Bing

برای حل این مساله، ابتدا باید توزیع هر کلاس را محاسبه کنیم. توزیع نرمال با میانگین μ و انحراف معیار σ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$
f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{ -\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} }
$$

بنابراین، توزیع هر کلاس به شرح زیر است:

* کلاس 1: μ1 = 0, σ1 = 0.8
* کلاس 2: μ2 = 4, σ2 = 0.6

حالا می‌توانیم به سوالات پاسخ دهیم:

الف) با فرض برابری احتمال پیشین دو کلاس، تعلق نقطه با مختصات 2 به کدام کلاس بیشتر است؟

برای پاسخ به این سوال، باید احتمال پسین هر کلاس را محاسبه کنیم. احتمال پسین یک کلاس با توجه به قاعده بیز به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$
P(C\_k|x) = \frac{P(x|C\_k)P(C\_k)}{P(x)}
$$

از آنجا که احتمال پیشین هر دو کلاس برابر است (P(C1) = P(C2)), می‌توانیم فقط احتمال likelihood را مقایسه کنیم:

* P(x=2|C1) = f(2; μ1, σ1)
* P(x=2|C2) = f(2; μ2, σ2)

کلاسی که احتمال بیشتری دارد، کلاسی است که نقطه x=2 به آن تعلق دارد.

ب) با فرض دو برابر بودن احتمال پیشین کلاس اول به دوم، تعلق نقطه با مختصات 2 به کدام کلاس بیشتر است؟

در این حالت، باید احتمال پسین هر کلاس را با توجه به احتمال پیشین جدید محاسبه کنیم. اگر P(C1) = 2P(C2) باشد، آنگاه:

* P(C1|x=2) = P(x=2|C1)P(C1) / P(x=2)
* P(C2|x=2) = P(x=2|C2)P(C2) / P(x=2)

کلاسی که احتمال پسین بیشتری دارد، کلاسی است که نقطه x=2 به آن تعلق دارد.

ج) آستانه جدا کننده را برای هر دو حالت با استفاده از محاسبه بیابید.

آستانه جدا کننده (decision boundary) نقطه‌ای است که احتمال تعلق به هر دو کلاس برابر است. برای یافتن آن، باید دو تابع احتمال را برابر گذاشت و حل کرد:

* P(C1|x) = P(C2|x)

د) آستانه جدا کننده را با استفاده از رسم برای هر دو حالت بیابید.

برای این کار، می‌توانیم تابع توزیع احتمال هر دو کلاس را رسم کنیم و نقطه‌ای که دو تابع با هم برخورد می‌کنند، آستانه جدا کننده است.

ه) مقدار Pe را برای دو حالت بیابید.

Pe، احتمال خطا در تشخیص کلاس است. برای محاسبه آن، باید احتمال تعلق به یک کلاس را در حالتی که نقطه واقعا به کلاس دیگر تعلق دارد، محاسبه کنیم. این مقدار برای هر دو کلاس و در هر دو حالت متفاوت است.

لطفا توجه داشته باشید که برای حل این مساله، نیاز به محاسبات ریاضی دقیق است که بستگی به مقادیر مشخص شده دارد. این توضیحات فقط یک راهنمای کلی برای حل مساله است. اگر به کمک بیشتری نیاز دارید، لطفا اطلاع دهید.