

2° Lista de Ejercicios

- (5 pts) 1. Desarrolla paso a paso el Teorema 10.1.3 en el libro de Casella and Berger de nombre *Statistical Inference* página 469. Explica el resultado en términos del crecimiento del tamaño muestral n .
- (5 pts) 2. Sea X_1, X_2, \dots, X_n una muestra de una variable aleatoria con función de densidad dada por
- $$f_\theta(x) = \theta x^{\theta-1}, \quad 0 < x < 1, \quad \theta > 0. \quad (1)$$
- 2.1 Demuestre que el test más poderoso para las hipótesis $H_0 : \theta = 1$ contra $H_1 : \theta = 2$, rechaza H_0 si y solamente si $\sum_{i=1}^n -\log(x_i) \leq a$, donde a es una constante.
- 2.2 Para $n = 2$ y $\alpha = (1 - \log(2))/2$, ¿cuál es la región crítica?
- (5 pts) 3. Sea X_1, X_2, \dots, X_n una muestra aleatoria de la variable aleatoria $X \sim \text{Poisson}(\theta)$.
- 3.1 Encuentre un TUP para las hipótesis $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta > \theta_0$.
- 3.2 Sea $\alpha = 0,05$. Dibuje la función poder para $\theta_0 = 1$ y $n = 25$ aproximado empleando el Teorema del Límite Central.
- (5 pts) 4. Sea X_1, X_2, \dots, X_n una muestra aleatoria de una variable $X \sim \text{Exponencial}(\theta_1)$ e sea Y_1, Y_2, \dots, Y_n otra muestra aleatoria $Y \sim \text{Exponencial}(\theta_2)$, siendo las muestras independientes.
- 4.1 Determine el TUP para las hipótesis $H_0 : \theta_1 = \theta_2 = 1$ contra $H_1 : \theta_1 = \theta_2 = 2$.
- 4.2 Determine el test de la Región de Verosimilitud Generalizada para testar $H_0 : \theta_1 = \theta_2$ contra $H_1 : \theta \neq \theta_2$.