

Year: 1 Month: Day:

rahmanimanesh@yahoo.com

سیستم‌های فازی: (بجادی منش)

مراجع

۱. کنترل فازی، وانگ، ترجمه شمس‌الدین، انتشارات دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

۲. تفکر فازی، کاسکو، ترجمه فزاری،

G. Bojadziev

3) fuzzy logic for business, finance, and management, 1st Edition

۱. الیته ← ۴

۲. میان ترم ← ۴ ← دو جلسه ۲۷، ۲۸ آبان

۳. پایان ترم ← ۹

۴. حضور در کلاس ← ۱

مقاله ISI مرتب‌یادرس مال چاپ بعد از سال ۱۴۰۵ ← پاره‌سازی که ۲+۳ منزه‌انگیز

محاسبه تصحیح مقاله ← ۲۰ آبان

مجموعه ها (collection of objects)

$$A = \{1, 2, 3\}$$

member : عضو *

$$A = \{A, B, C\}$$

$$A = \{1, 2\}$$

finite محدود
infinite نامحدود
set : مجموعه *

$$\begin{cases} x \in A \\ x \notin A \end{cases}$$

$$A = \{x | x \in \mathbb{R}, x \geq 1\}$$

مجموعه جهانی (U) : مجموعه تمام اشیاء موجود در مسائل
universal set *

مجموعه تهی (∅) : مجموعه ای خالی از عضو و زیرمجموعه
Empty set *

$$A = B$$

مجموعه مساوی :
Equal sets *

$$A \subset B$$

زیرمجموعه :
sub set *

$$A \subset B$$

$$A \subset B, B \subset C \Rightarrow A \subset C$$

مجموعه نامساوی : دو مجموعه زیرمجموعه های آن با هم برابر نباشند
proper subset *

$$A \cap B = \{x | x \in A, x \in B\}$$

اشتراک :
Inter section *

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ or } x \in B\}$$

اتحاد :
union *

کمل: complement *

$$\bar{A} = \{x \in U \mid x \notin A\}$$

$$A \times B = \{(a, b) \mid \underbrace{a \in A}_{\text{domain}}, \underbrace{b \in B}_{\text{Range}}\}$$

فریب کارتنزی:
 cartesian product

از مجموعه A، از مجموعه B برآیند می‌شود

رابطه: هر زیرمجموعه از حاصل فریب کارتنزی $A \times B$ ، رابطه از A در B می‌گفته
 Relation

$$A = \{1, 2\} \quad B = \{4, 5\} \quad R = \{(\underbrace{1}_{\text{رابطه دارند}}, \underbrace{4}_{\text{رابطه دارند}}), (\underbrace{1}_{\text{رابطه دارند}}, \underbrace{5}_{\text{رابطه دارند}})\}$$

مجموعه‌های قوی:
 convex sets

$$\forall 0 \leq s \leq 1, \forall x_1, x_2 \in S \quad sx_1 + (1-s)x_2 \in S$$

تابع مشخصه:
 characteristic function
 membership function

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } x \in A \\ 0 & \text{for } x \notin A \end{cases}$$

$$U = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$$

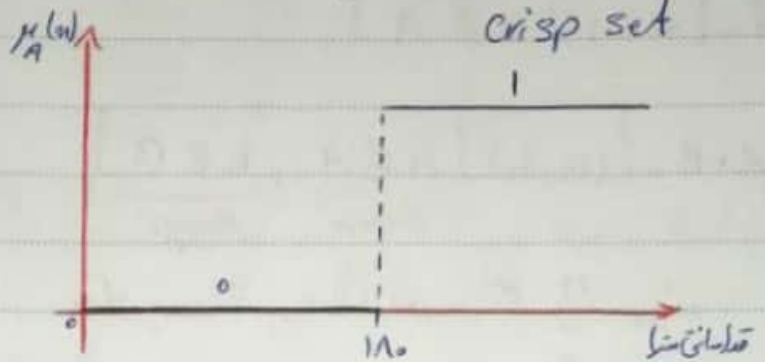
$$A = \{x_2, x_3, x_4\} \rightarrow A = \{(x_1, 0), (x_2, 1), (x_3, 1), (x_4, 1), (x_5, 0), (x_6, 0)\}$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } x = x_2, x_3, x_4 \\ 0 & \text{for } x = x_1, x_5, x_6 \end{cases}$$

* استاندارد از مجموعه های عادی: برای توصیف مردان قد بلند

$$A = \{x \mid x \geq 180\}$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } x \geq 180 \\ 0 & \text{for } x < 180 \end{cases}$$



جلسه 2:

* مجموعه های فازی:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in A, \mu_A(x) \in [0, 1]\}$$

↓
درجه عضویت
membership degree

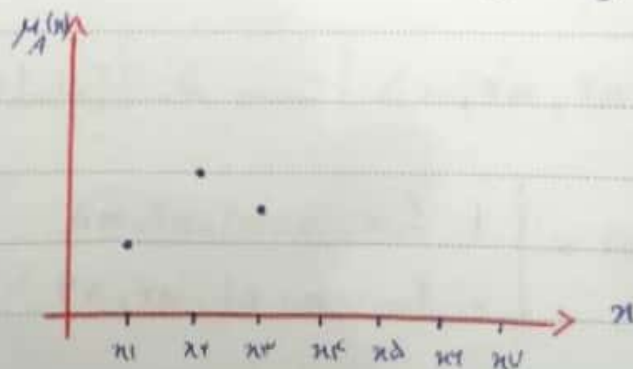
در مجموعه های فازی، عضویت x با درجه ای به مجموعه A متعلق است. عدد $\mu_A(x)$ بزرگتر باشد نشان دهنده این است که x با درجه بیشتری به A متعلق دارد.

* مجموعه های فازی نرمال شده: مجموعه ای است که برای هر x در آن دارای درجه 1 می باشد.
normalized

* مجموعه های فازی تهی: مجموعه ای است که برای تمام عناصر x در آن دارای درجه عضویت 0 می باشد.
 $\forall x \in V, \mu_A(x) = 0$

* مجموعه های فازی تک: یعنی یک نقطه وجود دارد که درجه عضویت آن غیر صفر است.
fuzzy singleton

$$A = \{(x_1, \mu_A(x_1))\}$$



مثال 2:

$$V = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$$

$$A = \{(x_1, 0.1), (x_2, 0.5), (x_3, 0.3)\}$$

$$\mu_A(x_1) = 0.1$$

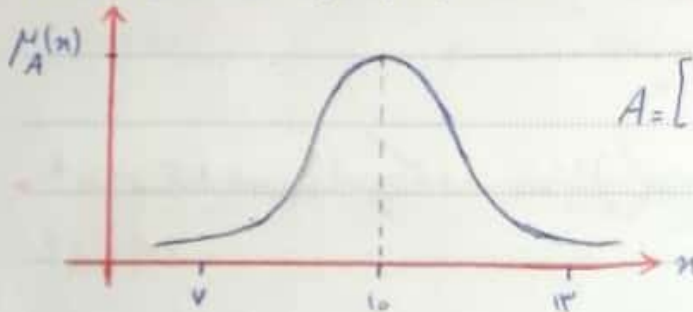
مجموعه دوستان رابعی:

$$A = \{(Ali, 0.1), (hossin, 0.5), (iman, 0.3), (mehdi, 1)\}$$

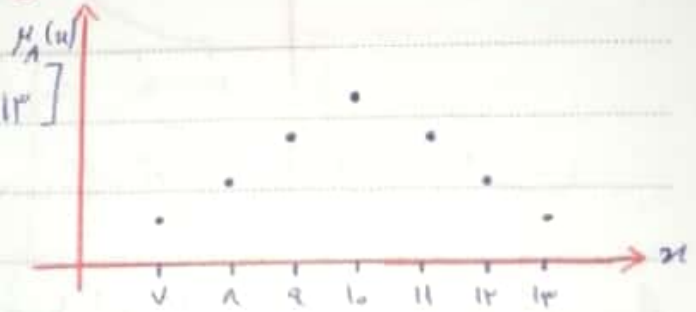
مثال 2

توزیع احتمال نزدیک به 1:

$$A = \{7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$$

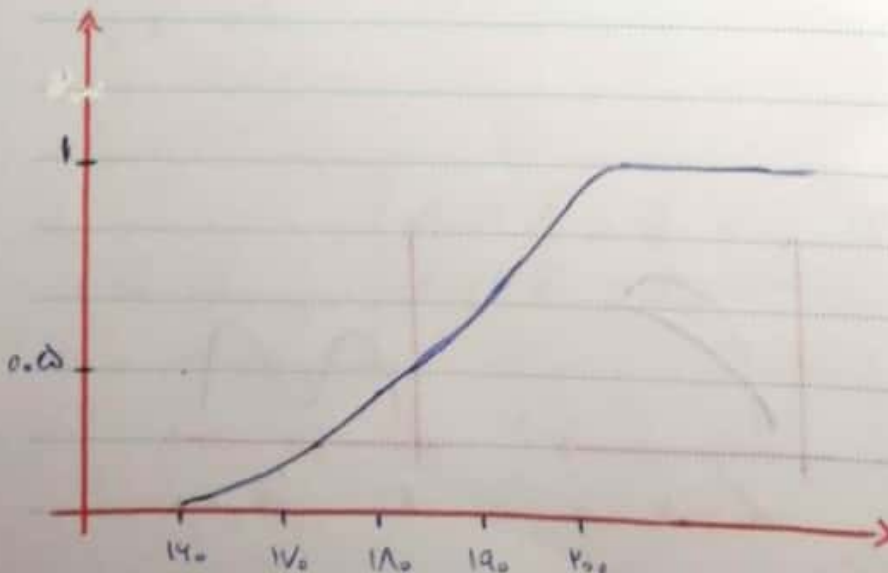


$$A = [7, 13]$$



مجموعه فازی برای مردان متبک:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{1}{100} (x - 140)^2 & 140 \leq x \leq 170 \\ 1 - \frac{(x - 200)^2}{100} & 170 < x \leq 200 \\ 1 & x \geq 200 \end{cases}$$



مثال 2: مقدار بر حسب cm

$$\mu_T(170) = 0.5$$

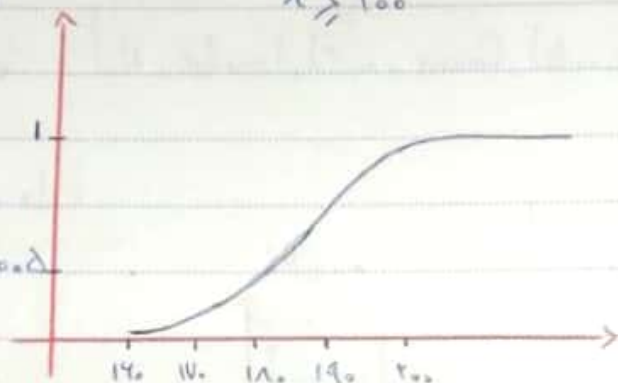
$$\mu_T(190) = 0.9$$

$$\mu_T(200) = 1$$

مثال:

$$\mu_T(x) = \begin{cases} \frac{1}{45} (x - 170)^2 & 170 \leq x \leq 185 \\ 1 - \frac{(x - 200)^2}{45} & 185 < x < 200 \\ 1 & x \geq 200 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \mu_T(170) &= 0.22 \\ \mu_T(185) &= 0.77 \\ \mu_T(200) &= 1 \end{aligned}$$



← قد فرد بر حسب cm

* α -cut: مجموعه عناصری که درجه عضویشان به مجموعه ی فازی A بزرگتر یا مساوی α است

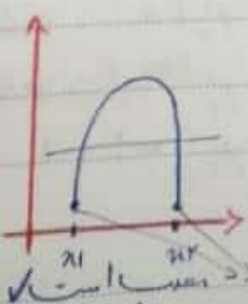
$$0 \leq \alpha \leq 1$$

$$A_\alpha = \{x \mid x \in \mathbb{R}, \mu_A(x) \geq \alpha\}$$

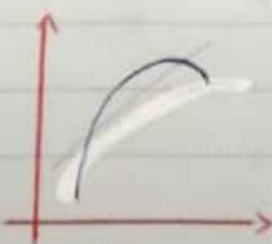
* مجموعه فازی معرب: یک مجموعه فازی معرب مجموعه ای که تابع عضویت آن شرایط زیر را داشته باشد
convex Fuzzy Set

$$\mu(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min(\mu(x_1), \mu(x_2))$$

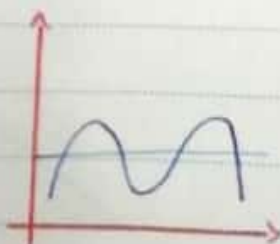
$$\begin{cases} \forall \lambda \in [0, 1] \\ \forall x_1, x_2 \end{cases}$$



معرّب است



معرّب است



معرّب نیست

x_1, x_2 دو نقطه ی دلخواه در دامنه ی تعریف هستند

* عملیات پایه روی مجموعه های فازی:

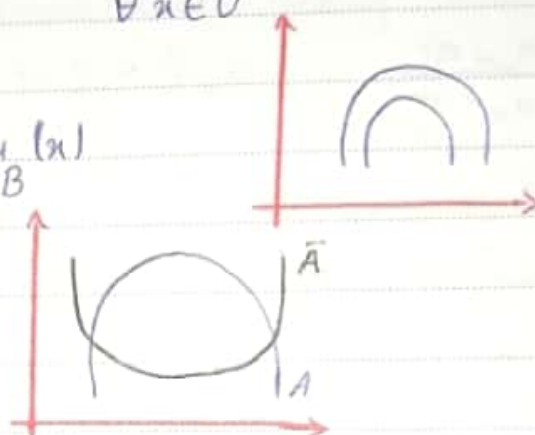
$$A = \{(x, \mu_A(x))\}, 0 \leq \mu_A(x) \leq 1$$

$$B = \{(x, \mu_B(x))\}, 0 \leq \mu_B(x) \leq 1$$

Equality $\rightarrow A=B$ if and only if $\mu_A(x) = \mu_B(x) \forall x \in U$

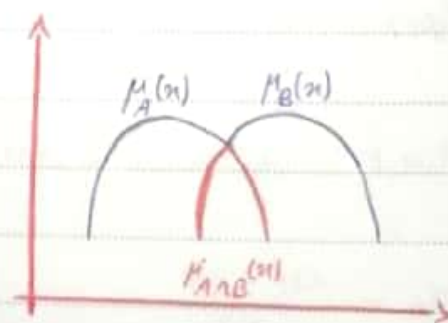
inclusion $\rightarrow A \subseteq B$ $\leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \forall x$
subset

complement $\rightarrow \mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$
مکمل

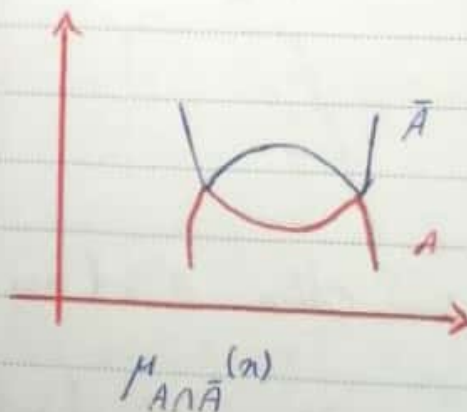


intersection $\rightarrow \mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$
تقاطع

union $\rightarrow \mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$
اتحاد



crisp (مجموعه های دقیق) $\begin{cases} A \cap \bar{A} = \emptyset \\ A \cup \bar{A} = U \end{cases}$

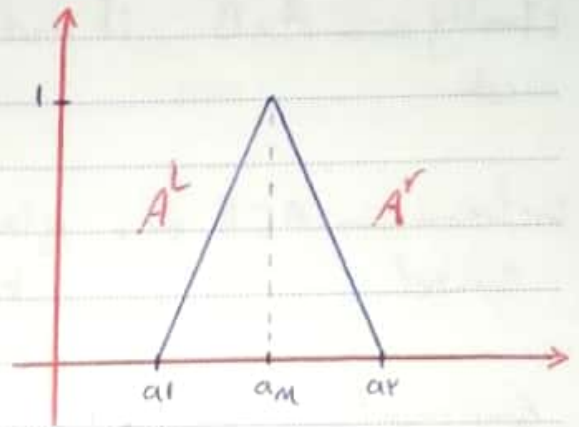


* اعداد فازی: یک عدد فازی روی مجموعه جهانی R به صورت یک مجموعه فازی normalized تعریف می شود.

