LOGICIELS STATISTIQUES

Projet SAS

PREMIERE PARTIE

On considère l'expérience aléatoire suivante : on lance deux dés équilibrés et on note la plus petite des 2 valeurs obtenues. On désigne par X la v.a.r. égale au résultat obtenu. On s'intéresse dans un premier temps à la loi de X.

Approche statistique

On simule la loi de X grâce au programme suivant :

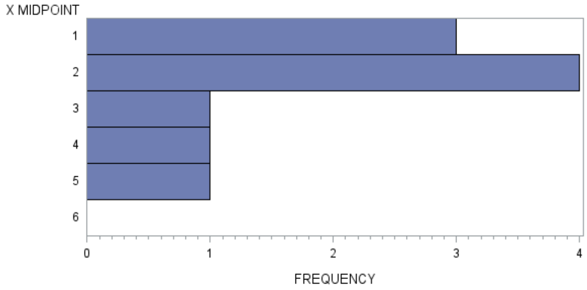
```
%window Fen
#8 'Nombre de simulations désirées : ' y 9 attr=underline
#25 'APPUYER SUR ENTREE';
%macro inter;
%display Fen;
%mend inter;

Data Simulation;
  %inter;
  Title 'Loi uniforme de '&y' simulations';
  Do I=1 to &y;
   X1=int(6*UNIFORM(0))+1;
   X2=int(6*UNIFORM(0))+1;
   X=min(X1,X2);
   Put X=;
   Output;
  End;
Run;
```

Et, en sortie, on affiche un histogramme avec cette procédure :

```
Proc Gchart data=Simulation;
 Hbar X / midpoints=1 2 3 4 5 6 space=0;
Run;
```

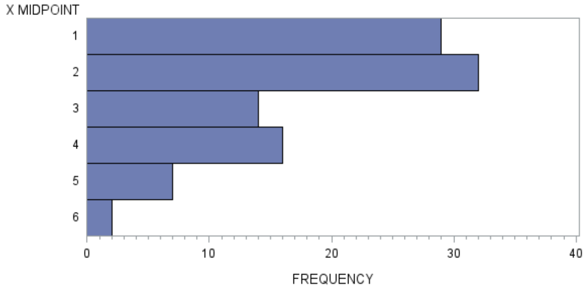
On lance le programme pour 10, 100, 1000 et 10 000 simulations.
On obtient les résultats suivants :

Loi de X pour 10 simulations



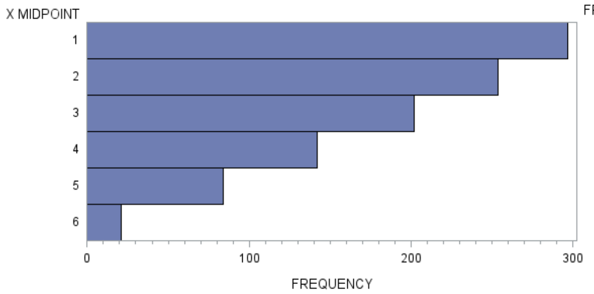
X MIDPOINT	FREQ.	CUM. FREQ.	PCT.	CUM. PCT.
1	3	3	30	30
2	4	7	40	70
3	1	8	10	80
4	1	9	10	90
5	1	10	10	100
6	0	10	0	100

Loi de X pour 100 simulations



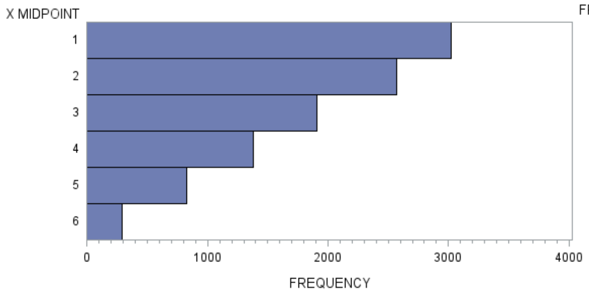
X MIDPOINT	FREQ.	CUM. FREQ.	PCT.	CUM. PCT.
1	29	29	29	29
2	32	61	32	61
3	14	75	14	75
4	16	91	16	91
5	7	98	7	98
6	2	100	2	100

Loi de X pour 1000 simulations



X MIDPOINT	FREQ.	CUM. FREQ.	PCT.	CUM. PCT.
1	297	297	29.7	29.7
2	254	551	25.4	55.1
3	202	753	20.2	75.3
4	142	895	14.2	89.5
5	84	979	8.4	97.9
6	21	1000	2.1	100.0

Loi de X pour 10000 simulations



X MIDPOINT	FREQ.	CUM. FREQ.	PCT.	CUM. PCT.
1	3024	3024	30.24	30.24
2	2572	5596	25.72	55.96
3	1911	7507	19.11	75.07
4	1378	8885	13.78	88.85
5	829	9714	8.29	97.14
6	286	10000	2.86	100.00

X =min (x1, x2)
Les résultats obtenus nous montrent que la probabilité que l'on tombe sur X=1 est plus élevée que celle de trouver X=6.

On transforme ensuite le programme afin qu'il nous donne des informations sur les caractéristiques de position et de dispersion de X.

Loi de X pour 10 simulations

Procédure MEANS

Variable d'analyse : X				
N	Moyenne	Ecart-type	Minimum	Maximum
10	2.3000000	1.3374935	1.0000000	5.0000000

Loi de X pour 100 simulations

Procédure MEANS

Variable d'analyse : X				
N	Moyenne	Ecart-type	Minimum	Maximum
100	2.4600000	1.3515423	1.0000000	6.0000000

Loi de X pour 1000 simulations

Procédure MEANS

Variable d'analyse : X				
N	Moyenne	Ecart-type	Minimum	Maximum
1000	2.5250000	1.3730478	1.0000000	6.0000000

Loi de X pour 10000 simulations

Procédure MEANS

Variable d'analyse : X				
N	Moyenne	Ecart-type	Minimum	Maximum
10000	2.5274000	1.4037259	1.0000000	6.0000000

X varie autour de 2,5 et l'écart-type est égal à 1,4. L'écart-type est l'écart moyen à la moyenne pour tous les individus. On a σ = 1,4 > 1,25 = 0,5*2.5 donc il y'a une forte dispersion.

Approche probabiliste

Dans cette partie, on propose une modélisation pour l'expérience aléatoire étudiée et on détermine par la suite la loi de X.

