TAREA 5

Unidad 4

Jennifer Priscila de León Flores
1860533

Problema 1

Suponga que la porosidad al helio (en %) de muestras de carbón tomadas de cualquier costura particular está normalmente distribuida con desv. estándar de 0.75

a) Calcule un intervalo de confianza de 95% para la porosidad promedio verdadera de una costura si la porosidad promedio en 20 especímenes fue de 4.85

$\sigma = 0.75$ Confiabilidad 95% → Error 5%

$\bar{X}_{20} = 4.85$ $\bar{X} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$n = 20$

$1-\alpha = 1 - 0.95$ $4.85 - Z_{0.025}\frac{0.75}{\sqrt{20}} < \mu < 4.85 + Z_{0.025}\frac{0.75}{\sqrt{20}}$

$= 0.05$

$Z_{\alpha/2} = Z_{0.05/2}$

$Z_{0.025} = 1.96$ $4.85 - 1.96\frac{(0.75)}{\sqrt{20}} < \mu < 4.85 + 1.96\frac{(0.75)}{\sqrt{20}}$

$4.85 - 0.3287 < \mu < 4.85 + 0.3287$

$4.5213 < \mu < 5.1787$

$(4.5213, 5.1787)$

∴ La porosidad promedio está entre 4.5213 y 5.1787 con un 95% de confianza

b) Intervalo de confianza de 98%, 16 especímenes con porosidad promedio muestral de 4.56

$n = 16$

$\bar{X} = 4.56$ $\bar{X} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$\sigma = 0.75$

$1-\alpha = 1 - 0.98$

$= 0.02$ $4.56 - (2.33)\frac{0.75}{\sqrt{16}} < \mu < 4.56 + (2.33)\frac{0.75}{\sqrt{16}}$

$Z_{\alpha/2} = Z_{0.02/2}$

$Z_{0.01} = 2.33$ $4.56 - 0.436875 < \mu < 4.56 + 0.436875$

$4.1238 < \mu < 4.9962$

$(4.1238, 4.9962)$

∴ La porosidad promedio está entre 4.1238 y 4.9962 con un 98% de confianza

c) ¿Qué tan grande debe ser un tamaño de muestra si el ancho del intervalo de 95% tiene que ser de 0.40

$\sigma = 0.75$

$E = 0.40$

Confianza 95%

$1 - 0.95 = 0.05$

$Z_{0.05/2} = Z_{0.025}$

$Z_{0.025} = 1.96$

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2}\,\sigma}{E}\right)^2$$

$$n = \left(\frac{Z_{0.025}(0.75)}{0.4}\right)^2$$

$$n = \left(\frac{1.96(0.75)}{0.4}\right)^2$$

$$n = 13.5056$$

∴ La muestra necesaria debe ser de 13 costuras para una anchura de 0.40 con 95% de confianza

d) ¿Qué tan grande debe ser un tamaño de muestra para calcular la porosidad promedio verdadera dentro de 0.2 con confianza de 99%.

$\sigma = 0.75$

$E = 0.2$

Confianza 99%

$1 - 0.99 = 0.01$

$Z_{0.01/2} = 0.005$

$Z_{0.005} = 2.58$

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2}\,\sigma}{E}\right)^2$$

$$n = \left(\frac{Z_{0.005}\,\sigma}{E}\right)^2$$

$$n = \left(\frac{2.58(0.75)}{0.2}\right)^2$$

$$n = 93.605$$

∴ La muestra necesaria debe ser de 93 costuras para una anchura de 0.2 con un 99% de confianza.

Problema 2

Con base en pruebas extensas, se sabe que el punto de cedencia de un tipo particular de varilla de refuerzo de acero suave está normalmente distribuido con $\sigma = 100$. La composición de varilla se modificó un poco, pero no afectó a σ.

a) Suponiendo que esté tiene que ser el caso, si una muestra de 25 varillas modificadas dio por resultado un punto de cedencia promedio muestral de 8439 lb, calcule un intervalo de confianza de 90% para el punto de cedencia promedio verdadero de la varilla modificada.