* اعداد فازی مثلثی:

triangular Fuzzy members

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x - a_l}{a_m - a_l} & a_l \leq x \leq a_m \\ \frac{a_r - x}{a_r - a_m} & a_m \leq x \leq a_r \end{cases}$$



مختبر حالت a_m $\begin{cases} a_l & \text{در پایین} \\ a_r & \text{در بالا} \end{cases}$

$$A = (a_l, a_m, a_r)$$

← عدد فازی مثلثی

* گستره عدد فازی:

Supporting interval $\rightarrow [a_l, a_r]$

peak $\rightarrow [a_m, 1]$

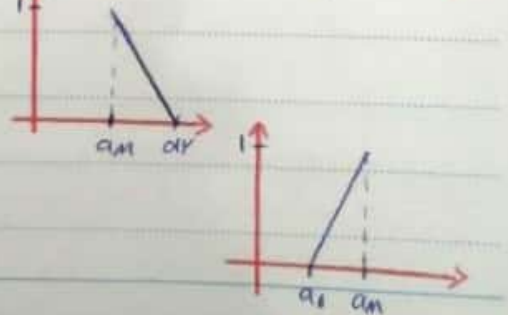
$$a_m = \frac{a_l + a_r}{2}$$

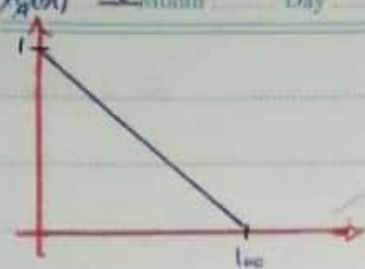
* عدد فازی مثلثی مرکزی: central

← مناسب اعداد نزدیک به a_m

عدد فازی مرکزی $A^r = (a_m, a_m, a_r)$

عدد فازی چپ $A^l = (a_l, a_m, a_m)$



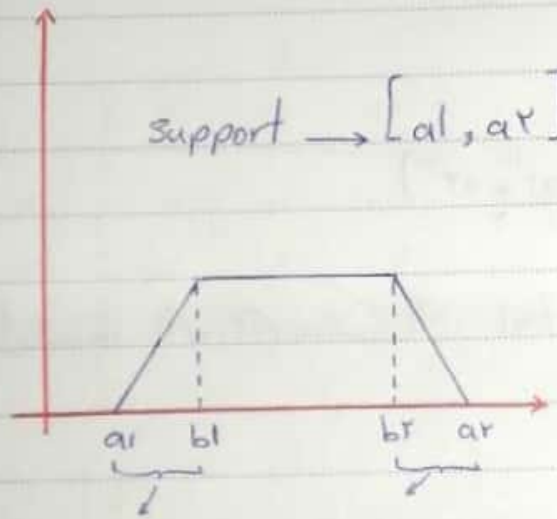


عدد مثبت راست (کوچک مثبت) \leftarrow می کم، سود کم، ریسک پایی
 عدد مثبت چپ (بزرگ مثبت) \leftarrow می زیاد، سود زیاد، ریسک بالا
 مقدار سود

طرح ۳

اعداد فازی ذوزنقه‌ای:

Trapezoidal Fuzzy Number



$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x - a_l}{b_l - a_l} & a_l \leq x \leq b_l \\ 1 & b_l \leq x \leq b_r \\ \frac{a_r - x}{a_r - b_r} & b_r \leq x \leq a_r \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

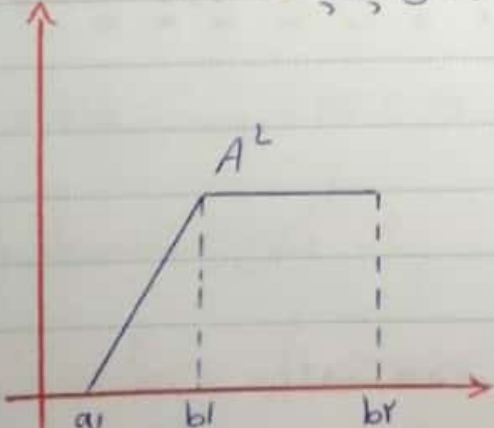
$$b_l - a_l = a_r - b_r$$

$$A = (a_l, b_l, b_r, a_r)$$

$$b_l + b_r = a_l + a_r \rightarrow \text{Central}$$

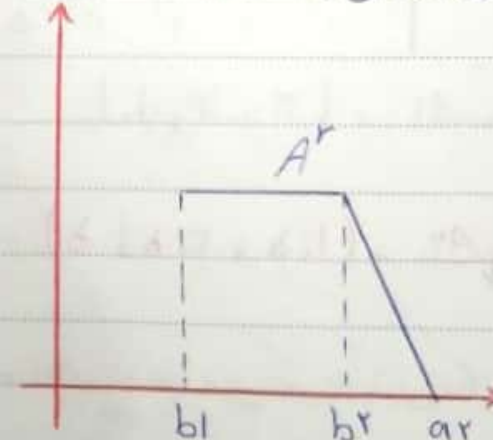
عدد فازی ذوزنقه‌ای چپ:

عدد فازی ذوزنقه‌ای راست:



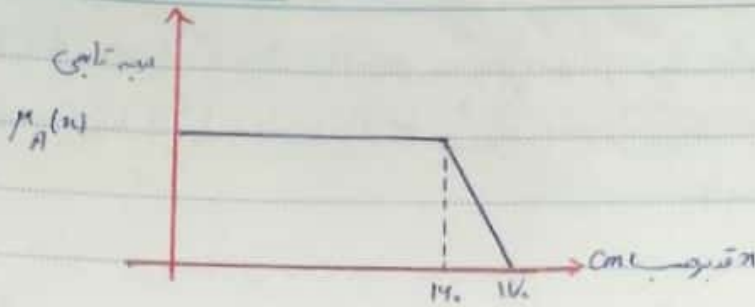
$$A^L = (a_l, b_l, b_r, b_r)$$

(بزرگ) Large



$$A^R = (b_l, b_l, b_r, a_r)$$

(کوچک) Small



مثال: قد

عملیات روی اعداد فازی:

$$A_1 = (a_1^{(1)}, a_m^{(1)}, a_r^{(1)})$$

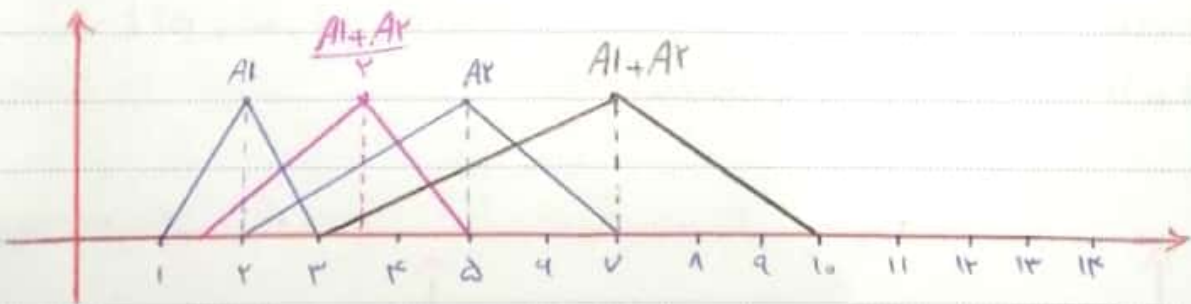
$$A_2 = (a_1^{(2)}, a_m^{(2)}, a_r^{(2)})$$

$$\frac{A_1 + A_2}{2} = \left(\frac{a_1^{(1)} + a_1^{(2)}}{2}, \frac{a_m^{(1)} + a_m^{(2)}}{2}, \frac{a_r^{(1)} + a_r^{(2)}}{2} \right)$$

مثال: دو عدد A_1 هستند به A_1 Central و A_2 Central نیست.

$$A_1 = (1, 3, 5)$$

$$A_2 = (2, 5, 7)$$



$$A_1 + A_2 = (3, 7, 10)$$

$$\frac{A_1 + A_2}{2} = (1.5, 4, 5)$$

$$\text{فuzzy عدد حقیقی در یک عدد فازی} = A_r = rA = (ra_1, ram, rar)$$

جمع اعداد ذوزنقه ای / میانگین اعداد ذوزنقه ای / ضرب یک عدد حقیقی در یک عدد ذوزنقه ای / میانگین وزن دار در اعداد فازی مثلثی ذوزنقه ای

مباحث فازی:

Fuzzy Relations

Crisp relation $A \times B = \{(x, y) | x \in A, y \in B\}$

Fuzzy relation $R = \{(x, y, \mu_R(x, y)) | (x, y) \in A \times B, \mu_R(x, y) \in [0, 1]\}$

membership function $\mu_R(x, y)$ را با y و x نشان می‌دهیم

		B				گراف:	
R		y_1	y_2	y_3		x_1	y_1
A	x_1	0	0.1	0.2	$\mu_R(x_1, y_3) = 0.2$	x_2	y_2
	x_2	0.5	0.2	0.3		x_3	y_3
	x_3	1	0.4	0.2			

$R_1 = \{(x, y, \mu_{R_1}(x, y))\}$

$R_2 = \{(x, y, \mu_{R_2}(x, y))\}$

عملیات روی مجموعه‌های فازی:

Equality: $R_1 = R_2 \iff \forall x, y, \mu_{R_1}(x, y) = \mu_{R_2}(x, y)$

Inclusion: $R_1 \subseteq R_2 \iff \mu_{R_1}(x, y) \leq \mu_{R_2}(x, y)$

complementation: $\bar{R} \iff \mu_{\bar{R}}(x, y) = 1 - \mu_R(x, y)$

Intersection: $R_1 \cap R_2 \iff \mu_{R_1 \cap R_2}(x, y) = \min\{\mu_{R_1}(x, y), \mu_{R_2}(x, y)\}, \forall x, y \in A \times B$

union: $R_1 \cup R_2 \iff \mu_{R_1 \cup R_2}(x, y) = \max\{\mu_{R_1}(x, y), \mu_{R_2}(x, y)\}, \forall x, y \in A \times B$

* اگر چه جادوچه لاله دوست یی باشد و با درجه ۴۰۰ بلندتر از یی باشد جادوچه ۴۰۰ هم بلندتر و هم دوست یی است و با درجه لاله هم بلندتر و دوست یی است.

$\therefore K_{\text{red}}$

IEEE \rightarrow Ieeexplore.ieee.org

elsevier → sciencedirect.com

Springer \rightarrow Springer.com

Inderscience \rightarrow inderscience.com

Scimagojr.com

mjl.clarivate.com

guide2research.com

موضوع انتخاب الیم برای استاد بنیستیم.

ISI → Institute for Scientific Information

∴ Δ sub

* گزاره: یک جمله خبری که به طور منطقی صحیح (true) و یا غلط (false) است
(proposition)

$T = \{0, 1\} \rightarrow$ Truth Value

p, q, r, \dots

الف) شرطه بول کے ساتھ انتضاری است۔

ب) بازار مسجداً مستقل از نرخ تورم است ← گزارش غلط

ج) قیمت محصول n دلار است
د) بازار سهام رشد می کند

ج) قیمت محصول n دلار است
د) Δ بازار سهام رشد می کند.

گزاره مرکب: شامل دو یا چند گزاره ساده هستند که به وسیله یک یا چند پیوندگر منطقی (logical connectives) به هم متصل شده اند.