On sait que X= min (x_1, x_2)

Min	1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2
3	1	2	3	3	3	3
4	1	2	3	4	4	4
5	1	2	3	4	5	5
6	1	2	3	4	5	6

x_1 : le chiffre obtenu avec le premier dé

x_2: le chiffre obtenu avec le deuxième dé

Loi de X :

On lance deux dés équilibrés :

On note P(A)=P (x1=i et x2=i)

P(B)=P (x1=i et x2>i)

P(C)=P (x1>i et x2=i)

Donc P (X = x_i) = P (A) + 2* P(B) = $\frac{11}{36}+2*[1+(6-i)]$

i	1	2	3	4	5	6
P(X=x_i)	$\frac{11}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{1}{36}$

Ces résultats confirment ceux qu'on a trouvé dans la première partie : plus X s'approche de 6 plus la probabilité est faible.

Calcul de l’espérance et de la variance de X :

Espérance

$$E(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i * P(X=x_i)$$

$$\leftrightarrow E(X)=\frac{1*11}{36}+\frac{2*9}{36}+\frac{3*7}{36}+\frac{4*5}{36}+\frac{5*3}{36}+\frac{6*1}{36}$$

$$\leftrightarrow E(X)=\frac{91}{36}=2.527778$$

Variance

$Var(X)=¿$

$$\leftrightarrow Var(X)=\left(\frac{1^2*11}{36}+\frac{2^2*9}{36}+\frac{3^2*7}{36}+\frac{4^2*5}{36}+\frac{5^2*3}{36}+\frac{6^2*1}{36}\right)-\left(\frac{91}{36}\right)^2$$

$$\leftrightarrow Var(X)=\left(\frac{301}{36}\right)-\left(\frac{91}{36}\right)^2$$

$$\leftrightarrow Var(X)=\left(\frac{301*36-91^2}{36^2}\right)=\frac{2555}{1296}\approx 1.971449$$

On obtient les mêmes résultats que ceux obtenus à la question 3 de la première partie.

DEUXIEME PARTIE

On décide dans cette partie d'organiser un jeu selon les règles suivantes : un joueur lance 2 dés, on s'intéresse au minimum X des valeurs obtenues, et on se reporte au tableau ci-dessous pour le résultat :

X = 1	Il perd 10€	X = 4	Il gagne 5€
X = 2	Il perd 5€	X = 5	Il gagne 10€
X = 3	Il ne perd rien	X = 6	Il gagne d€

On note Y la v.a.r correspondant au gain de l'organisateur.

On réalise des simulations de Y à l'aide du programme suivant :

```
%window Fen
#8 'Nombre de simulations désirées : ' y 9 attr=underline
#9 'Valeur du gros lot : ' d 9 attr=underline
#25 'APPUYER SUR ENTREE';
%macro inter;
%display Fen;
%mend inter;

Data Simulation6;
 %inter;
 Title 'Loi uniforme de '&y' simulations';
  Do I=1 to &y;
   X1=int(6*UNIFORM(0))+1;
   X2=int(6*UNIFORM(0))+1;
   X=min(X1,X2);
   Put X=;
   SELECT (X);
    When (1) Y=10;
    When (2) Y=5;
    When (3) Y=0;
    When (4) Y=-5;
    When (5) Y=-10;
    When (6) Y=-&d;
  End;
  Output;
 End;
Run;
```

L'exécution de ce programme donnera une fenêtre interactive dans laquelle il sera demandé à l'utilisateur la valeur de *d* (valeur correspondant au gros lot) et le nombre de simulations souhaitées.

En sortie, ce programme analysera les résultats à l'aide de la procédure suivante :

```
Proc Univariate data=Simulation6;
 Var Y;
Run;
```

Deux organisateurs différents proposent de fixer le gros lot aux valeurs suivantes : 15€ pour l'un et 200€ pour l'autre.
On lance le programme précédent 5 fois pour chacune des valeurs de *d*, on obtient :

Pour *d* = 15, la valeur de Y (gain de l'organisateur) varie autour de 2,42€. Et on observe dans ce cas, que l'organisateur gagnera au maximum 10€ et perdra au plus 15€. (Voir Annexe 1)

Lorsqu'on prend *d* = 200, l'organisateur perd en moyenne 3€. Il gagne au maximum 10€ et sa perte maximale est égale à 200€. (Voir Annexe 2)

En conclusion, le choix de fixer la valeur du gros lot à 15 euros est plus avantageux que celui de la fixer à 200 euros.

Déterminons la loi de Y :

Précédemment on a fixé que si X = 1 alors Y = 10, si X = 2 alors Y = 5 etc…
La loi de Y est donnée par :

k	10	5	0	-5	-10	-d
P(Y=k)	$\frac{11}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{1}{36}$

Espérance de Y

$$E(Y)=\sum_{i=1}^{n} k*P(Y=k)$$

$$\leftrightarrow E(Y)=\frac{10*11}{36}+\frac{5*9}{36}+\frac{0*7}{36}-\frac{5*5}{36}-\frac{10*3}{36}-\frac{d*1}{36}$$

$$\leftrightarrow E(Y)=\frac{100}{36}-\frac{d*1}{36}$$

$$Var(Y)=E(Y^2)-[E(Y)]^2$$

$$\leftrightarrow Var(Y)=\left(\frac{10^2*11}{36}+\frac{5^2*9}{36}+\frac{0^2*7}{36}+\frac{(-5)^2*5}{36}+\frac{(-10)^2*3}{36}+\frac{(-d)^2*1}{36}\right)-\left(\frac{100}{36}-\frac{d}{36}\right)^2$$

$$\leftrightarrow Var(Y)=\left(\frac{10^2*11+5^2*9+0^2*7+(-5)^2*5+(-10)^2*3}{36}+\frac{d^2}{36}\right)-\left(\frac{10\,000-200*d+d^2}{36^2}\right)$$

$$\leftrightarrow Var(Y)=\left(\frac{1750+d^2}{36}\right)-\left(\frac{10\,000-200*d+d^2}{36^2}\right)$$

$$\leftrightarrow Var(Y)=\left(\frac{36*1750+36*d^2}{36^2}\right)-\left(\frac{10\,000-200*d+d^2}{36^2}\right)$$

$$\leftrightarrow Var(Y)=\left(\frac{53\,000+200*d+35d^2}{36^2}\right)$$

Valeur de *d* pour que le jeu soit en moyenne équitable :

$$E(Y)=\frac{100}{36}-\frac{d*1}{36}=0$$

$$\leftrightarrow \frac{d*1}{36}=\frac{100}{36}$$

$$\leftrightarrow d=100$$

TROISIEME PARTIE

Après n parties jouées, on note Y_1 ,..., Y_n tous les gains associés. Le gain moyen après n parties est donc :

$$\acute{Y}_n=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i$$

Montrons que $\acute{Y}_n$ est un estimateur sans biais de μ = $E(Y)$.

