_2

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	1 (0)	1 (4)	b (12)	1 (8)
01	0 (1)	0 (5)	b (13)	0 (9)
11	1 (3)	1 (7)	b (15)	b (11)
10	0 (2)	0 (6)	b (14)	b (10)

z_3

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	1 (0)	1 (4)	b (12)	1 (8)
01	0 (1)	0 (5)	b (13)	0 (9)
11	0 (3)	0 (7)	b (15)	b (11)
10	1 (2)	1 (6)	b (14)	b (10)

z_4

$z_1 = x_1 + x_2x_3 + x_2x_4$

$z_2 = \overline{x}_2x_4 + \overline{x}_2x_3 + x_2\overline{x}_3\overline{x}_4$

$z_3 = \overline{x}_3\overline{x}_4 + x_3x_4$

$z_4 = \overline{x}_4$

У овом задатку се не тражи да се реализује мрежа, па смо могли да испишемо прекидачке функције за излазне сигнале у било ком од поменутих облика.

Коментар:

Ако дозволимо да се на улазу јављају вектори 1010 до 1111, тада можемо за векторе 1010 до 1111 на излазу уместо "bbbb" поставити неку од вредности које се не јављају на излазу. Уобичајено је да се за ову намену користе неке карактеристичне вредности, рецимо "0000" (или "1111"). Тада појава вектора "0000" ("1111") на излазу означава "грешку", тј. нерегуларну вредност улаза. Пошто су тиме и за векторе 1010 до 1111 дефинисане вредности сигнала $z_1z_2z_3z_4$ изрази за ове сигнале ће бити другачији него у претходном решењу. При томе ће обе групе израза на идентичан начин пресликавати векторе 0000 до 1001, док ће разлика бити у начину пресликавања вектора 1010 до 1111. Тако ће се ови вектори у случају претходног решења пресликавати на 1 уколико је ћелија која припада датом вектору укључена у неку правилну фигуру и на 0 уколико није. Тако се из Карноове карте за z_2 види да су ћелије које припадају векторима 1010, 1011 и 1100 укључене у две правилне фигуре, док ћелије које припадају векторима 1101, 1110 и 1111 нису. Стога ће z_2 на векторима 1010, 1011 и 1100 имати вредност 1, а на векторима 1101, 1110 и 1111 вредност 0. У другом случају вредности сигнала $z_1z_2z_3z_4$ су дефинисане и на векторима 1010 до 1111, рецимо 0000 или 1111, па ће друга група израза на овим векторима дати дефинисане вредности.

Задатак 35.

Наћи закон функционисања комбинационе мреже која множи са 5 децималну цифру у BCD коду и резултат представља у BCD коду.

Решење

На улаз мреже долази једноцифрен број у BCD репрезентацији, што значи да ће мрежа имати 4 улазна сигнала, јер су потребна 4 бита да би се представила једна BCD цифра. Како мрежа треба да реализује множење цифре са улаза са 5, највећи број који може да се добије је 9*5=45. Због тога су нам потребне две BCD цифре на излазу мреже, односно 8 излазних сигнала, пошто се једна BCD цифра представља са 4 бита ($z_1z_2z_3z_4$ су сигнали битова цифре десетица, а $z_5z_6z_7z_8$ сигнали битова цифре јединица). Постоји 6 вектора (1010 до 1111) који се никада не јављају на улазу, пошто се ради о BCD коду, тако да на тим векторима мрежа има недефинисан излаз (b).

Закон функционисања прекидачке мреже можемо представити таблицом, која за све могуће векторе улаза даје вредности сигнала на излазу мреже.

Вредност једноцифреног децималног броја	Улазни вектор X				Излазни вектор Z								Вредност двоцифреног децималног броја
	x_1	x_2	x_3	x_4	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	00
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	05
2	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	10
3	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	15
4	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	20
5	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	25
6	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	30
7	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	35
8	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	40
9	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	45
-	1	0	1	0	b	b	b	b	b	b	b	b	--
-	1	0	1	1	b	b	b	b	b	b	b	b	--
-	1	1	0	0	b	b	b	b	b	b	b	b	--
-	1	1	0	1	b	b	b	b	b	b	b	b	--
-	1	1	1	0	b	b	b	b	b	b	b	b	--
-	1	1	1	1	b	b	b	b	b	b	b	b	--

Сада треба одредити прекидачку функцију за сваки од излазних сигнала у зависности од улазних сигнала. Ово је могуће урадити, као и у претходном задатку, на више различитих начина. Изрази који се добијају, уколико се уради минимизација помоћу Карноових карти су:

$z_1 = 0$; $z_2 = x_1$; $z_3 = x_2$; $z_4 = x_3$; $z_5 = 0$; $z_6 = x_4$; $z_7 = 0$; $z_8 = x_4$.

Коментар:

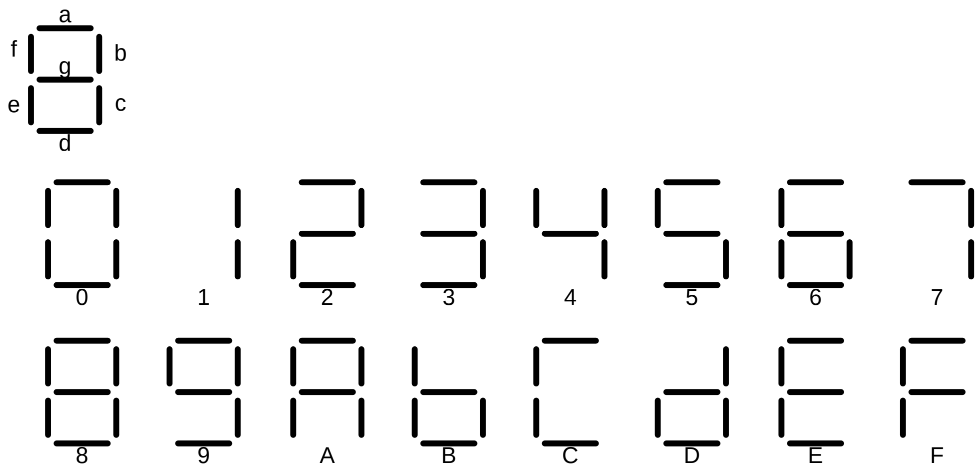
Ако дозволимо да се на улазу јављају вектори 1010 до 1111, можемо на излазу уместо "bbbbbbbb" поставити неку од вредности које се не јављају на излазу када се на улазу јављају вектори 0000 до 1001. Уобичајено је да се за ову намену користе неке карактеристичне вредности, рецимо "11111111". Тада појава вектора "11111111" на излазу означава "грешку", тј. нерегуларну вредност улаза. У овом случају не бисмо могли да користимо вредност "00000000" за детекцију грешке, пошто је овде то регуларна вредност излаза. Пошто су тиме и за векторе 1010 до 1111 дефинисане вредности сигнала $z_1z_2z_3z_4z_5z_6z_7z_8$ изрази за ове сигнале ће бити другачији него у претходном решењу.

Задатак 36.

Наћи закон функционисања комбинационе мреже која се користи за приказивање децималне цифре у BCD коду на дисплеју са седам сегмената.

Решење

Седмосегментни дисплеј састоји се од седам сегмената од којих се сваки може појединачно упалити (јединица) или угасити (нула). Сегменти су означени као на слици. Паљењем и гашењем одговарајућих комбинација сегмената, на дисплеју можемо приказати неку цифру. На слици је приказано које комбинације вредности сегмената треба употребити да би се добиле ексадецималне цифре.



У нашем случају потребно је приказати децималну цифру у BCD коду која се појави на улазу мреже. Значи мрежа ће имати 4 улазна сигнала и 7 излазних (за сваки сегмент по један). Пошто желимо да прикажемо само децималне цифре на дисплеју, то значи да ћемо имати шест улазних вектора за које не желимо да прикажемо цифру на излазу (10, 11, 12, 13, 14, 15). Једно решење било би да претпоставимо да се ови вектори никада не јављају и да у случају ових вектора на излазима мреже имамо недефинисану вредност (b). Друго, интересантније решење, јесте да у случају да се јави неки од вектора који не представљају децималну цифру, ми на дипслеју прикажемо неко од слова A до F која се у случају BCD цифара не појављују, рецимо слово E, којим означавамо да је дошло до грешке, односно да се на улазу појавио вектор који није децимална цифра. За овакву ситуацију дата је таблица зависности излазних од улазних сигнала. У регуларним случајевима (када се на улазу појави децимална цифра) излазним сигналима додељујемо вредности према принципу приказаном на горњој слици како би био приказан одговарајући број на дисплеју (сигнал има вредност 1 ако сегмент треба да буде упаљен, а вредност 0 ако сегмент треба да буде угашен). За векторе који не представљају децималну цифру, постављамо стање дисплеја тако да приказује слово E.

$z_1 = x_1 + x_3 + \overline{x}_2\overline{x}_4 + x_2 x_4$

Децимална цифре	Улазни вектор X				Излазни вектор Z						
	x_1	x_2	x_3	x_4	a	b	c	d	e	f	g
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
2	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
3	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
4	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
5	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1
7	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
8	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
9	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1
-	1	0	1	0	b	b	b	b	b	b	b
-	1	0	1	1	b	b	b	b	b	b	b
-	1	1	0	0	b	b	b	b	b	b	b
-	1	1	0	1	b	b	b	b	b	b	b
-	1	1	1	0	b	b	b	b	b	b	b
-	1	1	1	1	b	b	b	b	b	b	b

Сада треба одредити прекидачку функцију за сваки од излазних сигнала у зависности од улазних сигнала. Ово је могуће урадити, као и у претходном задатку, на више различитих начина. Дат је почетак поступка за проналажење израза у облику минималне ДНФ помоћу Карноових карти.

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	1_{0}	0_{4}	b_{12}	1_{8}
01	0_{1}	1_{5}	b_{13}	1_{9}
11	1_{3}	1_{7}	b_{15}	b_{11}
10	1_{2}	1_{6}	b_{14}	b_{10}

z_1

$a = x_1 + x_3 + x_2 \cdot x_4 + \overline{x_2} \cdot \overline{x_4}$

$b = \ldots$

Коментар:

Уколико бисмо претпоставили да се на улазу никада не јављају вектори 1010 до 1111, тада бисмо за ове векторе у таблици за сигнале **a b c d e f g** уместо 1 0 0 1 1 1 1 ставили bbbbbbb, па би и изрази за излазне сигнале били другачији него у претходном решењу.

Друга варијанта овог задатка, могла би да буде да желимо да на дисплеју са седам сегмената прикажемо хексадецималну цифру са улаза. У том случају, таблица која представља закон функционисања комбинационе мреже би изгледала, као што је приказано у наставку.

Децималне цифре	Улазни вектор X				Излазни вектор Z						
	x_1	x_2	x_3	x_4	a	b	c	d	e	f	g
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
2	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
3	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
4	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
5	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1
7	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
8	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
9	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1
-	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1
-	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1
-	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1
-	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1
-	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1
-	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1

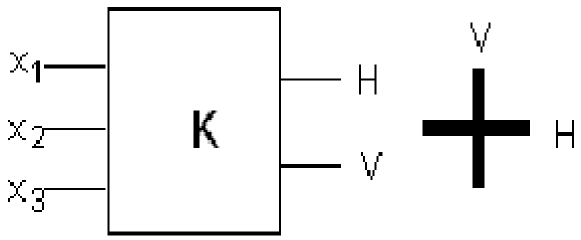
Даље решавање задатка би текло као што је објашњено у оригиналном задатку. У овом случају сви улазни вектори су прецизно дефинисани, па није могуће да дође до грешке.

Задатак 37.

Комбинациона мрежа прихвата тробитни број у другом комплементу, а на излазу генерише сигнале H (хоризонтални сегмент) и V (вертикални сегмент) који се воде на 2-сегментни дисплеј који приказује знак броја (+ за позитивне бројеве, - за негативне бројеве и ништа за нулу). Пројектовати ову мрежу користећи што мањи број двоулазних НИЛИ логичких кола.

Решење

Описана комбинациона мрежа приказана је на слици:



Да бисмо могли да испројектујемо ову мрежу потребно је најпре да дефинишемо закон функционисања мреже, помоћу прекидачких функција које представљају зависност излаза од улаза. Да би дошли до прекидачких функција, направићемо таблицу зависности излазних од улазних сигнала. Таблица има осам редова, пошто мрежа има 3 улазна сигнала, па имамо осам различитих вектора који се јављају на улазу. Претпоставићемо да излазни сигнали мреже који су придружени сегментима вредношћу један означавају да је сегмент упаљен, а вредношћу нула означавају да је сегмент угашен. За број нула претпоставићемо да су оба сегмента угашена, односно да нула није ни позитиван ни негативан број. Пошто број који долази на улаз мреже посматрамо као тробитни број у другом комплементу, онда према биту највеће тежине можемо да препознамо да ли је број позитиван или негативан. Уколико број има вредност 0 на биту x_1 број је позитиван, а уколико има вредност 1 на биту x_1 број је негативан. За број нула попуњавамо нулама оба излазна сигнала. За бројеве који су позитивни попуњавамо јединицама оба сигнала. За бројеве који су негативни сигнал који одговара хоризонталном сегменту (H) попуњавамо јединицом, а сигнал који одговара вертикалном сегменту (V) попуњавамо нулом.