نقیض (\bar{p}): وقتی درست است که p غلط باشد و بالعکس.
Negation

عطف ($p \wedge q$): وقتی درست است که هم p و هم q درست باشند در غیر این صورت نادرست.
conjunction

فصل ($p \vee q$): وقتی درست است که p یا q یا هر دو درست باشند.
disjunction

استلزام ($p \rightarrow q$): وقتی درست است که اگر p درست و q غلط باشد. \leftarrow if p then q
Implication

p	q	\bar{p}	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$
T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	T	F	T	T
F	F	T	F	F	T

Truth Table

گزاره همیشه درست: ($p \vee \bar{p}$) Tautology

گزاره همیشه غلط: ($p \wedge \bar{p}$) Contradiction

منطق چند ارزشی:

many-valued Logic

$$T = \{0, \frac{1}{2}, 1\}$$

غلط
خنثی
درست

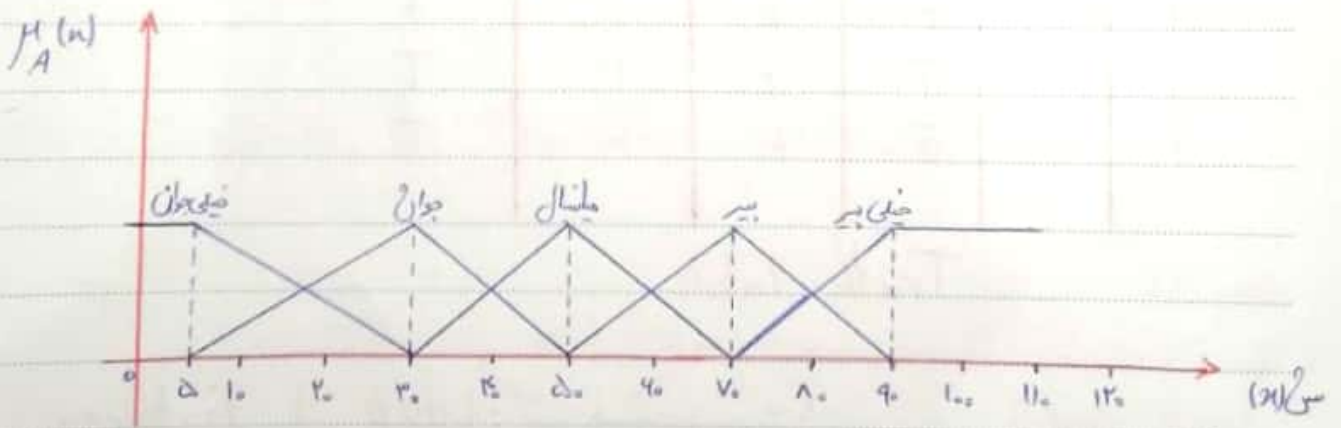
مثال: ضرابارایی باردار (خنثی) → neutral

منطق فازی: (منطق بی نهایت ارزشی) هرگز از دو درجه ای دربارزه ای [او] درست است.

متغیرهای زبانی: متغیرهایی که مقادیر آن ها کلماتی در زبان طبیعی باشند متغیر زبانی نامیده می شود.
Linguistic Variables

سن (age): خیلی جوان، جوان، میانسال، پیر، خیلی پیر
very young, young, middle age, old, very old

Label ها یا term های متغیر زبانی سن که با مجموعه های فازی روی مجموعه مرجع (دانش عملیاتی) قابل تعریف هستند.



$$\mu_{\text{very young}}(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 20 \\ \frac{40-x}{20} & 20 \leq x \leq 40 \\ 0 & 40 \leq x \leq 120 \end{cases}$$

سرعت: (کم، متوسط، زیاد) $0 \leq x \leq 100$
 قد: (کوتاه، متوسط، بلند) $0 \leq x \leq 100$
 وزن: (لاغر، متوسط، چاق) $0 \leq x \leq 100$
 قیمت: (کم، متوسط، زیاد) $0 \leq x \leq 100$

مرد ۵۵ ساله با درجه ۰.۵ خیلی جوان حساب می شود

$$\mu_{\text{very young}}(55) = \frac{40-55}{20} = -\frac{15}{20} = -0.75$$

منطق فازی: منطق فازی مجموعه‌های فازی را با منطق کلاسیک ترکیب می‌کند. منطق فازی روی تفسیرهای زیادی موجود در زبان طبیعی تأکید دارد.
Fuzzy logic

درستی گزاره‌ی P در منطق فازی به وسیله یک مجموعه فازی و در نتیجه با تابع عضویت آن نمایش داده می‌شود.

$\mu_A(x) \rightarrow$ the truth value of the proposition $p(x \text{ is } A)$

$\mu_{\text{very young}}(x) \rightarrow$ (x خیلی جوان است) درجه درستی جملی

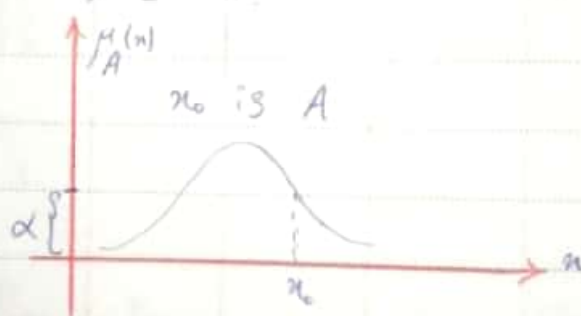
طرح 4:

قواعد ترکیبی برای گزاره‌های فازی:

$\mu_A(x) \rightarrow$ مجموعه فازی A
Truth Value $p \triangleq x \text{ is } A$

مجموعه‌های فازی A و B

$p \triangleq x \text{ is } A$ $\mu_A(x)$
 $q \triangleq y \text{ is } B$ $\mu_B(y)$



(Truth Value) μ

Conjunction: $p \wedge q$, $tr(p \wedge q) = \mu_{A \times B}(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)), \forall (x, y) \in A \times B$
Direct min product

Disjunction: $p \vee q$, $tr(p \vee q) = \mu_{A \times B}(x, y) = \max(\mu_A(x), \mu_B(y)), \forall (x, y) \in A \times B$
Direct max product

Implication: $p \rightarrow q$, $tr(p \rightarrow q) = \min(1, 1 - \mu_A(x) + \mu_B(y)), \forall (x, y) \in A \times B$

مثال: مجموعه امتیاز بالا و بازی خوب از نوع مجموعه بازی هستند:

high score * مجموعه بازی امتیاز بالا

good credit * مجموعه بازی خوب

x (امتیاز بالا)	0	20	40	60	80	100
$\mu_{high score}^{(x)}$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1

x (اعتبار بالا)	0	20	40	60	80	100
$\mu_{good credit}^{(x)}$	0	0,2	0,4	0,6	1	1

p loan score	% credit rating					
	0	20	40	60	80	100
0	1	1	1	1	1	1
20	0,8	1	1	1	1	1
40	0,6	0,4	1	1	1	1
60	0,4	0,2	0,4	1	1	1
80	0,2	0,1	0,3	0,6	1	1
100	0	0,2	0,4	0,6	1	1

از خط سبز منسوب است

ی کیم

tr: if client loan score is high score, the client credit is good credit =

تبدیل کلمه های زبانی :
Linguistic Modifier

Very (خیلی)
Fairly (نسبتاً)

$$\mu_{\text{very } A}(x) = [\mu_A(x)]^2$$

$$\mu_{\text{fairly } A}(x) = \sqrt{\mu_A(x)}$$

اگر شخصی با درجه ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰ خیلی قد بلند است.

Decision making in Fuzzy Environment

تعیین گیری در محیط فازی :

تعیین گیری برای حل مسئله است که منجر به یک اقدام شود. انتخاب یک راه از بین راه های گوناگون برای به دست آوردن یک نتیجه.

تعیین گیری به عنوان اشتراک اهداف و محدودیت ها
تعیین گیری به عنوان میانگین فازی اهداف و محدودیت ها

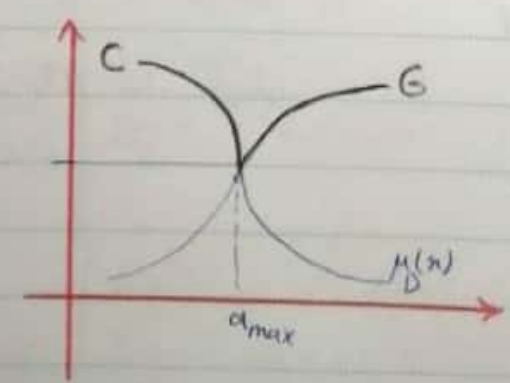
هدف ← باید مجموعه فازی با تابع عضویت $\mu_G(x)$ نشان داده می شود.
goal

محدودیت ← باید مجموعه فازی با تابع عضویت $\mu_C(x)$ نشان داده می شود.
constraint

تعیین ← باید مجموعه فازی با تابع عضویت $\mu_D(x)$ نشان داده می شود.
Decision

در روش اشتراک اهداف و محدودیت ها

$$D = C \cap G \Rightarrow \mu_D(x) = \min(\mu_C(x), \mu_G(x)), x \in A_{alt}$$



$$x = \arg \max \mu_D(x)$$

مثال: شرکتی یک پست سازمانی برای داوطلبان آگهی کرده است. کمیته استخدام سه هوش دارد به داوطلبان باید دانش داشته باشند:

۱. تجربه ۲. سواد کامپیوتری ۳. سبب جوانی
از طریق حقوق درخواستی، پایی از جانب متقاضی مطلوب تر است.

فرض کنید ۵ داوطلب $A_{all} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ برای شغل فوق تصانی داده اند این لیست در مصاحبه شغلی از مشمول استخدام نمرات زیر را کسب کرده اند.

$$G_1 = \{(x_1, 1), (x_2, 4), (x_3, 3), (x_4, 7), (x_5, 5)\}$$

شخص x_2 بیشترین نمره در زمینه سواد کامپیوتری است

$$G_2 = \{(x_1, 7), (x_2, 4), (x_3, 1), (x_4, 2), (x_5, 3)\}$$

$$G_3 = \{(x_1, 9), (x_2, 1), (x_3, 5), (x_4, 5), (x_5, 4)\}$$

x_5 کمترین حقوق را درخواست کرده بنا بر این بیشترین نمره را گرفته است.

$$C = \{(x_1, 4), (x_2, 7), (x_3, 4), (x_4, 1), (x_5, 9)\}$$

بر اساس ردی اشتراک اهداف و محدودیت ها کدام فرد انتخاب می شود.
بر اساس میانگین گیری کدام فرد انتخاب می شود.

ردی اشتراک

$$D = G_1 \cap G_2 \cap G_3 \cap C \Rightarrow \mu_D(x) = \min(\mu_{G_1}(x), \mu_{G_2}(x), \mu_{G_3}(x), \mu_C(x))$$

$$\Rightarrow D = \{(x_1, 4), (x_2, 4), (x_3, 3), (x_4, 2), (x_5, 3)\}, A_{all} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$$

$$x_{max} = \{x | \mu_D(x) \text{ is max}\} \Rightarrow x_{max} = x_2$$

شخص x_2 انتخاب می شود

می‌نویس

$$\mu_D(n) = \frac{\mu_{GI}(n) + \mu_{GT}(n) + \mu_{OT}(n) + \mu_C(n)}{4} \Rightarrow$$

$$\mu_D(n) = \left\{ (n_1, 0.7), (n_2, 0.47), (n_3, 0.55), (n_4, 0.55), (n_5, 0.52) \right\} \Rightarrow$$

$$n_{max} = 21$$

نسخه 1 انتخاب شود

جلسه 7:

- تعمیم گیری در محیط بازی
- اشتراک اهداف و محدودیت‌ها
- می‌نویس اهداف و محدودیت‌ها به اهداف و محدودیت‌های استاندارد
- از اعداد مثلی یا ذرنه ای توصیف می‌شوند.
- نتیجه تصمیم گیری یک عدد مثلی یا ذرنه ای است.
- در مرحله ای آخر رقابتی بازی سازی صورت می‌گیرد.

pricing models for New products.

مثال:

فرصیات ← هزینه تولید 15 دلار - قیمت رقابتی 25 دلار - انتخاب قیمت در بازی

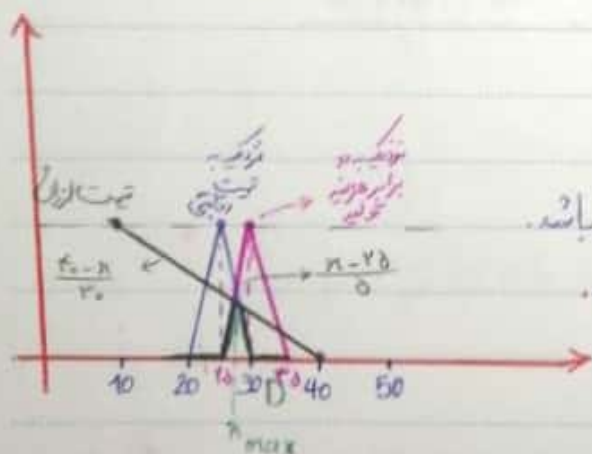
ما تا 50 دلار، $A_{HH} = [10, 50]$

محدودیت‌ها توسط خبرگان:

A1: محصول باید ارزان قیمت باشد.

A2: قیمت محصول باید نزدیک به قیمت رقابتی باشد.

A3: قیمت باید نزدیک به دو برابر هزینه تولید باشد.



$$\mu_{A1}(n) = \begin{cases} \frac{30-n}{10} & 10 \leq n \leq 30 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

$$\mu_{A2}(n) = \begin{cases} \frac{n-20}{5} & 20 \leq n \leq 25 \\ \frac{30-n}{10} & 25 \leq n \leq 30 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\mu_{A3}(n) = \begin{cases} \frac{n-25}{5} & 25 \leq n \leq 30 \\ \frac{30-n}{10} & 30 \leq n \leq 40 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Year: ۲۰ Month: Day:

$$A1 = (10, 10, 40)$$

$$A2 = (20, 25, 30)$$

$$A3 = (25, 30, 35)$$

minimum سرتا بودار در هر نقطه مشترک آن‌ها.

$$D = A1 \cap A2 \cap A3$$

استراک:

$$x_{max} = \arg \max_D (\mu_D)$$

$$\frac{x_0 - x}{x_0} = \frac{x - x_d}{d} \Rightarrow x_0 - x = 4x - 1d$$

$$4x = 190 \Rightarrow x = \frac{190}{4} = 47.5$$

دلار ۲۷,۱۴
قیمت نهایی محصول

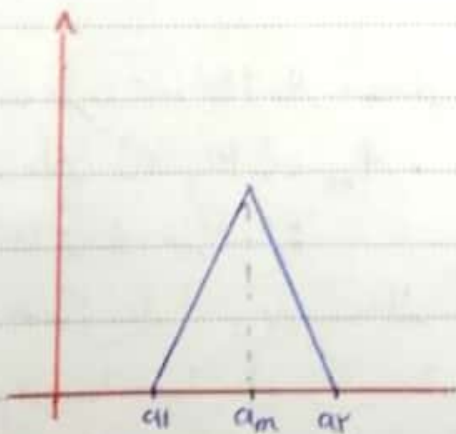
$$D = A_{ave} = \frac{A1 + A2 + A3}{3} = \frac{(55, 45, 105)}{3} = (18.33, 15, 35)$$

میانگین:

$$x_{max} = \frac{18.33 + 15 + 35}{3} = 22.78$$

دلار ۲۲

تا غازی سازی عدد مثلثی:



$$a_{max} = \frac{a_l + a_m + a_r}{3}$$



میانگین

تیم گیری بر اساس چند معیار:

تیم گیری بر اساس فلسفه خبرگان مختلف:

multi-Expert Decision Making

نظرات کارشناسان جمع کنیم

AHP فازی
Topsis فازی
Delphi فازی

aggregation

Averaging
weighted Averaging
ordered weighted Averaging (OWA)

میانگین گیری
میانگین گیری وزن دار
میانگین مرتب شده ی وزن دار

0.2	0.5	0.3
E1	E2	E3
5	3	7

$$WA \rightarrow 5 \times 0.2 + 3 \times 0.5 + 7 \times 0.3 = 4.4$$

$$A \rightarrow 5$$

$$OWA \rightarrow 0.2 \times 7 + 0.5 \times 5 + 0.3 \times 3 = 4.8$$

وزن را به نظرات Sort شده نسبت می دهیم \rightarrow نظرات را Sort می کنیم

جلسه ۸:

multi-Expert Decision Making

روش Delphi:

(1978) تعداد کارشناسان در روشی دلفی از 5 تا 20 نفر را شامل می شود.

