Jennifer Priscila de León Flores

Tarea Unidad 5

1. Una empresa de neumáticos afirma que una nueva gamma en promedio dura menos de 28,000 km. Las pruebas con 64 neumáticos dan como resultado una duración media de 27,800 km con una desv. estándar de 1000 km. Bajo la normalidad de los neumáticos, se pide:

$n = 64,\ \mu = 27,800,\ S = 1000 = \sigma$

a) Comprobar si hay evidencia suficiente para rechazar la afirmación de la empresa, con un nivel de significancia del 5%.

$X \sim N(28,000, \sigma)$

Media poblacional μ con σ (desv. estándar) desconocida

$H_0: \mu = 28,000$ $\quad$ $\bar{X} = 28,000,\ n = 64,\ S = 1000,\ \mu = 27800$

$H_1: \mu < 28,000$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{x}}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{28,000 - 27800}{\frac{1000}{\sqrt{64}}}$$

$$Z = \frac{200}{\frac{1000}{8}} = 1.6$$

Valor de la tabla de α

$Z\alpha = Z0.05 = 1.645$

Rechazamos H_0 si:

$Z \leq Z\alpha \implies 1.6 \leq 1.645$

$\therefore$ No rechazamos H_0

$\therefore$ Con una confianza del 95% se acepta la afirmación de la empresa de neumaticos que una nueva gamma dura en promedio 28,000 km

b) Probar también con la prueba del P-valor

$\alpha_p < \alpha$

$Z = 1.6$

Valor de la tabla = Valor $P = 1 - 0.9452$

Valor $P = 0.0548$ $\quad\quad \alpha_p \leq \alpha \Rightarrow 0.0548 > 0.05$

Como 0.0548 es mayor a 0.05

∴ No rechazamos a H_0

∴ Con 95% de confianza la nueva gamma de neúmaticos dura 28,000 Km

2. Para analizar el crecimiento de ratas de laboratorio se eligen 13 ratas y se miden obteniendo una talla promedio de la muestra de 5.3 cm y una varianza muestral de 19.3. Un investigador afirma que la talla promedio de las ratas en la población es mayor a 4.5 cm. Verifique tal afirmación realizando la PH con un nivel de significación del 0.01

$n=13$ PH respecto de una media s desconocida

$\bar{X}=5.3$ $n<30$

$S^2=19.3$

$\alpha=0.01$ $H_0: \mu=4.5$

$H_1: \mu>4.5$

$$t=\frac{\bar{X}-\mu_x}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}=\frac{5.3-4.5}{\frac{19.3}{\sqrt{13}}}=0.149$$

$t_{\alpha,n-1}=t_{0.01,13-1}=t_{0.01,12}=2.681$

Rechazamos Ho si:

$t\geq t_\alpha \Rightarrow 0.149\leq 2.681$

∴ No se rechaza Ho

∴ Con 99% de confianza la talla promedio de las ratas no es mayor a 4.5 entonces la afirmación del investigador no es correcta.

3. En una fábrica de artículos electrónicos gralmente el 10% de los artículos presenta algún defecto de fabricación. Para mejorar la calidad del producto se toman medidas para disminuir el % de artículos def. Luego de aplicadas las medidas se elige una muestra de 15000 artículos y se prueban observando que 100 de ellos presentaban algún defecto. ¿Cree ud. que las medidas de mejoramiento aplicadas lograron disminuir la proporción de artículos defectuosos en la fabrica?

a) Realice la PH con nivel de significación de 0.05

$n = 1500$

$\hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{100}{1500} = 0.066$ Prueba de hipotésis sobre una proporción poblacional p

$\alpha = 0.05$

$p = 10\%$

$Z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} = \frac{0.066 - 0.1}{\sqrt{\frac{(0.1)(0.9)}{1500}}}$

$\hat{p} = 0.066$

$p_0 = 0.1$

$q = 1 - p = 1 - 0.1$

$q = 0.9$

$Z = \frac{-0.034}{0.0077} = -4.415$

$H_0 : p = 0.1$

$H_1 : p < 0.1$

$Z\alpha = Z0.05 = 1.645$

Rechazamos si:

$Z \leq Z\alpha \Rightarrow -4.415 \leq 1.645$

∴ Rechazamos H_0

∴ Con 95% de confianza las medidas aplicadas lograran disminuir la proporción de artículos defectuosos.

b) Probar con p-valor

$z = -4.415$

Valor $P = 1 - z_{-4.45} = 1$

$\Rightarrow$ No hay valor de z para -4.45

4. En un proceso de fabricación de tornillos, la máquina cortadora de los trozos de metal para su fabricación presenta en condiciones normales una varianza de la longitud de los cortes de 0.15. Para verificar si la máquina está trabajando en condiciones normales se toma una muestra de 10 trozos de metal cortados por esa máquina en la fábrica y se miden sus longitudes, obteniendo los sigs. resultados:

15.2, 15.5, 14.2, 15.6, 14.8, 15.2, 15.1, 14.1, 14.7, 14.6

Realizando la PH, verifique si la máquina está trabajando en condiciones normales con 0.05 de nivel.

$\sigma = 0.15$ Varianza para datos no agrupados

$n = 10$

$\alpha = 0.05$ $\quad S^2 = \frac{\sum X_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1}$

$$\bar{X} = \frac{15.2 + 15.5 + 14.2 + \dots 14.6}{10} = 14.9$$

$$S^2 = \frac{15.2^2 + 15.5^2 + 14.2^2 + \dots + 14.6^2 - (10)(14.9)^2}{10-1}$$

$$S^2 = \frac{2222.44 + 2220.1}{9} = 0.26$$

$S^2 = 0.26$

$S = 0.5099$

Prueba de hipotèsis respecto de una desv. o varianza

$H_0 : \sigma = 0.15$

$H_1 : \sigma \neq 0.15$ $\quad X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = \frac{(10-1)(0.5099)^2}{0.15}$

$X^2 = 15.59$

Valor de α

$X^2{}_{1-\alpha, n-1}$, $X^2{}_{0.95,9} = 3.32$

Valor de α

$X^2{}_{0.05,9} = 16.92$

Rechazamos Ho si

$X^2 < X^2_\alpha \Rightarrow 15.59 > 3.32$

$\therefore$ No rechaza Ho

$X_2 < X^2_\alpha \Rightarrow 15.59 < 16.92$

$\therefore$ No se rechaza Ho

$\therefore$ Con 95 % de confianza la máquina funciona en excelentes condiciones

5. Se desea analizar el contenido de vitamina A en la sangre en trabajadores a nivel del mar y en altura obteniendo los datos:

Nivel del mar: 25.2, 30.4, 46.9, 51, 46.4, 48.5, 39.3, 55.9, 34.3, 31.2, 40.7, 29.8, 35.7, 40.1

En altura: 43.7, 62.6, 61.6, 74.8, 36.8, 68.6, 69.3, 67, 44, 49, 56.8, 48.4, 42.4, 47.1

Pruebe la hipotésis que el trabajo en altura hace aumentar el contenido medio de vitamina A en la sangre usando un nivel de significancia de 0.05

$\alpha = 0.05 \quad n = 14$

Sea X nivel del mar

$$\bar{x} = \frac{25.2 + 30.4 + 46.9 + \ldots + 40.1}{14} = 39.67$$

$\bar{x} = 39.67 \quad S_x = 0.50 \quad \sigma^2 = \frac{(n_1-1)S_x^2 + (n_2-1)S_y^2}{n_1+n_2-2} = 114.92$

Sea Y la altura

$\bar{y} = 55.15 \quad S_y = 12.12 \quad n_1 = 14 \quad n_2 = 14$

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$

$H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$

$$t_0 = \frac{39.67 - 55.15}{\sqrt{114.92\left(\frac{1}{14}\right)\left(\frac{1}{14}\right)}}$$

Valor de tabla $\quad t = -3.82$

$t_{1-\alpha, n+m-2}, t_{0.95, 26} = 1.71$

Rechazamos Ho si

$t \geq t_\alpha \Rightarrow -3.82 \leq 1.71$

$\therefore$ Se rechaza Ho

$\therefore$ Con 95% de confianza el trabajo en la altura hace aumentar el contenido medio de vitamina A en la sangre.