Целобројна вредност у другом комплементу	Улазни вектор X	Излазни вектор Z
	x_1 x_2 x_3	H V
0	0 0 0	0 0
1	0 0 1	1 1
2	0 1 0	1 1
3	0 1 1	1 1
-4	1 0 0	0 1
-3	1 0 1	0 1
-2	1 1 0	0 1
-1	1 1 1	0 1

На основу таблице зависности излазних сигнала од улазних можемо добити изразе за прекидачке функције које описују излазне сигнале на више различитих начина, као и у претходним задацима. Овај пут се од нас тражи да мрежу испројектујемо са што мање двоулазних НИЛИ елемената. Због тога бирамо да прекидачке функције напишемо у облику минималне КНФ, јер нам је ово најпогоднији облик у том случају. Најпре цртамо Карноову карту за сигнал придружен вертикалном сегменту.

x_3 \ x_1x_2	00	01	11	10
0	0 (0)	1 (2)	0 (6)	0 (4)
1	1 (1)	1 (3)	0 (7)	0 (5)

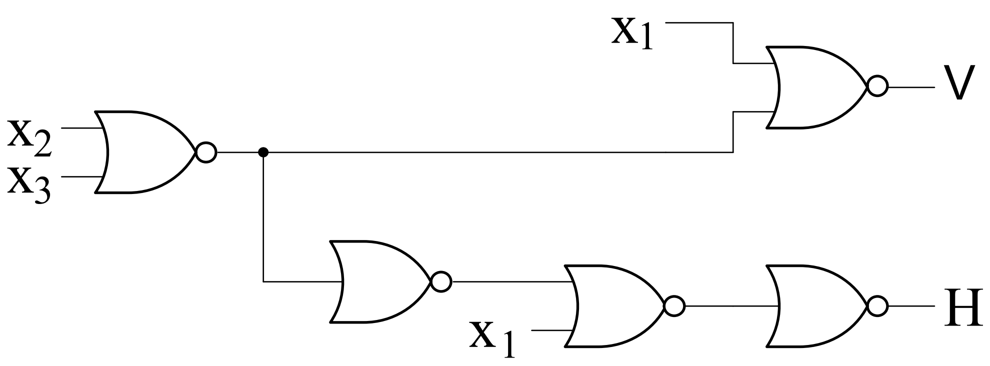
На основу Карноове карте одређујемо минималну КНФ на уобичајен начин.

$$V = \overline{x_1} \cdot (x_2 + x_3)$$

За сигнал придружен хоризонталном сегменту нема потребе да цртамо Карноову карту, јер се из таблице види да овај сигнал има вредност нула само на једном вектору, тако да његову минималну КНФ можемо очитати директно из таблице.

$$H = x_1 + x_2 + x_3$$

Сада можемо да реализујемо мрежу на начин који је описан у претходним задацима. То подразумева да је прво реализујемо у базису НЕ, И, ИЛИ коришћењем двоулазних И и ИЛИ елемената, а затим искористимо правила за реализацију двоулазних НЕ, И, ИЛИ елемената помоћу двоулазних НИЛИ елемената и добијемо коначно решење. Шема која се добија као решење дата је у наставку.


x1
x2
x3
V
x1
H

Задатак 38.

На улазе x_1, x_2, x_3, x_4 комбинационе мреже, са излазом z, долазе сигнали чије бинарне вредности 0000 до 1001 представљају BCD цифре 0 до 9, респективно. Уколико је вредност BCD цифре са улаза прост број (прости бројеви: 2,3,5,7) излаз мреже z има вредност 1. Пројектовати ову мрежу користећи што мањи број двоулазних НИЛИ елемената. x_1 је бит највеће тежине.

Решење

Да бисмо могли да испројектујемо ову мрежу потребно је најпре да дефинишемо закон функционисања мреже, помоћу прекидачке функције која представља зависност излаза од улаза. Да би дошли до прекидачке функције, направићемо таблицу зависности излазног од улазних сигнала. Таблица има 16 редова, пошто мрежа има 4 улазна сигнала, па имамо 16 различитих вектора који се јављају на улазу. Пошто број који долази на улаз мреже посматрамо као једну BCD цифру, онда на основу вредности те цифре одређујемо да ли је број прост или није. Такође због тога што се ради о BCD цифри, постоји 6 вектора за које ћемо претпоставити да се никада не јављају, то су вектори 10, 11, 12, 13, 14 и 15 и узећемо да мрежа има недефинисану вредност на овим векторима (b). Уколико на улаз дође неки од вектора 2, 3, 5, 7 значи да се ради о простом броју и излаз има вредност 1, а за све остале векторе излаз има вредност 0.

Децималне цифре	Улазни вектор X	Излазни вектор Z
	x_1 x_2 x_3 x_4	z
0	0 0 0 0	0
1	0 0 0 1	0
2	0 0 1 0	1
3	0 0 1 1	1
4	0 1 0 0	0
5	0 1 0 1	1
6	0 1 1 0	0
7	0 1 1 1	1
8	1 0 0 0	0
9	1 0 0 1	0
-	1 0 1 0	b
-	1 0 1 1	b
-	1 1 0 0	b
-	1 1 0 1	b
-	1 1 1 0	b
-	1 1 1 1	b

На основу таблице зависности излазног сигнала од улазних можемо добити израз за прекидачку функцију која описује излазни сигнал на више различитих начина, као и у претходним задацима. Овај пут се од нас тражи да мрежу испројектујемо са што мање двоулазних НИЛИ елемената. Због тога бирамо да прекидачку функцију напишемо у облику минималне КНФ, јер нам је ово најпогоднији облик у том случају. Цртамо Карноову карту за излазни сигнал.

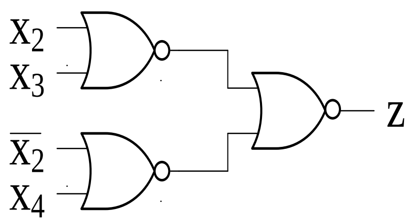
x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0 $_{0}$	0 $_{4}$	b $_{12}$	0 $_{8}$
01	0 $_{1}$	1 $_{5}$	b $_{13}$	0 $_{9}$
11	1 $_{3}$	1 $_{7}$	b $_{15}$	b $_{11}$
10	1 $_{2}$	0 $_{6}$	b $_{14}$	b $_{10}$

z

На основу Карноове карте одређујемо минималну КНФ на стандардни начин.

$$z = (x_2 + x_3)(\overline{x}_2 + x_4)$$

Сада можемо да реализујемо мрежу на начин који је описан у претходним задацима. То подразумева да је прво реализујемо у базису НЕ, И, ИЛИ коришћењем двоулазних И и ИЛИ елемената, а затим искористимо правила за реализацију двоулазних НЕ, И, ИЛИ елемената помоћу двоулазних НИЛИ елемената и добијемо коначно решење. Шема која се добија као коначно решење је приказан у наставку.



Коментар:

Ако дозволимо да се на улазу јављају вектори 1010 до 1111, потребно је на неки начин детектовати појаву неког од ових вектора на улазу као "грешку", тј. нерегуларну вредност улаза. Како у овом случају то не бисмо могли да урадимо помоћу постојећег излазног вектора (јер се састоји од само једног сигнала, чије суобе вредности (и 0 и 1) регуларне вредности на излазу), морали бисмо да проширимо излазни вектор са још једним сигналом. Нови сигнал служио би искључиво за детекцију грешке. Једна могућност да се искористи тај сигнал за детекцију грешке био би да он има вредност 0 за векторе 0000 до 1001, а вредност 1 за векторе 1010 до 1111. У том случају вредност 1 новог сигнала означавала би нерегуларну вредност на улазу, а вредност нула регуларну. Тада би прост број био детектован уколико сигнал z има вредност један и сигнал за детекцију грешке има вредност нула. Број који није прост био би детектован уколико сигнал z има
вредност нула и сигнал за детекцију грешке има вредност нула. А уколико сигнал за детекцију грешке има вредност један, без обзира на то коју вредност има сигнал z, значило би да имамо нерегуларну вредност улаза.

Задатак 39.

На улазе x_1, x_2, x_3 и x_4 комбинационе мреже долази четворобитни број који представља редни број месеца у години (1 - јануар, 2 - фебруар, ..., 12 - децембар), на улаз x_5 долази бит који има вредност 1 ако је година преступна, односно 0 ако година није преступна. Мрежа има 4 излаза M_{28}, M_{29}, M_{30} и M_{31}. Ако месец са улаза има тачно 28 дана излаз мреже M_{28} има вредност 1 у супротном има вредност 0, ако месец са улаза има тачно 29 дана излаз мреже M_{29} има вредност 1 у супротном има вредност 0, ако месец са улаза има тачно 30 дана излаз мреже M_{30} има вредност 1 у супротном има вредност 0, ако месец са улаза има тачно 31 дан излаз мреже M_{31} има вредност 1 у супротном има вредност 0. Пројектовати ову мрежу користећи што мањи број двоулазних НИ логичких кола.

Решење

Да бисмо могли да испројектујемо ову мрежу потребно је најпре да дефинишемо закон функционисања мреже, помоћу прекидачких функција које представљају зависност излаза од улаза. Да би дошли до прекидачких функција, направићемо таблицу зависности излазних од улазних сигнала. Таблица има 32 реда, пошто мрежа има 5 улазних сигнала, па имамо 32 различита вектора који се јављају на улазу.

Улазни вектор X						Излазни вектор M			
i	x_5	x_1	x_2	x_3	x_4	m_{28}	m_{29}	m_{30}	m_{31}
0	0	0	0	0	0	b	b	b	b
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0	1	0	0	0
3	0	0	0	1	1	0	0	0	1
4	0	0	1	0	0	0	0	1	0
5	0	0	1	0	1	0	0	0	1
6	0	0	1	1	0	0	0	1	0
7	0	0	1	1	1	0	0	0	1
8	0	1	0	0	0	0	0	0	1
9	0	1	0	0	1	0	0	1	0
10	0	1	0	1	0	0	0	0	1
11	0	1	0	1	1	0	0	1	0
12	0	1	1	0	0	0	0	0	1
13	0	1	1	0	1	b	b	b	b
14	0	1	1	1	0	b	b	b	b
15	0	1	1	1	1	b	b	b	b
16	1	0	0	0	0	b	b	b	b
17	1	0	0	0	1	0	0	0	1
18	1	0	0	1	0	0	1	0	0
19	1	0	0	1	1	0	0	0	1
20	1	0	1	0	0	0	0	1	0
21	1	0	1	0	1	0	0	0	1
22	1	0	1	1	0	0	0	1	0
23	1	0	1	1	1	0	0	0	1
24	1	1	0	0	0	0	0	0	1

25	1	1	0	0	1	0	0	1	0
26	1	1	0	1	0	0	0	0	1
27	1	1	0	1	1	0	0	1	0
28	1	1	1	0	0	0	0	0	1
29	1	1	1	0	1	b	b	b	b
30	1	1	1	1	0	b	b	b	b
31	1	1	1	1	1	b	b	b	b

Таблицу зависности излазних од улазних сигнала, правимо према правилима којима је мрежа дефинисана. Пошто сигнал x_5 означава да ли је година преступн или не, погодно је ставити га у таблици на место бита највеће тежине, јер ћемо тако добити најпре све месеце за годину која није преступна, а затим све месеце за годину која је преступна. Поред тога, претпоставићемо да се вектори 0, 13, 14, 15, као и 16, 29, 30 и 31 не јављају на улазу, па према томе мрежа има недефинисану вредност на овим векторима (b).
На основу таблице зависности излазних сигнала од улазних можемо добити изразе за прекидачке функције које описују излазне сигнале на више различитих начина, као и у претходним задацима. Овај пут се од нас тражи да мрежу испројектујемо са што мање двоулазних НИ елемената. Због тога бирамо да прекидачке функције напишемо у облику минималне ДНФ, јер нам је ово најпогоднији облик у том случају. Цртамо и решавамо Карноове карте за излазне сигнале.
Карноова карта за m_{28}:

m_{28}, $x_5=0$

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	b $_{0}$	0 $_{4}$	0 $_{12}$	0 $_{8}$
01	0 $_{1}$	0 $_{5}$	b $_{13}$	0 $_{9}$
11	0 $_{3}$	0 $_{7}$	b $_{15}$	0 $_{11}$
10	1 $_{2}$	0 $_{6}$	b $_{14}$	0 $_{10}$

$x_5=1$

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	b $_{16}$	0 $_{20}$	0 $_{28}$	0 $_{24}$
01	0 $_{17}$	0 $_{21}$	b $_{29}$	0 $_{25}$
11	0 $_{19}$	0 $_{23}$	b $_{31}$	0 $_{27}$
10	0 $_{18}$	0 $_{22}$	b $_{30}$	0 $_{26}$

$$m_{28} = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4\bar{x}_5$$

Карноова карта за m_{29}:

m_{29}, $x_5=0$

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	b $_{0}$	0 $_{4}$	0 $_{12}$	0 $_{8}$
01	0 $_{1}$	0 $_{5}$	b $_{13}$	0 $_{9}$
11	0 $_{3}$	0 $_{7}$	b $_{15}$	0 $_{11}$
10	0 $_{2}$	0 $_{6}$	b $_{14}$	0 $_{10}$

$x_5=1$

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	b $_{16}$	0 $_{20}$	0 $_{28}$	0 $_{24}$
01	0 $_{17}$	0 $_{21}$	b $_{29}$	0 $_{25}$
11	0 $_{19}$	0 $_{23}$	b $_{31}$	0 $_{27}$
10	1 $_{18}$	0 $_{22}$	b $_{30}$	0 $_{26}$

$$m_{29} = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4 x_5$$

Карноова карта за m_{30}:

m_{30}, $x_5=0$

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	b (0)	1 (4)	0 (12)	0 (8)
01	0 (1)	0 (5)	b (13)	1 (9)
11	0 (3)	0 (7)	b (15)	1 (11)
10	0 (2)	1 (6)	b (14)	0 (10)

$x_5=1$

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	b (16)	1 (20)	0 (28)	0 (24)
01	0 (17)	0 (21)	b (29)	1 (25)
11	0 (19)	0 (23)	b (31)	1 (27)
10	0 (18)	1 (22)	b (30)	0 (26)

$$m_{30} = \overline{x}_1 x_2 \overline{x}_4 + x_1 x_4$$

Карноова карта за m_{31}:

m_{31}, $x_5=0$

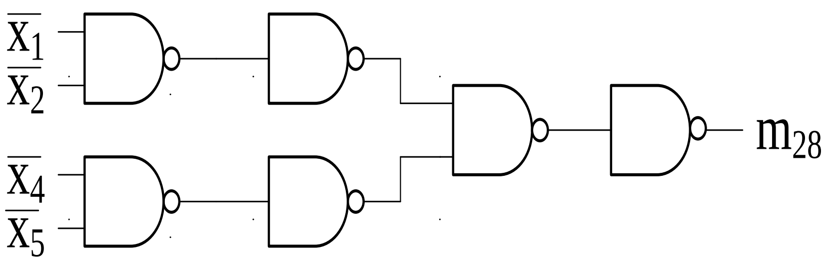
x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	b (0)	0 (4)	1 (12)	1 (8)
01	1 (1)	1 (5)	b (13)	0 (9)
11	1 (3)	1 (7)	b (15)	0 (11)
10	0 (2)	0 (6)	b (14)	1 (10)