Pour ça on calcule $E(\acute{Y}_n)$:

$$E(\acute{Y}_n)=E(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i)=\frac{1}{n}E¿$$

Donc $\acute{Y}_n$ est un estimateur sans biais de μ.

Calcul de $Var(\acute{Y}_n)$

$$Var(\acute{Y}_n)=Var(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i)=\frac{1}{n^2}Var¿$$

$$¿\frac{1}{n^2}*n*Var(Y)=\frac{1}{n}*Var(Y)=\frac{1}{n}*\left(\frac{53\,000+200*d+35\,d^2}{36^2}\right)$$

Y_1 ,..., Y_n sont des évènements indépendants. On vient de montrer que $\acute{Y}_n$ est sans biais et qu'il admet une variance.

Pour n grand, la loi normale N(nμ , nσ²) est une bonne approximation de $\acute{Y}_n$.

On souhaite réduire les variations de $\acute{Y}_n$ pour que celui-ci ait très peu de chances d'être négatif. On fixe *d* (la valeur du gros lot) et r > 0 (longueur de l'intervalle dans lequel se trouve $\acute{Y}_n$), 0 < α < 1.

α : coefficient de sécurité (risque)

$$On\,a : \acute{Y}_n=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i \quad N(n\mu, n\sigma^2)$$

$$On\,pose\, Z_n=\frac{\acute{Y}_n-n\mu}{\sigma*\sqrt{n}}=\frac{\acute{Y}_n-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad N(0,1)$$

$$P\left[-t_{1-\alpha/2} \leq Z_n \leq t_{1-\alpha/2}\right] = 1-\alpha$$

$$\leftrightarrow P\left[-t_{1-\alpha/2} \leq \frac{\acute{Y}_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq t_{1-\alpha/2}\right] = 1-\alpha$$

$$\leftrightarrow P ¿$$

$$\leftrightarrow P ¿$$

$$\leftrightarrow P\left[\mu - \frac{\sigma * t_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} \leq \acute{Y}_n \leq \mu + \frac{\sigma * t_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}}\right] = 1-\alpha$$

On a $\acute{Y}_n \in \left[\mu - \frac{\sigma * t_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} ; \mu + \frac{\sigma * t_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}}\right]$, à partir de cet intervalle on peut déduire :

$$\frac{\sigma * t_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} = r$$

$$\leftrightarrow \sigma * t_{1-\alpha/2} = r * \sqrt{n}$$

$$\leftrightarrow \quad \sqrt{n} = \frac{\sigma * t_{1-\alpha/2}}{r}$$

$$\leftrightarrow n = \left(\frac{\sigma * t_{1-\alpha/2}}{r}\right)^2$$

$$\leftrightarrow n = \frac{\left(\frac{53000 + 200 * d + 35 * d^2}{36^2}\right) * t^2{}_{1-\alpha/2}}{r^2}$$

$$\leftrightarrow n = \frac{\left(53000 + 200 * d + 35 * d^2\right) * t^2{}_{1-\alpha/2}}{36^2 * r^2}$$

On écrit un programme comportant en entrée une fenêtre interactive où l'utilisateur fixera le réel *d*, le coefficient α et le rayon r :

```
%window Fen3
#8 'Valeur du gros lot : ' d 9 attr=underline
#9 'Coefficient : ' alpha 9 attr=underline
#10 'Rayon : ' r 9 attr=underline
#25 'APPUYER SUR ENTREE';
%macro inter;
%display Fen3;
%mend inter3;
```

Puis, on crée un programme qui calcule le plus petit entier n vérifiant la relation précédente. A partir de ceci, 100 simulations de taille n sont réalisées et le gain moyen $\acute{Y}_n$ déterminé pour chacune d'elles.

```
Data Simulation12;
 %inter;
 p=(&alpha)/2;
 t=PROBIT(1-p);
 n1=53000.0+200.0*(&d)+35.0*(&d)*(&d);
 n2=1.0/(1296.0*(&r)*(&r));
 n=n1*t*t*n2;
 n=int(n)+1;
 Title '100 simulations' ;
 Do I=1 to 100;
   somme=0;
   Do J=1 to n;
     X1=int(6*UNIFORM(0))+1;
     X2=int(6*UNIFORM(0))+1;
     X=min(X1,X2);
     SELECT (X);
      When (1) Y=10;
      When (2) Y=5;
      When (3) Y=0;
      When (4) Y=-5;
      When (5) Y=-10;
      When (6) Y=-&d;
     End;
   somme=somme+Y;
   End;
   M=somme/n ;
   Put M= ;
   K='Non inclus';
   if (M>=0.25 and M<=0.75) then K='Inclus';
   Put K=;
   Output;
 End;
 Put n= ;
Run;
```

En sortie, on affiche la valeur de n, une représentation graphique des 100 valeurs $\acute{Y}_n$ calculées avec des limites tracées aux valeurs μ et $\mu \pm r$ et pour finir, un camembert permettant de visualiser le pourcentage des 100 valeurs qui sont effectivement dans l'intervalle prévu, et celles qui n'y sont pas.

```
Proc print data=Simulation12 (firstobs=1 obs=1) noobs;
    Title 'Valeur de n';
    Var N;
Run;

Symbol1 i=join;
Axis1 order=(0 to 1 by 0.25) ;
Proc Gplot data=Simulation12;
    Title 'Représentation des valeurs des 100 simulations du gain moyen';
    Plot M*I / vref=0.25 0.5 0.75  lvref=20 frame vaxis=axis1;
Run;

legend1  across=1 shape=bar(2,2)  label=("Légende" position=(center)) cborder=black position=(top outside right) offset=(-7,-7);
Proc Gchart data=Simulation12;
    Title 'Répartition des valeurs incluses dans l intervalle prévu';
    Pie K / type=pct value=arrow noheading legend=legend1;
Run;
```