6. En un estudio para investigar la calidad de los artículos producidos por 2 máquinas, se elige una muestra de 50 artículos producidos por la máquina A y se observa que 11 están defectuosos y en una muestra de 50 artículos producidos por la máquina B se encuentran 8 defectuosos. Pruebe la hipótesis de que la proporción de artículos defectuosos producidos por la máquina A es mayor que los producidos por B, con 0.05 de significancia

Máquina A	Máquina B	
$n=50$	$n=50$	$\hat{p}=\frac{x_1}{n_1}$
11 def.	8 def.	$\hat{q}=1-\hat{p}$

$\hat{p}_1=\frac{11}{50}=0.22$ $\quad$ $\hat{p}_2=\frac{8}{50}=0.16$ $\quad$ Prueba de hipótesis sobre 2 proporciones

$\hat{q}_1=0.78$ $\quad$ $\hat{q}_2=0.84$

$$\bar{p}=\frac{x_1+x_2}{n_1+n_2}=\frac{11+8}{50+50}=\frac{19}{100}=0.19 \qquad \bar{q}=0.81$$

$H_0: p_1=p_2$

$H_1: p_1>p_2$

$$Z=\frac{(\hat{p}_1-\hat{p}_2)-(p_1-p_2)}{\sqrt{\frac{\bar{p}\bar{q}}{n_1}+\frac{\bar{p}\bar{q}}{n_2}}}=\frac{(0.22-0.16)-0}{\sqrt{\frac{(0.19)(0.81)}{50}+\frac{(0.19)(0.81)}{50}}} \qquad p_1=p_2$$

$$Z=\frac{0.06}{\sqrt{0.006156}}=0.7647$$

Valor de la tabla de α

$Z\alpha=Z_{0.05}=1.645$

Rechazamos Ho si

$Z\geq Z\alpha \Rightarrow 0.7647<1.645$

$\therefore$ No se rechaza Ho

$\therefore$ Con 95% de confianza no hay diferencia en la proporción de artículos defectuosos producidos por las 2 máquinas, A y B

7 Un nuevo dispositivo filtrado se instala en una planta química. Antes y despues de su instalación una m.a. entrega la sig. información del % de impurezas.
Antes de instalación: $n=8$, $S_x=10.05832$
Después de instalación: $m=9$, $S_y=9.8858$
Pruebe la hipotésis de que las varianzas del % de impurezas antes y después son iguales. Nivel de 0.05

Prueba de hipotésis sobre la igualdad de 2 varianzas

$H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$

$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{10.05832}{9.8858} = 1.0174$

$H_1: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1$

$v_1 = n_1 - 1 = 8-1 = 7$
$v_2 = n_2 - 1 = 9-1 = 8$

Valor de α
$F_{\alpha, v_1, v_2} = F_{0.05, 7, 8} = 0.2684$

Rechazamos H_0 si:

$F \geq F_{\alpha, v_1, v_2} \Rightarrow 1.0174 \geq 0.2684$

$\therefore$ No rechazamos H_0

$\therefore$ Con 95% las varianzas del porcentaje de impurezas antes y despues no son iguales

8. Para estudiar si el consumo de tabaco tiende a provocar problemas de trombosis debido a un aumento en la capacidad de coagulación, se extrajo muestras de sangre en 10 individuos antes y después de que fumasen un cigarrillo, midiendo la capacidad de agregación de las plaquetas.

Antes	25	27	44	30	67	53	53	52	60	28	X
Después	29	37	56	46	82	57	80	61	59	43	Y

Bajo el supuesto de normalidad, ¿hay suficiente evidencia estadística, con un nivel de 0.01 para afirmar que los fumadores presentan la misma tendencia a la formación de coágulos

Sea a la diferencia de x y Y

$n=10$

$a: -4, -10, -12, -16, -15, -4, -27, -9, 1, -15$

$H_0: \mu=0$

$H_1: \mu>0$

$\bar{a} = \frac{\Sigma a_i}{n} = \frac{-4-10-12-16-15-4-27-9+1-15}{10}$

$\bar{a} = -11.1$

$S^2_a = \frac{\Sigma(a_i - a)^2}{n-1} = 62.32$

$S = 7.89$

$t = \frac{\bar{x} - \mu_x}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{(-11.1)-(-11.1)}{7.89/\sqrt{10}} =$