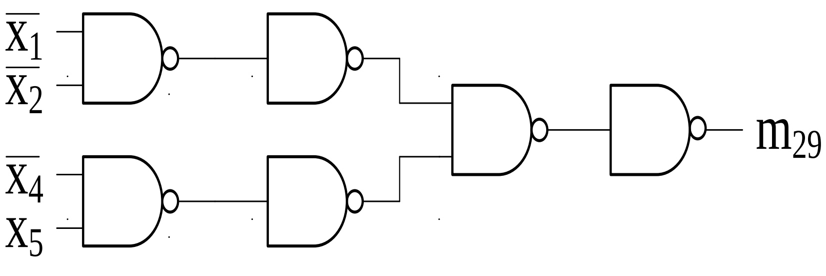
$x_5=1$

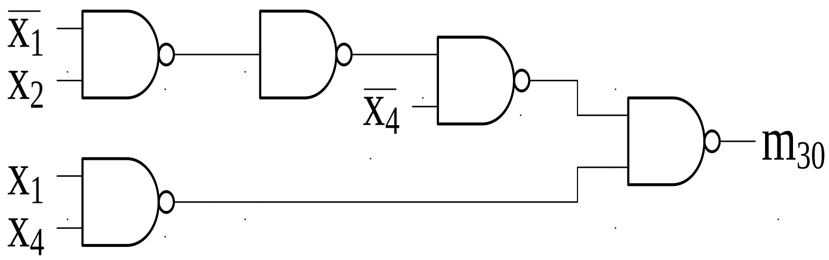
x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	b (16)	0 (20)	1 (28)	1 (24)
01	1 (7)	1 (21)	b (29)	0 (25)
11	1 (19)	1 (23)	b (31)	0 (27)
10	0 (18)	0 (22)	b (30)	1 (26)

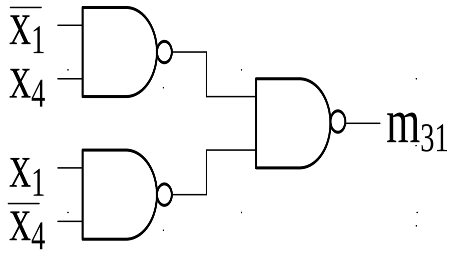
$$m_{31} = \overline{x}_1 x_4 + x_1 \overline{x}_4$$

Сада можемо да реализујемо мрежу на начин који је описан у претходним задацима. То подразумева да је прво реализујемо у базису НЕ, И, ИЛИ коришћењем двоулазних И и ИЛИ елемената, а затим искористимо правила за реализацију двоулазних НЕ, И, ИЛИ елемената помоћу двоулазних НИ елемената и добијемо коначно решење, које је дато у наставку.









Коментар:

Ако дозволимо да се на улазу јављају вектори 0, 13, 14, 15, 16, 29, 30 и 31, можемо на излазу уместо "bbbb " поставити неку од вредности које се не јављају на излазу. Уобичајено је да се за ову намену користе неке карактеристичне вредности, рецимо "1111" (или "0000"). Тада појава вектора "1111" ("0000") на излазу означава "грешку", тј. нерегуларну вредност улаза. Пошто су тиме и за векторе 0, 13, 14, 15, 16, 29, 30 и 31 дефинисане вредности сигнала $m_{28}m_{29}m_{30}m_{31}$ изрази за ове сигнале ће бити другачији него у претходном решењу.

Задатак 40.

Пројектовати комбинациону мрежу која има 4 улазна сигнала (x_1, x_2, x_3, x_4) и 3 излазна сигнала (z_1, z_2, z_3) и служи за упоређивање два неозначена цела броја N_1 и N_2, која су представљена у бинарном облику. На улазе x_1 и x_2 долази број N_1, а на улазе x_3 и x_4 долази број N_2, при чему битови x_1 и x_3 представљају битове веће тежине. Излазни сигнал z_1 је активан, ако је број N_1 већи од броја N_2, излазни сигнал z_3 је активан, ако је број N_1 мањи од броја N_2, а излазни сигнал z_2 је активан, ако су бројеви N_1 и N_2 једнаки. Реализовати ову мрежу користећи што мањи број двоулазних НИ елемената. Подразумевати да су расположиве само директне вредности променљивих.

Решење

Комбинациона мрежа има четири улаза - x_1, x_2, x_3, x_4 и три излаза z_1, z_2, z_3. Комбинациона мрежа служи за упоређивање два неозначена цела броја N_1 и N_2. На улазе x_1 и x_2 долази бинарна представа броја N_1, а на улазе x_3 и x_4 долази бинарна представа броја N_2. На излазу у сваком тренутку може да буде активан само један сигнал (z_1=1, ако је $N_1 > N_2$, z_2=1 ако је $N_1 = N_2$, z_3=1 ако је $N_1 < N_2$). На пример, ако је N_1=01, а N_2=10, биће активан излазни сигнал z_3.

Прво ћемо да формирамо комбинациону таблицу:

N_1	N_2	$N_1>N_2$	$N_1=N_2$	$N_1<N_2$
Улазни вектор X		Излазни вектор Z		
x_1 x_2 x_3 x_4		z_1	z_2	z_3
0 0 0 0		0	1	0
0 0 0 1		0	0	1
0 0 1 0		0	0	1
0 0 1 1		0	0	1
0 1 0 0		1	0	0
0 1 0 1		0	1	0
0 1 1 0		0	0	1
0 1 1 1		0	0	1
1 0 0 0		1	0	0
1 0 0 1		1	0	0
1 0 1 0		0	1	0
1 0 1 1		0	0	1
1 1 0 0		1	0	0
1 1 0 1		1	0	0
1 1 1 0		1	0	0
1 1 1 1		0	1	0

Сада можемо формирати три Карноове карте за сваки излаз ове комбинационе мреже. Прекидачку функцију ћемо писати у облику минималне ДНФ, зато што нам се тражи мрежа са што мање двоулазних НИ елемената.

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0 $_{0}$	1 $_{4}$	1 $_{12}$	1 $_{8}$
01	0 $_{1}$	0 $_{5}$	1 $_{13}$	1 $_{9}$
11	0 $_{3}$	0 $_{7}$	0 $_{15}$	0 $_{11}$
10	0 $_{2}$	0 $_{6}$	1 $_{14}$	0 $_{10}$

z_1

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	1 $_{0}$	0 $_{4}$	0 $_{12}$	0 $_{8}$
01	0 $_{1}$	1 $_{5}$	0 $_{13}$	0 $_{9}$
11	0 $_{3}$	0 $_{7}$	1 $_{15}$	0 $_{11}$
10	0 $_{2}$	0 $_{6}$	0 $_{14}$	1 $_{10}$

z_2

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0 $_{0}$	0 $_{4}$	0 $_{12}$	0 $_{8}$
01	1 $_{1}$	0 $_{5}$	0 $_{13}$	0 $_{9}$
11	1 $_{3}$	1 $_{7}$	0 $_{15}$	1 $_{11}$
10	1 $_{2}$	1 $_{6}$	0 $_{14}$	0 $_{10}$

z_3

$$z_1 = x_1\overline{x}_3 + x_2\overline{x}_3\overline{x}_4 + x_1x_2\overline{x}_4$$

$$z_2 = \overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3\overline{x}_4 + \overline{x}_1x_2\overline{x}_3x_4 + x_1x_2x_3x_4 + x_1\overline{x}_2x_3\overline{x}_4$$

$$z_3 = \overline{x}_1x_3 + \overline{x}_2x_3x_4 + \overline{x}_1\overline{x}_2x_4$$

На основу добијених израза, директно можемо нацртати шему комбинационе мреже, коју смо пројектовали, а затим извршити трансформације у НИ елементе према стандардним правилима.

Задатак 41.

Пројектовати комбинациону мрежу, која кориснику лифта новог пословно-стамбеног центра јавља да је тај корисник стигао у одређени део зграде - пословни део зграде (активан излаз P), стамбени део зграде (активан излаз S) или гаражу (активан излаз G). Зграда има осам нивоа изнад земље (од 0 до 7) и четири нивоа испод земље (од -1 до -4). Корисник лифту притиском на дугме, задаје ниво зграде у који жели да иде, након чега лифт обавља команду, а корисник на излазу добија информацију у ком делу зграде се налази. Улазни вектор се формира као четворобитни број у другом комплементу. Улазни вектори који се не користе дају недефинисану вредност на излазу. Излазни сигнал P ће бити активан, ако је корисник одабрао одлазак у шопинг центар (нивои од 0 до 2) или магацински простор (ниво -4). Излазни сигнал S ће бити активан, ако је корисник одабрао одлазак у стамбени део зграде (нивои од 3 до 7). Излазни сигнал G ће бити активан, ако је корисник одабрао одлазак у подземну гаражу (нивои од -1 до -3). Реализовати ову мрежу користећи што мањи број двоулазних НИ елемената. Подразумевати да су расположиве само директне вредности променљивих.

Решење

Комбинациона мрежа коју треба реализовати има четири улазна сигнала (x_1, x_2, x_3, x_4) и три излазна сигнала (P, S, G). Улазни сигнали представљају четворобитни број у другом комплементу, односно то је команда (број нивоа зграде) коју корисник задаје лифту. Зграда има осам нивоа изнад земље (од 0 до 7) и четири нивоа испод земље (од -1 до -4). Након што корисник унесе команду, лифт пребаци корисника у одговарајући ниво зграде и испише поруку у ком делу зграде се тај корисник тренутно налази. Уколико је корисник стигао у пословни део зграде (нивои од 0 до 2 и ниво -4) биће активан излаз P, уколико је корисник стигао у стамбени део зграде (нивои од 3 до 7), биће активан излаз S, а уколико је корисник стигао у подземну гаражу (нивои од -1 до -3), на излазу ће бити активан сигнал G.

Помоћу четири улазна сигнала, можемо да формирамо 16 улазних вектора, који представљају следеће бројеве у другом комплементу: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1. Ми користимо само нивое од 0 до 7 и од -1 до -4, односно четири улазна вектора нећемо користити и такви улазни вектори дају недефинисану вредност на излазу (b).

Прво ћемо да формирамо комбинациону таблицу:

x_1	x_2	x_3	x_4	Ниво зграде	Излази		
					P	S	G
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0
0	0	1	0	2	1	0	0
0	0	1	1	3	0	1	0
0	1	0	0	4	0	1	0
0	1	0	1	5	0	1	0
0	1	1	0	6	0	1	0
0	1	1	1	7	0	1	0
1	0	0	0	-8	b	b	b

1	0	0	1	-7	b	b	b
1	0	1	0	-6	b	b	b
1	0	1	1	-5	b	b	b
1	1	0	0	-4	1	0	0
1	1	0	1	-3	0	0	1
1	1	1	0	-2	0	0	1
1	1	1	1	-1	0	0	1

Сада можемо формирати Карноове карте за сваки излаз ове комбинационе мреже. Прекидачку функцију ћемо писати у облику минималне ДНФ, зато што нам се тражи мрежа са што мање двоулазних НИ елемената.

$x_3x_4 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00	1_{0}	0_{4}	1_{12}	b_{8}
01	1_{1}	0_{5}	0_{13}	b_{9}
11	0_{3}	0_{7}	0_{15}	b_{11}
10	1_{2}	0_{6}	0_{14}	b_{10}

$$P = \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} + \overline{x_2} \cdot \overline{x_4} + x_1 \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4}$$

$x_3x_4 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00	0_{0}	1_{4}	0_{12}	b_{8}
01	0_{1}	1_{5}	0_{13}	b_{9}
11	1_{3}	1_{7}	0_{15}	b_{11}
10	0_{2}	1_{6}	0_{14}	b_{10}

$$S = \overline{x_1} \cdot x_2 + \overline{x_1} \cdot x_3 \cdot x_4$$

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0 (0)	0 (4)	0 (12)	b (8)
01	0 (1)	0 (5)	1 (13)	b (9)
11	0 (3)	0 (7)	1 (15)	b (11)
10	0 (2)	0 (6)	1 (14)	b (10)

$$G = x_1 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_4$$

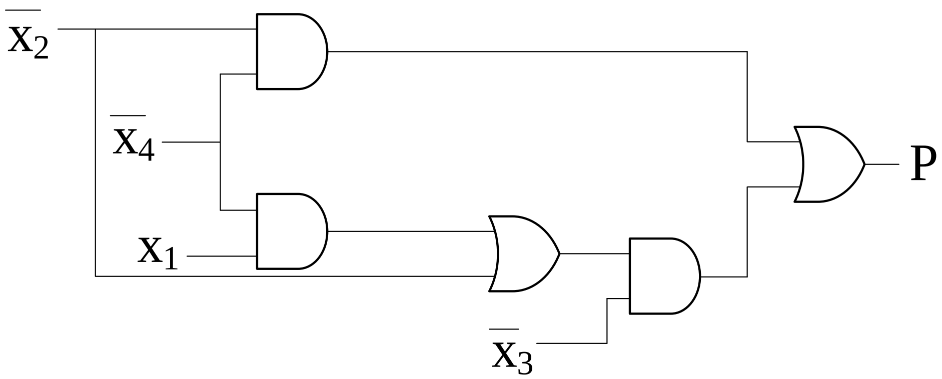
За излазни сигнал $P = \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} + \overline{x_2} \cdot \overline{x_4} + x_1 \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4}$ да бисмо добили мрежу са мањим бројем елемената можемо извући на пример заједнички члан $\overline{x_2}$ из првог и другог сабирка или $\overline{x_3}$ из првог и трећег сабирка:

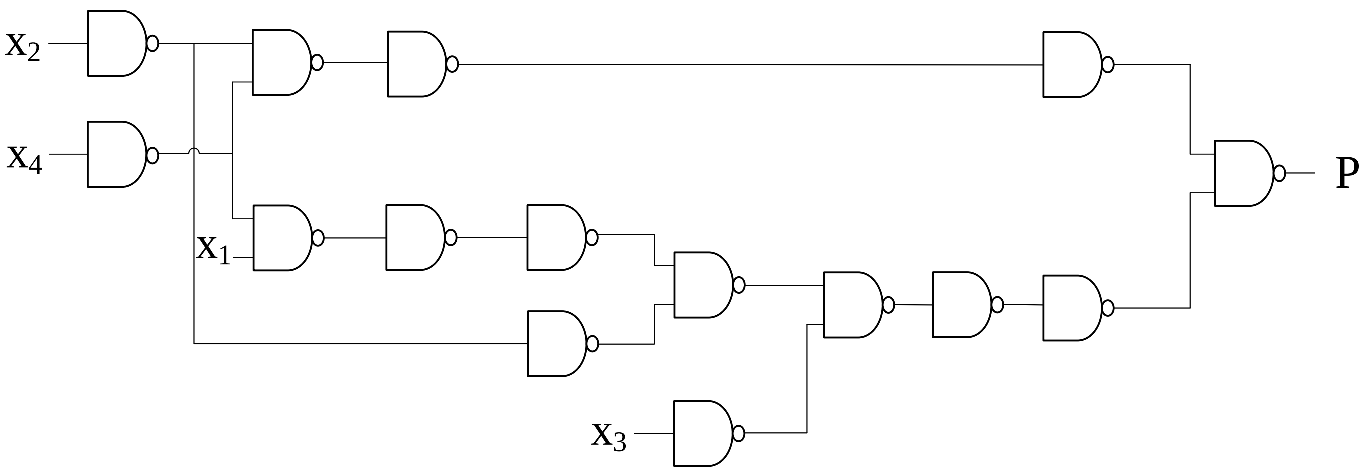
$$P = \overline{x_2} \cdot (\overline{x_3} + \overline{x_4}) + x_1 \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4}$$

