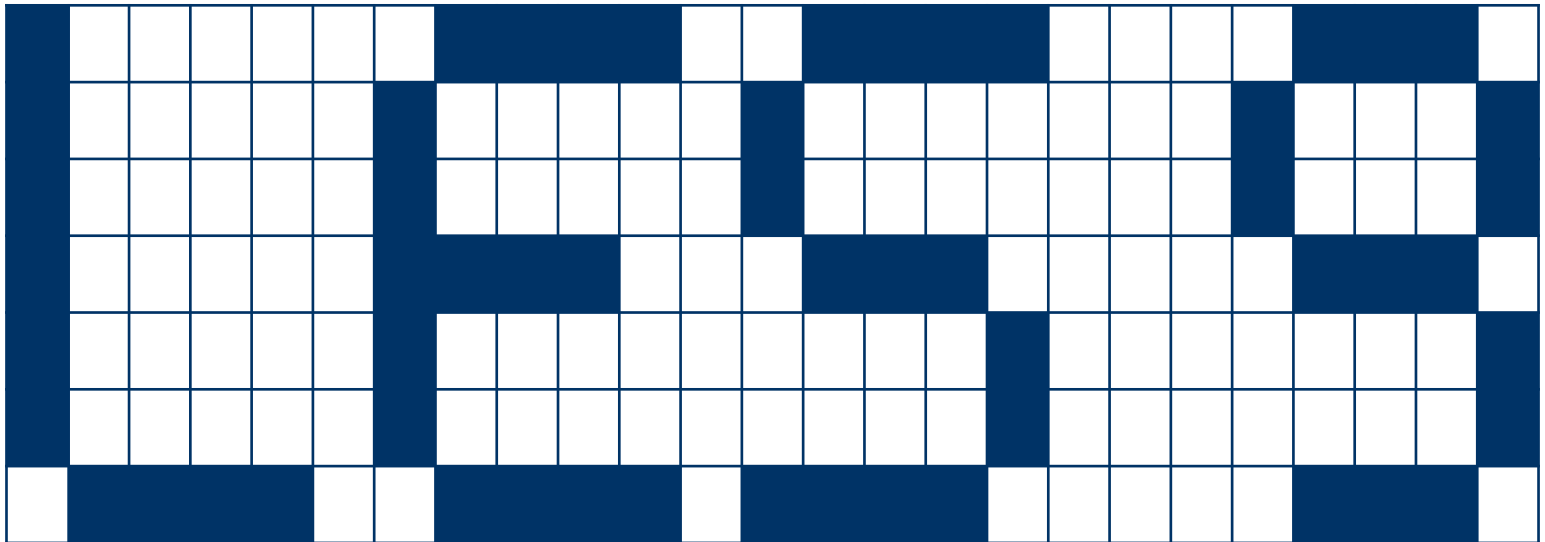


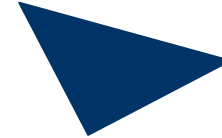
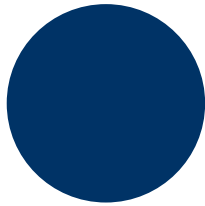


EVD1 – Vision operators





Moment theorie



Invariant voor:
verplaatsen
schalen
rotatie



Moment theorie

Een set van 7 invariant momenten is beschreven door Hu.

Wij bekijken de twee varianten die ‘slechts’ gebruik maken van tweede orde *genormaliseerde central moments*.

$$\phi_1 = \eta_{20} + \eta_{02}$$

$$\phi_2 = (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + 4(\eta_{11})^2$$



Moment theorie

Het moment is een maat voor de distributie van pixelwaarden langs een as.

Images gebruiken derhalve 2D momenten.

2D momenten worden gegeven als:

$$m_{pq} = \sum_{x=0}^{x_{max}-1} \sum_{y=0}^{y_{max}-1} x^p \cdot y^q \cdot f(x, y)$$

Momenten kunnen dus van grijswaarde images bepaald worden. Wij gaan echter uit van binaire images.



