



Modelo de Markowitz en la optimización de Portafolios de Inversión

Unidad Educativa: Modelado Matemático
Docente: Jobish Vallikavungal Devassia

Equipo

Sandra María Cavazos Huerta	1877283
Diego Marcelo Montemayor Guerra	1847156
Diana Villarreal Garza	1877498

Establecimiento del problema



Un inversionista racional trata de **maximizar su rentabilidad y minimizar el riesgo asociado**. A la hora de decidir se enfrenta al problema de **cómo distribuir sus recursos** entre diferentes opciones de inversión.

Se debe escoger un grupo de acciones para conformar un Portafolio de Inversión.

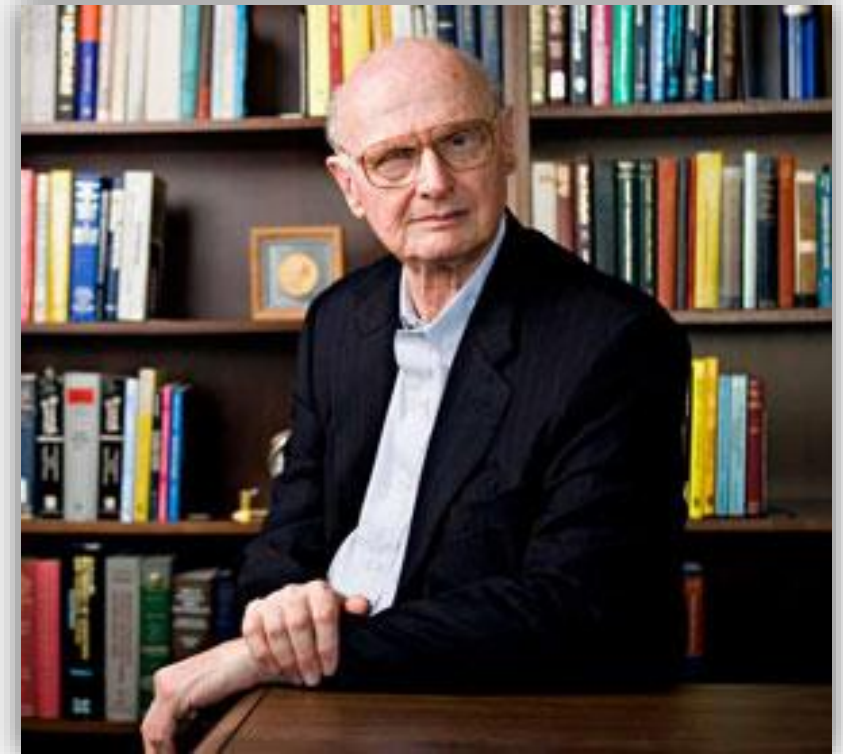
El problema de diversificación consiste en **encontrar las participaciones de cada activo** que produzcan el mayor rendimiento del portafolio con un bajo nivel de riesgo.

La pregunta **consiste en como obtener un portafolio** que reduzca la incertidumbre en cuanto al rendimiento esperado y al riesgo asociado.

Harry Markowitz

Economista, ganador del premio Nobel por sus aportaciones al análisis de carteras de inversión y a los métodos de financiación corporativa.

En 1952 publicó un artículo en el Journal of Finance titulado *Portfolio Selection*.



Descripción del Modelo de Markowitz

- ✓ Teoría donde los inversionistas aversos al riesgo construyen portafolios para maximizar el rendimiento esperado basado en un nivel de riesgo de mercado.
- ✓ Generar utilidades por encima de los valores de gobierno.
- ✓ Invertir en activos que no estén relacionados entre sí para disminuir el riesgo sin afectar las utilidades.