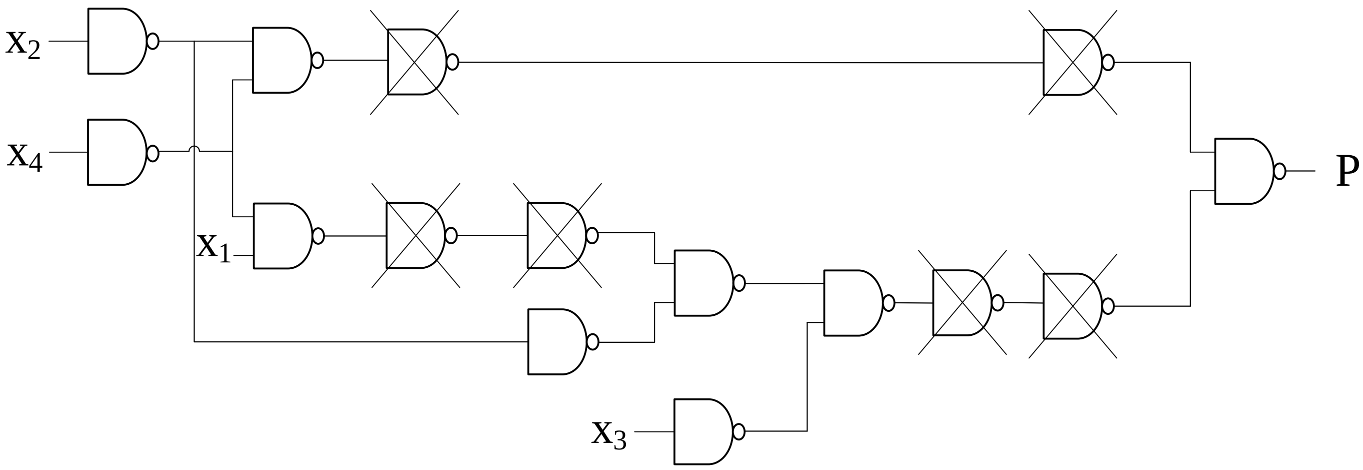
или

$$P = \overline{x_3} \cdot (\overline{x_2} + x_1 \cdot \overline{x_4}) + \overline{x_2} \cdot \overline{x_4}$$

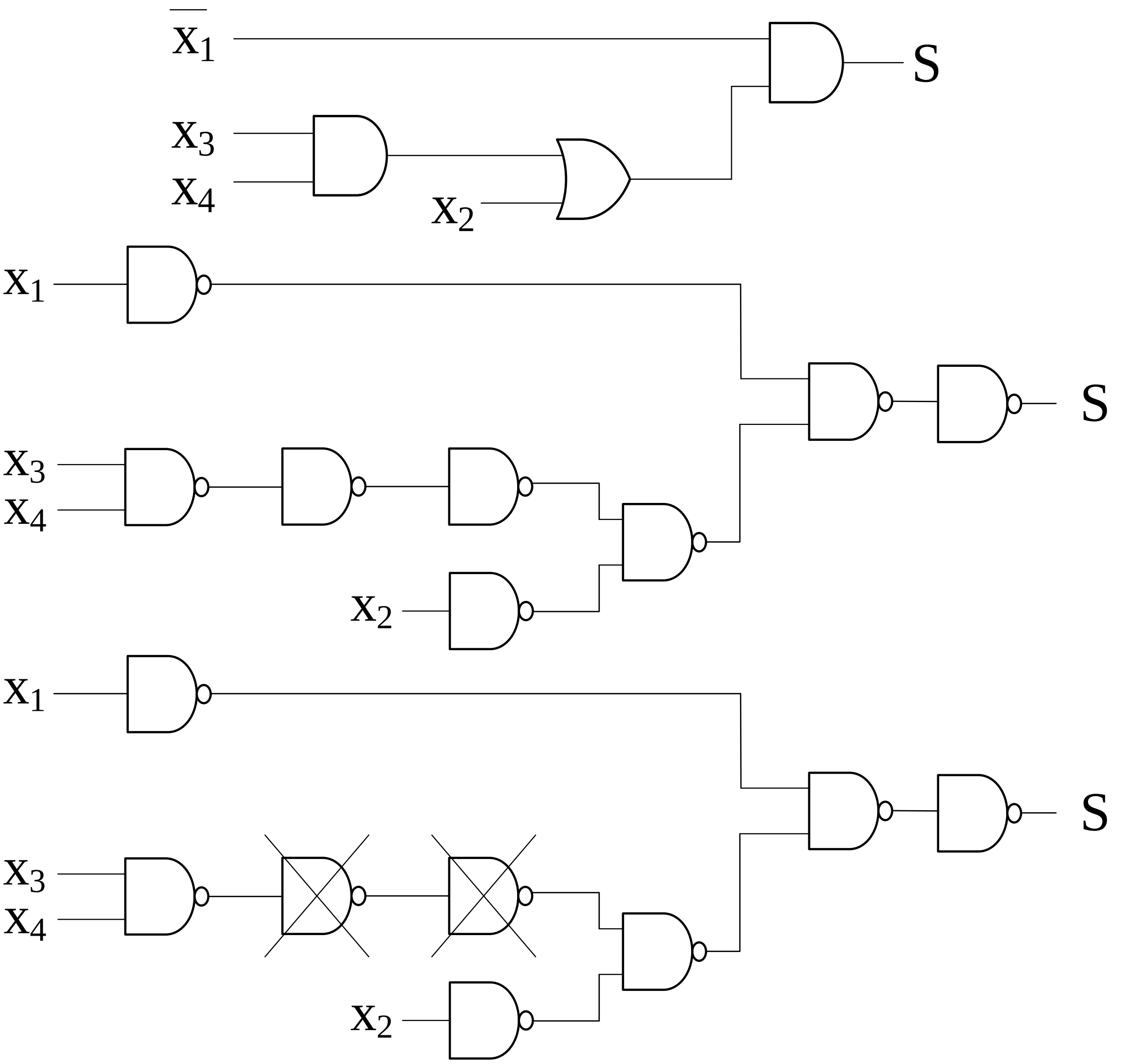
Оба ова решења дају минималан број НИ елемената у комбинационој мрежи, а у решењу ћемо приказати мрежу за други израз:



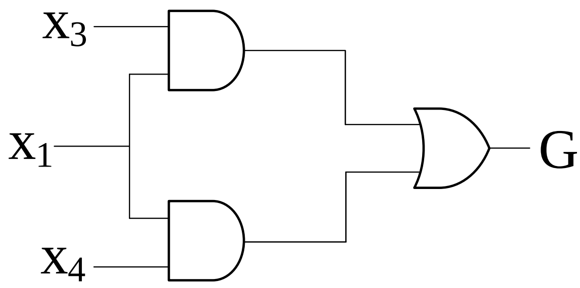


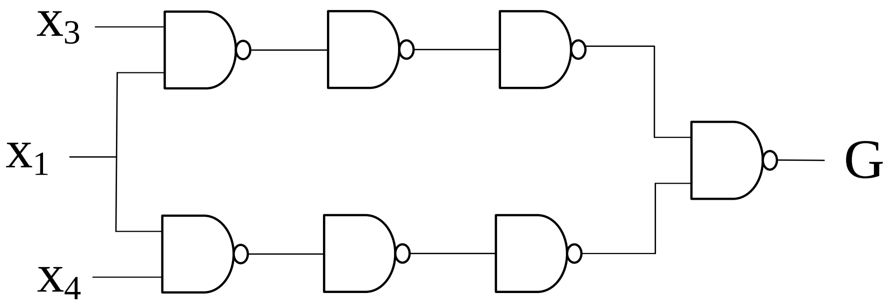


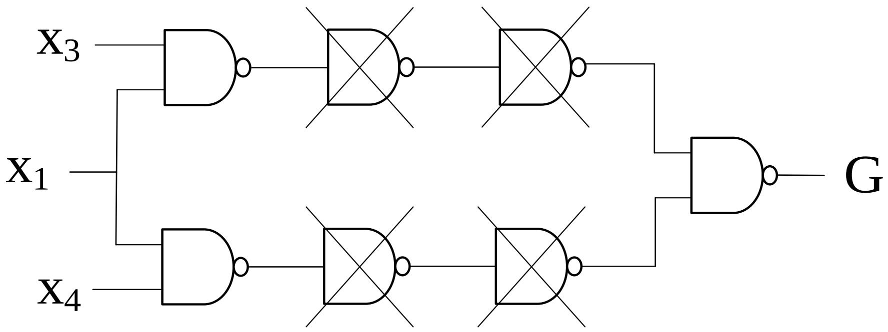
За излазни сигнал S свеједно је да ли ћемо користити израз $S = \overline{x_1} \cdot x_2 + \overline{x_1} \cdot x_3 \cdot x_4$ или $S = \overline{x_1} \cdot (x_2 + x_3 \cdot x_4)$, јер оба дају мрежу са минималним бројем НИ елемената:



За излазни сигнал $G = x_1 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_4$ добијамо следећу мрежу:







Задатак 42.

На улазе комбинационе мреже неког семафора на тениском терену, доводи се следећих пет сигнала: сигнали x_1 и x_2, који представљају бинарну представу освојених сетова за првог тенисера, сигнали x_3 и x_4, који представљају бинарну представу освојених сетова за другог тенисера и сигнал x_5, који приказује који тенисер има више освојених гемова, уколико је резултат у сетовима изједначен. Излази мреже - z_1 и z_2, представљају играча који је тренутно у предности у том тениском мечу и у сваком тренутку само један од тих сигнала има активну вредност. Уколико је бинарна представа броја на улазним сигналима x_1 и x_2, већа од бинарне представе броја на улазним сигналима x_3 и x_4, на излазу z_1 треба исписати 1. Уколико је бинарна представа броја на улазним сигналима x_1 и x_2, мања од бинарне представе броја на улазним сигналима x_3 и x_4, на излазу z_2 треба исписати 1. Уколико је број представљен улазним сигналима x_1 и x_2, исти као број представљен улазним сигналима x_3 и x_4, тада се гледа сигнал x_5; ако је $x_5 = 0$, то значи да први тенисер има бољи скор у гемовима, па ће на излазу бити активан сигнал z_1, а ако је $x_5 = 1$, то значи да други тенисер има бољи скор у гемовима, па ће на излазу бити активан сигнал z_2. Једино се бинарне комбинације које приказују резултат 3:3 у сетовима никада не доводе на улазе семафора (за било коју вредност улазног сигнала x_5). Пројектовати ову комбинациону мрежу користећи стандардне елементе, а затим реализовати ову мрежу користећи што мањи број двоулазних НИ елемената. Подразумевати да су расположиве и директне и комплементарне вредности променљивих.

Решење

Комбинациона мрежа има пет улаза, по два за број освојених сетова тенисера и један сигнал који одлучује ко је бољи уколико је резултат у сетовима изједначен. Број сетова који може бити приказан на семафору за једног тенисера је 0, 1, 2 и 3 (бинарне комбинације 00, 01, 10 и 11, респективно). Комбинације 11110 и 11111 никада се не јављају на улазу, зато што је то дефинисано у тексту задатка (резултат 3:3 у сетовима није могућ!).

Излази мреже - z_1 и z_2, представљају лампице на семафору. Када први тенисер има вођство тада се на излазу z_1 појављује активна вредност, у другим случајевима је неактивна. Активна вредност се на излазу z_1 појављује када је 1:0, 2:0, 3:0, 2:1, 3:1 и 3:2 у сетовима. Када други тенисер има вођство, тада се на излазу z_2 појављује активна вредност. Активна вредност се на излазу z_2 појављује када је 0:1, 0:2, 0:3, 1:2, 1:3 и 2:3. За случај када је резултат изједначен у сетовима (0:0, 1:1, 2:2), тада се гледа улазни бит x_5, који својом неактивном вредношћу (x_5=0) приказује да први тенисер има предност у гемовима у тренутном сету (и тада је активан излазни сигнал z_1), а својом активном вредношћу (x_5=1) приказује да други тенисер има предност у гемовима у тренутном сету (и тада је активан излазни сигнал z_2). Прво ћемо да формирамо комбинациону таблицу:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Излаз	
					z_1	z_2
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	0	0	1
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0
0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	0	0	0	1
0	1	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	0	1
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	0	1	1	0
1	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	1	1	0
1	0	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	1	1	0
1	1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	1	0
1	1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	0	b	b
1	1	1	1	1	b	b

Сада можемо формирати Карноове карте за сваки излаз ове комбинационе мреже по две, зато што за 5 улазних сигнала имамо $2^5=32$ комбинације на излазу. Прекидачку функцију ћемо писати у облику минималне ДНФ, зато што нам се тражи мрежа са што мање двоулазних НИ елемената.