Moment theorie

Wat is de betekenis van m_{00} ?

$$m_{pq} = \sum_{x=0}^{x_{max}-1} \sum_{y=0}^{y_{max}-1} x^p \cdot y^q \cdot f(x, y)$$

$$m_{00} = \sum_{x=0}^{x_{max}-1} \sum_{y=0}^{y_{max}-1} 1 \cdot 1 \cdot f(x, y)$$

Dit is de som van alle pixels, oftewel het oppervlak.



Moment theorie

Wat is de betekenis van m_{10} ?

$$m_{pq} = \sum_{x=0}^{x_{max}-1} \sum_{y=0}^{y_{max}-1} x^p \cdot y^q \cdot f(x, y)$$

$$m_{10} = \sum_{x=1}^{x_{max}-1} \sum_{y=0}^{y_{max}-1} x^1 \cdot 1 \cdot f(x, y)$$

Dit is dus de som van alle x-waarden.



Moment theorie

Wat is de betekenis van m_{01} ?

$$m_{pq} = \sum_{x=0}^{x_{\max}-1} \sum_{y=0}^{y_{\max}-1} x^p \cdot y^q \cdot f(x, y)$$

$$m_{01} = \sum_{x=0}^{x_{\max}-1} \sum_{y=0}^{y_{\max}-1} 1 \cdot y^1 \cdot f(x, y)$$

Dit is dus de som van alle y-waarden.



Moment theorie

Met deze informatie kunnen we bepalen:

De gemiddelde x-waarde: $\bar{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}}$

De gemiddelde y-waarde: $\bar{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}}$

$\left. \begin{array}{l} \bar{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}} \\ \bar{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}} \end{array} \right\} (\bar{x}, \bar{y})$ **Centroid**
 (y_c, x_c)

Voorbeeld:

	0	1	2	3	4
0					
1		1			
2	1	1	1		
3		1			
4					

$$x_c = \frac{1 + 0 + 1 + 2 + 1}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

$$y_c = \frac{1 + 2 + 2 + 2 + 3}{5} = \frac{10}{5} = 2$$



Moment theorie

Een methode om rotatie en positie invariantie te bereiken, is door uit te gaan van de afstanden tot het centrum:

$$x - x_c$$

$$y - y_c$$

Door alle afstanden tot x_c en y_c op te tellen, worden de central moments uitgerekend:

$$\mu_{pq} = \sum_{x=0}^{x_{max}-1} \sum_{y=0}^{y_{max}-1} (x - x_c)^p \cdot (y - y_c)^q \cdot f(x, y)$$



Moment theorie

Wat is de betekenis van μ_{00} ?

$$\mu_{pq} = \sum_{x=0}^{x_{max}-1} \sum_{y=0}^{y_{max}-1} (x - x_c)^p \cdot (y - y_c)^q \cdot f(x, y)$$

$$\mu_{00} = \sum_{x=0}^{x_{max}-1} \sum_{y=0}^{y_{max}-1} 1 \cdot 1 \cdot f(x, y)$$

Dit is de som van alle pixels, oftewel het oppervlak, oftewel m_{00} .



Moment theorie

Wat is de betekenis van μ_{10} ?

$$\mu_{pq} = \sum_{x=0}^{x_{max}-1} \sum_{y=0}^{y_{max}-1} (x - x_c)^p \cdot (y - y_c)^q \cdot f(x, y)$$

$$\mu_{10} = \sum_{x=0}^{x_{max}-1} \sum_{y=0}^{y_{max}-1} (x - x_c)^1 \cdot 1 \cdot f(x, y)$$

Dit is de som van alle afstanden tot x_c

Echter, de som van alle afstanden tot het centrum moet (in theorie) 0 zijn!

$$\mu_{10} = 0 + -1 + 0 + 1 + 0 = 0$$

	0	1	2	3	4
0					
1		1			
2	1	1	1		
3		1			
4					



Moment theorie

Wat is de betekenis van μ_{01} ?

