

Adam Jenča  
Tercia A  
SŠ Novohradská, Bratislava  
Príklad Z9-I-1

Každý člen prvej postupnosti  $a_n$  vyzerá takto:

$a_n = 2023 + nd$ , kde  $d$  je diferencia prvej postupnosti.  
V druhej je to podobne:

$b_n = 2023 + ne$ , kde  $e$  je diferencia druhej postupnosti.  
Teraz od oboch postupností odčítame 2023, aby sa začínali v nule, na výsledku to nič nezmení.

Označme si postupnosť spoločných čísel  $c$ . Pre každý člen postupnosti  $c_i$  platí že

$$c_i = kd = ne; \{k, n\} \subseteq \mathbb{N}$$

$c$  je aritmetická postupnosť, pretože keď sa dostaneme k prvému členu,  $a_k$  a  $b_n$  sú rovnaké, a teda môžeme postupnosti upraviť odčítaním  $a_k$  zase na nuly.

Označme si jej diferenciu  $f$   
 $c$  má 26 členov medzi 0 a 1000.

Keď nerátame nulu, má 25 členov od 1 po 1000.

$f$  bude teda  $1000 : 25 = 40$ . Označme si koeficient  $d$  pri prvom člene  $c$   $k_0$  a v tej istej situácii koeficient  $e$   $n_0$

Prvý prvok  $c$  okrem nuly bude

$$c_1 = 1f = d.k_0 = e.n_0 = 40$$

Vieme, že  $d$  a  $e$  sú v pomere  $5 : 2$ , teda  $\frac{d}{e} = \frac{5}{2}$ .

To si upravíme cez  $5d = 2e$  na  $e = \frac{5}{2}d$ , Vieme preto, že

$$d.k_0 = \frac{5d}{2}n_0 = 40$$

. Vynásobíme si všetko dvomi.

$$2d.k_0 = 5d.n_0 = 80$$

Vyberieme si odtiaľ rovnicu  $2d.k_0 = 5d.n_0$ . Teraz podelíme obe strany  $d$ :

$$2k_0 = 5n_0$$

Keďže  $k_0 \in \mathbb{N}$  aj  $n_0 \in \mathbb{N}$ , môžeme povedať, že

$$2k_0 = 5n_0 = 10x; x \in \mathbb{N}$$

Pretože 40 je najmenšie spoločné číslo, musia  $k_0$  a  $n_0$  byť najmenšie čísla spĺňajúce rovnicu vyššie.

Najmenšie možné  $x = 1$ . Teda  $2k_0 = 5n_0 = 10$ . Preto  $k_0 = 5$  a  $n_0 = 2$ . Vieme, že

$$d.k_0 = 5d = 40$$

Preto

$$d = \frac{40}{5} = \mathbf{8}$$

a

$$e = \frac{5}{2}d = \frac{5}{2}.8 = \frac{40}{2} = \mathbf{20}$$

Rozdiel diferencií  $\Delta_d = e - d = \mathbf{12}$ .