Излазни сигнал z_1 када је $x_1=0$:

$x_4x_5 \backslash x_2x_3$	00	01	11	10
00	1 (0)	0 (4)	0 (12)	1 (8)
01	0 (1)	0 (5)	0 (13)	1 (9)
11	0 (3)	0 (7)	0 (15)	0 (11)
10	0 (2)	0 (6)	0 (14)	1 (10)

Излазни сигнал z_1 када је $x_1=1$:

$x_4x_5 \backslash x_2x_3$	00	01	11	10
00	1 (0)	1 (4)	1 (12)	1 (8)
01	1 (1)	0 (5)	1 (13)	1 (9)
11	1 (3)	0 (7)	b (15)	1 (11)
10	1 (2)	0 (6)	b (14)	1 (10)

$$z_1 = \overline{x_3}\cdot\overline{x_4}\cdot\overline{x_5} + x_2\cdot\overline{x_3}\cdot\overline{x_5} + x_2\cdot\overline{x_3}\cdot\overline{x_4} + x_1\cdot x_2 + x_1\cdot\overline{x_3} + x_1\cdot\overline{x_4}\cdot\overline{x_5}$$

Излазни сигнал z_2 када је $x_1=0$:

$x_4x_5 \backslash x_2x_3$	00	01	11	10
00	0 (0)	1 (4)	1 (12)	0 (8)
01	1 (1)	1 (5)	1 (13)	0 (9)
11	1 (3)	1 (7)	1 (15)	1 (11)
10	1 (2)	1 (6)	1 (14)	0 (10)

Излазни сигнал z_2 када је $x_1=1$:

x_4x_5 \ x_2x_3	00	01	11	10
00	0 (0)	0 (4)	0 (12)	0 (8)
01	0 (1)	1 (5)	0 (13)	0 (9)
11	0 (3)	1 (7)	b (15)	0 (11)
10	0 (2)	1 (6)	b (14)	0 (10)

$$z_2 = \overline{x_1} \cdot x_3 + \overline{x_1} \cdot x_4 \cdot x_5 + \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_5 + \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_4 + x_3 \cdot x_4 + \overline{x_2} \cdot x_3 \cdot x_5$$

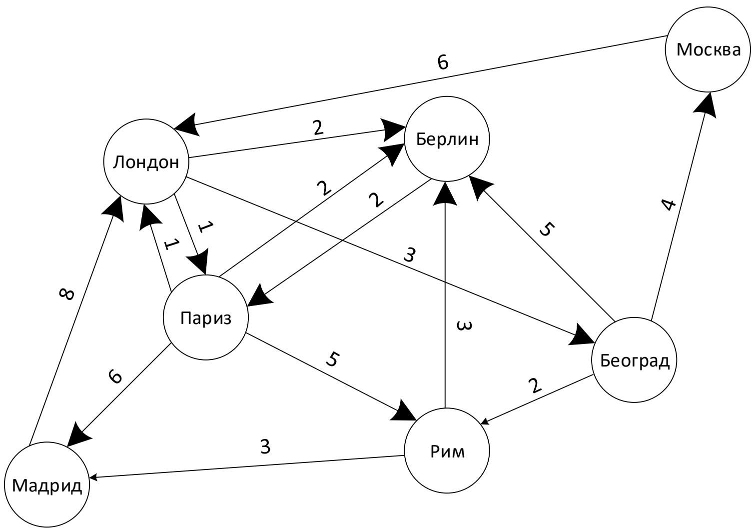
Након одређивања ДНФ, потребно је нацртати комбинациону мрежу и извршити трансформације елемената у НИ елементе, према правилима која су описана.

Задатак 43.

Потребно је реализовати шему која се налази у специјалном сату који помаже тајном агенту Џејмс Бонду 007 при одабиру начина путовања. Овај сат може да израчуна колико је времена потребно за пут од Лондона до неког другог града и назад. На сату се налазе четири посебна дугмета D0, D1, D2 и D3 за овакву функционалност. Четири лед лампице L0, L1, L2 и L3 користе се за приказ броја сати потребних за путовање датих у бинарном облику, при чему је L0 најстарији, L3 најмлађи бит.

Са дугметом D0 одређује се да ли Џејмс Бонд жели након посете другог града да се поново врати у Лондон. Ако се ово дугме притисне, тајни агент рачуна време са повратним путем, у супротном рачуна се време у једном смеру.

Са дугмићима D1, D2 и D3 одређује се град у који тајни агент путује. Сваки град је посебно шифриран са неком бинарном вредности. У датој таблици је распоред шифара по градовима.



Слика – мапа са временима путовања

На датој слици је мапа по којој је прављена ова справица. Свака усмерена стрелица представља једну од могућности путева међу градовима. Уз сваку стрелицу налази се број који представља потребно време за то путовање.

Сат ради тако што као резултат приказује минимално време путовања.

Упаљену лед диоду и притиснуто дугме сматрати као логичку јединицу, док угашену лед диоду и отпуштено дугме сматрати као логичку нулу.

Град	D1	D2	D3
Београд	0	0	0
Берлин	0	1	0
Мадрид	1	0	1
Москва	1	1	1
Париз	1	0	0
Рим	0	0	1

Таблица – шифре градова

Реализовати ову мрежу користећи што мањи број двоулазних И и двоулазних ИЛИ елемената, а затим трансформисати тако добијену мрежу користећи искључиво што мањи број двоулазних НИЛИ елемената. Подразумевати да су расположиве и директне и комплементарне вредности променљивих. Цртати посебну шему за сваки излазни сигнал.

Решење

Комбинациона мрежа коју треба реализовати има четири улазна сигнала (D_0, D_1, D_2, D_3) и четири излазна сигнала (L_3, L_2, L_1, L_0). Улазни сигнали означавају да ли је тајни агент притиснуо/отпустио одговарајуће дугме. На основу дугмића D_1, D_2 и D_3 се означава град путовања. Пошто се у таблици градова спомињу пет градова (Београд, Берлин, Мадрид, Москва, Париз и Рим), а са три координате можемо да направимо осам комбинација, то значи да на неким векторима имаћемо вредност b (ти вектори нису дозвољени - не користе се). За све остале улазе потребно је из мапе (графа) пронаћи најмањи пут.

Прво ћемо да формирамо комбинациону таблицу (улазни вектор је D_0, D_1, D_2, D_3 , док је излазни L_3, L_2, L_1, L_0), у колони Коментар се види путовање кроз градове:

	Град	D_0	D_1	D_2	D_3	L_3	L_2	L_1	L_0	Коментар
путовање у једном смеру	Београд	0	0	0	0	0	0	1	1	Лондон - Београд
	Рим	0	0	0	1	0	1	0	1	Лондон - Београд - Рим
	Берлин	0	0	1	0	0	0	1	0	Лондон - Берлин
	/	0	0	1	1	b	b	b	b	/
	Париз	0	1	0	0	0	0	0	1	Лондон - Париз
	Мадрид	0	1	0	1	0	1	1	1	Лондон - Париз - Мадрид
	/	0	1	1	0	b	b	b	b	/
	Москва	0	1	1	1	0	1	1	1	Лондон - Београд - Москва
путовање у оба смера (повратно)	Београд	1	0	0	0	1	0	1	1	Лондон - Београд - Берлин - Париз - Лондон
	Рим	1	0	0	1	1	0	1	1	Лондон - Београд - Рим - Берлин - Париз - Лондон
	Берлин	1	0	1	0	0	1	0	1	Лондон - Берлин - Париз - Лондон
	/	1	0	1	1	b	b	b	b	/
	Париз	1	1	0	0	0	0	1	0	Лондон - Париз - Лондон
	Мадрид	1	1	0	1	1	1	1	1	Лондон - Париз - Мадрид - Лондон
	/	1	1	1	0	b	b	b	b	/
	Москва	1	1	1	1	1	1	0	1	Лондон - Београд - Москва - Лондон

Сада можемо формирати Карноове карте за сваки излаз ове комбинационе мреже.

Коришћењем добијених минималних КНФ и ДНФ (и њиховим факторисањем) за излазне сигнале, добијамо тражене минималне шеме (реализујемо шему на основу израза који има најмање логичких операција → најмање коришћење И и ИЛИ елемената; ако два израза имају исти број логичких елемената, реализујемо онај који ће трансформацијом имати мањи број НИЛИ елемената – гледати смењивање операција логичког множења и логичког сабирања).

Излазни сигнал **L3**:

D_2D_3 \ D_0D_1	00	01	11	10
00	0 $_{0}$	0 $_{4}$	0 $_{12}$	1 $_{8}$
01	0 $_{1}$	0 $_{5}$	1 $_{13}$	1 $_{9}$
11	b $_{3}$	0 $_{7}$	1 $_{15}$	b $_{11}$
10	0 $_{2}$	b $_{6}$	b $_{14}$	0 $_{10}$

ДНФ:

$$L3 = D_0D_3 + D_0\overline{D}_1\overline{D}_2 \xrightarrow{\text{факторисање}} L3 = D_0(D_3 + \overline{D}_1\overline{D}_2)$$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **3**

D_2D_3 \ D_0D_1	00	01	11	10
00	0 $_{0}$	0 $_{4}$	0 $_{12}$	1 $_{8}$
01	0 $_{1}$	0 $_{5}$	1 $_{13}$	1 $_{9}$
11	b $_{3}$	0 $_{7}$	1 $_{15}$	b $_{11}$
10	0 $_{2}$	b $_{6}$	b $_{14}$	0 $_{10}$

КНФ (1):

$$L3 = D_0(\overline{D}_1 + D_3)(D_1 + \overline{D}_2)$$

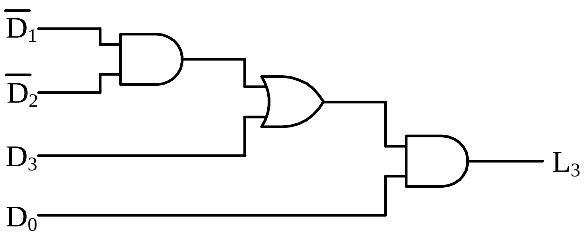
Број логичких елемената (И и ИЛИ): **4**

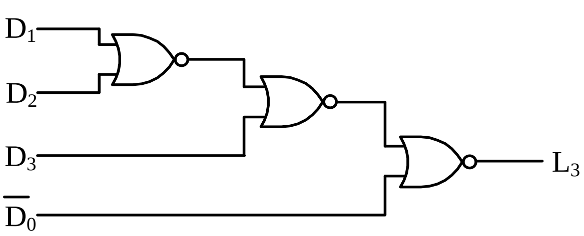
D_2D_3 \ D_0D_1	00	01	11	10
00	0 $_{0}$	0 $_{4}$	0 $_{12}$	1 $_{8}$
01	0 $_{1}$	0 $_{5}$	1 $_{13}$	1 $_{9}$
11	b $_{3}$	0 $_{7}$	1 $_{15}$	b $_{11}$
10	0 $_{2}$	b $_{6}$	b $_{14}$	0 $_{10}$

КНФ (2):

$$L3 = D_0(\overline{D}_1 + D_3)(\overline{D}_2 + D_3) \xrightarrow{\text{факторисање}} L3 = D_0(D_3 + \overline{D}_1\overline{D}_2)$$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **3**





Излазни сигнал **L2**:

$D_2D_3 \backslash D_0D_1$	00	01	11	10
00	0 $_{0}$	0 $_{4}$	0 $_{12}$	0 $_{8}$
01	1 $_{1}$	1 $_{5}$	1 $_{13}$	0 $_{9}$
11	b $_{3}$	1 $_{7}$	1 $_{15}$	b $_{11}$
10	0 $_{2}$	b $_{6}$	b $_{14}$	1 $_{10}$

ДНФ:

$$L2 = \overline{D}_0 D_3 + D_1 D_3 + D_0 D_2$$

$$\xrightarrow{\textit{факторисање}} L2 = D_3(\overline{D}_0 + D_1) + D_0 D_2$$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **4**

$D_2D_3 \backslash D_0D_1$	00	01	11	10
00	0 $_{0}$	0 $_{4}$	0 $_{12}$	0 $_{8}$
01	1 $_{1}$	1 $_{5}$	1 $_{13}$	0 $_{9}$
11	b $_{3}$	1 $_{7}$	1 $_{15}$	b $_{11}$
10	0 $_{2}$	b $_{6}$	b $_{14}$	1 $_{10}$

КНФ (1):

$$L2 = (D_0 + D_3)(D_2 + D_3)(\overline{D}_0 + D_1 + D_2)$$

$$\xrightarrow{\textit{факторисање}} L2 = (D_3 + D_0 D_2)(\overline{D}_0 + D_1 + D_2)$$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **5**

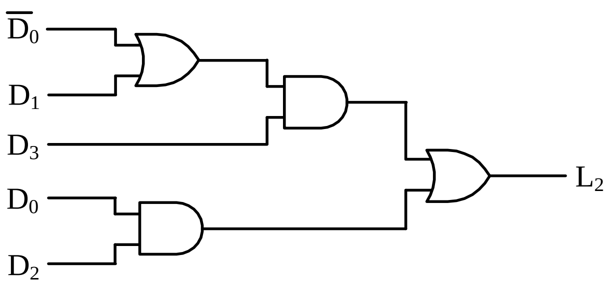
$D_2D_3 \backslash D_0D_1$	00	01	11	10
00	0 $_{0}$	0 $_{4}$	0 $_{12}$	0 $_{8}$
01	1 $_{1}$	1 $_{5}$	1 $_{13}$	0 $_{9}$
11	b $_{3}$	1 $_{7}$	1 $_{15}$	b $_{11}$
10	0 $_{2}$	b $_{6}$	b $_{14}$	1 $_{10}$

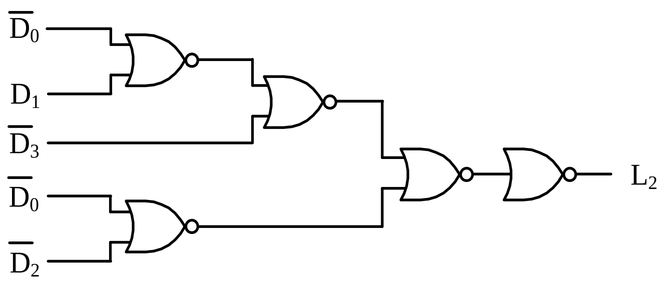
КНФ (2):

$$L2 = (D_0 + D_3)(D_2 + D_3)(\overline{D}_0 + D_1 + \overline{D}_3)$$

$$\xrightarrow{\textit{факторисање}} L2 = (D_3 + D_0 D_2)(\overline{D}_0 + D_1 + \overline{D}_3)$$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **5**





Излазни сигнал **L1**:

D_2D_3 \ D_0D_1	00	01	11	10
00	1 $_{0}$	0 $_{4}$	1 $_{12}$	1 $_{8}$
01	0 $_{1}$	1 $_{5}$	1 $_{13}$	1 $_{9}$
11	b $_{3}$	1 $_{7}$	0 $_{15}$	b $_{11}$
10	1 $_{2}$	b $_{6}$	b $_{14}$	0 $_{10}$

ДНФ:

$$L1 = D_0\overline{D}_2 + \overline{D}_0 D_1 D_3 + \overline{D}_0\overline{D}_1\overline{D}_3$$

$$\xrightarrow{\text{факторисање}} L1 = D_0\overline{D}_2 + \overline{D}_0(D_1D_3 + \overline{D}_1\overline{D}_3)$$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **6**

