

Adam Jenča  
Tercia A  
SŠ Novohradská, Bratislava  
Príklad Z9-I-4

Aby sme dostali najmenší možný výsledok, musia  $a$  aj  $b$  byť v tvare  $7^x \cdot 11^y$ , pretože konštantné členy v rovnici sú iba 7 a 11, a treba upraviť ich exponenty na rovnaké. Skúsme zistiť, aké najmenšie môžu  $x$  a  $y$  byť pre  $a$ .

Keďže  $7a^3 = 11b^5$ , vieme, že  $3x + 1$  musí byť deliteľné piatimi, pretože  $7 \cdot (7^{3x})$  musí byť piata mocnina.

Toto platí pre najmenšie  $x = 3$ , kde  $(3x + 1 = 10)$ .

Vieme aj, že  $3y - 1$  musí byť deliteľné piatimi, pretože  $\frac{11^{3x}}{11}$  musí byť piata mocnina. Najmenšie také  $y$  je 2, kde  $(3y - 1 = 5)$ .

$a$  je teda rovné  **$7^3 \cdot 11^2 = 41503$** .

Teraz zistíme to isté pre  $b$ . Vieme, že v tomto prípade musí byť  $5x - 1$  deliteľné 3, pretože  $\frac{11^{5x}}{11}$  musí byť tretia mocnina.

Najmenšie také  $x$  je 2, kde  $(5x - 1 = 9)$ .

$5y + 1$  musí byť tiež deliteľné tromi, pretože  $11 \cdot 11^{5x}$  musí byť tretia mocnina.

Najmenšie také  $y$  je 1, kde  $(5y + 1 = 6)$

$b$  je teda rovné  **$7^2 \cdot 11 = 539$**

Teraz si to overíme. Na ľavej strane máme  $7a^3 = 7 \cdot (7^3 \cdot 11^2)^3 = 7 \cdot 7^9 \cdot 11^6 = 7^{10} \cdot 11^6$

Na pravej strane je  $11b^5 = 11 \cdot (11 \cdot 7^2)^5 = 11 \cdot 11^5 \cdot 7^{10} = 7^{10} \cdot 11^6$

Ako vidno, obe strany sú rovnaké. Naše riešenie je najmenšie, pretože akékoľvek nižšie by nemohli zmeniť exponenty na rovnaké.