$$\mu_{pq} = \sum_{x=0}^{x_{max}-1} \sum_{y=0}^{y_{max}-1} (x - x_c)^p \cdot (y - y_c)^q \cdot f(x, y)$$

$$\mu_{01} = \sum_{x=0}^{x_{max}-1} \sum_{y=0}^{y_{max}-1} 1 \cdot (y - y_c)^1 \cdot f(x, y)$$

Dit is de som van alle afstanden tot y_c

Echter, de som van alle afstanden tot het centrum moet (in theorie) 0 zijn!

$$\mu_{01} = 0 + -1 + 0 + 1 + 0 = 0$$

	0	1	2	3	4
0					
1		1			
2	1	1	1		
3		1			
4					



Moment theorie

Algoritme voor het bepalen van de central moments:

IF ((p==0 && q==1) || (p==1 && q==0))

RETURN 0.0

Calculate m_{00}

IF (p==0 && q==0)

RETURN m_{00}

Calculate m_{10}

Calculate m_{01}

Calculate y_c

Calculate x_c

Calculate u_{pq}

IF (p==0)

Return u_{pq}

$$\mu_{pq} = \sum_{x=0}^{x_{max}-1} \sum_{y=0}^{y_{max}-1} (x \times x_c)^p \cdot (y \times y_c)^q \cdot f(x, y)$$



Moment theorie

Echter, we zijn er nog niet....

Om de momenten size invariant te maken moeten ze onafhankelijk worden van het oppervlak.

Dit heet normaliseren.

De genormaliseerde central moments worden gegeven door:

$$\eta_{pq} = \frac{\mu_{pq}}{(\mu_{00})^\gamma}$$

$$\gamma = \frac{p + q}{2} + 1 \text{ (met } p + q = 2, 3, \dots \text{)}$$

Bij de voor ons interessante genormaliseerde central moments is γ altijd 2! (zie sheet 2)



Moment theorie

Functie voor normalized central moments:

```
double dNormalizedCentralMoments(image_t *img,  
                                   uint8_t blobnr,  
                                   int p,  
                                   int q);
```

Als img->lut is LABELED, dan geeft blobnr de te analyseren blob aan

Als img->lut is BINARY, dan moet blobnr 1 zijn



Moment theorie

Algoritme voor de genormaliseerde central moments (ncm):

IF ((p==0 && q==1) || (p==1 && q==0)) $\eta_{01} = \frac{0}{(\mu_{00})^{1.5}} = 0$
 RETURN 0.0

IF (p==0 && q==0) } $\gamma = \frac{0+0}{2} + 1$ $\eta_{00} = \frac{\mu_{00}}{(\mu_{00})^1} = 1$
 RETURN 1.0

Calculate m_{00} , m_{01} and m_{10}

Calculate x_c and y_c

Calculate u_{pq}

Calculate γ : IS ALWAYS 2

$$\gamma = \frac{p+q}{2} + 1 \text{ (met } p+q = 2, 3, \dots)$$

Calculate ncm $\eta_{pq} = \frac{\mu_{pq}}{(\mu_{00})^\gamma}$

RETURN ncm



Moment theorie

Een set van 7 invariant momenten is beschreven door Hu.

Wij bekijken de varianten die ‘slechts’ gebruik maken van tweede orde *genormaliseerde central moments*.