مراحل:

- 1- گزینش اعضای هیات کارشناسان و خبرگان
 - 2- طرح پرسشنامه برای دور اول
 - 3- ارسال پرسشنامه به اعضای هیات
 - 4- بررسی پاسخ های رسیده در دوره نخست
 - 5- آماده سازی پرسشنامه دور دوم (بر اساس نتایج راند اول)
 - 6- ارسال پرسشنامه دور دوم برای هیات
 - 7- بررسی پاسخ رسیده ی دور دوم
- این فرایند حداکثر تا چهار راند تکراری شود

* تعیین تحقیق منطبق بر معیار: (تفاوت با وزن یکسان)

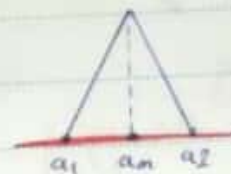
→ نزدیکترین زمان

→ محتمل ترین زمان

→ دورترین زمان

	دورترین زمان	زمان محتمل	نزدیکترین زمان
E1	$\alpha_1^{(1)}$ 1995	$\alpha_m^{(1)}$ 2003	$\alpha_2^{(1)}$ 2020
E2	1997	2004	2010
E3	2000	2005	2010
E4	1998	2003	2008
E5	$\alpha_1^{(5)}$ 2000	$\alpha_m^{(5)}$ 2005	$\alpha_2^{(5)}$ 2015
⋮			

تفاوت کارنامه‌ها با معیار منطبق می‌باشد

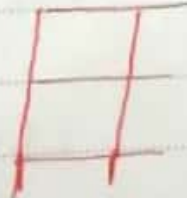


$$A_{ave} = (1999.7 \quad 2007.3 \quad 2014) \approx (2000 \quad 2007 \quad 2014)$$

	$m_1 - \alpha_1^{(i)}$	$m_m - \alpha_m^{(i)}$	$m_2 - \alpha_2^{(i)}$
E1	5	4	-6
E2	3	3	4
E3	0	2	4
E4	2	4	6
E5	0	2	-1
!			

پس جدول اختلاف تفاوت کارنامه‌ها نسبت به میانگین
محاسبه برای کارنامه‌ها ارسال می‌شود.

در مرحله بعد



تفاوت جدید

$$B_{ave} = (1999 \quad 2006 \quad 2013)$$

* شرط خاتمه در صورتی است که جواب مرحله قبل و جواب مرحله بعد به هم نزدیک باشد.

بعد از حذف جدول تفاوت کارنامه‌ها به صورت قطعی ارائه می‌شود
قطعی جواب در نظر گرفته می‌شود.

* دلفی خازی وزن دار:

E_i	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	...
w_i	0.1	0.05	0.1	0.05	0.01	...

$$A_{ave} \rightarrow A_{ave}^w \Rightarrow$$

$$a_1 = \sum_{i=1}^n w_i a_1^{(i)}$$

$$a_m = \sum_{i=1}^n w_i a_m^{(i)}$$

$$a_2 = \sum_{i=1}^n w_i a_2^{(i)}$$

* تغییر پذیری با استفاده از روش تاپسیس:

TopSIS

ماتریس معیار: گزینش
ستون: معیارها

مثال: سه تیم پیمانکار (گزینه)

1- پیمانکار اجرای خود وزارتخانه

2- یک شرکت خصوصی داخلی

3- یک شرکت خصوصی خارجی

	معیارهای					
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
A1	3	5	9	24000	1	
A2	1.2	7	5	25000	3	
A3	1.5	9	3	32000	7	

x_1 ← هزینه اجرای طرح - معیارهای منفی

x_2 ← استحکام طرح

x_3 ← وجه ملی

x_4 ← ظرفیت مر

x_5 ← سفتی اجرا

$$w = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & w_3 & w_4 & w_5 \\ 0.179 & 0.062 & 0.211 & 0.017 & 0.531 \end{bmatrix}$$

$$\sqrt{3^2 + 1.2^2 + 1.5^2}$$

$$\sqrt{(A_1 x_1)^2 + (A_2 x_1)^2 + (A_3 x_1)^2}$$

$$N_D = \begin{bmatrix} 0.842 & 0.401 & 0.839 & 0.509 & 0.13 \\ 0.337 & 0.56 & 0.466 & 0.53 & 0.39 \\ 0.421 & 0.723 & 0.279 & 0.678 & 0.911 \end{bmatrix}_{3 \times 5}$$

$$W = \begin{bmatrix} 0.179 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.062 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.211 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.017 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.531 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

$$V = N_D \times W$$

$$V = \begin{bmatrix} 0.151 & 0.025 & 0.177 & 0.009 & 0.069 \\ 0.06 & 0.035 & 0.098 & 0.009 & 0.207 \\ 0.075 & 0.045 & 0.059 & 0.011 & 0.484 \end{bmatrix} \rightarrow \text{سطری}$$

* دوست آوردن گزینه ایده آل مثبت: (بهترین مقدار در هر ستون)

$$A^+ = [0.06 \quad 0.045 \quad 0.177 \quad 0.011 \quad 0.484]$$

* دوست آوردن گزینه ایده آل منفی: (بدترین مقدار در هر ستون)

$$A^- = [0.151 \quad 0.025 \quad 0.059 \quad 0.009 \quad 0.069]$$

* محاسبه ی فاصله تا گزینه ایده آل مثبت و ایده آل منفی:

فاصله ی گزینه اول از ایده آل مثبت

$$d1^+ = \sqrt{(0.351 - 0.06)^2 + (0.025 - 0.045)^2 + (0.009 - 0.177)^2 + (0.009 - 0.011)^2 + (0.069 - 0.011)^2}$$

$d1^+$	$d1^-$
0.425	0.118
$d2^+$	$d2^-$
0.288	0.17
$d3^+$	$d3^-$
0.12	0.422

$$CL_i = \frac{d_i^-}{d_i^- + d_i^+}$$

$$CL_1 = \frac{d_1^-}{d_1^- + d_1^+} = \frac{0.118}{0.118 + 0.425}$$

CL1	CL2	CL3
0.217	0.371	0.778

$$CL3 > CL2 > CL1$$

$$A3 > A2 > A1$$

فازی طبقه ۹:

* تا پسین فازی:

* وزن معیارها فازی است.

* برای که هر یک از گزینه ها در هر یک از معیارهای گزیده فازی است.

* انتخاب یک گزینه از بین گزینه های مختلف بر اساس معیارهای اندازه گیری

↓

A^+ گزینه ایده آل مثبت

A^- گزینه ایده آل منفی

معیارها	وزن	بسیار زیاد	زیاد	متوسط	کم	بسیار کم
ایمنی پرواز	(۱, ۰.۷۴, ۰.۳)					
اقتصاد خدمه	(۱, ۰.۶۹, ۰.۱)					
رعایت زمانبندی	(۱, ۰.۸, ۰.۳)					
امکانات رفاهی	(۱, ۰.۵۷, ۰.۱)					
سرعت	(۱, ۰.۶۳, ۰.۳)					
		۵	۴	۳	۲	۱
		(۱, ۰.۸, ۰.۲)	(۰.۸, ۰.۷, ۰.۴)	(۰.۶, ۰.۴۵, ۰.۳)	(۰.۳, ۰.۲, ۰.۱)	(۰.۱, ۰, ۰)

ایمنی پرواز، اقتصاد خدمه، رعایت زمانبندی، امکانات رفاهی، سرعت

امارات	قطر	بجریج	تغ	قطر	بجریج
(۱, ۰.۸۵, ۰.۴)	(۱, ۰.۷۱, ۰.۳)	(۱, ۰.۸۵, ۰.۴)	(۱, ۰.۷۱, ۰.۳)	(۱, ۰.۸۵, ۰.۴)	(۱, ۰.۷۱, ۰.۳)
(۱, ۰.۷۱, ۰.۳)	(۱, ۰.۶۵, ۰.۲)	(۱, ۰.۷۱, ۰.۳)	(۱, ۰.۶۵, ۰.۲)	(۱, ۰.۷۱, ۰.۳)	(۱, ۰.۶۵, ۰.۲)
(۱, ۰.۶۵, ۰.۲)	(۱, ۰.۵۷, ۰.۱)	(۱, ۰.۶۵, ۰.۲)	(۱, ۰.۵۷, ۰.۱)	(۱, ۰.۶۵, ۰.۲)	(۱, ۰.۵۷, ۰.۱)
(۱, ۰.۵۷, ۰.۱)	(۱, ۰.۴۵, ۰.۱)	(۱, ۰.۵۷, ۰.۱)	(۱, ۰.۴۵, ۰.۱)	(۱, ۰.۵۷, ۰.۱)	(۱, ۰.۴۵, ۰.۱)
(۱, ۰.۴۵, ۰.۱)	(۱, ۰.۳۷, ۰.۰۵)	(۱, ۰.۴۵, ۰.۱)	(۱, ۰.۳۷, ۰.۰۵)	(۱, ۰.۴۵, ۰.۱)	(۱, ۰.۳۷, ۰.۰۵)
(۱, ۰.۳۷, ۰.۰۵)	(۱, ۰.۲۷, ۰.۰۲)	(۱, ۰.۳۷, ۰.۰۵)	(۱, ۰.۲۷, ۰.۰۲)	(۱, ۰.۳۷, ۰.۰۵)	(۱, ۰.۲۷, ۰.۰۲)
(۱, ۰.۲۷, ۰.۰۲)	(۱, ۰.۱۸, ۰.۰۱)	(۱, ۰.۲۷, ۰.۰۲)	(۱, ۰.۱۸, ۰.۰۱)	(۱, ۰.۲۷, ۰.۰۲)	(۱, ۰.۱۸, ۰.۰۱)

بایس کردن ماتریس گزینش حاد معیارها:

گزینه‌های دلتا عدد سوز آن یک نبوده و دلتا اول دوتای دیکه هم \rightarrow لازم بود باید عددی اعداد را به \max تقسیم کنیم.

$$C_{ij}^* = \max C_{ij}$$

ماتریس تقسیم نازی وزن دار:

$$V = N \times W$$

$$(1, 0.85, 0.4) \times (1, 0.71, 0.3) = (1, 0.6, 0.18)$$

ایمنی پرواز

* بدست آوردن گزینه ایده آل منفی: (برای ایده آل منفی min در نظر میگیریم)

$$A^- = \left[\begin{array}{cc|cc|cc|cc} \text{ایمنی پرواز} & & \text{امکانات رفاهی} & & \text{حمایت از مابین} & & \text{رفتار خدمه} & & \text{سرعت} & \\ \hline (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) & & (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) & & (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) & & (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) & & (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) & \end{array} \right]$$

* بدست آوردن گزینه ایده آل مثبت: (برای ایده آل مثبت max در نظر میگیریم)

$$A^+ = \left[\begin{array}{cc|cc|cc|cc} (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) & & (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) & & (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) & & (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) & \end{array} \right]$$

* پیدا کردن فاصله از دو عدد مازی مثالی:

$$m_1 = (a_1, b_1, c_1)$$

$$m_2 = (a_2, b_2, c_2)$$

$$d(m_1, m_2) = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right) [(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 + (c_1 - c_2)^2]}$$

سرعت	امکانات رفاهی	حمایت از مابین	رفتار خدمه	ایمنی پرواز	امارات
۰,۳۴۴	۰,۲۱۸	۰,۰۵۸	۰,۱۷۲	۰,۱۹۴	۰,۳۵۸
۰,۱۷۲۵	۰,۱۷۷	۰,۰۷۲۲	۰,۲۷۳	۰,۱۷۲	۰,۳۰۶
۰,۰۷۲	۰,۲۹۹	۰,۰۴۸۸	۰,۲۸۷	۰,۱۷۴	۰,۲۸۹
۰,۳۴۴	۰,۳۱۷۹	۰,۱۷۵۸	۰,۱۹۳	۰,۳۵۸	۰

قرمز = فاصله از ایده آل مثبت
آبی = فاصله از ایده آل منفی

* جمع اعداد هر سطر با هم:

$$\begin{array}{ll} ۰,۰۵۵۸ & ۱,۳۸۵۴ \\ ۰,۵۲۸۷ & ۰,۹۰۱۸ \\ ۰,۲۲۳۴ & ۱,۲۴۵ \\ ۱,۳۸۹۷ & ۰ \end{array}$$

$$\text{استیلا: دغایی} = \frac{d_i^-}{d_i^- + d_i^+}, cl_E = \frac{1,3854}{1,3854 + 0,0058} = 0,9958$$

$$cl_Q = 0,8478 \quad cl_B = 0$$

$$cl_{Tg} = 0,4345 \Rightarrow cl_E > cl_Q > cl_{Tg} > cl_B$$

$$E > Q > TG > B$$

فازی طبقه ۱۰ :

Analytic Hierarchy process (AHP)

* ماتریس مقایسات زوجی :

مثال: سه شرکت A1, A2, A3

معیارها

- ۱ → برابری
- ۳ → کم برتر
- ۵ → ضعیف برتر
- ۷ → ضعیف زیاده برتر
- ۹ → برتر مطلق

- ← هزینه (C) cost, C1
- ← امنیت (S) security, C2
- ← زمان توسعه (p) development, C3
- ← نگهداری (m) maintenance, C4

	A1	A2	A3												
A1	1	1/3	3	1	5	1/4	1	3	5	1	1/3	3	1	5	1/4
A2	3	1	2	1/5	1	1/5	1/4	1	3	5	1	1/3	3	1	1/5
A3	1/3	1/2	1	3	5	1	1/5	1/3	1	1/4	5	1	1/3	3	1
	C1			C2			C3			C4					
	C1			C2			C3			C4					