$N \sim (\mu, \sigma^2)$

$\sigma = 100$

$n = 25$

$\bar{X} = 8439$ lb

$1 - \alpha = 1 - 0.90$

$= 0.1$

$Z_{0.1/2} = Z_{0.05}$

$Z_{0.05} = 1.645$

$$\bar{X} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$8439 - (1.645)\frac{100}{\sqrt{25}} < \mu < 8439 + (1.645)\frac{100}{\sqrt{25}}$$

$$8439 - 32.9 < \mu < 8439 + 32.9$$

$$8406.10 < \mu < 8471.89$$

∴ El punto de cedencia promedio verdadero de la varilla modificada es de 8406 y 8471 para un intervalo de confianza de 90%.

b) ¿Cómo modificaría el intervalo del a) si es 92%.

$1 - \alpha = 1 - 0.92$

$= 0.08$

$Z_{0.08/2} = Z_{0.04}$

$Z_{0.04} =$

$$8439 - Z_{0.04}\frac{100}{5} < \mu < 8439 + Z_{0.04}\frac{100}{5}$$

$$8403.98 < \mu < 8474.01$$

∴ Cambia un poco a 8403 y 8474 pero cambia un poco más si cambiamos el tamaño de muestra n.

Problema 3

El artículo "Gas cooking, Kitchen ventilation and Exposure to combustion products", (indoor air, 2006: 65-73) reportó que, para una muestra de 50 cocinas de estufa con gas monitoreadas una semana, el nivel de CO_2 medio muestral (ppm) fue de 654.1 y la desv. estándar fue de 164.43

a) Calcule e interprete un intervalo de confianza de 95% para un nivel de CO_2 promedio verdadero en la población de todas las casas de la cual se selecciono la muestra.

$n=50$ $\quad$ $\bar{X} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$\bar{X} = 654.16$

$\sigma = 164.43$

Confianza 95% $\quad$ $654.16 - \frac{1.96(164.43)}{\sqrt{50}} < \mu < 654.16 + \frac{1.96(164.43)}{\sqrt{50}}$

$1-\alpha = 1-0.95$

$= 0.05$

$Z_{\alpha/2} = 0.05/2$ $\quad$ $654.16 - 45.5776 < \mu < 654.16 + 45.5776$

$Z_{0.025} = 1.96$ $\quad$ $608.5823 < \mu < 699.7377$

$(608.5823, 699.7377)$

∴ Con un 95% de confianza podemos decir que el CO_2 de las casas estará entre 608 y 699

b) Suponga que el investigador había hecho una suposición preliminar de 175 ¿Qué tamaño de muestra será necesario para un ancho de 50 ppm y 95% de confianza?

$E = 50$ $\quad$ $n = \left(\frac{Z_{\alpha/2}\,\sigma}{E}\right)^2$

$n = 175$

Confianza 95%

$1-0.95 = 0.05$ $\quad$ $n = \left(\frac{1.96(164.43)}{50}\right)^2$

$Z_{0.05/2} = Z_{0.025}$

$Z_{0.025} = 1.96$

$n = 41.5465$

∴ La muestra necesaria debe ser de 41 para un ancho de 50 ppm y 95% de confianza

Problema 4

Una legisladora estatal desea encuestar a los residentes de su distrito para ver que proporción del electorado está consiente de su posición sobre la utilización de fondos estatales para solventar abortos.

a) ¿Qué tamaño de muestra es necesario si el intervalo de confianza de 95% para p debe tener un ancho de cuando mucho 0.10 independientemente de p

$1-\alpha = 1-0.95$
$= 0.05$
$E = 0.10$

$$n = \left(\frac{Z\alpha/2}{E}\right)^2 p(1-p)$$

Si se desconoce la proporción (p) se usa por default $p = 0.5$

$Z\alpha/2 = Z0.05/2$
$Z0.025 = 1.96$

$$n = \left(\frac{1.96}{0.10}\right)^2 0.5(1-0.5)$$

$$n = (384.16)(0.25) = 96.04$$

∴ Se deben encuestar al menos 97 residentes para que con una confianza de 95% la estimación tenga un error máximo de 0.10

b) Si la legisladora está convencida de que por lo menos 2/3 del electorado conoce su posición, ¿qué tamaño de muestra recomendaría?

