



RUINA DEL JUGADOR

JOSÉ ANDRÉS GARCÍA ORTEGA 1941488
OFELIA VELAZQUEZ MONTEMAYOR 1856652
JESÚS ALFONSO GALINDO VÁZQUEZ 1941475

¿De qué trata el problema de la ruina del jugador?

Este problema consiste en calcular la probabilidad de que, cuando hay dos jugadores que participan en juegos de azar, uno de ellos llegue a la "ruina" en un número indeterminado de partidas.

Ambos jugadores inician las partidas con cierta "riqueza", y el problema termina cuando uno de los dos jugadores quede en la ruina, o bien, gane todo el dinero disponible.

A black and white photograph of a hand in a suit sleeve, pointing towards the text on the right. The hand is positioned on the left side of the frame, with the index finger extended. The background is dark and out of focus.

PLANTEAMIENTO

Sean A y B dos jugadores. Suponga que el jugador A tiene probabilidad " p " de ganar una ronda ($q=1-p$ de perder).

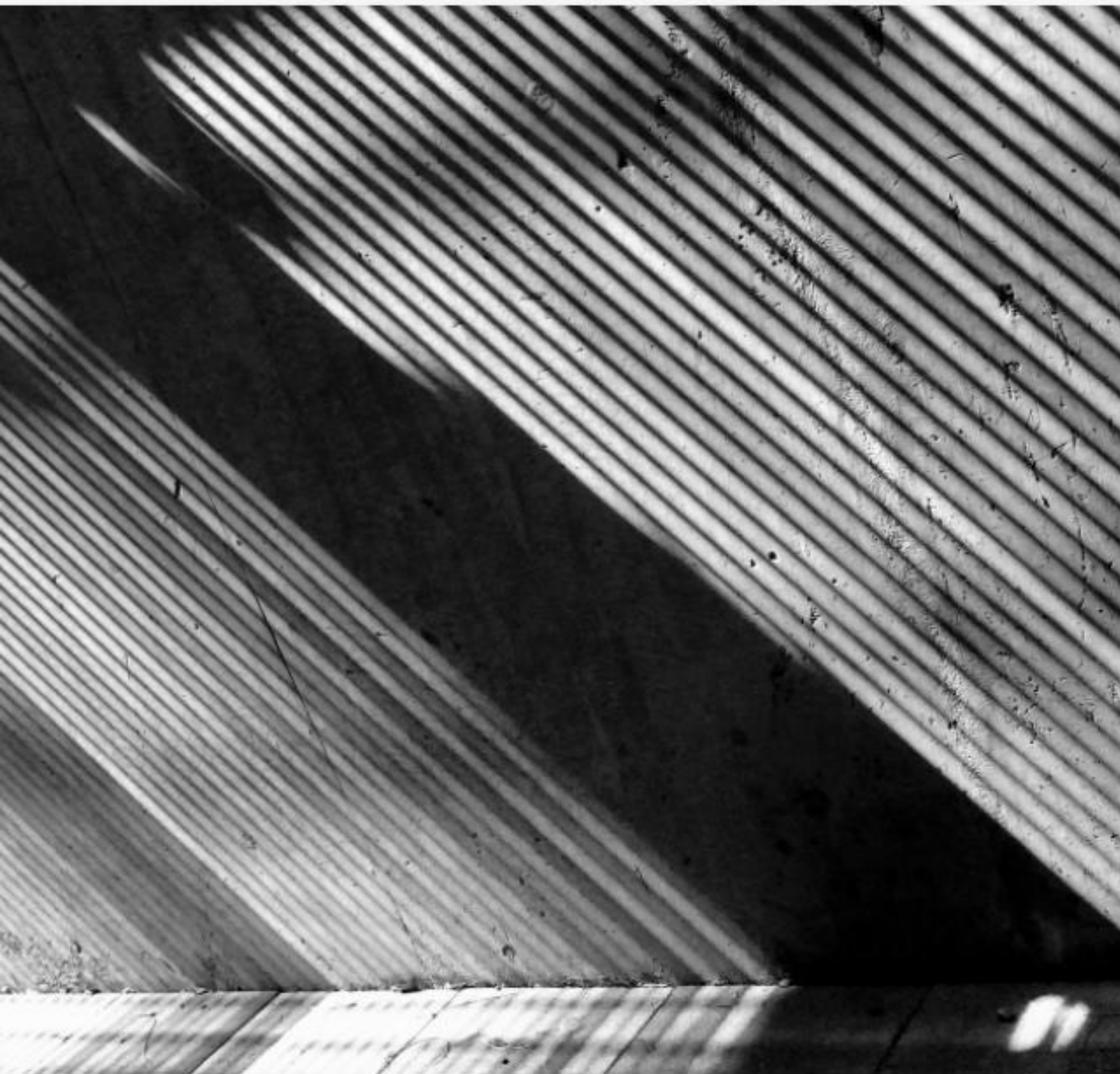
En cada ronda apuestan una unidad monetaria. Sea X_n la fortuna total del jugador A al tiempo n .

