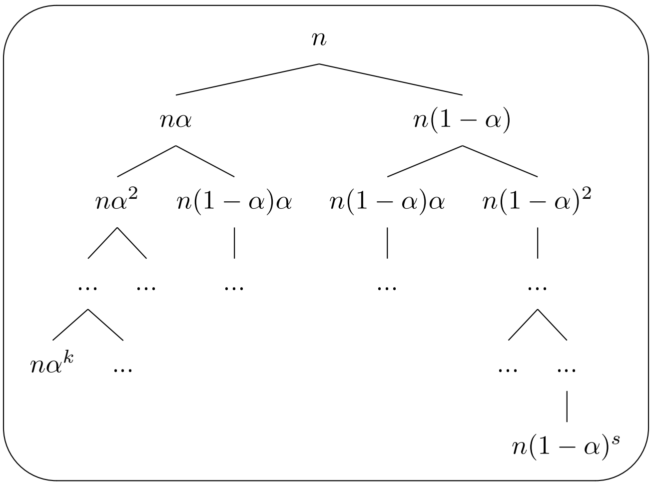
Lista 3 Zadanie 6

Zadanie można rozwiązać używając drzewa rekursji dla rozmiaru partycji.



Skoro $0 \leq \alpha \leq \frac{1}{2}$, wówczas $\frac{1}{2} \leq 1-\alpha \leq 1$, stąd $n\alpha^i \leq n(1-\alpha)^i$ dla $i \geq 1$, czyli gałąź składająca się tylko z podziału elementów w proporcji α jest najkrótsza (minimalna głębokość), zaś dla $1-\alpha$ - najdłuższa (maksymalna głębokość). Zgodnie z algorytmem QuickSort drzewo kończy podział w momencie otrzymania tablicy wielkości 1-go elementu. Aby otrzymać minimalną głębokość drzewa należy wyznaczyć liczbę k z równania $n\alpha^k = 1$.

$n\alpha^k = 1 => \alpha^k = \frac{1}{n} => k = log_\alpha \frac{1}{n}$

$log_\alpha \frac{1}{n} = log_\alpha 1 - log_\alpha n = -log_\alpha n = -\frac{lgn}{lg\alpha}$

Analogicznie dla maksymalnej głębokości:

$n(1-\alpha)^s = 1 => (1-\alpha)^s = \frac{1}{n} => s = log_{1-\alpha} \frac{1}{n}$

$log_{1-\alpha} \frac{1}{n} = log_{1-\alpha} 1 - log_{1-\alpha} n = -log_{1-\alpha} n = -\frac{lgn}{lg(1-\alpha)}$