Estadística 2. EST-145

Ejercicios propuestos

Alvaro Chirino

I-2021

1 Distribuciones bivariadas

1.1 Ejercicio 1

Sea $f(x, y) = 1/4$, para $-1 \leq x \leq 1$ y $-1 \leq y \leq 1$

- Verificar que f es una función de densidad valida
- Encontrar la marginal de X
- Encontrar la densidad condicional de Y dado $X = x$
- Encontrar $E[Y|X = x]$

1.2 Ejercicio 2

Sea $f(x, y) = x + y$, para $0 \leq x \leq 1$ y $0 \leq y \leq 1$

- Verificar que f es una función de densidad valida
- Encontrar la marginal de X
- Encontrar $E[X]$, $V(X)$, $E[XY]$ y $corr(X, Y)$
- Encontrar la densidad condicional de Y dado $X = x$
- Encontrar $E[Y|X = x]$

1.3 Ejercicio 3

Sea,

$$f(x, y) = \frac{2}{(1 + x + y)^3}$$

Para $X \geq 0$ y $y \geq 0$

- Verificar que f es una función de densidad valida
- Encontrar la marginal de X
- Encontrar $E[X]$, $V(X)$, $E[XY]$ y $corr(X, Y)$
- Encontrar la densidad condicional de Y dado $X = x$
- Encontrar $E[Y|X = x]$

2 Distribuciones Muestrales

2.1 Ejercicio 1

Si $\hat{S_1}^2$ y $\hat{S_2}^2$ representan las varianzas de muestras aleatorias independientes de tamaños $n_1 = 17$ y $n_2 = 22$, tomadas de poblaciones normales con varianzas iguales, calcule: $P(\hat{S_1}^2/\hat{S_2}^2 < 1.48)$

2.2 Ejercicio 2

La cantidad de tiempo que le toma al cajero de un banco con servicio en el automóvil atender a un cliente es una variable aleatoria con una media $\mu = 9.75$ minutos y una desviación estándar $\sigma = 11.64$ minutos. Si se observa una muestra aleatoria de 44 clientes, calcule la probabilidad de que el tiempo medio que el cliente pasa en la ventanilla del cajero sea más de 9.73 minutos;

2.3 Ejercicio 3

La distribución de alturas de cierta raza de perros terrier tiene una media de 69.5 centímetros y una desviación estándar de 6.2 centímetros; en tanto que la distribución de alturas de cierta raza de poodles tiene una media de 41.59 centímetros con una desviación estándar de 7.39 centímetros. Calcule la probabilidad de que la media muestral de una muestra aleatoria de alturas de 42 terriers exceda la media muestral para una muestra aleatoria de alturas de 63 poodles a lo sumo 28.01 centímetros.

3 Estimaciones

3.1 Ejercicio 1

$X_1, X_2, \ldots, X_7$ denota una muestra aleatoria de una población que tiene media μ y varianza σ^2. Considere los siguientes estimadores de μ:

$$\hat{\theta}_1 = \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_7}{7}$$

$$\hat{\theta}_2 = \frac{2X_1 - X_6 + X_4}{2}$$

¿Alguno de los estimadores es insesgado? ¿Cuál de los estimadores es el "mejor"? ¿En qué sentido es el mejor?

3.2 Ejercicio 2

Suponga que la variable aleatoria X tiene una distribución de probabilidad

$$f(x) = (\tau + 1)x^{\tau} \quad 0 < X < 1$$

Sea $X_1, X_2, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de tamaño n. Obtenga el estimador de máxima verosimilitud de τ,

3.3 Ejercicio 3

La fracción de productos defectuosos producidos por dos líneas de producción se está analizando. Una muestra de 1300 unidades de la línea 1 tiene 15 defectuosas, en tanto una muestra aleatoria de 1700 unidades de la línea 2 tiene 34 defectuosas. Encuentre un intervalo de confianza al 99% de confiabilidad respecto la diferencia de unidades defectuosas producidas por las dos líneas.