Suponga que no hay empates.



Caminata aleatoria

<https://www.geogebra.org/m/rPZWeHfv>

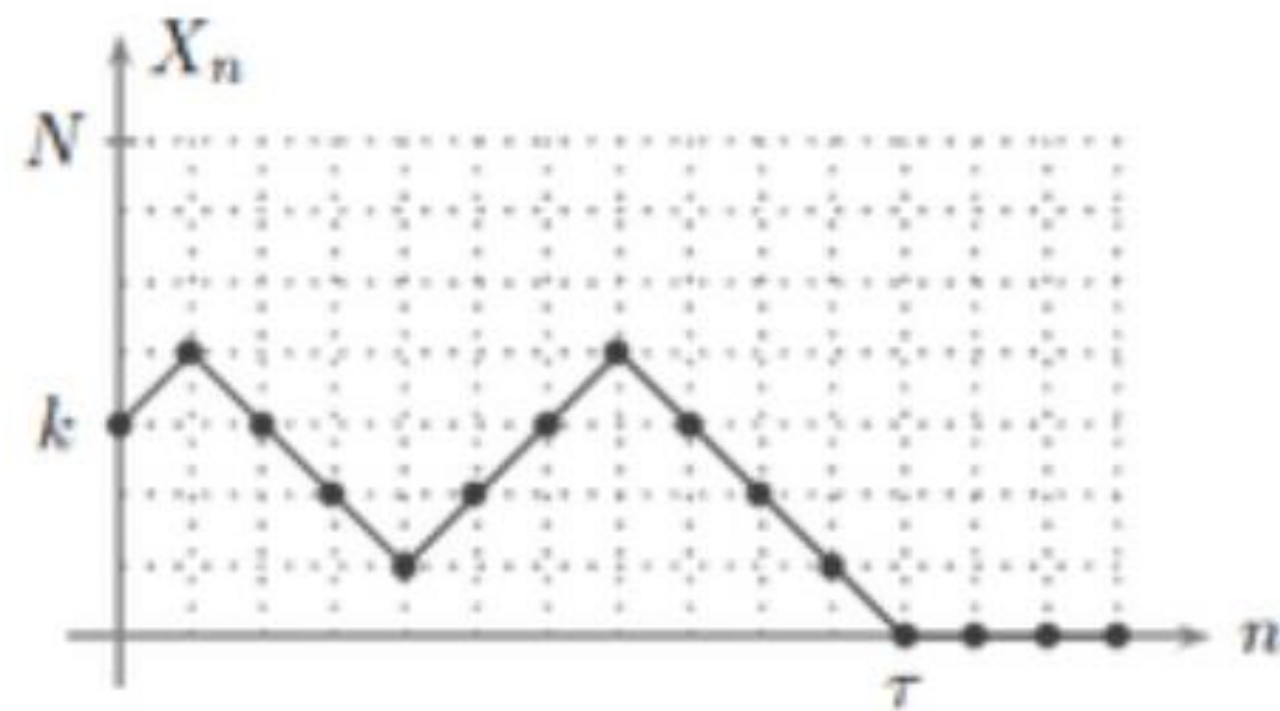


Jugador A vs Jugador B

Jugador A tiene riqueza de k

Jugador B tiene riqueza de $N-k$

La riqueza de ambos jugadores es N



Se acaba el juego si:

$X_n = N$ (El jugador A "gana todo")

$X_n = 0$ (El jugador A "queda en la ruina")



¿Cuál es la
probabilidad de
que el jugador
A caiga en la
ruina?