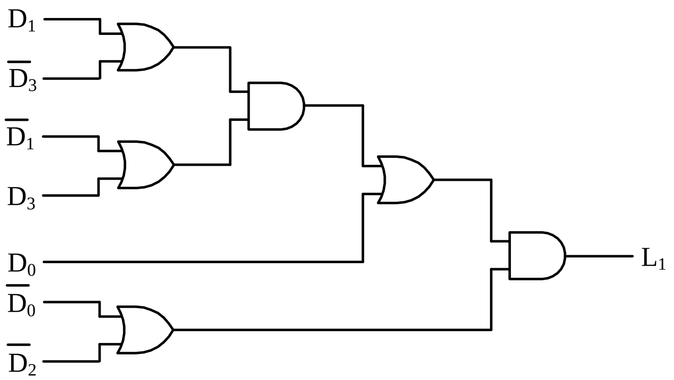
D_2D_3 \ D_0D_1	00	01	11	10
00	1 $_{0}$	0 $_{4}$	1 $_{12}$	1 $_{8}$
01	0 $_{1}$	1 $_{5}$	1 $_{13}$	1 $_{9}$
11	b $_{3}$	1 $_{7}$	0 $_{15}$	b $_{11}$
10	1 $_{2}$	b $_{6}$	b $_{14}$	0 $_{10}$

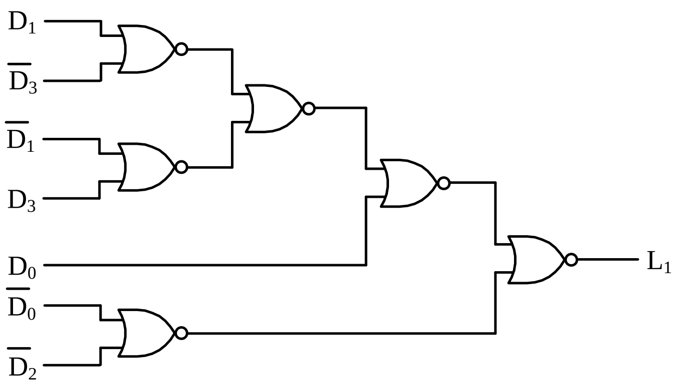
КНФ:

$$L1 = (\overline{D}_0 + \overline{D}_2)(D_0 + D_1 + \overline{D}_3)(D_0 + \overline{D}_1 + D_3)$$

$$\xrightarrow{\text{факторисање}} L1 = (\overline{D}_0 + \overline{D}_2)(D_0 + (D_1 + \overline{D}_3)(\overline{D}_1 + D_3))$$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **6**





Излазни сигнал **L0**:

D_2D_3 \ D_0D_1	00	01	11	10
00	1 (0)	1 (4)	0 (12)	1 (8)
01	1 (1)	1 (5)	1 (13)	1 (9)
11	b (3)	1 (7)	1 (15)	b (11)
10	0 (2)	b (6)	b (14)	1 (10)

ДНФ:

$$L0 = D_3 + \overline{D}_0\overline{D}_2 + D_0\overline{D}_1$$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **4**

D_2D_3 \ D_0D_1	00	01	11	10
00	1 (0)	1 (4)	0 (12)	1 (8)
01	1 (1)	1 (5)	1 (13)	1 (9)
11	b (3)	1 (7)	1 (15)	b (11)
10	0 (2)	b (6)	b (14)	1 (10)

КНФ (1):

$$L0 = (\overline{D}_0 + \overline{D}_1 + D_3)(D_0 + D_1 + \overline{D}_2)$$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **5**

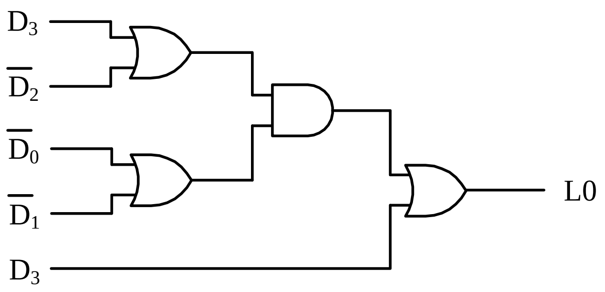
D_2D_3 \ D_0D_1	00	01	11	10
00	1 (0)	1 (4)	0 (12)	1 (8)
01	1 (1)	1 (5)	1 (13)	1 (9)
11	b (3)	1 (7)	1 (15)	b (11)
10	0 (2)	b (6)	b (14)	1 (10)

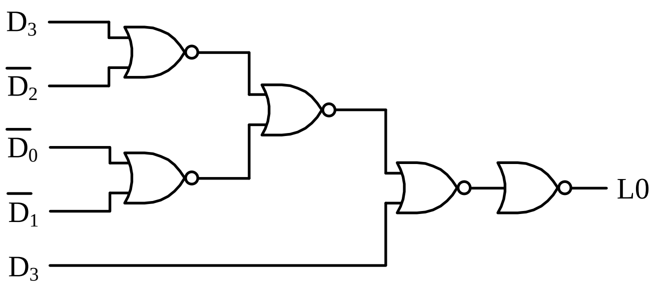
КНФ (2):

$$L0 = (\overline{D}_0 + \overline{D}_1 + D_3)(D_0 + \overline{D}_2 + D_3)$$

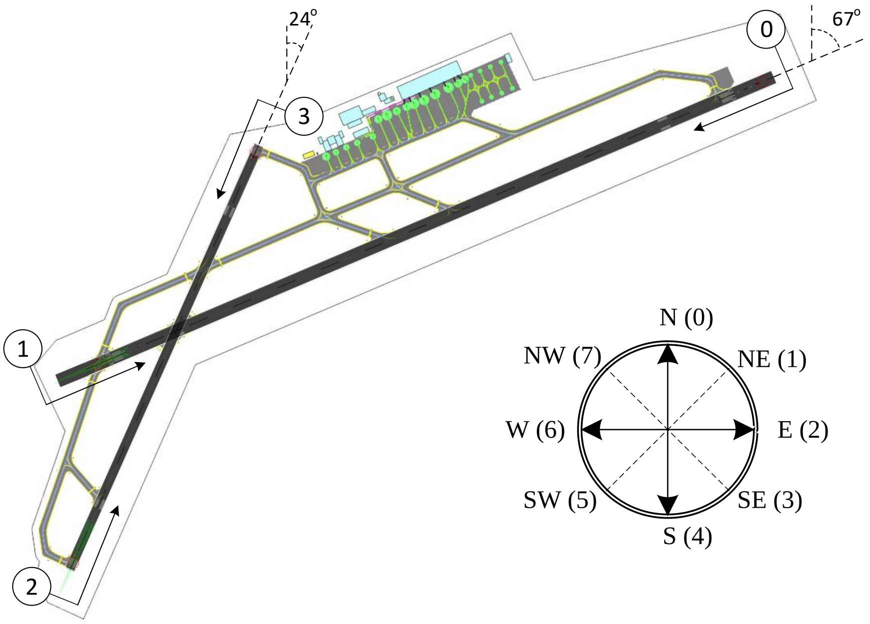
$$\xrightarrow{\text{факторисање}} L0 = D_3 + (\overline{D}_0 + \overline{D}_1)(\overline{D}_2 + D_3)$$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **4**





Задатак 44.



Потребно је реализовати шему за уређај који се налази у контролном торњу аеродрома *Falcone–Borsellino* који се налази у Палерму, Италија. Аеродром поседује две писте P01 и P23. На писту P01 се приступа преко улаза 0 и 1, док се на писту P23 приступа преко улаза 2 и 3.

Контролор лета испред себе има план путовања за сваки авион који треба да полети. На уређају се налазе четири дугмета (X3, X2, X1 и X0) и четири лампице (Z3, Z2, Z1 и Z0).

Контролор преко дугмића X2, X1 и X0 уноси бинарну вредност смера у ком авион треба да путује (X2 је највиши, а X0 је најнижи бит). На слици приказана је оријентација света на коме се уз ознаку стране света налази и кодирана вредност.

Притиском/одпуштањем дугмета X3, могуће је изабрати писту на коју би авион требао да приступи. Ако је дугме X3 у одпуштеном стању, авион ће приступити стази P01, а ако је дугме X3 у притиснутом стању, авион ће приступити стази P23.

Лампице Z3, Z2, Z1 и Z0 одговарају излазима на писту. На слици су означени излази на писту и смер полетања авиона. Ако авион треба да приступи писти преко улаза 0, активираће се лампица Z0, ако авион треба да приступи писти преко улаза 1, активираће се лампица Z1 и тако даље. Уређај треба да срачуна најбољи улаз за полетање, а то ради на основу што мањег угла између одабране стране света и смера у ком авион полеће. На пример, ако је контролор одабрао писту P23 и авион жели да путује на север, авиону би више одговарао улаз 2 него улаз 3, па би уређај активирао лампицу Z2.

Упаљену лампицу и притиснуто дугме сматрати као логичку јединицу, док угашену лампицу и отпуштено дугме сматрати као логичку нулу. Реализовати ову мрежу користећи што мањи број двоулазних И и двоулазних ИЛИ елемената, а затим трансформисати тако добијену мрежу користећи искључиво што мањи број двоулазних НИ елемената. Подразумевати да су расположиве и директне и комплементарне вредности променљивих. Цртати посебну шему за сваки излазни сигнал.

Решење

Комбинациона мрежа коју треба реализовати има четири улазна сигнала (x_3, x_2, x_1, x_0) и четири излазна сигнала (z_3, z_2, z_1, z_0). Улазни сигнали представљају информацију на коју писту авион треба да приступи (x_3) и у ком смеру би авион желео да лети (x_2,x_1,x_0). На основу слике аеродрома, потребно је пронаћи најмањи угао који се заклапа на основу смера узлетања и жељеног смера путовања.

Прво ћемо да формирамо комбинациону таблицу.

Писта	Смер	x_3	x_2	x_1	x_0	z_3	z_2	z_1	z_0	Коментар
P_{01}	N	0	0	0	0	0	0	1	0	Полетање са z_0, угао → 113^{o}; Полетање са z_1, угао → 67^{o}
	NE	0	0	0	1	0	0	1	0	Полетање са z_0, угао → 158^{o}; Полетање са z_1, угао → 22^{o}
	E	0	0	1	0	0	0	1	0	Полетање са z_0, угао → 157^{o}; Полетање са z_1, угао → 23^{o}
	SE	0	0	1	1	0	0	1	0	Полетање са z_0, угао → 112^{o}; Полетање са z_1, угао → 68^{o}
	S	0	1	0	0	0	0	0	1	Полетање са z_0, угао → 67^{o}; Полетање са z_1, угао → 113^{o}
	SW	0	1	0	1	0	0	0	1	Полетање са z_0, угао → 22^{o}; Полетање са z_1, угао → 158^{o}
	W	0	1	1	0	0	0	0	1	Полетање са z_0, угао → 23^{o}; Полетање са z_1, угао → 157^{o}
	NW	0	1	1	1	0	0	0	1	Полетање са z_0, угао → 68^{o}; Полетање са z_1, угао → 112^{o}
P_{23}	N	1	0	0	0	0	1	0	0	Полетање са z_2, угао → 24^{o}; Полетање са z_3, угао → 156^{o}
	NE	1	0	0	1	0	1	0	0	Полетање са z_2, угао → 21^{o}; Полетање са z_3, угао → 159^{o}
	E	1	0	1	0	0	1	0	0	Полетање са z_2, угао → 66^{o}; Полетање са z_3, угао → 114^{o}
	SE	1	0	1	1	1	0	0	0	Полетање са z_2, угао → 111^{o}; Полетање са z_3, угао → 69^{o}
	S	1	1	0	0	1	0	0	0	Полетање са z_2, угао → 156^{o}; Полетање са z_3, угао → 24^{o}
	SW	1	1	0	1	1	0	0	0	Полетање са z_2, угао → 159^{o}; Полетање са z_3, угао → 21^{o}
	W	1	1	1	0	1	0	0	0	Полетање са z_2, угао → 114^{o}; Полетање са z_3, угао → 66^{o}
	NW	1	1	1	1	0	1	0	0	Полетање са z_2, угао → 69^{o}; Полетање са z_3, угао → 111^{o}

Сада можемо формирати Карноове карте за сваки излаз ове комбинационе мреже.

Коришћењем добијених минималних КНФ и ДНФ (и њиховим факторисањем) за излазне сигнале, добијамо тражене минималне шеме (реализујемо шему на основу израза који има најмање логичких операција → најмање коришћење И и ИЛИ елемената; ако два израза имају исти број логичких елемената, реализујемо онај који ће трансформацијом имати мањи број НИЛИ елемената – гледати смењивање операција логичког множења и логичког сабирања).

Излазни сигнал **Z3**:

x_1x_0 \ x_3x_2	00	01	11	10
00	0_{0}	0_{4}	1_{12}	0_{8}
01	0_{1}	0_{5}	1_{13}	0_{9}
11	0_{3}	0_{7}	0_{15}	1_{11}
10	0_{2}	0_{6}	1_{14}	0_{10}

ДНФ:

$$Z3 = x_3x_2\overline{x_1} + x_3x_2\overline{x_0} + x_3\overline{x_2}x_1x_0 \xrightarrow{\text{факторисање}} Z3 = x_3(x_2(\overline{x_1}+\overline{x_0}) + \overline{x_2}x_1x_0)$$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **6**

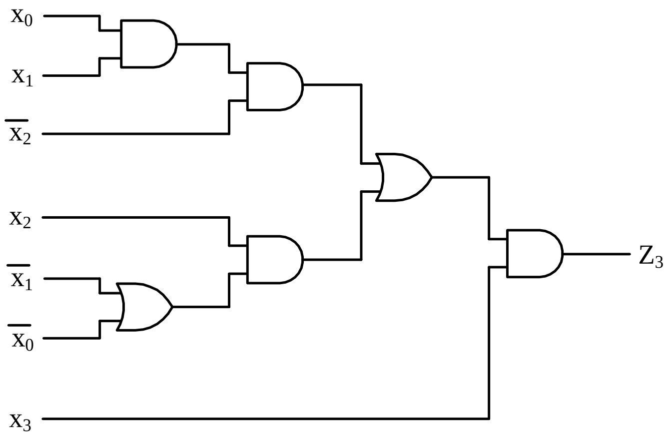
x_1x_0 \ x_3x_2	00	01	11	10
00	0_{0}	0_{4}	1_{12}	0_{8}
01	0_{1}	0_{5}	1_{13}	0_{9}
11	0_{3}	0_{7}	0_{15}	1_{11}
10	0_{2}	0_{6}	1_{14}	0_{10}

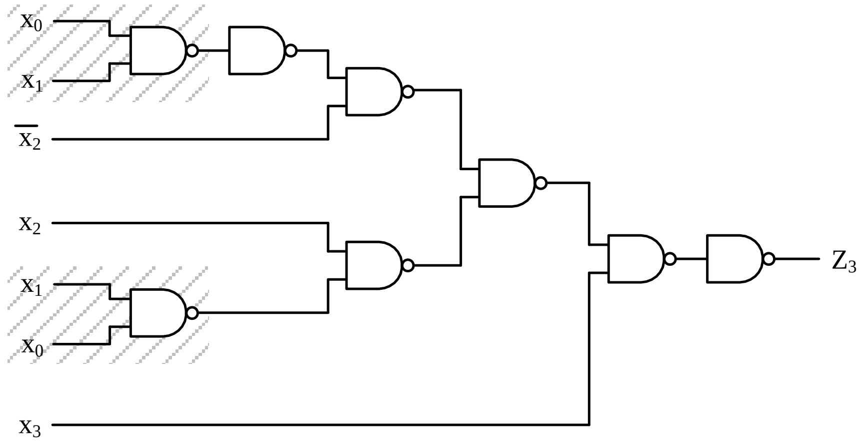
КНФ:

$$Z3 = x_3(x_2+x_1)(x_2+x_0)(\overline{x_2}+\overline{x_1}+\overline{x_0})$$

$$\xrightarrow{\text{факторисање}} Z3 = x_3(x_2 + x_1x_0)(\overline{x_2}+\overline{x_1}+\overline{x_0})$$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **6**





Дискусија:
Потребно је обратити пажњу како се групишу сигнали у двоулазна кола, јер као последицу одабира можемо да смањимо шему са НИ колима.
На слици је шрафиран део шеме који се понавља. Довољно је реализовати једно коло, а затим га искористи у другом делу шеме.