		C	S	P	M
	C	1	۵	۳	۹
ماتریس مقایسه‌ای	S	$\frac{1}{5}$	1	$\frac{1}{3}$	۲
زوجی برای معیارها	P	$\frac{1}{3}$	۵	1	۷
	M	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{7}$	1

* نسبت افزودن وزن معیارها :

$$w_c = (1 \times ۵ \times ۳ \times ۹)^{\frac{1}{4}} = \frac{۳,۴۱}{۴,۰۹} = ۰,۵۱$$

$$w_s = (\frac{1}{5} \times 1 \times \frac{1}{3} \times ۲)^{\frac{1}{4}} = \frac{۰,۵۳}{۴,۰۹} = ۰,۰۹$$

$$w_p = (\frac{1}{3} \times ۵ \times 1 \times ۷)^{\frac{1}{4}} = \frac{۱,۸۵}{۴,۰۹} = ۰,۲۸$$

$$w_m = (\frac{1}{9} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{7} \times 1)^{\frac{1}{4}} = \frac{۰,۳}{۴,۰۹} = ۰,۰۵$$

$$\sum = ۳,۴۱ + ۰,۵۳ + ۱,۸۵ + ۰,۳ = ۴,۰۹ *$$

تعریف ماتریس k_{ij} ← k_{ij} میزان برتری گزینه i نسبت به سایر گزینه‌ها بر اساس معیار j
 $\rightarrow ۳ \times ۴$

$$k_{11} = (1 \times \frac{1}{5} \times ۳)^{\frac{1}{4}} = ۰,۷۵۴$$

۳ گزینه و ۴ معیار

$$k_{22} = (۵ \times 1 \times \frac{1}{3})^{\frac{1}{4}} = 1$$

معیار
اولی

$$k_{33} = (\frac{1}{3} \times ۵ \times 1)^{\frac{1}{4}} = ۱,۳۵۷$$

$$k = \begin{bmatrix} ۳,۷۱۴ & ۲,۹۹۴ & ۴,۰۹۱ & ۳,۰۹۴ \\ ۰,۷۵۴ & 1,۱۸۴ & ۲,۴۴۴ & ۰,۷۳۷ \\ ۲,۴۱ & ۰,۲۴۲ & 1,۳۲۴ & 1 \\ ۰,۵۵ & ۲,۴۴۴ & ۰,۳۰۴ & 1,۳۵۷ \end{bmatrix}$$

برای نرمال سازی ماتریس جمع ستونی به دست آمده و تمام درایه های ماتریس تقسیم بر جمع ستونی

$$V = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.4 & 0.24 \\ 0.45 & 0.9 & 0.32 & 0.32 \\ 0.5 & 0.41 & 0.08 & 0.44 \end{bmatrix}$$

میزان ارجحیت گزینه A3 نسبت به بقیه گزینه ها بر اساس معیارها P (زمان پرواز)

$$w_c = 0.58 \quad A1 = 0.58 \times 0.2 + 0.9 \times 0.3 + 0.28 \times 0.4 + 0.55 \times 0.24 = 0.3248$$

$$w_s = 0.9 \quad A2 = 0.58 \times 0.45 + 0.9 \times 0.9 + 0.28 \times 0.32 + 0.55 \times 0.32 = 0.4908$$

$$w_p = 0.28 \quad A3 = 0.58 \times 0.5 + 0.9 \times 0.41 + 0.28 \times 0.08 + 0.55 \times 0.44 = 0.1844$$

$$w_m = 0.5 \Rightarrow A2 > A1 > A3$$

Fuzzy (AHP)

ماتریس مقایسات زوجی برای معیارها و برای گزینه ها با اعداد خازری بیان می شود.

مثال: شرکت هواپیمایی:

معیارها	گزینه ها
C1 ایمنی پرواز	امانیت
C2 رفتار خدمه	tg
C3 زمان بندی	قطر
C4 امکانات رفاهی	
	بهترین مطلق (4, 5, 4)
	بهترین زیاد (3, 4, 5)
	بهترین متوسط (2, 3, 4)
	بهترین کمتر (1, 2, 3)
	بدون بهترین (1, 1, 1)

$$M1 = (L1, m1, u1) \quad m1 + m2 = (L1 + L2, m1 + m2, u1 + u2)$$

$$M2 = (L2, m2, u2) \quad m1 \times m2 = (L1 \times L2, m1 \times m2, u1 \times u2)$$

$$m_i^{-1} = \left(\frac{1}{u1}, \frac{1}{m1}, \frac{1}{L1} \right)$$

C1	$(1, 1, 1)$	$(1, 2, 3)$	$(1, 2, 3)$	$(1, 2, 3) \xrightarrow{\Delta} (1, 2, 3, 4, 5, 6)$
C2	$(1, 2, 3)$	$(1, 1, 1)$	$(1, 2, 3)$	$(1, 2, 3) \rightarrow (1, 2, 3, 4, 5, 6)$
C3	$(1, 2, 3)$	$(1, 2, 3)$	$(1, 2, 3)$	$(1, 2, 3) \rightarrow (1, 2, 3, 4, 5, 6)$
C4	$(1, 2, 3)$	$(1, 2, 3)$	$(1, 2, 3)$	$(1, 2, 3) \rightarrow (1, 2, 3, 4, 5, 6)$

$$\Sigma_{\text{off}} = \Sigma_i + \Sigma_r + \Sigma_r + \Sigma_r = (1F, 7A, 21, 8A, 29, 13)$$

$$\Sigma^{-1} = \begin{pmatrix} 1/0.288 & 1/0.4 & 1/0.4 \\ 1/0.4 & 1/0.4 & 1/0.4 \\ 1/0.4 & 1/0.4 & 1/0.4 \end{pmatrix}$$

$$S_i = \sum_j x_j \Sigma^{-1}$$

$$V(s_i, s_j) = \min \left(\frac{u_i - l_j}{(u_i - l_j) + (m_j - m_i)} \rightarrow 1 \right)$$

$$S_1 = \begin{pmatrix} L & m & u \\ 0/1^x & 0/1^w & 0/1^y \end{pmatrix}$$

$$S_4 = (, \gamma, , \gamma\gamma, , \Delta)$$

$$S_P = (0.4, 0.1, 0.23)$$

$$S_F = (, 9, , 11, , 13V)$$

$V(S_1) > S_1$	$V(S_1) > S_2$	$V(S_1) > S_3$	$V(S_1) > S_4$	$V(S_1) > S_5$	$V(S_1) > S_6$	$V(S_1) > S_7$	$V(S_1) > S_8$	$V(S_1) > S_9$	$V(S_1) > S_{10}$	$V(S_1) > S_{11}$	$V(S_1) > S_{12}$
9, 779	1	1	1	1	1	9, 789	9, 002	9, 402	9, 420	9, 710	1

$$\min = 0,599$$

$$\min = 1$$

$$m_{in} = 0.70 V_Y L$$

$$\min = 1,41V$$

	C1	C2	C3	C4	جمع سطری
وزن نوزاد شده	۰,۷۷۹	۱	۰,۰۷۲	۰,۱۴۷	۲,۲۹۸
وزن نوزاد نشده	۰,۳۴۳	۰,۳۴۱	۰,۰۳۲	۰,۱۸۴	
	w_{C1}	w_{C2}	w_{C3}	w_{C4}	

$$N(s_1, s_2, s_3, s_4) = \min(v(s_1, s_2), v(s_1, s_3), v(s_1, s_4))$$

C_i →

از، غیر، لاس

: ١١ جدول

C _i لاس	A _i	A _r	A _r	
A _i	(1, 1, 1)	(1, 2, 2)	(1, 1, 1)	→ Σ _i = (3, 4, 4)
A _r	(1, 2, 2)	(1, 1, 1)	(1, 2, 2)	→ Σ _r = (1, 4, 2, 2)
A _r	(1, 1, 1)	(1, 2, 2)	(1, 1, 1)	→ Σ _r = (3, 4, 4)
				Σ _{ij} = (1, 4, 1, 2)

$$\Sigma^{-1} = \left(\frac{1}{13}, \frac{1}{10}, \frac{1}{17}, \frac{1}{13} \right) = (0.077, 0.1, 0.059, 0.077)$$

$$S_i = \Sigma_i \times \Sigma^{-1} \begin{cases} S_i = (0.077, 0.077, 0.077, 0.077) \\ S_r = (0.077, 0.077, 0.077, 0.077) \\ S_r = (0.077, 0.077, 0.077, 0.077) \end{cases}$$

C_r →

از، غیر، لاس

C _r لاس	A _i	A _r	A _r	
A _i	(1, 1, 1)	(2, 2, 2)	(1, 2, 2)	→ Σ _i = (3, 2, 2, 4)
A _r	(1, 2, 2)	(1, 1, 1)	(1, 2, 2)	→ Σ _r = (1, 4, 2, 2)
A _r	(1, 2, 2)	(2, 2, 2)	(1, 1, 1)	→ Σ _r = (4, 2, 2, 4)

$$\Sigma_{ij} = (3, 2, 2, 4)$$

$$\Sigma^{-1} = \left(\frac{1}{9}, \frac{1}{9}, \frac{1}{9}, \frac{1}{9} \right) = (0.111, 0.111, 0.111, 0.111)$$

$$S_i = \Sigma_i \times \Sigma^{-1} \begin{cases} S_i = (0.333, 0.222, 0.222, 0.444) \\ S_r = (0.111, 0.222, 0.222, 0.444) \\ S_r = (0.222, 0.222, 0.222, 0.444) \end{cases}$$

$C_p \rightarrow$ معیار رعایت زمانبندی پروژه

C_p معیار	A_i	A_r	A_r	
A_i	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	(2, 3, 4)	$\rightarrow \sum_i = (4, 4, 1)$
A_r	(0.22, 0.5, 1)	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	$\rightarrow \sum_r = (2, 22, 3, 5, 5)$
A_r	(0.22, 0.33, 0.5)	(0.22, 0.5, 1)	(1, 1, 1)	$\rightarrow \sum_r = (1, 51, 1, 13, 2, 5)$

$$\sum_{\checkmark} = (7, 91, 11, 33, 15, 5)$$

$$\sum^{-1} = \left(\frac{1}{15, 5}, \frac{1}{11, 33}, \frac{1}{7, 91} \right) = (0.064, 0.08, 0.12)$$

$$S_i = \sum_i \times \sum^{-1} \quad \left| \begin{array}{l} S_i = (0.24, 0.72, 0.94) \\ S_r = (0.13, 0.28, 0.4) \\ S_r = (0.09, 0.14, 0.3) \end{array} \right.$$

$C_p \rightarrow$ معیار امکانات رفاهی

C_p معیار	A_i	A_r	A_r	
A_i	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	$\rightarrow \sum_i = (3, 4, 5)$
A_r	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(1, 2, 3)	$\rightarrow \sum_r = (3, 4, 5)$
A_r	(0.33, 0.5, 1)	(0.33, 0.5, 1)	(1, 1, 1)	$\rightarrow \sum_r = (1, 44, 2, 2)$

$$\sum_{\checkmark} = (7, 44, 10, 12)$$

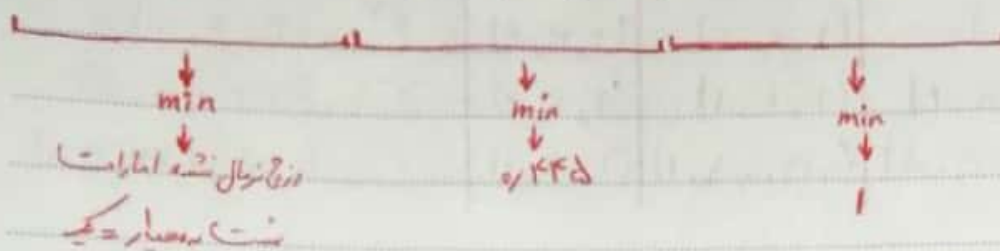
$$\sum^{-1} = \left(\frac{1}{12}, \frac{1}{10}, \frac{1}{7, 44} \right) = (0.083, 0.1, 0.13)$$

$$S_i = \sum_i \times \sum^{-1} \quad \left| \begin{array}{l} S_i = (0.24, 0.4, 0.65) \\ S_r = (0.24, 0.4, 0.65) \\ S_r = (0.13, 0.2, 0.24) \end{array} \right.$$

نرمال سازی وزنی ها

$V(S1 > S2)$	$V(S1 > S3)$	$V(S2 > S1)$	$V(S2 > S3)$	$V(S3 > S1)$	$V(S3 > S2)$
1	1	۰,۴۴۵	۰,۴۴۵	1	1

برای معیار C_1 :



$$W_{E,C_1} = 0,409$$

$$W_{TG,C_1} = 0,182$$

$$W_{Q,C_1} = 0,409$$

برای معیار C_2 :

	E	TG	Q	
وزن نرمال شده	۰,۴۳۳	۰	1	→ 1,4۲۳
وزن نرمال شده	۰,۳۸۴	۰	۰,۴۱۴	
	↓	↓	↓	
	W_{E,C_2}	W_{TG,C_2}	W_{Q,C_2}	

	E	TG	Q	
وزن نرمال شده	1	۰,۴۲۹	۰,۱۳۴	→ 1,۷۹۵
وزن نرمال شده	۰,۵۹۷	۰,۳۵۹	۰,۰۷۷	
	↓	↓	↓	
	W_{E,C_2}	W_{TG,C_2}	W_{Q,C_2}	

برای معیار C_3 :

	E	TG	Q	
وزن نرمال شده	1	1	۰,۴۴۵	→ ۲,۴۴۵
وزن نرمال شده	۰,۴۰۹	۰,۴۰۹	۰,۱۸۲	
	↓	↓	↓	
	W_{E,C_3}	W_{TG,C_3}	W_{Q,C_3}	

برای معیار C_4 :

$$W_E = W_{C_1} \times W_{E,C_1} + W_{C_2} \times W_{E,C_2} + W_{C_3} \times W_{E,C_3} + W_{C_4} \times W_{E,C_4} = 0.403$$

$$W_{TE} = W_{C_1} \times W_{TE,C_1} + W_{C_2} \times W_{TE,C_2} + W_{C_3} \times W_{TE,C_3} + W_{C_4} \times W_{TE,C_4} = 0.129$$