On estime qu'un gain moyen de 0.50 € est convenable.
On détermine alors la valeur de d correspondant à un gain moyen de 0.50 € :

$$E(Y)=\frac{100}{36}-\frac{d*1}{36}=\frac{1}{2}$$

$$\leftrightarrow -\frac{d*1}{36}=\frac{18-100}{36}$$

$$\leftrightarrow -\frac{d*1}{36}=\frac{-82}{36}$$

$$\leftrightarrow d=82$$

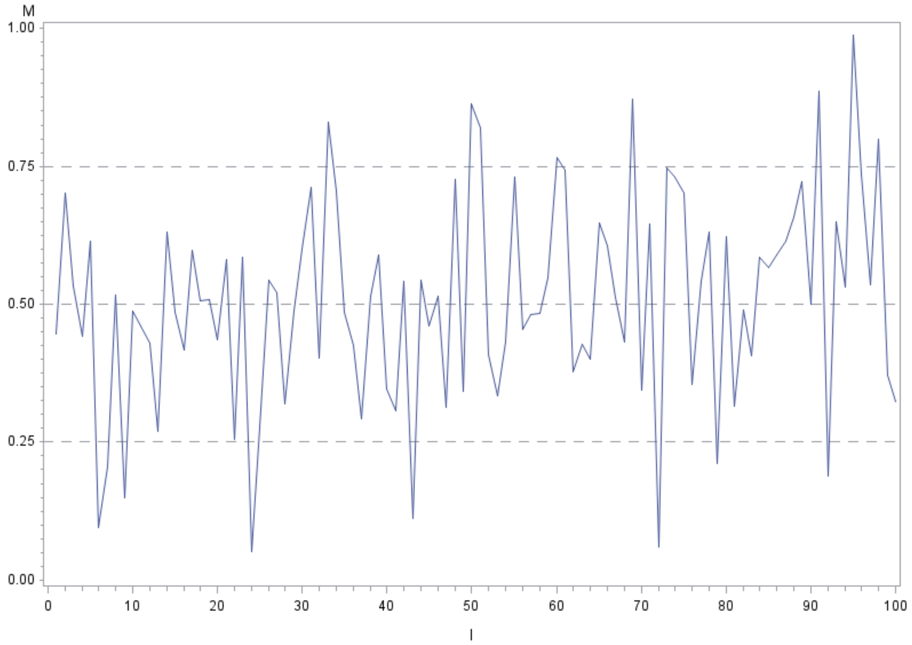
On lance 3 fois le programme pour $\alpha=20\%$:

<u>Premier lancer :</u>

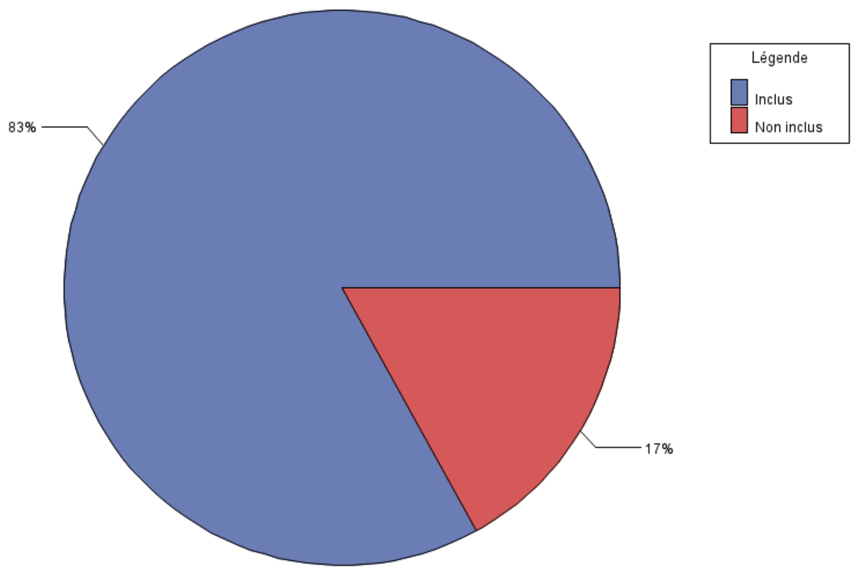
Valeur de n

n
6179

Représentation des 100 valeurs du gain moyen



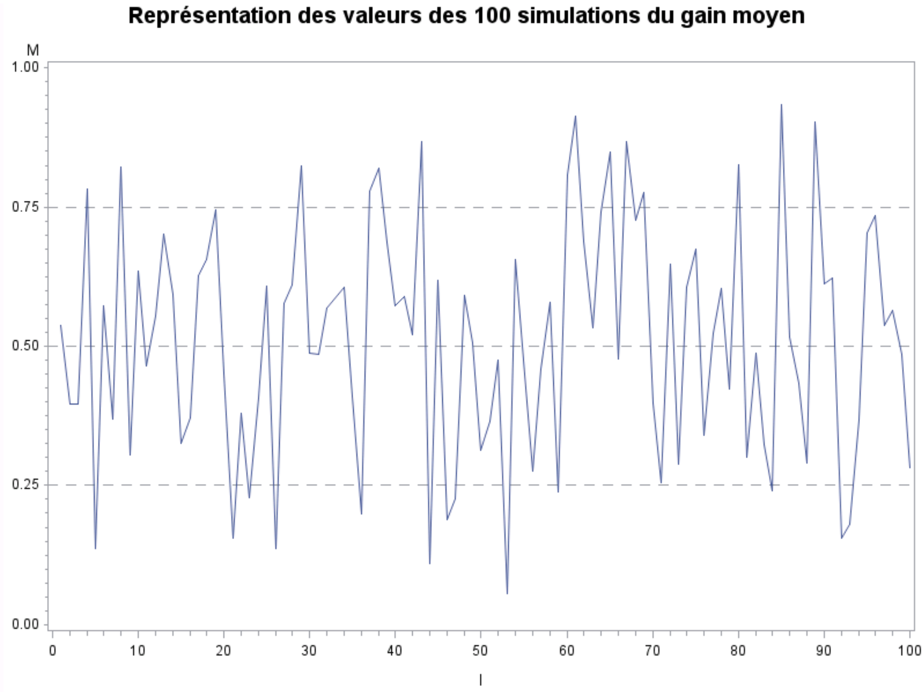
Répartition des valeurs incluses dans l intervalle prévu