$$\phi_1 = \eta_{20} + \eta_{02}$$

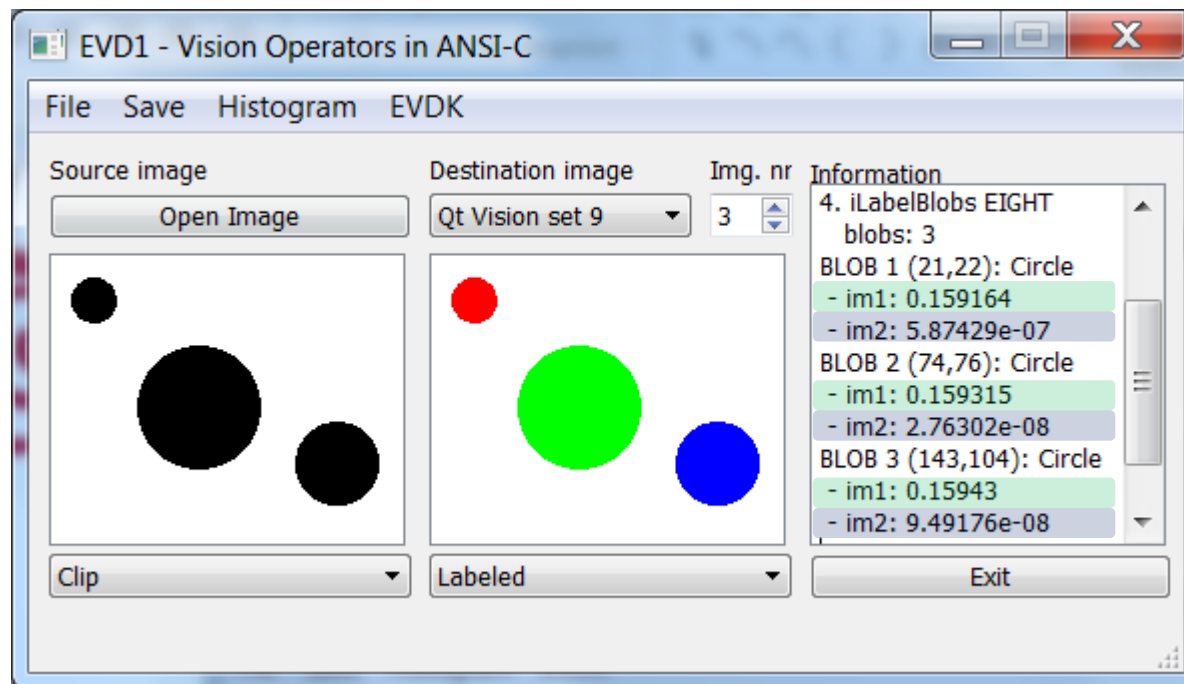
$$\phi_2 = (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + 4(\eta_{11})^2$$