Solución

$$T = \min \{n > 0: X_n = 0 \text{ ó } X_n = N\}$$

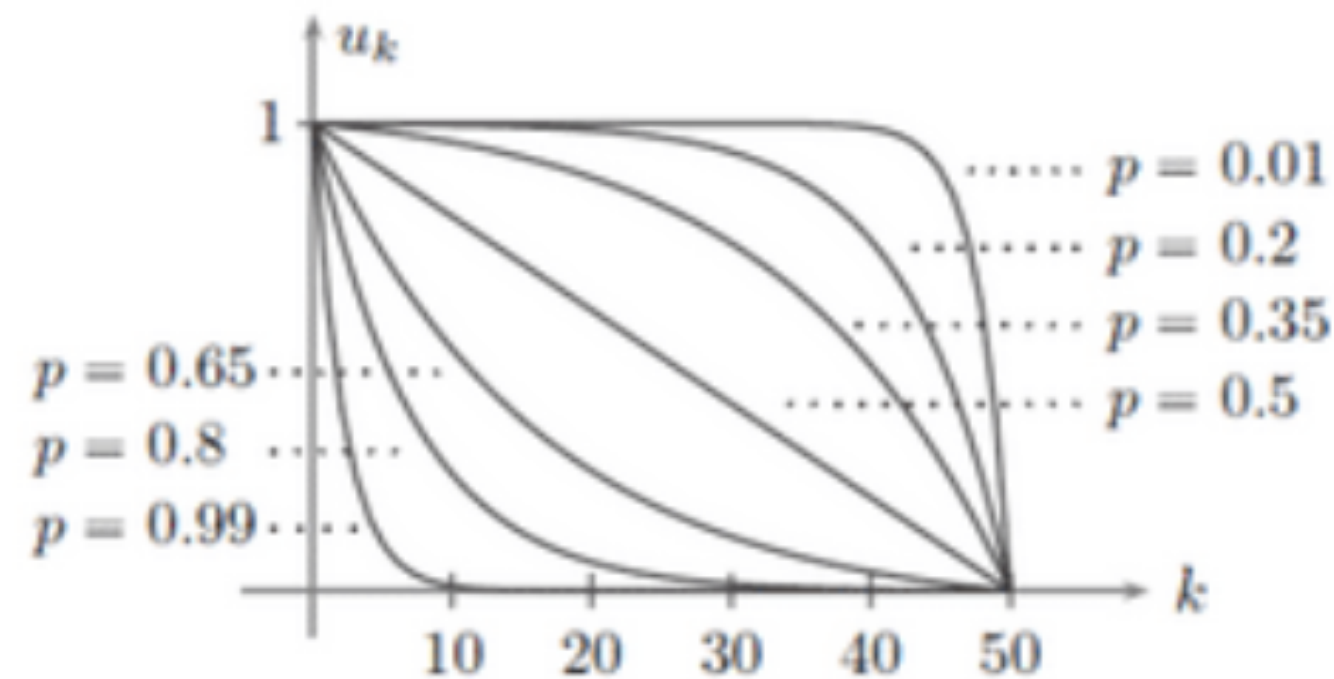
$$U_k = P(X_T = 0 | X_0 = k)$$

Cuando $p = q$

$$U_k = \frac{N-k}{N}$$

Cuando $p \neq q$

$$U_k = \frac{\left(\frac{q}{p}\right)^k - \left(\frac{q}{p}\right)^N}{1 - \left(\frac{q}{p}\right)^N}$$



Análisis

La gráfica muestra la probabilidad de u_k como función del parámetro k para varios valores de p y con $N=50$

Naturalmente la probabilidad de ruina decrece cuando el capital inicial k aumenta.

cuando el juego es justo, la probabilidad de ruina es muy cercana a 1 cuando k es muy pequeño comparado con N . Esto sugiere que no conviene jugar esta serie de apuestas contra adversarios demasiado ricos, aun cuando el juego sea justo.

Cuando p es distante de $\frac{1}{2}$ la probabilidad u_k es casi constante, pero para valores de p cercanos a $\frac{1}{2}$ la probabilidad cambia rápidamente de un extremo a otro.

EJEMPLO

Sea la cadena de la Ruina del Jugador, una cadena de Markov en la cual X_n es la fortuna del jugador A que inicia con una fortuna de k contra un jugador B de una fortuna de $N-k$ uno de los. La Matriz de Transición es de la forma $p(i,i+1)=0.4$, $p(i,i-1)=0.6$ si $0 < i < N$ y donde $p(0,0)=p(N,N)=1$. Se pide lo siguiente:

La probabilidad de caer en la ruina contando con una riqueza de 3 ($k=3$).

$$U_k = \frac{\left(\frac{q}{p}\right)^k - \left(\frac{q}{p}\right)^N}{1 - \left(\frac{q}{p}\right)^N}$$

$$U_k = \frac{\left(\frac{0.6}{0.4}\right)^3 - \left(\frac{0.6}{0.4}\right)^6}{1 - \left(\frac{0.6}{0.4}\right)^6}$$

$$U_k = 0.7714$$

FUENTES

- https://scholar.google.es/scholar?hl=es&as_sdt=0%2C5&q=ruina+del+jugador&oq=#d=gs_qabs&u=%23p%3DtDUhjbTuAWkJ
- http://cms.dm.uba.ar/academico/materias/2docuat2015/probabilidad_y_estadistica_C/Adicionales/La%20ruina%20del%20jugador.pdf