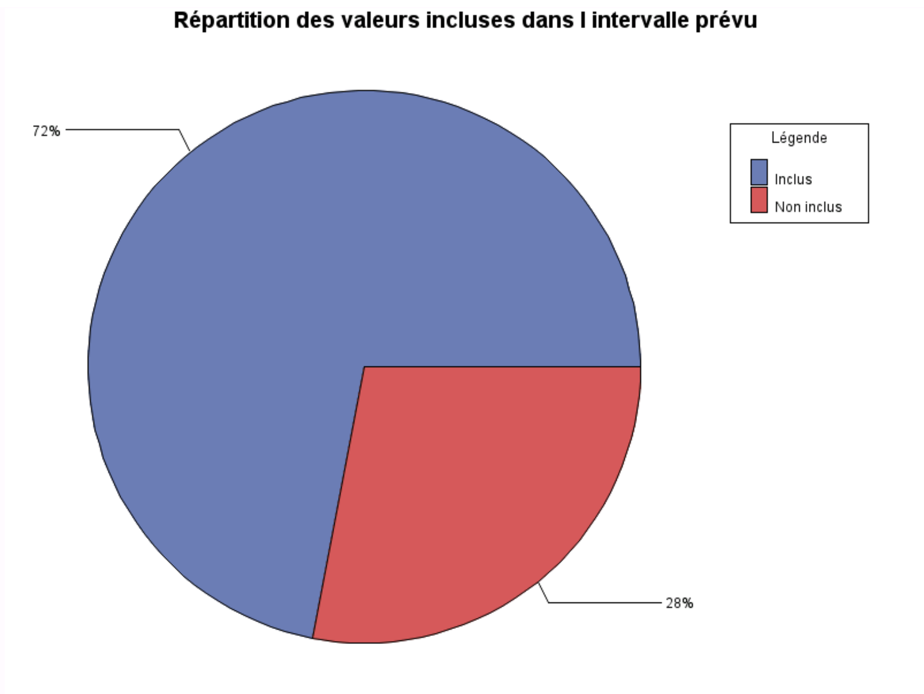


<u>Deuxième lancer :</u>

Valeur de n

n
6179

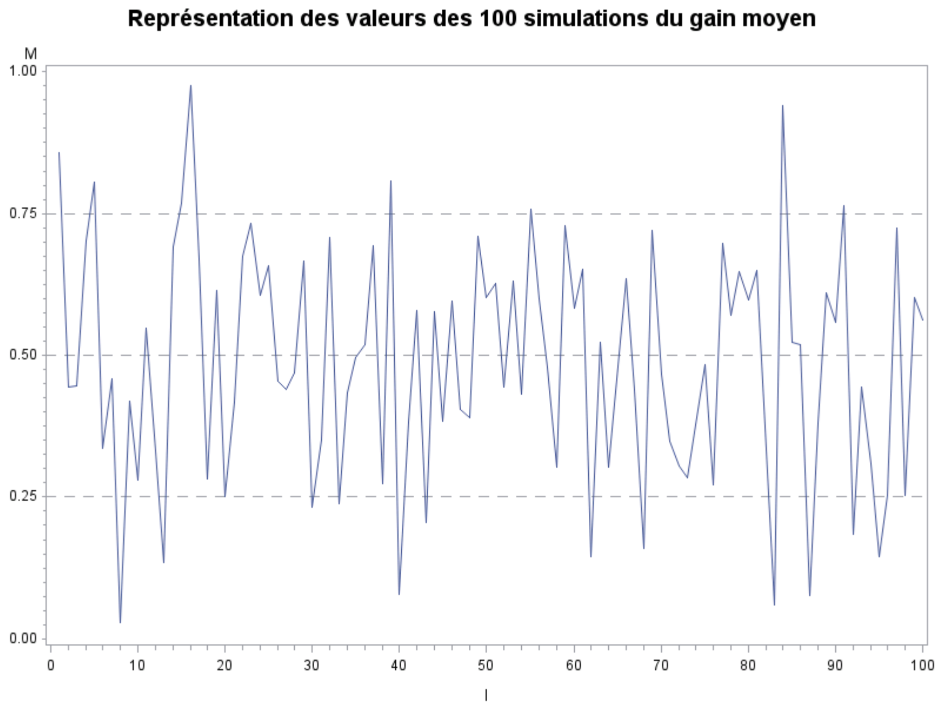


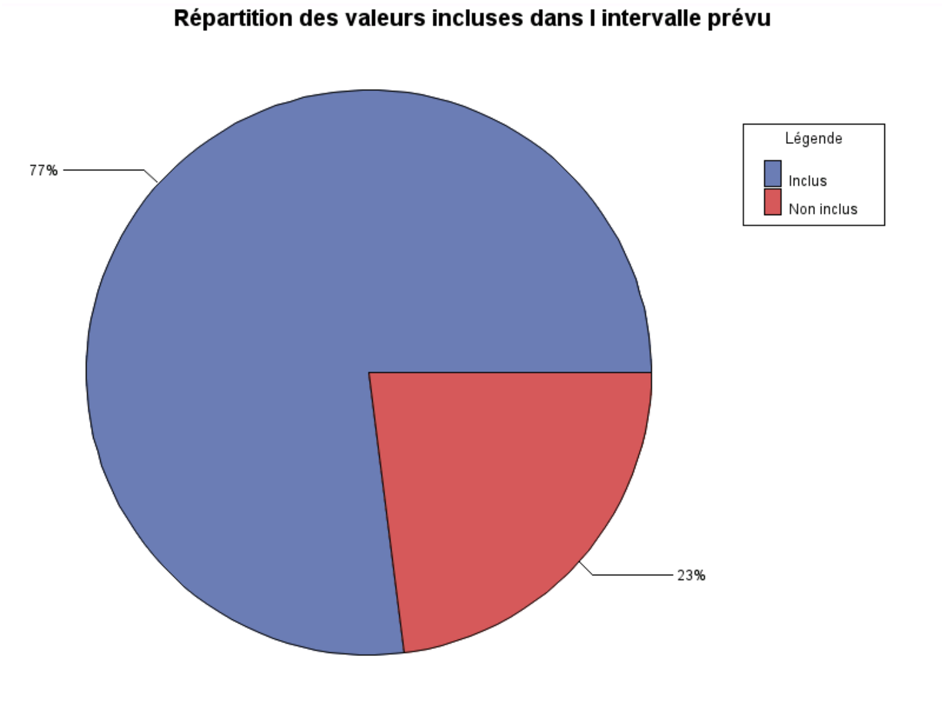


Troisième lancer :