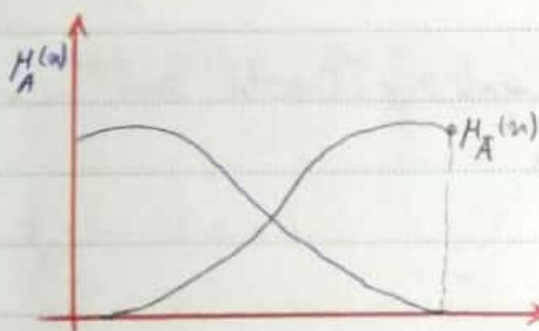
$$W_Q = W_{C_1} \times W_{Q,C_1} + W_{C_2} \times W_{Q,C_2} + W_{C_3} \times W_{Q,C_3} + W_{C_4} \times W_{Q,C_4} = 0.478$$

$$W_Q > W_E > W_{TE} \rightarrow \text{فرد} > \text{گروه} > \text{تیم}$$

بخش ۱۲

نسل سوم از کتاب و انگ: عملیات روی مجموعه‌های فازی

$$A = \{x, \mu_A(x) \mid x \in V\}$$



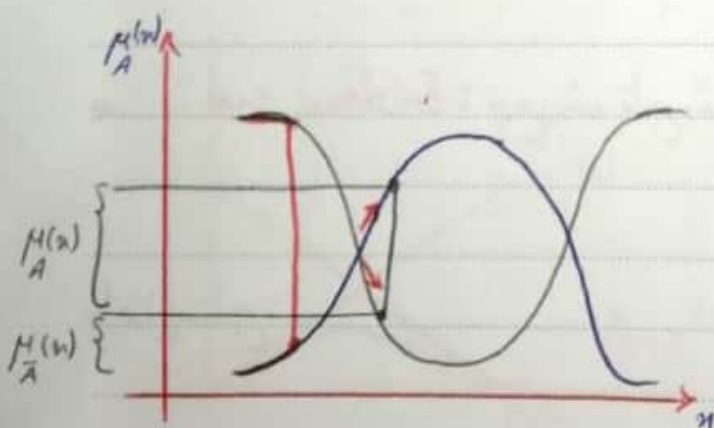
$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

مکمل به مجموعه فازی

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \text{ (S-norm) / اجتماع مجموعه فازی}$$

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \text{ (S-form) / اشتراک مجموعه فازی}$$

بخش ۱۳

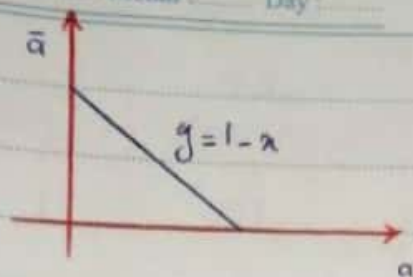


$$c[\mu_A(x)] = \mu_{\bar{A}}(x)$$

$$[0, 1] = [0, 1]$$

$$c[a] = 1 - a$$

$$c[\mu_A(x)] = 1 - \mu_A(x)$$



$$C[\mu_A(x)] = 1 - \mu_A(x)$$

$$\mu_A(x) + \mu_{\bar{A}}(x) = 1$$

نکته: اگر در مدار حافظه صاف باشد اگر n را q بگیریم $\mu_A(x)$ از 0 می شود و ممکن مهم می شوند.

* عایق 3-norm:

- اگر هر دو تابع یک باشد تابع اجتماع آن حاصل می شود.
- اگر از خود تابع یکی از آن ها یک باشد تابع اجتماع آن حاصل می شود.
- اگر هر دو تابع در تقسیم بیشتر شوند تابع اجتماع آن حاصل می شود و بالعکس.

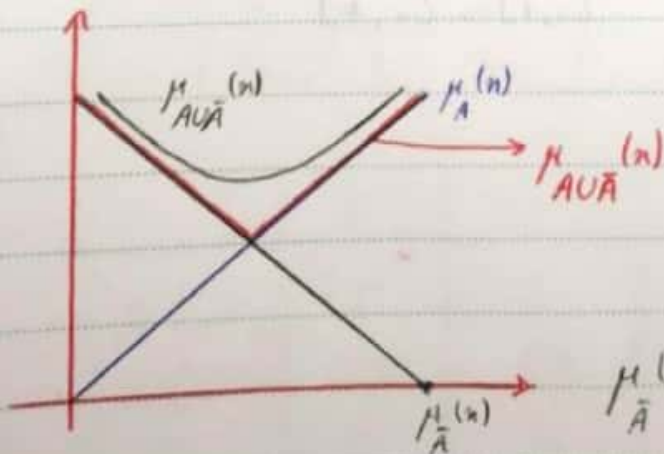
* Drastic sum: یکی از توابع صفر باشد و یکی دیگر یک شود تابع اجتماع آن.

$$S_{ds}(a, b) = \begin{cases} a & \text{if } b = 0 \\ b & \text{if } a = 0 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

* Enishtain sum: جمع می شود توابع و تقسیم بر $1 + a \times b$ می شود. فرمول:

$$\frac{a+b}{1+ab}$$

* اجتماع دو تابع:



$$S: [0,1] \times [0,1] \Rightarrow [0,1]$$

$$\max(a,b) \leq S(a,b) \leq S_{dS}(a,b)$$

: (t-norm) اشتراك منى

: Drastic Sum

$$S_{dS}(a,b) = \begin{cases} a & \text{if } b = 1 \\ b & \text{if } a = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

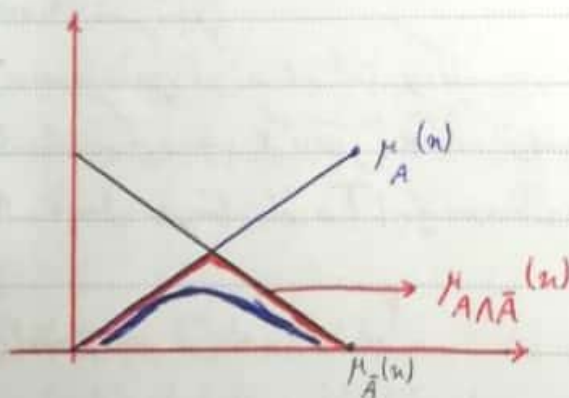
: Einstein Sum

$$\frac{ab}{1 - (a+b - ab)}$$

: Algebraic

$$t_{ap}(a,b) = ab$$

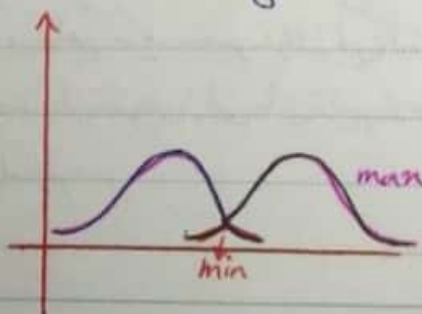
: اشتراك زوجي



$$\mu_{A \cap \bar{A}}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_{\bar{A}}(x))$$

max-min average:

: عمليات الجمع على ميانين



$$u_{\lambda}(a,b) = \lambda \max(a,b) + (1 - \lambda) \min(a,b)$$

where $\lambda \in [0,1]$

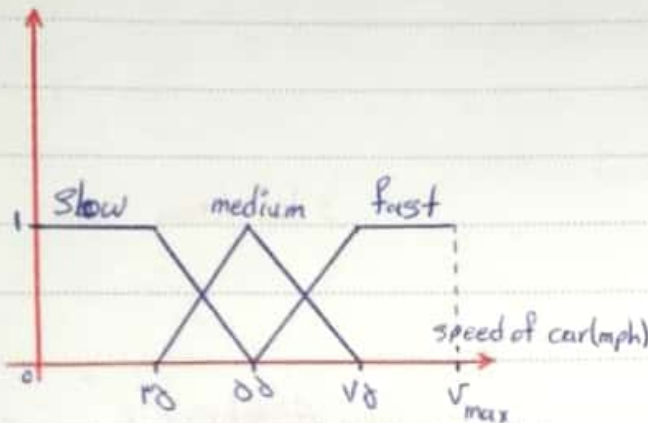
فصل ۵ کتاب وایت

* متغیرهای زبانی و قواعد اثر آگاه سازی:

اگر یک متغیر بتواند واژه‌های از زبان طبیعی را به عنوان مقدار خود بپذیرد، آنگاه یک متغیر زبانی نامیده می‌شود. واژه‌ها به وسیله مجموعه‌های فازی در محدوده‌ای که متغیرها تعریف شده اند مشخص می‌شوند.
مثال: (تولید متوسط کوتاه)، (وزن) (چاق متوسط لاغر)

مثال: سرعت ماشین

- سرعت ماشین یک متغیر x است که می‌تواند مقایسه‌ای در محدوده $[0, v_{max}]$ و عموماً را بپذیرد (به عنوان یک متغیر عددی).
- x به عنوان یک متغیر زبانی می‌تواند مقدار گیر کند و متوسط داشته باشد به عنوان مقدار بپذیرد.
می‌توانیم بگوییم:



x کند است

x تند است

* متغیر زبانی یک تعریف رسمی یک چهارتایی (X, T, U, M) است.

X نام متغیر زبانی

$T = \{ \text{slow, medium, fast} \}$

T مجموعه مقادیر زبانی که x در اختیار می‌کند

$U = [0, v_{max}]$

U دامنه فیزیکی متغیر x که در آن x مقادیر کمی خود را در اختیار دارد

M قاعده‌ای که هر مقدار زبانی در T را به یک مجموعه فازی در U مرتبط می‌کند

* چرا مفهوم متغیر زبانی اهمیت دارد؟

متغیرهای زبانی عناصر اساسی در فایز دانش بشری محسوب می‌شوند.

عناصری که ما از سنسورها برای اندازه‌گیری یک متغیر استفاده می‌کنیم، به ما مقدار عددی و بعضی اوقات کلمات از انسان‌های جنوبی خواهیم که یک متغیر را از زبان می‌گفته، نظرات خود را با کلمات و واژه‌ها بیان می‌کنند.

با استفاده از متغیرهای زبانی ما می‌توانیم قدصیف‌های مبهم و نامعلوم در زبان‌های طبیعی را در گزاره‌های ریاضی دقیق

فرموله کنیم.



* گزاره های فازی:

یک جمله فیزی است که یا درست است یا غلط. (فرض کنید x یک متغیر زبانی و A مقدار زبانی متغیر x است)

درجه درستی گزاره ساده

ساده $\leftarrow x \text{ is } A$ (x متغیر زبانی و A مجموعه فازی (اداره های از T) به قدر علی بلند است) $\mu_A(x)$

مربک $\leftarrow (x \text{ is } A) \text{ or } (y \text{ is } B)$: (یک گزاره فازی مرکب، ترکیبی از گزاره های فازی ساده با استفاده از اتصال

دهنده های «و» یا «نه» است) نشان دهنده ی اشتراک فازی، اجتماع فازی و مکمل فازی است (بی باشد)

سرعت ماشین کند است و قدر رانند بلند است $\rightarrow P$

درجه درستی گزاره $\mu_A(x) = x \text{ is } A$
 $tr(p) = t[\mu_A(x), \mu_B(y)]$

* توابع عضویت برای گزاره های فازی:

فرض کنید x و y متغیرهای زبانی در دامنه های فیزی U و V ، و A و B دو مجموعه فازی در U و V باشند.

برای جمله $x \text{ is } A \text{ and } y \text{ is } B$ $\mu_{A \cap B}(x, y) = tr[\mu_A(x), \mu_B(y)]$ اشتراک فازی استفاده کنید.

$tr: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ is any t-norm.

- برای رابطه Or از اجتماع فازی استفاده کنید:

$x \text{ is } A \text{ or } y \text{ is } B$ $\mu_{A \cup B}(x, y) = s[\mu_A(x), \mu_B(y)]$
 $s: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ is any s-norm

- برای رابطه not از مکمل های فازی استفاده کنید:

$FP = (x \text{ is } S \text{ and } x \text{ is not } F) \text{ or } x \text{ is } M$

$\mu_{FP}(x_1, x_2, x_3) = s[t[\mu_S(x_1), c(\mu_F(x_2))], \mu_M(x_3)]$

* قواعد اگر- آنگاه فازی:

در سیستم های فازی، دانش بشری به شکل قواعد اگر- آنگاه فازی نشان داده می شوند.
اگر < گزاره فازی > آنگاه < گزاره فازی >

		اگر P آنگاه Q به صورت $P \rightarrow Q$ نوشته می شود	
P	Q	$P \rightarrow Q$	$\bar{P} \vee Q$ یا $(P \wedge Q) \vee \bar{P}$
T	T	T	
T	F	F	
F	T	T	
F	F	T	

این دو معادله $P \rightarrow Q$ را می رساند

$$\bar{P} \vee Q = (P \wedge Q) \vee \bar{P} = P \rightarrow Q$$

* استلزام دینس - رزشر:

Dienes - Rescher Implication

$$S[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

مکمل فازی اولیه ←

$$C[\mu_A(x)] = 1 - \mu_A(x)$$

اجتماع فازی اولیه ←

تفسیر $\bar{P} \wedge Q$

قاعده فازی IF <FP1> THEN <FP2> به شکل زیر تفسیر می شود.

$$\mu_{Q_D}(x, y) = \max[1 - \mu_{FP1}(x), \mu_{FP2}(y)]$$

استفراهم لوماسیوicz

Lukasiewicz Implication

با استفاده از S-norm یا اگر $w=1$ میکل فازی اولیه

$$S_w(a, b) = \min[1, (a^w + b^w)^{1/w}]$$

$$C[\mu_A(x)] = 1 - \mu_A(x)$$

تفسیر $\bar{p} \vee q$

قاعده فازی IF $\langle FP1 \rangle$ THEN $\langle FP2 \rangle$ به شکل زیر تفسیر می شود.

$$\mu_{Q_1}(x, y) = \min[1, 1 - \mu_{FP1}(x) + \mu_{FP2}(y)]$$

استفراهم زاده

Zadeh Implication

$$S[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

$$t[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

$$C[\mu_A(x)] = 1 - \mu_A(x)$$

$(p \wedge q) \vee \bar{p}$

تفسیر IF $\langle FP1 \rangle$ THEN $\langle FP2 \rangle$ به شکل زیر تفسیر می شود.