Излазни сигнал **Z**$_2$:

x_1x_0 \ x_3x_2	00	01	11	10
00	0 $_{0}$	0 $_{4}$	0 $_{12}$	1 $_{8}$
01	0 $_{1}$	0 $_{5}$	0 $_{13}$	1 $_{9}$
11	0 $_{3}$	0 $_{7}$	1 $_{15}$	0 $_{11}$
10	0 $_{2}$	0 $_{6}$	0 $_{14}$	1 $_{10}$

ДНФ:

$$Z2 = x_3\overline{x_2}\,\overline{x_1} + x_3\overline{x_2}\,\overline{x_0} + x_3x_2x_1x_0 \xrightarrow{факторисање} Z3 = x_3(\overline{x_2}(\overline{x_1}+\overline{x_0}) + x_2x_1x_0)$$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **6**

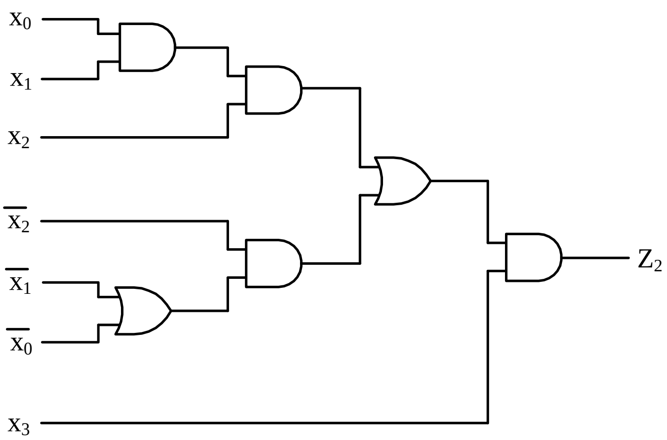
x_1x_0 \ x_3x_2	00	01	11	10
00	0 $_{0}$	0 $_{4}$	0 $_{12}$	1 $_{8}$
01	0 $_{1}$	0 $_{5}$	0 $_{13}$	1 $_{9}$
11	0 $_{3}$	0 $_{7}$	1 $_{15}$	0 $_{11}$
10	0 $_{2}$	0 $_{6}$	0 $_{14}$	1 $_{10}$

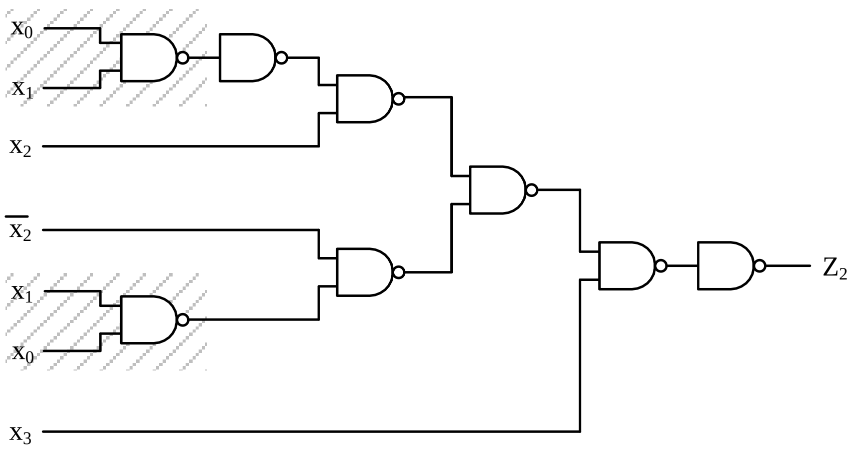
КНФ:

$$Z3 = x_3(\overline{x_2}+x_1)(\overline{x_2}+x_0)(x_2+\overline{x_1}+\overline{x_0})$$

$$\xrightarrow{факторисање} Z3 = x_3(\overline{x_2}+x_1x_0)(x_2+\overline{x_1}+\overline{x_0})$$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **6**





Дискусија:
Потребно је обратити пажњу како се групишу сигнали у двоулазна кола, јер као последицу одабира можемо да смањимо шему са НИ колима.
На слици је шрафиран део шеме који се понавља. Довољно је реализовати једно коло, а затим га искористи у другом делу шеме.

Излазни сигнал **Z1**:

$x_1x_0 \backslash x_3x_2$	00	01	11	10
00	1_{0}	0_{4}	0_{12}	0_{8}
01	1_{1}	0_{5}	0_{13}	0_{9}
11	1_{3}	0_{7}	0_{15}	0_{11}
10	1_{2}	0_{6}	0_{14}	0_{10}

ДНФ:

$$Z1 = \overline{x_3}\,\overline{x_2}$$

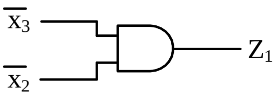
Број логичких елемената (И и ИЛИ): **1**

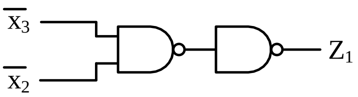
$x_1x_0 \backslash x_3x_2$	00	01	11	10
00	1_{0}	0_{4}	0_{12}	0_{8}
01	1_{1}	0_{5}	0_{13}	0_{9}
11	1_{3}	0_{7}	0_{15}	0_{11}
10	1_{2}	0_{6}	0_{14}	0_{10}

КНФ:

$$Z1 = \overline{x_3}\,\overline{x_2}$$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **1**





Излазни сигнал **Z₀**:

x_1x_0 \ x_3x_2	00	01	11	10
00	0 $_{0}$	1 $_{4}$	0 $_{12}$	0 $_{8}$
01	0 $_{1}$	1 $_{5}$	0 $_{13}$	0 $_{9}$
11	0 $_{3}$	1 $_{7}$	0 $_{15}$	0 $_{11}$
10	0 $_{2}$	1 $_{6}$	0 $_{14}$	0 $_{10}$

ДНФ:

$$Z0 = \overline{x_3} x_2$$

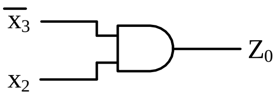
Број логичких елемената (И и ИЛИ): **1**

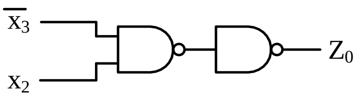
x_1x_0 \ x_3x_2	00	01	11	10
00	0 $_{0}$	1 $_{4}$	0 $_{12}$	0 $_{8}$
01	0 $_{1}$	1 $_{5}$	0 $_{13}$	0 $_{9}$
11	0 $_{3}$	1 $_{7}$	0 $_{15}$	0 $_{11}$
10	0 $_{2}$	1 $_{6}$	0 $_{14}$	0 $_{10}$

КНФ:

$$Z0 = \overline{x_3} x_2$$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **1**

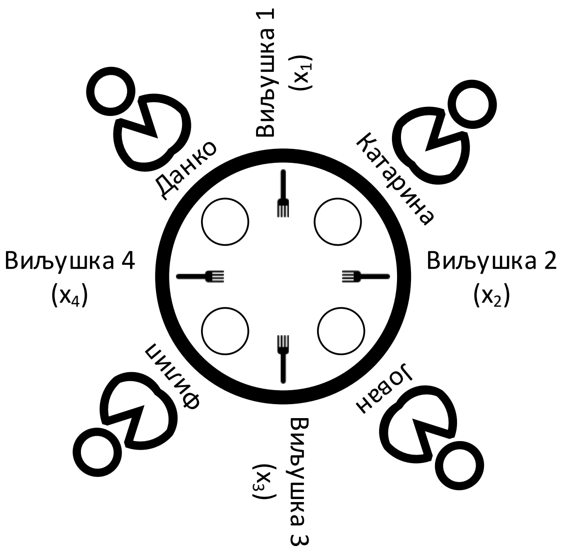




Задатак 45.

Сарадници са ОРТ-а су се скупили на вечери и седе за округлим столом. Између сваког од њих налази се по једна виљушка. Да би сарадник јео потребно ја да узме две виљушке са стола при чему се једна виљушка налази са његове леве, а друга са његове десне стране. Свако од њих када заврши са јелом, враћа виљушке на позиције одакле их је узео.

Потребно је реализовати комбинациону мрежу која сигнализира конобарима када неком од сарадника треба да се допуни тањир. Комбинациона мрежа има четири улазна сигнала X1, X2, X3 и X4 (за сваку виљушку одређен је један сигнал, као што је приказано на слици), који су активни у случају када је подигнута одређена виљушка. Док је виљушка спуштена одговарајући сигнал има неактивну вредност.



Сарадници за вечером

Ни у једном тренутку нису све виљушке спуштене на столу. На основу улазних сигнала, односно стања виљушки треба сигнализирати ко од сарадника једе у том тренутку, односно коме ће требати допуна. То се постиже помоћу сигнала Z1, Z2, Z3 и Z4 који су активни ако Катарина, Јован, Филип и Данко једу, респективно.

Када седну, сарадници по дефинисано приоритету узимају прво по две виљушке (са своје леве и десне стране). Уколико би два сарадника хтели да подигну исту виљушку, виши приоритет има Катарина, па Јован, па Филип и на крају Данко. Након расподеле од по две виљушке, Јован и Филип пошто су много гладни могу да једу и само са једном виљушком и у овом случају се такође поштују горе наведени приоритет – предност има Јован у односу на Филипа. У случају да подигнута једна виљушка између сарадника који не могу да једу са једном виљушком, онда у том случају ти сарадници не једу.

Реализовати ову мрежу користећи што мањи број двоулазних И и двоулазних ИЛИ елемената, а затим трансформисати тако добијену мрежу користећи искључиво што мањи број двоулазних НИ елемената. Подразумевати да су расположиве само директне вредности промењљивих. Цртати посебну шему за сваки излазни сигнал. Активне вредност представити логичком јединицом, а неактивне вредност представити логичком нулом.

Решење

Комбинациона мрежа коју треба реализовати има четири улазна сигнала (X1, X2, X3, X4) и четири излазна сигнала (Z1, Z2, Z3, Z4). Улазни сигнали означавају да ли је неко од сарадника подигао виљушку или не. На основу подигнутих виљушки активирају се неки од излазних сигналаZ1, Z2, Z3 и Z4 који означавају да ли неко једе или не.У задатку је напоменуто да ни у једном тренутку нису спуштене све виљушке, а то значи да ћемо на вектору 0 имати вредност b (тај вектор није дозвољен - не користе се).

Прво ћемо да формирамо комбинациону таблицу.

X1	X2	X3	X4	Z1	Z2	Z3	Z4
0	0	0	0	b	b	b	b
0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0	1	0
1	1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	0	1	0
1	1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	1	1	0	1	0

Сада можемо формирати Карноове карте за сваки излаз ове комбинационе мреже.

Коришћењем добијених минималних КНФ и ДНФ (и њиховим факторисањем) за излазне сигнале, добијамо тражене минималне шеме (реализујемо шему на основу израза који има најмање логичких операција → најмање коришћење И и ИЛИ елемената; ако два израза имају исти број логичких елемената, реализујемо онај који ће трансформацијом имати мањи број НИ елемената – гледати смењивање операција логичког множења и логичког сабирања).