Valeur de n

n
6179



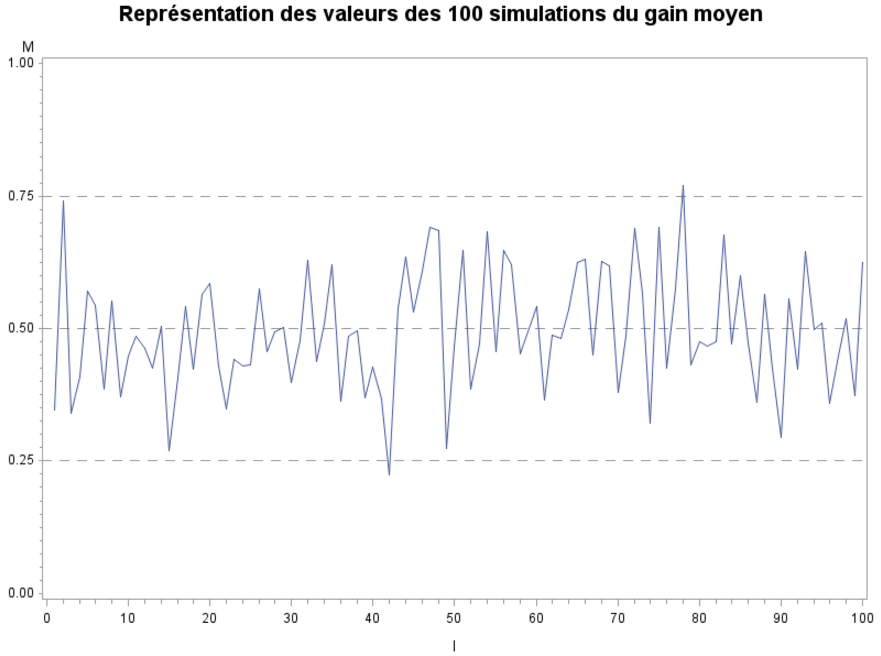


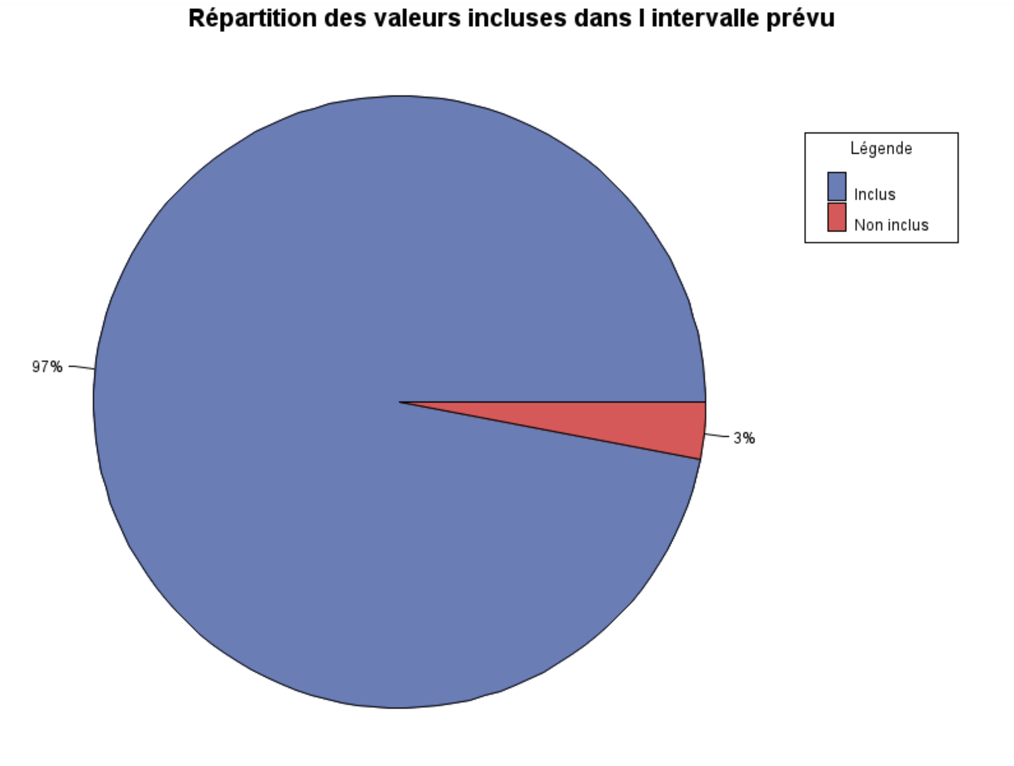
On lance 3 fois le programme pour α=5%:

<u>Premier lancer :</u>

Valeur de n

n
14453



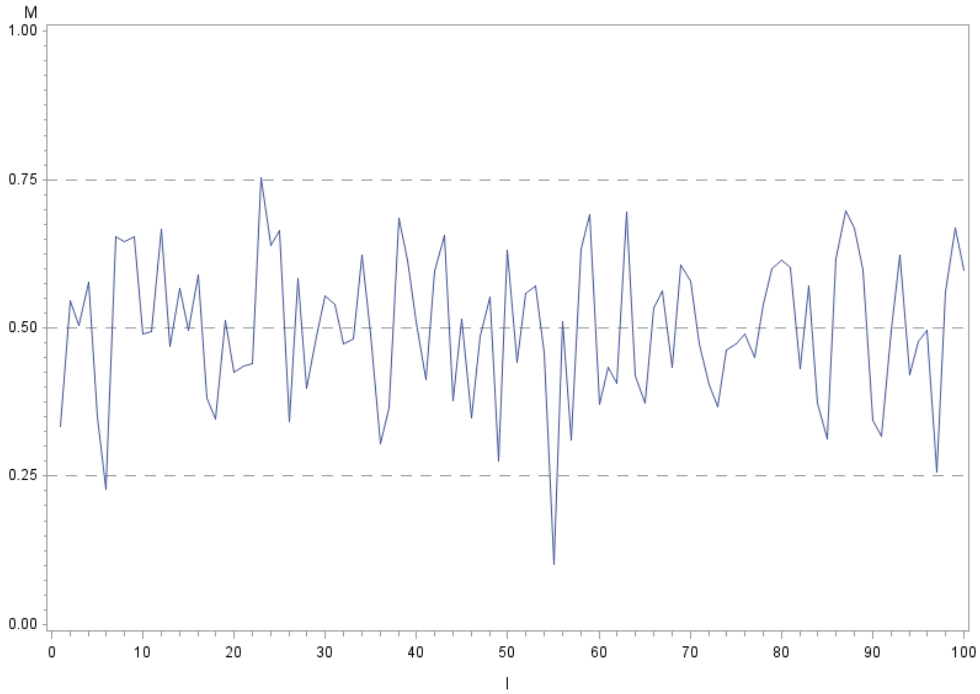


<u>Deuxième lancer :</u>

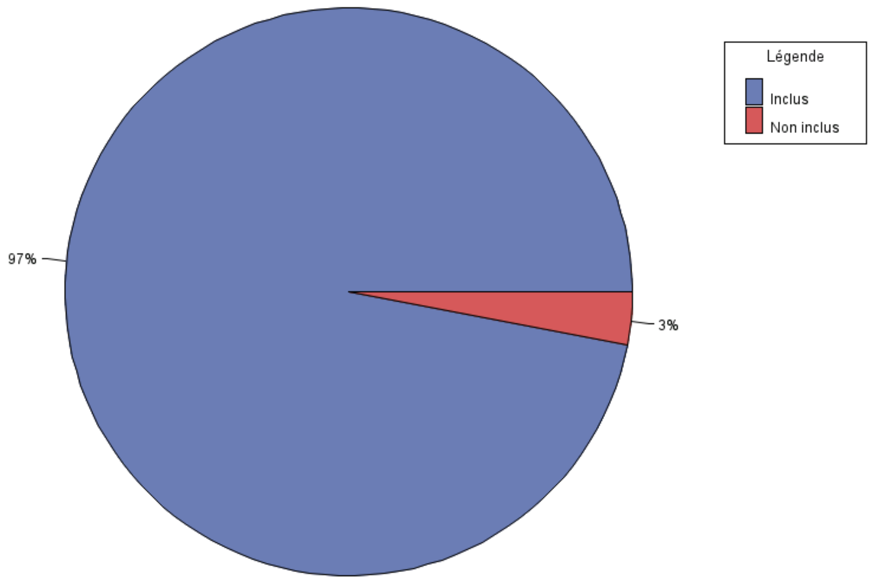
Valeur de n

n
14453

Représentation des valeurs des 100 simulations du gain moyen



Répartition des valeurs incluses dans l intervalle prévu

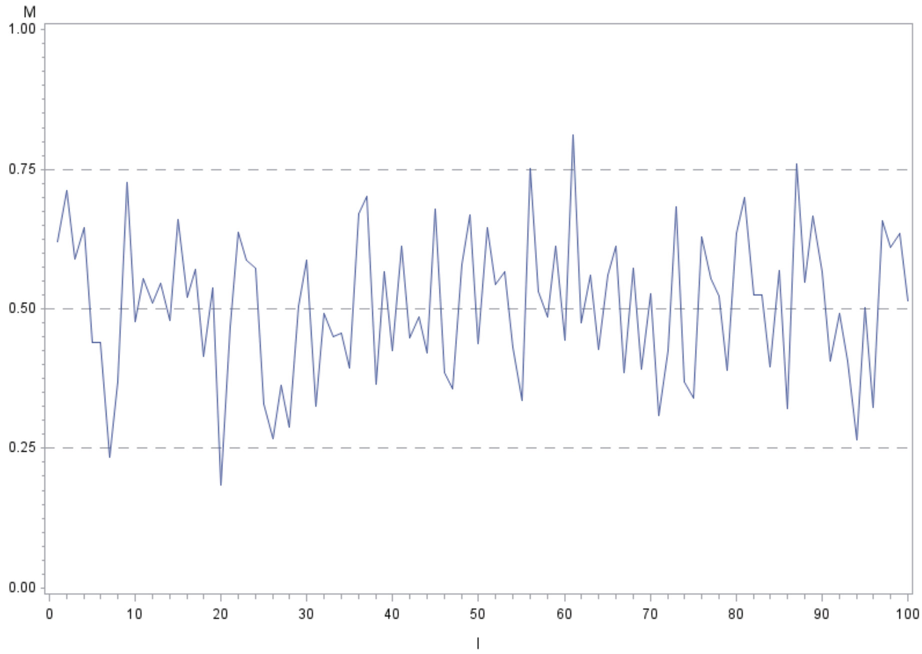


<u>Troisième lancer :</u>

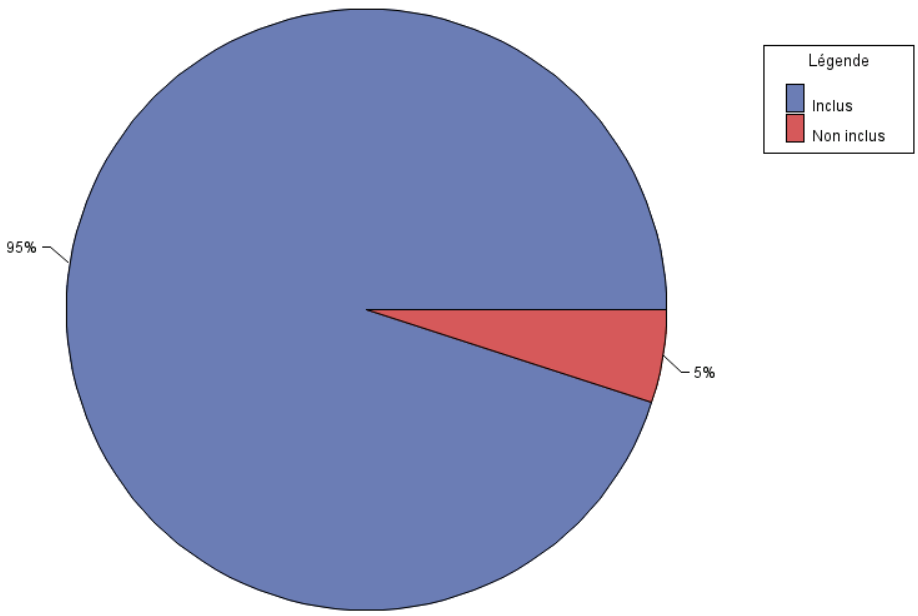
Valeur de n

n
14453

Représentation des valeurs des 100 simulations du gain moyen



Répartition des valeurs incluses dans l intervalle prévu



Quand on lance le programme avec $\alpha=20\%$ on remarque que 80 % des valeurs se trouvent dans l'intervalle contre 97 % quand on le lance avec $\alpha=5\%$. On peut alors conclure que fixer le risque à 5% est plus bénéfique pour l'organisateur car il a 97 % de son gain moyen compris dans l'intervalle.