قاعده فازی

$$\mu_{Q_2}(x, y) = \max[\min(\mu_{FP1}(x), \mu_{FP2}(y)), 1 - \mu_{FP1}(x)]$$

استنتاج مامدانی:

Mamdani Implication

$$\mu_{\mu_A, \mu_B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

تفسیر $P \rightarrow Q$ برای قاعده فازی
 قاعده فازی $P \rightarrow Q$ به این شکل زیر تفسیر می شود
 IF $\langle FP1 \rangle$ THEN $\langle FP2 \rangle$

$$\mu_{Q_{mm}}(x, y) = \min[\mu_{FP1}(x), \mu_{FP2}(y)]$$

or

$$\mu_{Q_{mp}}(x, y) = \mu_{FP1}(x) \mu_{FP2}(y)$$

جمله ۱۴:

سیستم های فازی: در سیستم های فازی را دانش بشری به شکل قواعد اگر-آنگاه فازی نمایش داده می شود
 اگر \langle گزاره فازی \rangle آنگاه \langle گزاره فازی \rangle

یک سیستم فازی شامل چهار بخش است:

۱) پایگاه قواعد فازی: از مجموعه ای از قواعد اگر-آنگاه به صورت زیر تشکیل شده است.

fuzzy rule base

$Ru^{(e)}$: اگر x_1 برابر A_1^e و x_2 برابر A_2^e و ... و x_n برابر A_n^e است آنگاه y برابر B^e است

$$e = 1, \dots, m$$

M متغیرهای ما

۲) موتور استنتاج فازی

۳) فازی سازی

۴) تانازی سازی

	سرعت ماشین		
	کم	متوسط	زیاد
کوچک	زیاد	متوسط	کم
بزرگ	زیاد	کم	کم

$$\begin{matrix} n=2 \\ m=4 \end{matrix}$$

درودی
سرعت ماشین (کم، متوسط، زیاد)
شتاب (کوچک، بزرگ)

خروجی
نیروی وارد بر پدال گاز (کم، متوسط، زیاد)

عوامل ها:

- $Ru^{(1)}$ اگر سرعت ماشین کم و شتاب کوچک باشد، آنگاه نیروی وارد بر پدال گاز زیاد است
- $Ru^{(2)}$ اگر سرعت ماشین متوسط و شتاب کوچک باشد، آنگاه نیروی وارد بر پدال گاز متوسط است
- $Ru^{(3)}$ اگر سرعت ماشین زیاد و شتاب کوچک باشد، آنگاه نیروی وارد بر پدال گاز کم است
- \vdots
- $Ru^{(4)}$ اگر سرعت ماشین زیاد و شتاب بزرگ باشد، آنگاه نیروی وارد بر پدال گاز کم است

n ← تعداد درودی ها
 A_i^L ← مجموعه های فازی در $i=1, \dots, n$ و $\bigcup U_i \in R$
 B^L ← مجموعه فازی در $U \in R$
 n ماشین های فازی درودی | سیستم فازی با n درودی و خروجی y مقبوض فازی خروجی

* تعریف مجموعه قواعد فازی کامل: یک مجموعه از قواعد اگر آنگاه فازی کامل است اگر برای هر $x \in U$ حاصل یک قاعده در پایگاه قواعد فازی وجود داشته باشد به عبارت دیگر قاعده R_i^L وجود دارد به گونه ای که

$$\mu_{A_i^L}(x) \neq 0 \quad \forall \quad i=1, 2, \dots, n$$

A_i در قانون i وجود داشته باشد به ازای هر i ها ← معنی جمله ی بالا

consistent

تعریف مجموعه قواعد فازی سازگار: یک مجموعه از قواعد اگر - آسان سازگار است اگر قواعدی یافت نشود که بعضی از یکسان و بعضی آسان متعارض باشند.

(۲) موتور استنتاج فازی:

۱. اولین کار مرحله استنتاج تعیین درجه آتش شدن هر قانون در پایگاه قوانین است.

حالت الف) اگر یک قانون دارای یک درودی باشد $Ru^{(1)}: \text{اگر } x_1, \dots, x_n \text{ است } A_i^L$ است B^L است. \leftarrow برای یک درودی قطعی خاص in قانون به مقدار $\mu_L(in) = \mu_{A_i^L}(in)$ آتش می شود.

حالت ب) اگر یک قانون دارای n درودی باشد $Ru^{(1)}: \text{اگر } x_1, \dots, x_n \text{ است } A_n^L$ باشد آسان B^L است.

\leftarrow برای یک درودی قطعی خاص $(in_1, in_2, \dots, in_n)$ به مقدار زیر آتش می شود.

$$\mu_L(in) = \mu_{A_1^L}(in_1) * \mu_{A_2^L}(in_2) * \dots * \mu_{A_n^L}(in_n)$$

که عملگر $+norm$ است.

مثال: کتاب ۲ و سرعت ۲۰ باشد:

(کوچک) (کم)

$$\mu_{\text{کوچک}}(2) * \mu_{\text{کم}}(20)$$

۲. محاسبه وزن هر قانون: ایجاد یک مجموعه فازی ضمنی برای هر قانون مشابه با درجه آتش شدن قانون

$$Q_L(y) = \mu_L(x) * \mu_{B^L}(y)$$

\leftarrow وزن قانون L

\leftarrow درجه آتش شدن قانون L

۳. ترکیب مجموعه های فازی ضمنی:

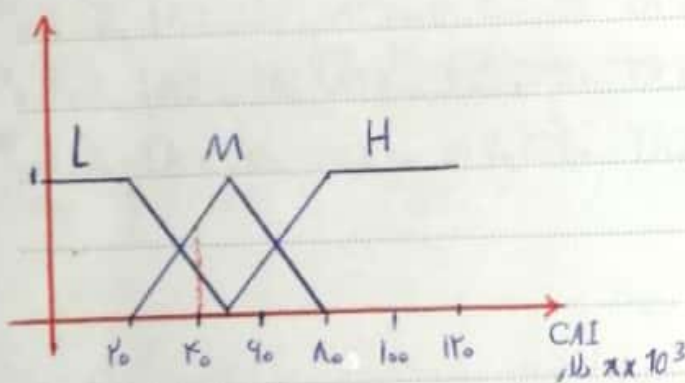
Client Financial Risk To Lend Model

درودی ها:

فردی:
(RT) تحمل ریسک مشتری
(Risk Tolerance)

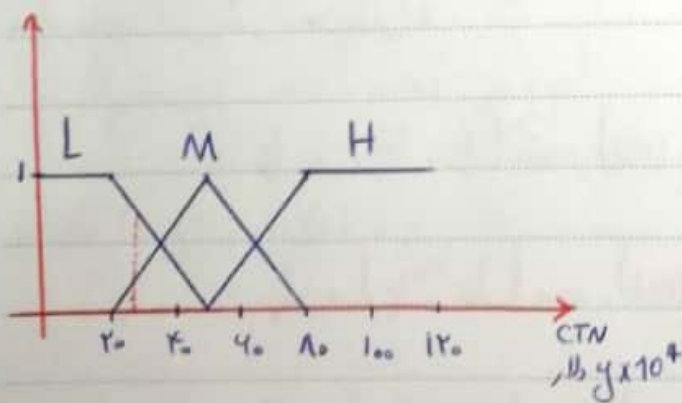
درآمد سالانه (CAI) و دارایی کل (CTN)
(total net worth) (annual income)

CAI Δ {low, medium, high}
CTN Δ {low, medium, high}
RT Δ {Low, Moderate, high}

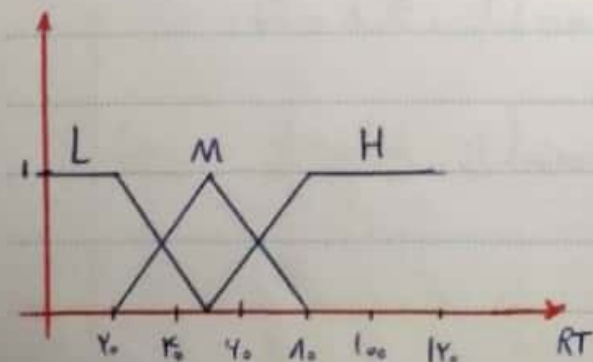


$$\mu_L(v) = \begin{cases} 1 & 0 \leq v \leq 20 \\ \frac{50-v}{30} & 20 \leq v \leq 50 \end{cases}$$

$$\mu_{H,M_0}(v) = \begin{cases} \frac{v-20}{30} & 20 \leq v \leq 50 \\ \frac{80-v}{30} & 50 \leq v \leq 80 \end{cases}$$



$$\mu_H(v) = \begin{cases} \frac{v-50}{30} & 50 \leq v \leq 80 \\ 1 & 80 \leq v \leq 100 \end{cases}$$



یکایا: توانایی فازی برای مساله:

درآمد سالانه CAI	دارایی کل CTN		
	L	M	H
L	L_{L}	L_{M}	M_{OH}
M	L_{M}	M_{OH}	H_{M}
H	M_{OH}	H_{M}	H_{H}

برای فزونی با درآمد سالانه $n = 40$ و دارایی کل 25 میزان قرض و سپرده را بدست آورید.
 ۲۵ هزار دلار، ۴۰ هزار دلار
 این مقدارها برای نمودار با رنگ قرمز شقی داده می شود

- (۱) Ru : اگر $CAI \leftarrow L$ و $CTN \leftarrow L$ باشد، $CRT \leftarrow Low$ است
 (۲) Ru : اگر $CAI \leftarrow L$ و $CTN \leftarrow M$ باشد، $CRT \leftarrow Low$ است
 (۳) Ru : اگر $CAI \leftarrow M$ و $CTN \leftarrow L$ باشد، $CRT \leftarrow Low$ است
 (۴) Ru : اگر $CAI \leftarrow M$ و $CTN \leftarrow M$ باشد، $CRT \leftarrow Moderate$ است

$$in = (40, 25)$$

مساببه درجه آتش شدن فزاینده:

$$\mu_L(in) = \mu_L(x_0) \times \mu_L(x_1) = \min(\mu_L(x_0), \mu_L(x_1)) = \min\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$$

$$\mu_M(in) = \mu_L(x_0) \times \mu_M(x_1) = \min(\mu_L(x_0), \mu_M(x_1)) = \min\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$$

$$\mu_M(in) = \mu_M(x_0) \times \mu_L(x_1) = \min(\mu_M(x_0), \mu_L(x_1)) = \min\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$$

$$\mu_M(in) = \mu_M(x_0) \times \mu_M(x_1) = \min(\mu_M(x_0), \mu_M(x_1)) = \min\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$$

↓
t-norm

ب) محاسبه وزن هر قانون: ایجاد یک مجموعه فازی ضمنی برای در قانون فضاها با درجه آنتی شدن قانون در هر قانون با توجه به استلزام به کار رفته یقین می شود
(معمولاً یک فیزیک زاده و گودل و دینس و شیر و مدایی)
استلزام مدایی به طور وسیع در سیستم های فازی و کنترل فازی مورد استفاده قرار می گیرد.
قاعده $P \rightarrow Q$ به شکل $P \wedge Q$ تعریف می شود.

↓
t-norm
↓
min یا فوب

if $\langle FP1 \rangle$ then $\langle FP2 \rangle$

$$\mu_{Q_{min}}(n, y) = \min [\mu_{FP1}(n, y), \mu_{FP2}(n, y)]$$

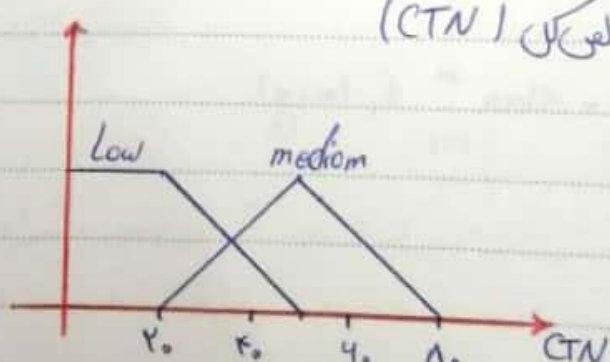
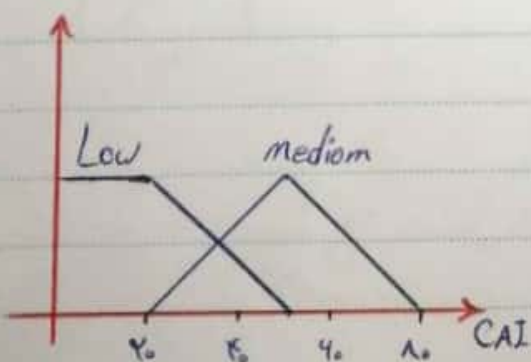
$$\mu_{Q_{mp}}(n, y) = \mu_{FP1}(n, y) \times \mu_{FP2}(n, y)$$

در قانون $Q_L(n, y) = \mu_L(n) \times \mu_{B^L}(y)$

$$Q_L(n, y) = \min (\mu_L(n), \mu_{B^L}(y))$$

$$Q_L(n, y) = \mu_L(n) \times \mu_{B^L}(y)$$

درآمد سالانه (CAI)
دلاری خالص کل (CTN)



$$in = (x_0, x_d)$$

$$\mu_1(in) = \frac{1}{4}, \mu_2(in) = \frac{1}{4}, \mu_3(in) = \frac{2}{4}, \mu_4(in) = \frac{1}{4}$$

وزن هر قانون

$$\begin{aligned} Q_1(in, z) &= \min(\mu_1(in), \mu_{low}(z)) = \min(\frac{1}{4}, \mu_{low}(z)) \\ Q_2(in, z) &= \min(\mu_2(in), \mu_{low}(z)) = \min(\frac{1}{4}, \mu_{low}(z)) \\ Q_3(in, z) &= \min(\mu_3(in), \mu_{low}(z)) = \min(\frac{2}{4}, \mu_{low}(z)) \\ Q_4(in, z) &= \min(\mu_4(in), \mu_{no}(z)) = \min(\frac{1}{4}, \mu_{no}(z)) \end{aligned}$$

فروچی: تعیل رسید (CRT)

* چگونه می توان از روی یک مجموعه از قواعد نتیجه گیری کرد.

