

1 Lista4 Zadanie5

1.1 Algorytm

Jako rozwiązanie tego zadania skorzystam z algorytmu sortowania, mianowicie z MergeSort.

Aby wyznaczyć liczbę inwersji dzięki MergeSort, wystarczy mała modyfikacja metody Merge().

Aby pokazać, różnice, zademonstuję implementację zwykłej metody merge oraz zmodyfikowanej metody merge.

W przypadku scalania dwóch części tablicy A, mamy operatory i i j które operują odpowiednio na lewej i prawej części tablicy. Tak więc w momencie scalania:

Jeśli $l_A[i] > p_A[j]$ to dodajemy liczbę inwersji

```
if l_A[i] > p_j[j]:
    inversions += len(l_a) - i
    #... dalsze instrukcje
```

Instrukcja $\text{len}(l_a) - i$ definiuje nam ile elementów mniejszych od $p_j[j]$ przeskoczyliśmy, wstawiając to na odpowiednie miejsce.

W wyniku takiej zmiany otrzymujemy liczbę inwersji.

1.2 Złożoność

Za każdym krokiem dzielimy podproblem na podproblemy dwa razy krótsze. Więc rekurencja występującą w MergeSort można zapisać:

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + f(n)$$

$f(n)$ to koszt operacji merge, który jest liniowy. Więc mamy, że $f(n) = \Theta(n)$

Więc na mocy twierdzenia o rekursji uniwersalnej:

$$T(n) = O(n \log n)$$