Invariant moment 2 is gelijk aan 0 voor symmetrische figuren



Moment theorie

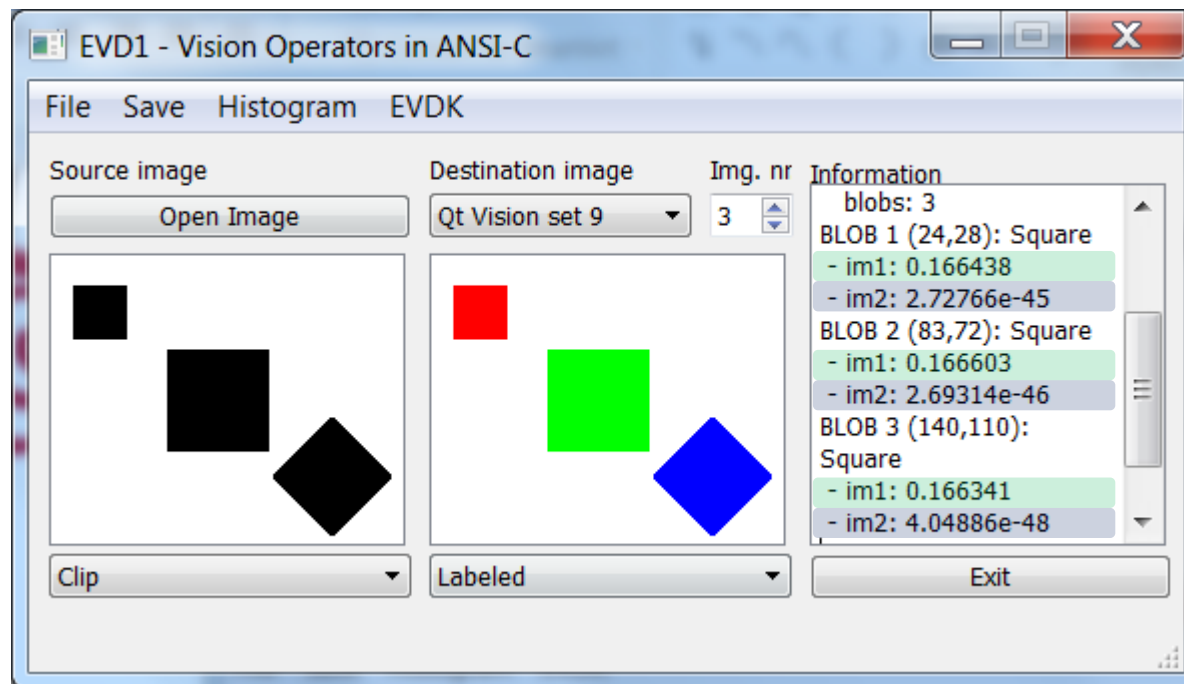
Voorbeelden





Moment theorie

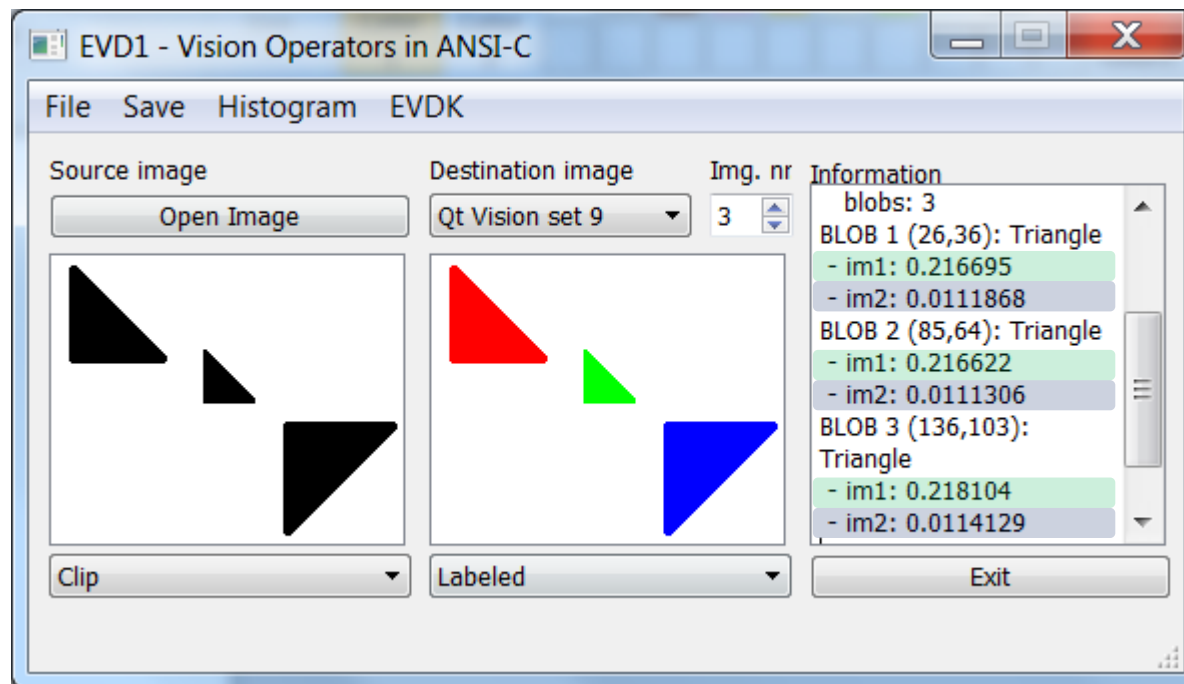
Voorbeelden





Moment theorie

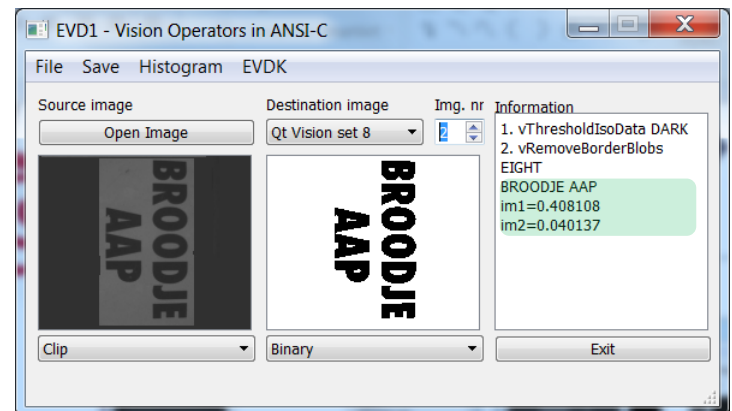
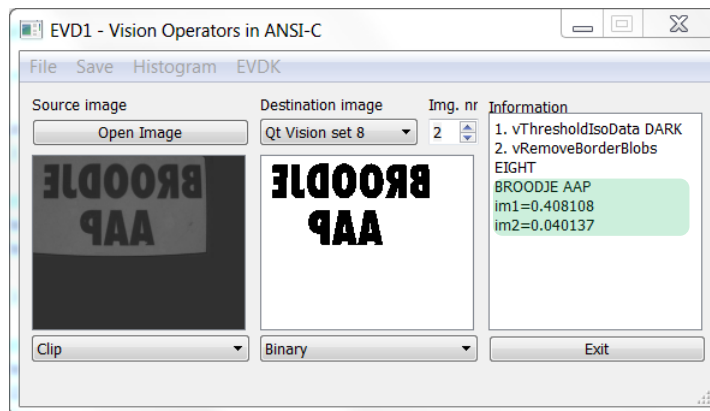
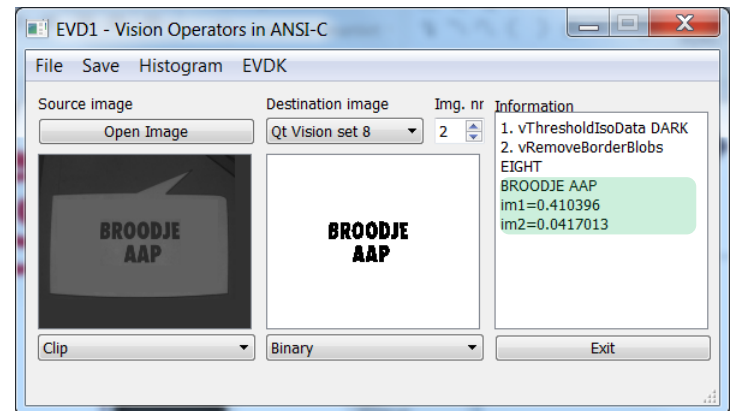