می توان قواعد را به صورت عبارت های شرطی مستقل نگاه کرد برای صورت عملکرد معتدل و مناسب برای ترکیب قواعد اجتماع است. در این صورت M قاعده ی در پایگاه قواعد فازی به عنوان یک رابطه فازی Agg در $U \times V$ تفسیر و به صورت زیر توصیف می شود:

$$Agg = \bigcup_{l=1}^m Ru^{(l)}$$

$$\mu_{Agg}(y) = \mu_{Ru^{(1)}}(n, y) \overset{+}{+} \mu_{Ru^{(2)}}(n, y) + \dots + \mu_{Ru^{(n)}}(n, y)$$

S-norm

← اگر از عملکرد max برای S-norm استفاده کنیم.

$$\mu_{Agg}(y) = \max_{i=1}^m Q_i(n, y)$$

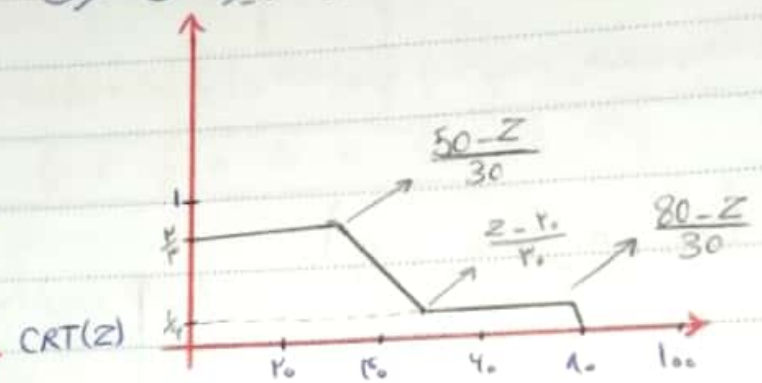
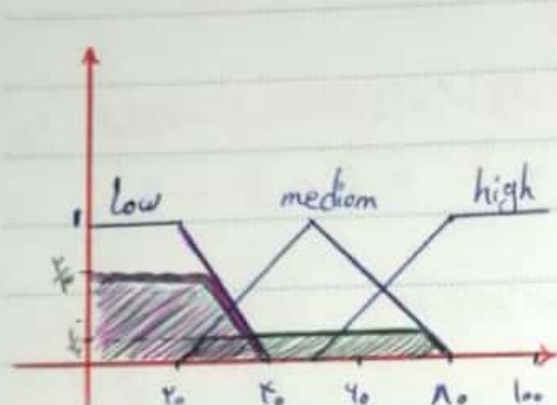
$$\mu_{Agg}(z) = \mu_{Ru(1)}(in, z) + \mu_{Ru(2)}(in, z) + \mu_{Ru(3)}(in, z) + \mu_{Ru(4)}(in, z) =$$

$$\max[\min(\frac{1}{4}, \mu_{low}(z)), \min(\frac{1}{4}, \mu_{low}(z)), \min(\frac{1}{3}, \mu_{low}(z)), \min(\frac{1}{4}, \mu_{mo}(z))] =$$

$$\max[\min(\frac{1}{4}, \mu_{low}(z)), \min(\frac{1}{4}, \mu_{mo}(z))] \rightarrow$$

جواب مثال تعیل رسیک مشتری

خروجی سیستم فازی: معایبه مدل رسیک پذیری مالی مشتری



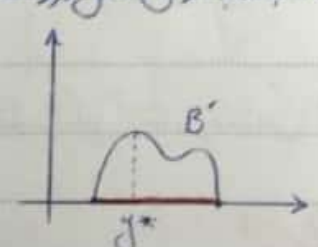
جلسه ۱۹:

فامازی سازی: فامازی ساز به عنوان یک فامازی از مجموعه فامازی B' در VEIR (که خروجی موتور را استخراج می کند) Defuzzification (فامازی است)

به یک نقطه قطعی $y \in V$ تشریف می شود. B' احتمال اجتماع چند مجموعه فامازی جداگانه است. مشخص کردن برای بهترین نماینده مجموعه فامازی B'

معیارهای انتخاب فامازی ساز:

توجه به پذیری: نقطه y^* از نظر مفهودی باید نشان دهنده مجموعه فامازی B' باشد به عنوان مثال در وسط B' قرار گرفته باشد یا درجه بالا به B' تعلق داشته باشد.

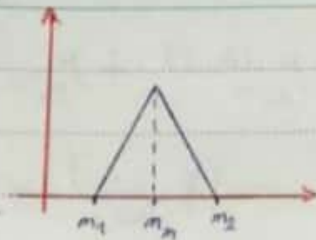


یا وسط یا بالاتری درجه

سادگی محاسبات: باید منجر به تشریفات بزرگ در y^* شود
پیوستگی: یک تشریف کوچک در B' باید منجر به تشریفات بزرگ در y^* شود

★ نقاطی سازی در ابتدا سازی :

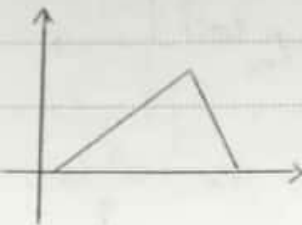
$$A = (m_1, m_m, m_2)$$



$$y^* = x_{mcm} = m_m$$

$$y^* = \frac{m_1 + m_m + m_2}{3}$$

$$y = \frac{m_1 + 2m_m + m_2}{4}$$

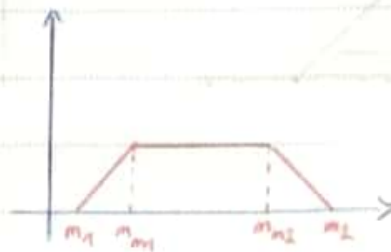


$$A = (m_1, m_{m1}, m_{m2}, m_2)$$

$$y^* = \frac{m_{m1} + m_{m2}}{2}$$

$$y^* = \frac{m_1 + m_{m1} + m_{m2} + m_2}{4}$$

$$y^* = \frac{m_1 + 2(m_{m1} + m_{m2}) + m_2}{6}$$



Center of Area (COA)
Center of Gravity (COG)

★ نقاطی سازی مرکز ثقل :

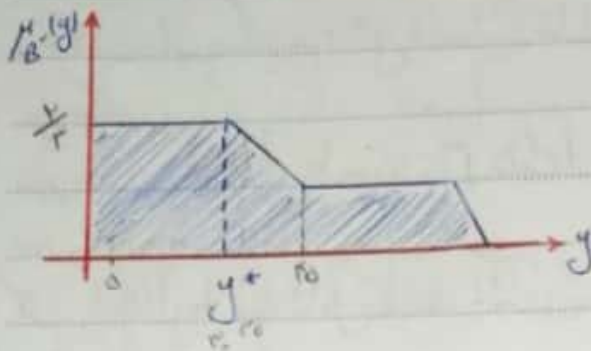
← مقدار میانگین تغییر تصادفی را می‌دهد.

$$y^* = \frac{\int_V y \mu_B(y) dy}{\int_V \mu_B(y) dy}$$

تقریب

$$y^* = \frac{\sum y \mu_B(y)}{\sum \mu_B(y)}$$

حاصل، حاصل برای فرمول صفتی قبل است.



نکته: فرض بازه ها به هم نزدیک تر شود و فرمول صفتی قبل به هم نزدیک می شوند.

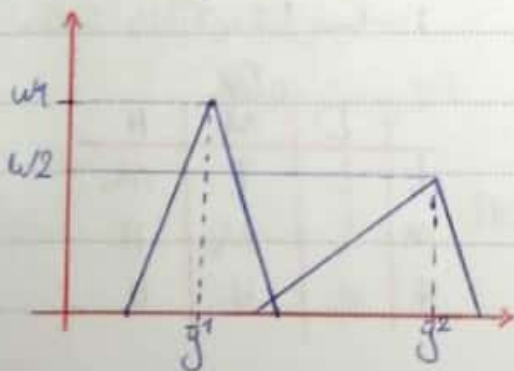
مثال عددی قبل را ادامه حل تشریحی طبقه بندی: y^* را با بازه های ۵ تایی برای این سوال بدست آورید.

$$Z^* = \frac{5(\frac{1}{2}) + 10(\frac{1}{2}) + 15(\frac{1}{2}) + 20(\frac{1}{2}) + 25(\frac{1}{2}) + 30(\frac{1}{2}) + 35(\frac{1}{4}) + 40(\frac{1}{4}) + 45(\frac{1}{4}) + 50(\frac{1}{4})}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}}$$

$$\frac{55(\frac{1}{4}) + 40(\frac{1}{4}) + 45(\frac{1}{4}) + 70(\frac{1}{4}) + 75(\frac{1}{4})}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = 28, 27$$

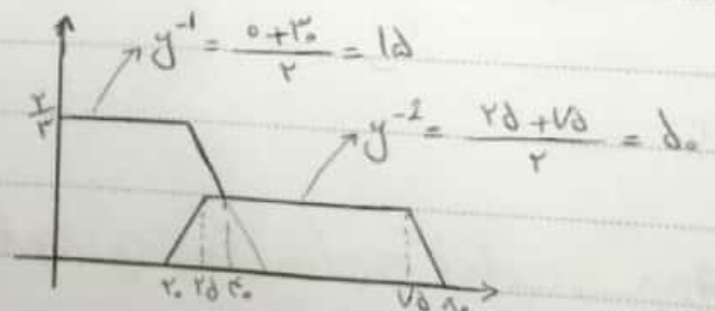
در صورت استفاده از بازه های ۱۰ تایی $Z^* = 29, 41$

نقشه سازی میانگین مرکز: از آن جایی که مجموعه سازی B' اجتماع M مجموعه سازی می باشد، یک تریب خوب برای اکثرال مذکور میانگین وزن در مرکز M مجموعه سازی با وزن های برابر اجتماع مجموعه سازی متناظر می باشد.



$$y^* = \frac{w_1 \bar{y}^1 + w_2 \bar{y}^2}{w_1 + w_2}$$

$$Z^* = \frac{\frac{1}{2} \times 15 + \frac{1}{4} \times 50}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}} = 22$$

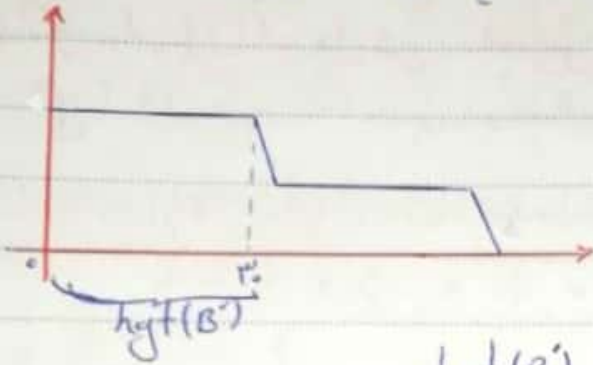


* ناهمبازی سازی ماکزیمم: y^* را به عنوان نقطه ای در V که $\mu_B(y)$ به ماکزیمم مقدار خودی رسد، در نظر می گیریم.

فرض کنید $hgt(B')$ مجموعه تمام نقاطی از مجموعه V است که در آن ها $\mu_{B'}(y)$ به ماکزیمم مقدار خودی رسد.

اگر $hgt(B')$ مقدار شامل یک نقطه باشد آن را y^* به شکل واحد تعریف می شود. در غیر این صورت همانند معمولاً در نظر گرفته می شود.

- ← کوچک ترین ماکزیمم ها
- ← میانگین ماکزیمم ها
- ← بزرگترین ماکزیمم ها



$$hgt(B') = [0, 30]$$

μ_{min} ← μ_{max}
 $\frac{0 + 30}{2} = 15$

جلسه ۱۷:

(FLC): fuzzy logic control , Matlab

درآمد سالانه، دارایی کل، تعیل ریسک:

$CAI = \{low, medium, high\}$ درآمد سالانه
 $CTN = \{low, medium, high\}$ دارایی کل
 $RT = \{low, moderat, high\}$ تعیل ریسک

	L	M	H
L	L	L	M.
M	L	M.	H
H	M.	H	H

درمطلب زیرینم:

App → control system Design and Analysis →

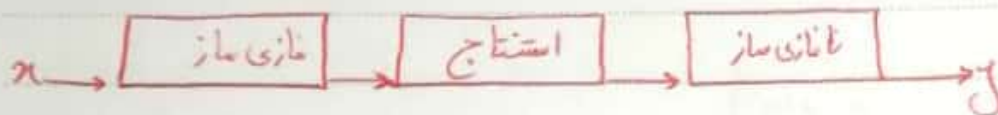
fuzzy logic design
صفه سازی می آید

low $\rightarrow [0, 0, 2, 5]$ دز خفای
 medom $\rightarrow [2, 5, 10]$ متوسط
 high $\rightarrow [5, 10, 10, 10]$ دز خفای

نکته: ما می توانیم قیمت پایی معین داری را تغییر دهیم مخصوصاً defuzzification در امتحان می آید که شاید پارامترها فرق داشته باشد.

ورودی های x و خروجی y متصل هستند

جلسه ۱۸:



سیستمی است که از منطق فازی برای عملکرد بر روی ورودی x به منظور تولید خروجی y استفاده می کند.

انواع سیستم های فازی

- نوع موتور استنتاج فازی (ضرب، \min ، کوماشیویر، زاده، دینی و غیره) حالت ۱
- نوع فازی ساز (منفرد، گولن، فلیتی) حالت ۳
- نوع تائیدی ساز (مرکز ثقل، میانگین مرکز $mean$) حالت ۳

$$5 \times 3 \times 3 = 45$$

تابع سیستم فازی داریم

درجه اتش شدی یکتاخون

وزن توانی

خروجی

تائیدی

Rule^(l): اگر $A_1^l, A_2^l, \dots, A_n^l$ باشد آنگاه B^l است.

$l = 1 \rightarrow n$

* فرض کنید مجموعه فازی B^L با مرکز y را داشته باشیم. سیستم فازی با موتور استنتاج ضرب، فازی ساز منفرد و غیر فازی ساز میانگینی مراکزدهی شکل خواهد بود.

$$f(x) = \frac{\sum_{\ell=1}^m y^{-\ell} (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{\ell}}(x_i))}{\sum_{\ell=1}^m (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{\ell}}(x_i))}$$

یا برای موتور استنتاج میفیم، فازی ساز منفرد و غیر فازی ساز میانگینی مراکزدهی:

$$f(x) = \frac{\sum_{\ell=1}^m y^{-\ell} (\min_{i=1}^n \mu_{A_i^{\ell}}(x_i))}{\sum_{\ell=1}^m (\min_{i=1}^n \mu_{A_i^{\ell}}(x_i))}$$

نتیجه: سیستم های فازی گاست های غیر خطی هستند که می توان آن ها را بدست می رویای ریاضی دقیق نشان داد.

نقش مهم واسطی سیستم های فازی فراهم کردن یک روال سیستماتیک برای تبدیل مجموعه ای از قوانین زبانی که توسط خبرگان عموماً تبیین می شوند به یک گاست غیر خطی می باشد.