$Z0.025 = 1.96$
$E = 0.10$
$p = 2/3$

$$n = \left(\frac{Z\alpha/2}{E}\right)^2 p(1-p)$$

$$n = \left(\frac{1.96}{0.10}\right)^2 (2/3)(1-2/3)$$

$$n = (384.16)(2/3)(1/3)$$

$$n = 85.3689$$

∴ Se recomienda encuestar a 86 residentes

Problema 5

Un artículo que contiene las siguientes observaciones de grado de polimerización de especímenes de papel para los cuales la concentración de tiempos de viscosidad cayó en un rango medio

418, 421, 421, 422, 425, 427, 431, 434, 437, 439, 446, 447, 448, 453, 454, 463, 465

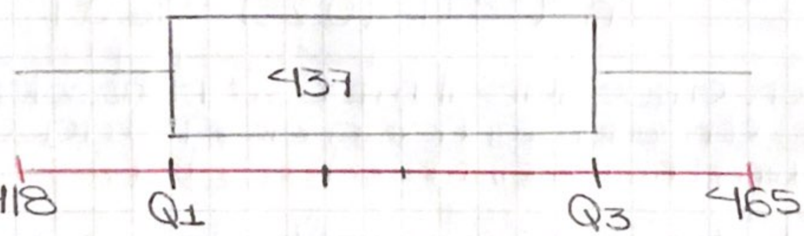
a) Construya una gráfica de caja de los datos y comente

Valor mínimo = 418
Medicana = 437
Valor máximo = 465

$n = 17$

Posición
$Q_1 = 0.25(17+1) = 4.5$
$Q_2 = 0.5(17+1) = 9$
$Q_3 = 0.75(17+1) = 13.5$

Valor
$Q_1 = 423.5$ $Q_2 = 437$ $Q_3 = 450.5$



∴ La mayoría de los datos se concentran en 423.5 y 450.5

b) ¿Es factible que las observaciones muestrales dadas fueron seleccionadas de una dist. normal?

$\bar{X} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{7451}{17} = 438.29$ Mediana = 437

∴ No es factible porque $\bar{X}$ y mediana tienen muy poca diferencia

c) Calcule un intervalo de confianza de 95% bilateral para un grado de polimerización promedio verdadero (como lo hicieron los autores del artículo). ¿Sugieres este intervalo que 440 es un valor factible del grado de polimerización promedio verdadero?, ¿Qué hay en cuanto a 450?

$1-\alpha = 1-0.95$
$= 0.05$

$T_{\alpha/2} = T_{0.05/2}$
$T_{0.025} = 2.120$
$\bar{X} = 438.2941$
$S_x^2 = 229.3455$
$S_x = 15.1441$

$$\bar{X} - t_{n-1,\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + t_{n-1,\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$438.2941 - t_{16,0.025}\frac{15.1441}{\sqrt{17}} < \mu$$

$$< 438.2941 + t_{16,0.025}\frac{15.1441}{\sqrt{17}}$$

$$438.2941 - 7.1790 < \mu < 438.2941 + 7.1790$$

$$430.5077 < \mu < 446.0805$$

∴ Con 95% de confianza para un grado de polimerización promedio estará en 430.5077 y 446.0805, entonces 440 es un valor factible porque está dentro de los límites de μ pero en cuanto a 450 no es un valor factible.