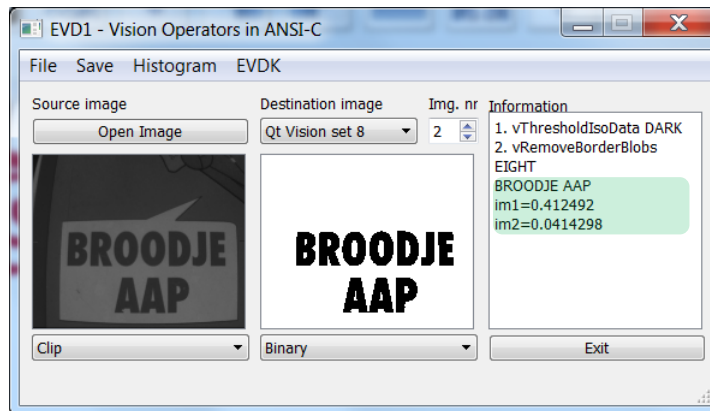
Voorbeelden





Moment theorie

Voorbeelden





Moment theorie

Meer info en achtergronden:

Gonzalez, R. (). 11.3.4 Moment Invariants. In *Digital Image Processing*. pp. 839-842. New Jersey: Pearson Prentice Hall.

Myler, R. (2010). Moments. In *The Pocket Handbook of Image Processing Algorithms in C*. pp. 157-159. New Jersey: Prentice Hall.