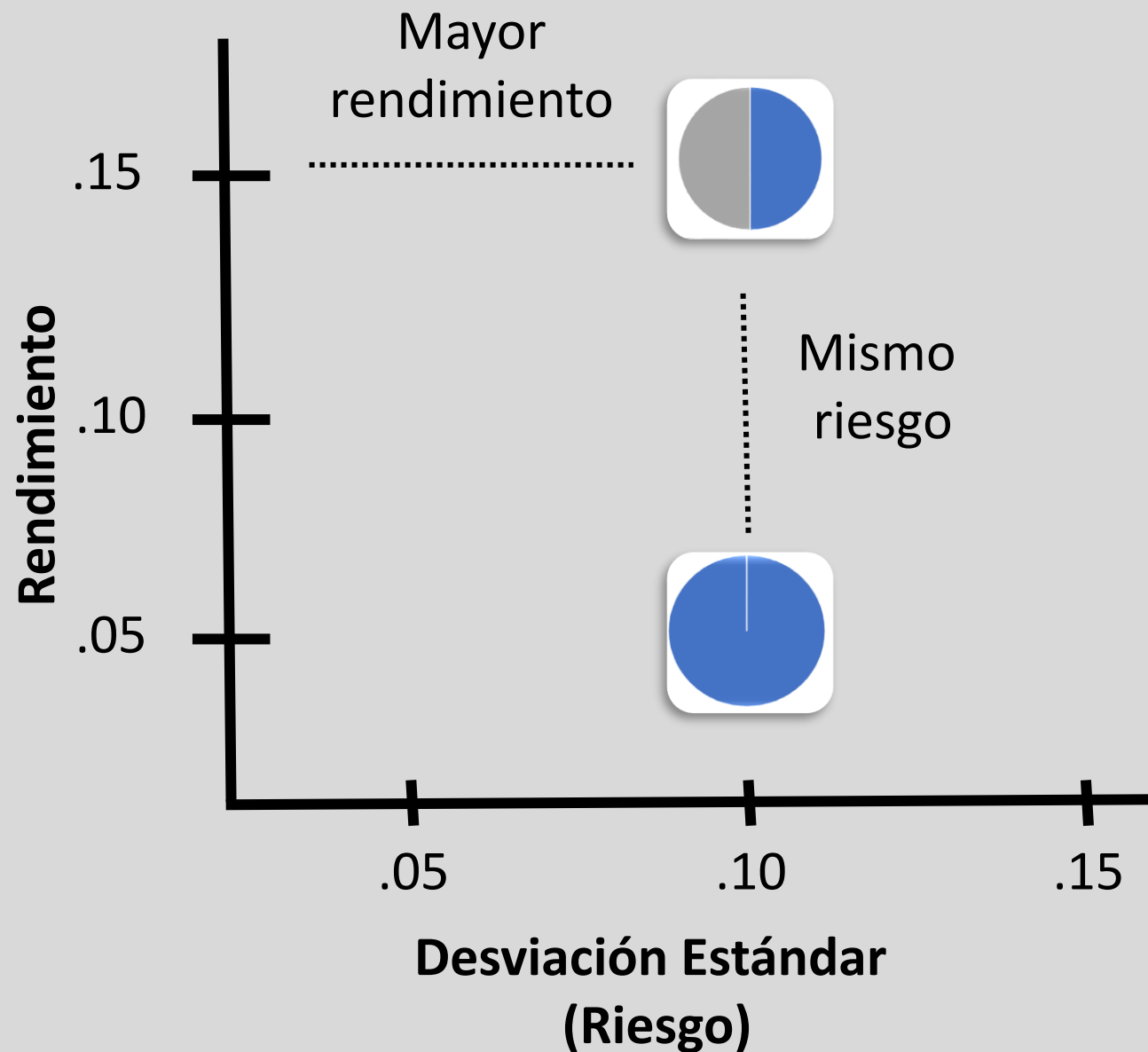
Portafolio eficiente

● Acción de la Empresa 1

● Acción de la Empresa 2



Portafolio Eficiente



Modelo de Markowitz

Markowitz desarrolla su modelo sobre la base del comportamiento racional del inversor. Se establece que un portafolio de inversión será eficiente si proporciona la máxima rentabilidad posible para un riesgo dado, en cambio, si presenta el **menor riesgo posible para un nivel determinado de rentabilidad**. Por lo que el modelo **se plantea como la minimización del riesgo**, sujeto a la función de rentabilidad.

Variables de Decisión

x_i -> Proporción del presupuesto del inversor destinado al activo financiero i
($i=1,2,\dots,n$)

Función Objetivo

$$\text{Min } \sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i \cdot x_j \sigma_{ij}$$

$\sigma^2(R_p)$ -> Varianza del Portafolio de Inversión "P"

σ_{ij} -> La covarianza entre los rendimientos de los valores i y j

Modelo de Markowitz

Restricciones

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i * E(R_i) = V^*$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 (i = 1, 2, \dots, n)$$

$E(R_p)$ -> Rendimiento esperado del portafolio "P"

$E(R_i)$ -> Rendimiento esperado del activo "I"

V^* -> Parámetro del modelo, el cual hace referencia al rendimiento esperado que se quiere obtener para el portafolio "P"

Ejemplo

Un inversionista desea determinar en qué proporción debería invertir su capital en enero del 2020. Los activos donde quiere invertir son Sony Company (SNE) y Philips (PHG). Desea tomar su decisión en base a los rendimientos históricos mensuales del 2018 y 2019. ¿Cuál es la proporción ideal de capital que debería invertir en cada compañía si desea minimizar el riesgo del portafolio?



Construyendo el modelo...

Variables de decisión:

x_i = proporción del capital destinado al activo i ; $i=1,2$

Función Objetivo:

$$\text{Min} \sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 x_i x_j \sigma_{ij}$$

Sujeto a:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^2 x_i * E(R_i) = V^*$$

$$\sum_{i=1}^2 x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1,2$$

COVARIANZA		
	<i>SNE</i>	<i>PHG</i>
SNE	0.005259342	
PHG	0.002424296	0.00480744

Con $V^* = 0.015$

Portafolio	
Retorno Esperado	1.5000%
Varianza	0.3722%
DES. Estandar	6.1006%
Indice de desempeño	24.5879%

Activo	Proporción
SNE	43.428%
PHG	56.572%
	100.000%

Con $V^* = 0.016$

Portafolio	
Retorno Esperado	1.6000%
Varianza	0.3823%
DES. Estandar	6.1831%
Indice de desempeño	25.8769%

Activo	Proporción
SNE	59.790%
PHG	40.210%
	100.000%

Bibliografía



- Giraldo Cárdenas, L. (2015, julio). Modelo de selección de portafolio óptimo de acciones mediante el análisis de Black-Litterman. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, 14(27), 111–130. <https://revistas.udem.edu.co/index.php/ingenierias/article/view/992/1642>
- Franco-Arbeláez, L. C., Avendaño-Rúa, C. T., & Barbutín-Díaz, H. (2011). Modelo de markowitz y modelo de Black-Litterman en la optimización de portafolios de inversión. *TecnoLógicas*, 26, 71–88. <https://doi.org/10.22430/22565337.40>
- Valderrama Gómez, S. (2014). *Diseño de Portafolios de Inversión Mediante el Modelo de Selección de Markowitz y el Modelo CAMP*. Trabajo de grado para optar por el título de Profesional en Administración de Empresas. <https://repository.javeriana.edu.co/bitstream/handle/10554/14843/ValderramaGomezSantiago2014.pdf?sequence=3&isAllowed=y>