Problema 6

Se determinó la cantidad de expansión lateral (mils) con una muestra de n=9 soldaduras de arco de gas metalico de energía pulsante utilizadas en tanques de almacenamiento de buques LNG. La desv. estándar muestra fue S= 2.8 mils. Suponiendo normalidad obtenga un intervalo de confianza de 95% para σ^2 y para σ

$n=9$

$S=2.81$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{1-0.95}{2}$

$\frac{\alpha}{2} = 0.025$

$S^2 = 7.8961$
Varianza

$$\frac{(n-1)S^2}{X^2_{n-1,\alpha/2}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{X^2_{n-1,\alpha/2}}$$

$$\frac{(9-1)7.8961}{X^2_{9-1,0.025}} < \sigma^2 < \frac{(9-1)7.8961}{X^2_{n-1,0.025}}$$

Para

$3.6025 < \sigma^2 < 28.9805$

$1.8980 < \sigma < 5.3834$

∴ Con un 95% para la varianza de la expansión bilateral esta entre 3.6025 y 28.9805 y con desv. estándar tenemos entre 1.8980 y 5.3834

Problema 7

Los resultados de una prueba de turbiedad de Wagner de las muestras de arena de prueba de Ottawa realizada con 15 muestras de arena de prueba de Ottawa estándar (en microamperes)

26.7, 25.8, 24, 24.9, 26.4, 25.9, 24.4, 21.7, 24.1, 25.9, 27.3, 26.9, 27.3, 24.8, 23.6

a) ¿Es factible que esta muestra fuera seleccionada de una dist. de prob. normal?

21.7, 23.6, 24, 24.1, 24.4, 24.8, 24.9, 25.8, 25.9, 25.9, 26.4, 26.7, 26.9, 27.3, 27.3

Mediana = 24.9 $\quad n = 15 \quad \bar{X} = \frac{\Sigma X}{n} = \frac{379.7}{15} = 23.31$

$Me - \bar{X} = 1.59$

$\therefore$ No es factible esta muestra porque la diferencia entre el término medio y el promedio es muy poco.

Problema 8

Se utilizan 2 máquinas para llenar botellas de plástico con detergente para máquina lavaplatos. Se sabe que las desviaciones estándar de volumen de llenado son $\sigma_1 = 0.10$ onzas de líquido y $\sigma_2 = 0.15$ onzas de líquido para las 2 máquinas. Se toman 2 muestras aleatorias $n_1 = 12$ botellas de la máquina 1 y $n_2 = 10$ botellas de la máq. 2. Los volúmenes promedio de llenado son $x_1 = 30.87$ onzas de líquido y $x_2 = 30.68$ onzas de líquido. Asumiendo que ambas muestras provienen de dist. normales. Construya un intervalo de confianza de 90% para la diferencia entre las medias del volumen de llenado.

$\sigma_1 = 0.10 \quad \sigma_2 = 0.15$

$n_1 = 12 \quad n_2 = 10$

$X_1 = 30.87 \quad X_2 = 30.68$

$$(\bar{X}-\bar{y}) - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma x^2}{n} + \frac{\sigma x^2}{n}} < IC <$$

$$(\bar{X}-\bar{y}) + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma x^2}{n} + \frac{\sigma x^2}{n}}$$

Confianza 90%

$1-\alpha = 1-.9$

$= 0.1$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.1}{2} = 0.05$

$Z_{0.05} = 1.645$

$$(30.87-30.68) - 1.645\sqrt{\frac{0.10^2}{12} + \frac{0.15}{10}}$$

$$0.19 - 1.645(0.055)$$

0.01

0.0225

Limite inferior -0.0613

$$(30.87-30.68) + 1.645\sqrt{\frac{0.10^2}{12} + \frac{0.15^2}{10}}$$

Limite superior 0.4413

$$-0.0613 < IC < 0.4413$$

$\therefore$ Con un intervalo de confianza del 90% la diferencia de medias del volumen es -0.0613 y 0.4413