Излазни сигнал **Z**$_1$:

$X_3X_4 \backslash X_1X_2$	00	01	11	10
00	b_{0}	0_{4}	1_{12}	0_{8}
01	0_{1}	0_{5}	1_{13}	0_{9}
11	0_{3}	0_{7}	1_{15}	0_{11}
10	0_{2}	0_{6}	1_{14}	0_{10}

ДНФ:

$Z_1 = X_1X_2$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **1**

* Нису дозвољене комплементарне вредности улаза

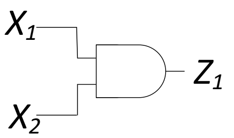
X_3X_4 \ X_1X_2	00	01	11	10
00	b 0	0 4	1 12	0 8
01	0 1	0 5	1 13	0 9
11	0 3	0 7	1 15	0 11
10	0 2	0 6	1 14	0 10

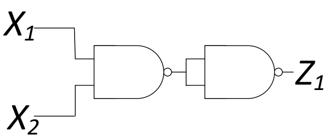
КНФ:

$Z_1=X_1X_2$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **1**

* Нису дозвољене комплементарне вредности улаза





Излазни сигнал **Z**2:

X_3X_4 \ X_1X_2	00	01	11	10
00	b 0	1 4	0 12	0 8
01	0 1	1 5	0 13	0 9
11	0 3	1 7	0 15	0 11
10	1 2	1 6	1 14	1 10

ДНФ:

$Z_2=\overline{X}_1X_2+X_3\overline{X}_4$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **5**

* Нису дозвољене комплементарне вредности улаза

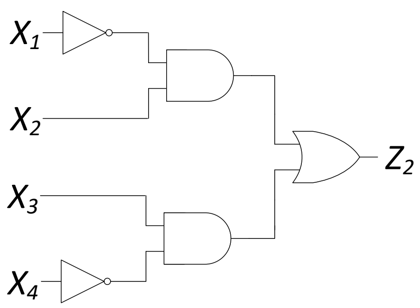
X_3X_4 \ X_1X_2	00	01	11	10
00	b 0	1 4	0 12	0 8
01	0 1	1 5	0 13	0 9
11	0 3	1 7	0 15	0 11
10	1 2	1 6	1 14	1 10

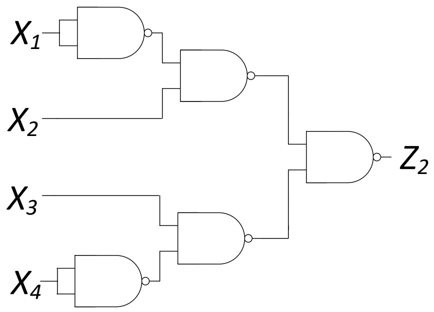
КНФ:

$$Z_2=(\overline{X}_1+X_3)(\overline{X}_1+\overline{X}_4)(X_2+\overline{X}_4)\xrightarrow{\text{факторисање}}(\overline{X}_1+X_3)(\overline{X}_1X_2+\overline{X}_4)$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **7**

* Нису дозвољене комплементарне вредности улаза





Излазни сигнал **Z₃**:

X_3X_4 \ X_1X_2	00	01	11	10
00	b (0)	0 (4)	0 (12)	0 (8)
01	1 (1)	1 (5)	1 (13)	0 (9)
11	1 (3)	1 (7)	1 (15)	1 (11)
10	0 (2)	0 (6)	0 (14)	0 (10)

ДНФ:

$$Z_3=\overline{X}_1X_4+X_2X_4+X_3X_4 \xrightarrow{\text{факторисање}} X_4(\overline{X}_1+X_2+X_3)$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **4**

* Нису дозвољене комплементарне вредности улаза

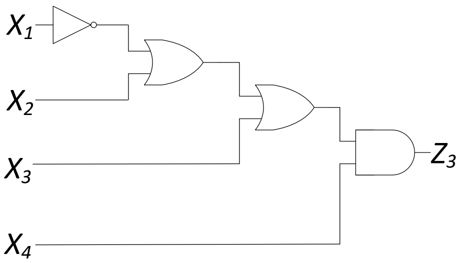
X_3X_4 \ X_1X_2	00	01	11	10
00	b (0)	0 (4)	0 (12)	0 (8)
01	1 (1)	1 (5)	1 (13)	0 (9)
11	1 (3)	1 (7)	1 (15)	1 (11)
10	0 (2)	0 (6)	0 (14)	0 (10)

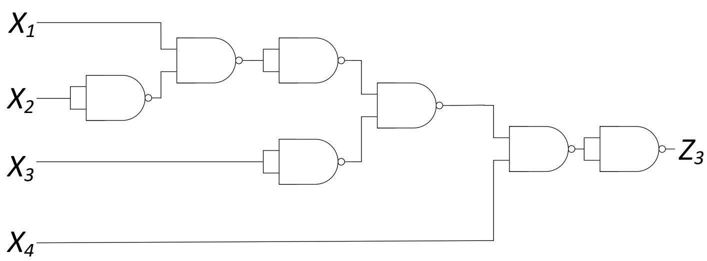
КНФ:

$$Z_3=X_4(\overline{X}_1+X_2+X_3)$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **4**

* Нису дозвољене комплементарне вредности улаза





Излазни сигнал **Z₄**:

X_3X_4 \ X_1X_2	00	01	11	10
00	b $_{0}$	0 $_{4}$	0 $_{12}$	0 $_{8}$
01	0 $_{1}$	0 $_{5}$	0 $_{13}$	1 $_{9}$
11	0 $_{3}$	0 $_{7}$	0 $_{15}$	0 $_{11}$
10	0 $_{2}$	0 $_{6}$	0 $_{14}$	0 $_{10}$

ДНФ:

$Z_4 = X_1\overline{X_2}\,\overline{X_3}X_4$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **5**

* Нису дозвољене комплементарне вредности улаза

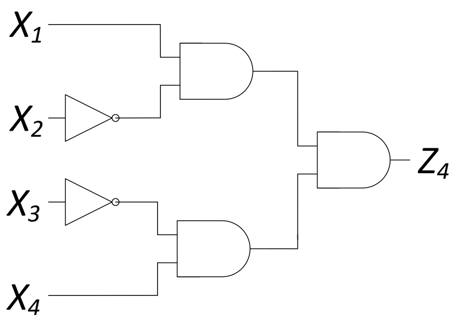
X_3X_4 \ X_1X_2	00	01	11	10
00	b $_{0}$	0 $_{4}$	0 $_{12}$	0 $_{8}$
01	0 $_{1}$	0 $_{5}$	0 $_{13}$	1 $_{9}$
11	0 $_{3}$	0 $_{7}$	0 $_{15}$	0 $_{11}$
10	0 $_{2}$	0 $_{6}$	0 $_{14}$	0 $_{10}$

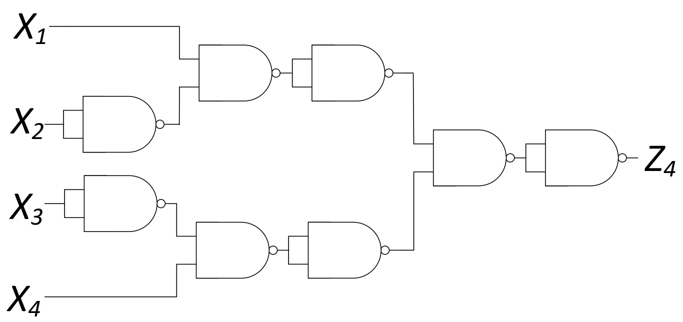
КНФ:

$Z_4 = X_1\overline{X_2}\,\overline{X_3}X_4$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **5**

* Нису дозвољене комплементарне вредности улаза





Задатак 46.

Потребно је реализовати систем за гашење пожара, који се се налази у ватрогасном возилу. У возилу се налазе 4 пумпе П1, П2, П3 и П4. Свака пумпа избацује воду до одређене максималне висине. У датој табели је за сваку пумпу приказана максимална висина до које може да избаци воду.

У ватрогасном возилу пумпе су распоређене на две стране (леву и десну), тако да су пумпе П1 и П4 на левој, а пумпе П2 и П3 на десној страни. Ватрогасац има има једно црево, које може да прикључи на леву или десну страну возила. Када је црево прикључено, могуће је укључити само једну, или истовремено обе пумпе које се налазе на тој страни возила (на пример, када је црево прикључено на леву страну возила, могуће је да ради само пумпа П1 или само пумпа П4 или истовремено пумпе П1 и П4). Када су истовремено укључене обе пумпе на једној страни возила, максимална висина коју млаз из прикљученог црева достиже, представља суму максималних висина појединачних пумпи на тој страни (на пример, када је црево прикључено на леву страну возила, и истовремено раде пумпе П1 и П4, максимална висина је 90 m).

Пумпа	Висина
П1	макс 10 m
П2	макс 30 m
П3	макс 50 m
П4	макс 80 m

табела

Ватрогасац на улазу у систем задаје висину пожара у броју десетица (на пример, за висину 60 m уноси вредност 6 у бинарном облику). На улазу система није могуће задати вредност већу од максималне висине коју возило може да постигне. Пожар висине 0м се гаси пумпом П1.

Комбинациона мрежа на основу улаза у систем треба на излазу да да активну или неактивну вредност сигнала П1, П2, П3 и П4, у зависности од тога да ли одговарајућа пумпа ради или не. Приликом гашења пожара на одређеној висини, треба укључити најслабију пумпу која ту висину може достићи (на пример, за пожар на висини 20 m, треба укључити пумпу П2, а не пумпе П3 или П4). Ако је одређену висину могуће достићи укључивањем две слабије пумпе са једне стране возила или само једне јаче пумпе са друге стране возила, тада би требало активирати две слабије пумпе.

Реализовати ову мрежу користећи што мањи број двоулазних И и двоулазних ИЛИ елемената, а затим трансформисати тако добијену мрежу користећи искључиво што мањи број двоулазних НИ елемената. На улазе мреже је дозвољено директно доводити комплементе променљивих. Цртати појединачне шеме за сваки излазни сигнал.

Решење

Комбинациона мрежа коју треба реализовати има четири улазна сигнала (x1, x2, x3, x4) и четири излазна сигнала (П1, П2, П3, П4). Улазни сигнали представља бинарну вредност висине пожара. Пошто је максимална висина возила 90 m, улазне векторе веће од 90 m нећемо користити тј. излазни сигнали мреже за такве улазне векторе ће бити b. За све остале улазне сигнале на излазу треба означити која пумпа треба да буде укључена ради гашења пожара на одређеној висини.

Прво ћемо да формирамо комбинациону таблицу:

Висина пожара	Улаз				Излаз			
	x1	x2	x3	x4	П1	П2	П3	П4
0 m	0	0	0	0	1	0	0	0
10 m	0	0	0	1	1	0	0	0
20 m	0	0	1	0	0	1	0	0
30 m	0	0	1	1	0	1	0	0
40 m	0	1	0	0	0	0	1	0
50 m	0	1	0	1	0	0	1	0
60 m	0	1	1	0	0	1	1	0
70 m	0	1	1	1	0	1	1	0
80 m	1	0	0	0	0	1	1	0
90 m	1	0	0	1	1	0	0	1
/	1	0	1	0	b	b	b	b
/	1	0	1	1	b	b	b	b
/	1	1	0	0	b	b	b	b
/	1	1	0	1	b	b	b	b
/	1	1	1	0	b	b	b	b
/	1	1	1	1	b	b	b	b

Коришћењем добијених минималних КНФ и ДНФ (и њиховим факторисањем) за излазне сигнале, добијамо тражене минималне шеме (реализујемо шему на основу израза који има најмање логичких операција → најмање коришћење И и ИЛИ елемената; ако два израза имају исти број логичких елемената, реализујемо онај који ће трансформацијом имати мањи број НИЛИ елемената – гледати смењивање операција логичког множења и логичког сабирања).

Излазни сигнал **П1**:

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	1 $_{0}$	0 $_{4}$	b $_{12}$	0 $_{8}$
01	1 $_{1}$	0 $_{5}$	b $_{13}$	1 $_{9}$
11	0 $_{3}$	0 $_{7}$	b $_{15}$	b $_{11}$
10	0 $_{2}$	0 $_{6}$	b $_{14}$	b $_{10}$

ДНФ:

$$П1 = \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} + x_1\,x_4$$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **4**

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	1_{0}	0_{4}	b_{12}	0_{8}
01	1_{1}	0_{5}	b_{13}	1_{9}
11	0_{3}	0_{7}	b_{15}	b_{11}
10	0_{2}	0_{6}	b_{14}	b_{10}

КНФ:

$$П1 = (\overline{x_2})(\overline{x_3})(\overline{x_1} + x_4) \xrightarrow{\text{факторисање}} \overline{x_2}\,\overline{x_3}\,(\overline{x_1} + x_4)$$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **3**

Излазни сигнал **П2**:

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0_{0}	0_{4}	b_{12}	1_{8}
01	0_{1}	0_{5}	b_{13}	0_{9}
11	1_{3}	1_{7}	b_{15}	b_{11}
10	1_{2}	1_{6}	b_{14}	b_{10}

ДНФ:

$$П2 = x_3 + x_1\,\overline{x_4}$$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **2**

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0_{0}	0_{4}	b_{12}	1_{8}
01	0_{1}	0_{5}	b_{13}	0_{9}
11	1_{3}	1_{7}	b_{15}	b_{11}
10	1_{2}	1_{6}	b_{14}	b_{10}

КНФ (1):

$$П2 = (x_1 + x_3)(x_3 + \overline{x_4}) \xrightarrow{\text{факторисање}} x_3 + x_1\,\overline{x_4}$$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **2**

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0_{0}	0_{4}	b_{12}	1_{8}
01	0_{1}	0_{5}	b_{13}	0_{9}
11	1_{3}	1_{7}	b_{15}	b_{11}
10	1_{2}	1_{6}	b_{14}	b_{10}

КНФ (2):

$$П2 = (x_1 + x_3)(\overline{x_1} + \overline{x_4})$$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **3**

Излазни сигнал **П3**:

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0 $_{0}$	1 $_{4}$	b $_{12}$	1 $_{8}$
01	0 $_{1}$	1 $_{5}$	b $_{13}$	0 $_{9}$
11	0 $_{3}$	1 $_{7}$	b $_{15}$	b $_{11}$
10	0 $_{2}$	1 $_{6}$	b $_{14}$	b $_{10}$

ДНФ:

П3 $= x_2 + x_1\,\overline{x_4}$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **2**

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0 $_{0}$	1 $_{4}$	b $_{12}$	1 $_{8}$
01	0 $_{1}$	1 $_{5}$	b $_{13}$	0 $_{9}$
11	0 $_{3}$	1 $_{7}$	b $_{15}$	b $_{11}$
10	0 $_{2}$	1 $_{6}$	b $_{14}$	b $_{10}$

КНФ (1):

П3 $= (x_1 + x_2)(x_2 + \overline{x_4}) \xrightarrow{\text{факторисање}} x_2 + x_1\,\overline{x_4}$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **2**

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0 $_{0}$	1 $_{4}$	b $_{12}$	1 $_{8}$
01	0 $_{1}$	1 $_{5}$	b $_{13}$	0 $_{9}$
11	0 $_{3}$	1 $_{7}$	b $_{15}$	b $_{11}$
10	0 $_{2}$	1 $_{6}$	b $_{14}$	b $_{10}$

КНФ (2):

П3 $= (x_1 + x_2)(\overline{x_1} + \overline{x_4})$

Број логичких елемената (И и ИЛИ): **3**

Излазни сигнал **П4**:

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0 $_{0}$	0 $_{4}$	b $_{12}$	0 $_{8}$
01	0 $_{1}$	0 $_{5}$	b $_{13}$	1 $_{9}$
11	0 $_{3}$	0 $_{7}$	b $_{15}$	b $_{11}$
10	0 $_{2}$	0 $_{6}$	b $_{14}$	b $_{10}$

ДНФ:
П4 $= x_1\ x_4$
Број логичких елемената (И и ИЛИ): **1**

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0 $_{0}$	0 $_{4}$	b $_{12}$	0 $_{8}$
01	0 $_{1}$	0 $_{5}$	b $_{13}$	1 $_{9}$
11	0 $_{3}$	0 $_{7}$	b $_{15}$	b $_{11}$
10	0 $_{2}$	0 $_{6}$	b $_{14}$	b $_{10}$

КНФ:
П4 $= x_1x_4$
Број логичких елемената (И и ИЛИ): **1**