

## Lista – Pontos Interiores

Última atualização: 17.11.2016

**PI.1** Considere o problema de otimização linear

$$\begin{array}{ll}\min & 2x_1 + x_2 \\ \text{s.a} & x_1 + x_2 = 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0\end{array}$$

- (a) Formule o Big-M para encontrar uma solução inicial factível para o Primal Afim Escala (PAE).
- (b) Execute um passo do PAE na formulação obtida em (a) utilizando  $\alpha = \frac{9}{10}$  e  $M = 100$ .
- (c) Usando como solução inicial  $x^0 = (0.5, 0.5)^T$  e  $\alpha = \frac{99}{100}$ , execute manualmente dois passos do PAE.
- (d) O que ocorreria nos casos extremos  $\alpha = 0$  e  $\alpha = 1$ ?
- (e) No cálculo do tamanho do passo  $\alpha_k$ , explique por que apenas as componentes  $(d_y^k)_i$  negativas são consideradas?
- (f) Determine o ótimo computacionalmente, verificando se os resultados obtidos em (b) e (c) estão corretos.

**PI.2** Considere o problema anterior.

- (a) Formule o problema dual.
- (b) Formule o Big-M para o DAE, evidenciando as condições iniciais  $w^0$ ,  $w_a^0$  e  $s^0$  para  $\theta = 2$ .
- (c) Execute manualmente um passo do DAE para a formulação obtida em (b) utilizando  $\alpha = \frac{9}{10}$ .
- (d) Execute manualmente dois passos do DAE adotando  $w_1^0 = 0$  e  $\alpha = \frac{99}{100}$ .
- (e) Determine o ótimo computacionalmente, verificando se os resultados obtidos em (b) e (c) estão corretos.

**PI.3** Considere ainda o exercício **PI.1**.

- (a) Encontre uma solução inicial para o algoritmo PDAE.
- (b) Explique por que o método PDAE não necessita de um ponto inicial factível.
- (c) Adotando  $\sigma = \tau = \frac{9}{10}$ , execute manualmente um passo do PDAE.

**PI.4** Considere o seguinte problema de programação linear

$$\begin{array}{ll}\min & -x_1 + 1 \\ \text{s.a} & x_3 - x_4 = 0 \\ & x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ & x_i \geq 0\end{array}$$

- (a) Desenhe a região factível.
- (b) Note que  $x = (0, 0, 0.5, 0.5)$  é um vértice. Use o método Simplex para determinar uma direção de melhoria e esboce-a no desenho (vai ter a direção de uma das arestas incidentes neste vértice).
- (c) Encontre uma direção de melhoria usando o algoritmo PAE partindo do ponto (interior factível)  $x = (0.01, 0.01, 0.49, 0.49)$ . Também esboce a direção no desenho.
- (d) Encontre uma direção de melhoria usando o algoritmo PAE com barreira logarítmica (usando  $\mu = 1$ ) partindo do ponto (interior factível)  $x = (0.01, 0.01, 0.49, 0.49)$ . Também esboce a direção no desenho.
- (e) Alguma observação pode ser feita?

**PI.5** Considere o exercício anterior.

- (a) Formule o problema dual e desenhe o gráfico da região dual factível.
- (b) Mostre que o ponto  $(1, -2)$  é uma solução interior factível para o problema dual
- (c) Aplicando o algoritmo DAE, encontre a direção de movimento a partir do ponto dado em (b) e acrescente no desenho.
- (d) A direção encontrada em (c) aponta para a solução ótima dual?