Problema 9

Se piensa que la concentración del ingrediente activo de un detergente líquido para ropa es afectado por el tipo de catalizador utilizado en el proceso de fabricación. Se realizan 10 observaciones con cada catalizador

Catalizador 1	Catalizador 2	C1-C2	$(C1-C2)^2$
57.9	66.4	-8.5	72.25
66.2	71.7	-5.5	30.25
65.4	70.3	-4.9	24.01
65.4	69.3	-3.9	15.25
65.2	64.8	0.4	0.16
62.6	69.6	-7	49
67.6	68.6	-1	1
63.7	69.4	-5.7	32.49
67.2	65.3	1.9	3.61
68.8	68.8	2.2	4.84
			232.82 suma

a) Encuentre un IC con 95%

$$\bar{X} = \frac{-8.5-5.5-4.9-3.9+0.4-7-1-5.7+1.9+2.2}{10} = -3.2 \rightarrow C_1-C_2$$

$$S^2 = \frac{\Sigma X_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1} = \frac{232.82-10(-3.2)^2}{10-1} = 14.4911$$

Cat. 1 $\qquad$ Cat. 2

$\bar{X} = \frac{\Sigma x}{n} = 65.22 \qquad \bar{X} = \frac{\Sigma x}{n} = 68.42$

$\bar{X}_1 = 65.22 \qquad X_2 = 68.42$

$\sigma_1 = 14.4911 \qquad \sigma_2 = 14.4911$

$n = 10 \qquad n = 10$

$1-\alpha = 1-0.95 = 0.05 \qquad T_{0.05/2} = 1.833 \qquad T_{n-1,\alpha/2} = 1.833$

$$(\bar{X}_1-\bar{X}_2) - t_{n-1,\alpha/2}, \frac{S^2}{\sqrt{n}} < IC < (\bar{X}_1-\bar{X}_2) + t_{n-1,\alpha/2} \frac{S^2}{\sqrt{n}}$$

$$(65.22-68.44-1.833\frac{(14.4911)}{\sqrt{10}} < IC < (65.22-68.44)1.833\frac{(14.4911)}{\sqrt{10}}$$

$$-12.2709 < IC < 5.8709$$

∴ Con una confianza del 95% para la diferencia entre las medias de las concentraciones está entre -12.2709 y 5.8709

b) ¿Existe alguna evidencia que indique que las concentraciones activas medias dependen del catalizador utilizado?

∴ Observamos que en el catalizador tiene valores menores al 2, su promedio es menor entonces hay menor nivel de concentración activa

Problema 10

Calcular un intervalo de confianza del 90%, para las sigs. variables aleatorias:

X_{1j}; tiempo en segundos que tarda el individuo j en estacionar automovil 1, con $j = 1, 2, \ldots, n$

X_{2j}; tiempo en segundos que tarda el individuo j en estacionar automovil 2, con $j = 1, 2, \ldots, n$

Sujeto	Automovil 1 (observación X_{1j})	Automovil 2 (observación X_{2j})
1	37	17.8
2	25.8	20.2
3	16.2	16.8
4	24.2	41.4
5	22	21.4
6	33.4	38.4
7	23.8	16.8
8	58.2	32.2
9	33.6	27.8
10	24.4	23.2
11	23.4	29.6
12	21.2	20.6
13	36.2	32.2
14	29.8	53.8

$n = 14$ $\qquad \bar{X}_{1j} = 29.25 \qquad X_{2j} = 28.01$

$1 - 0.90 = 0.1$

$\alpha = 0.1$

$S = \frac{\Sigma X_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1}$ para este $\bar{X} = 1.23$ prom $(X_{1j} - X_{2j}) \Sigma / n$

$T_{n-1, \alpha/2}$

$T_{14-1, 0.1/2} = 1.833$

$$S = \frac{2112.17 - 14(1.23)^2}{14-1}$$

$$S = 160.83$$

$$(\bar{X}_{1j} - \bar{X}_{2j}) - t_{n-1,\alpha/2} \frac{S\sigma}{\sqrt{n}} < IC < (\bar{X}_{1j} - \bar{X}_{2j}) + t_{n-1,\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$(29.25 - 28.01) - 1.833 \frac{(160.83)}{\sqrt{14}} < IC < (29.25 - 28.01 + 1.833 \frac{(160.83)}{\sqrt{14}}$$

$$1.24 - 78.78 < IC < 1.24 + 78.78$$

$$-77.54 < IC < 80.02$$

∴ Con un 90% la diferencia del tiempo promedio en segundos es de −77.54 y 80.02 entre estacionar el auto 1 y 2.

Problema 11

Una compañía fabrica propulsores para uso en motores de turbina. Una de las operaciones consiste en esmerilar el terminado de una superficie particular con una aleación de titanio. Pueden emplearse 2 procesos de esmerilado y ambos pueden producir partes que tienen la misma rugosidad superficial promedio. Interesaría seleccionar el proceso que tenga la en la rigurosidad de la superficie.
Para esto se toma una muestra de 12 partes del 1er. proceso, con desv. estándar muestral $S_2=5.1$ micropulgadas, y una m.a. de 15 en el 2do. proceso y $S_2=4.7$.
Se desea encontrar un intervalo de confianza de 90% para el cociente de las 2 varianzas. Suponer que son ind. los procesos y que la rigurosidad de la superficie está dist. de manera normal

$n_1=12$ $\quad n_2=15$

$S_2=5.1$ $\quad S_2=4.7$

$1-0.90=0.1$

$\alpha=0.1$

$$\frac{S_x^2}{S_y^2} F_{n-1,m-1,\alpha/2} < IC < \frac{S_x^2}{S_y^2} F_{n-1,m-1,\alpha/2}$$

$$\frac{5.1}{4.7} F_{11,14,0.1/2} < IC < \frac{5.1}{4.7} F_{11,14,0.1/2}$$

columna

fila

$F_{11,14}$ $\quad F_{11,14,0.05}=0.4230 \quad F_{11,14,0.95}=2.5654$

$$\frac{5.1}{4.7}(0.3651) < IC < \frac{5.1}{4.7}(2.5654)$$

$$0.4230 < IC < 2.9717$$

∴ Con 90% para el cociente de las 2 varianzas estará en 0.4230 y 2.9717

Problema 12

Se lleva a cabo un estudio para determinar la efectividad de una nueva vacuna contra la gripe. Se administra la vacuna a una muestra aleatoria de 3000 sujetos, y de ese grupo 13 contraen gripe. Como grupo de control se seleccionan al azar 2500 sujetos, a los cuales no se les administra la vacuna, y de ese grupo 170 contraen gripe. Construya un IC de 0.95 para la diferencia entre las verdaderas proporciones de individuos que contraen gripe

Caso 1	Caso 2
$n_1 = 3000$	$n_2 = 2500$
con gripe $= 13$	con gripe $= 170$
$p_1 = 13/3000$	$p_2 = 170/2500$
$p_1 = 0.0043$	$p_2 = 0.068$

$1 - 0.95 = 0.05$

$Z_{\alpha/2}$

$Z_{0.05/2}$

$Z_{0.025} = 1.96$

$$(p_x - p_y) - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_x(1-p_x)}{n} + \frac{p_y(1-p_y)}{m}} < IC < (p_x - p_y) + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_x(1-p_x)}{n} + \frac{p_y(1-p_y)}{m}}$$

$$(0.0043 - 0.068) \pm \sqrt{\frac{0.0043(1-0.043)}{13} + \frac{0.068(1-0.068)}{170}}\,(1.96)$$

$$-0.0738 < IC < -0.0536$$

∴ Con un 95% de confianza la diferencia entre las verdaderas proporciones de individuos que contraen gripa es entre -0.0738 y -0.0536