Annexe 1 : Simulations pour d=15

Moments			
N	1000	Somme des poids	1000
Moyenne	2.375	Somme des observations	2375
Ecart-type	6.98091026	Variance	48.7331081
Skewness	-0.5908271	Kurtosis	-0.6080029
Somme des carrés non corrigée	54325	Somme des carrés corrigée	48684.375
Coeff Variation	293.933064	Std Error Mean	0.22075577

Mesures statistiques de base			
Emplacement		Variabilité	
Moyenne	2.37500	Ecart-type	6.98091
Médiane	5.00000	Variance	48.73311
Mode	10.00000	Intervalle	25.00000
		Ecart interquartile	12.50000

Tests de tendance centrale : Mu0=0				
Test	Statistique		P-value	
t de Student	t	10.7585	Pr > |t|	<.0001
Signe	M	145.5	Pr >= |M|	<.0001
Rang signé	S	64540.5	Pr >= |S|	<.0001

Quantiles (Définition 5)	
Niveau	Quantile
100Max 100%	10.0
99%	10.0
95%	10.0
90%	10.0
75% Q3	10.0
50% Médiane	5.0
25% Q1	-2.5
10%	-10.0
5%	-10.0
1%	-15.0
0% Min	-15.0

Observations extrêmes			
Le plus bas		Le plus haut	
Valeur	Obs	Valeur	Obs
-15	997	10	980
-15	955	10	982
-15	907	10	989
-15	899	10	993
-15	894	10	999

Procédure UNIVARIATE
Variable : Y

Moments			
N	1000	Somme des poids	1000
Moyenne	2.545	Somme des observations	2545
Ecart-type	6.90258072	Variance	47.6456206
Skewness	-0.6740626	Kurtosis	-0.4970507
Somme des carrés non corrigée	54075	Somme des carrés corrigée	47597.975
Coeff Variation	271.221246	Std Error Mean	0.21827877

Mesures statistiques de base			
Emplacement		Variabilité	
Moyenne	2.54500	Ecart-type	6.90258
Médiane	5.00000	Variance	47.64562
Mode	10.00000	Intervalle	25.00000
		Ecart interquartile	10.00000

Tests de tendance centrale : Mu0=0				
Test	Statistique		P-value	
t de Student	t	11.6594	Pr > |t|	<.0001
Signe	M	168	Pr >= |M|	<.0001
Rang signé	S	69976	Pr >= |S|	<.0001

Quantiles (Définition 5)	
Niveau	Quantile
100Max 100%	10
99%	10
95%	10
90%	10
75% Q3	10
50% Médiane	5
25% Q1	0
10%	-10
5%	-10
1%	-15
0% Min	-15

Observations extrêmes			
Le plus bas		Le plus haut	
Valeur	Obs	Valeur	Obs
-15	948	10	979
-15	935	10	983
-15	830	10	986
-15	743	10	987
-15	735	10	989

Procédure UNIVARIATE
Variable : Y

Moments			
N	1000	Somme des poids	1000
Moyenne	2.29	Somme des observations	2290
Ecart-type	7.18383655	Variance	51.6075075
Skewness	-0.647131	Kurtosis	-0.5630925
Somme des carrés non corrigée	56800	Somme des carrés corrigée	51555.9
Coeff Variation	313.704653	Std Error Mean	0.22717286

Mesures statistiques de base			
Emplacement		Variabilité	
Moyenne	2.29000	Ecart-type	7.18384
Médiane	5.00000	Variance	51.60751
Mode	10.00000	Intervalle	25.00000
		Ecart interquartile	10.00000

Tests de tendance centrale : Mu0=0				
Test	Statistique		P-value	
t de Student	t	10.08043	Pr > |t|	<.0001
Signe	M	150.5	Pr >= |M|	<.0001
Rang signé	S	58502.5	Pr >= |S|	<.0001

Quantiles (Définition 5)	
Niveau	Quantile
100Max 100%	10
99%	10
95%	10
90%	10
75% Q3	10
50% Médiane	5
25% Q1	0
10%	-10
5%	-10
1%	-15
0% Min	-15

Observations extrêmes			
Le plus bas		Le plus haut	
Valeur	Obs	Valeur	Obs
-15	949	10	989
-15	912	10	993
-15	845	10	996
-15	809	10	998
-15	806	10	1000

Procédure UNIVARIATE
Variable : Y

Moments			
N	1000	Somme des poids	1000
Moyenne	2.245	Somme des observations	2245
Ecart-type	6.84337686	Variance	46.8318068
Skewness	-0.5759661	Kurtosis	-0.5912995
Somme des carrés non corrigée	51825	Somme des carrés corrigée	46784.975
Coeff Variation	304.827477	Std Error Mean	0.21640658

Mesures statistiques de base			
Emplacement		Variabilité	
Moyenne	2.24500	Ecart-type	6.84338
Médiane	5.00000	Variance	46.83181
Mode	10.00000	Intervalle	25.00000
		Ecart interquartile	12.50000

Tests de tendance centrale : Mu0=0				
Test	Statistique		P-value	
t de Student	t	10.37399	Pr > |t|	<.0001
Signe	M	145	Pr >= |M|	<.0001
Rang signé	S	61601.5	Pr >= |S|	<.0001

Quantiles (Définition 5)	
Niveau	Quantile
100Max 100%	10.0
99%	10.0
95%	10.0
90%	10.0
75% Q3	10.0
50% Médiane	5.0
25% Q1	-2.5
10%	-10.0
5%	-10.0
1%	-15.0
0% Min	-15.0

Observations extrêmes			
Le plus bas		Le plus haut	
Valeur	Obs	Valeur	Obs
-15	771	10	996
-15	727	10	997
-15	675	10	998
-15	631	10	999
-15	603	10	1000

Procédure UNIVARIATE
Variable : Y

Moments			
N	1000	Somme des poids	1000
Moyenne	2.66	Somme des observations	2660
Ecart-type	6.95505376	Variance	48.3727728
Skewness	-0.7347354	Kurtosis	-0.3490844
Somme des carrés non corrigée	55400	Somme des carrés corrigée	48324.4
Coeff Variation	261.468186	Std Error Mean	0.21993811

Mesures statistiques de base			
Emplacement		Variabilité	
Moyenne	2.66000	Ecart-type	6.95505
Médiane	5.00000	Variance	48.37277
Mode	10.00000	Intervalle	25.00000
		Ecart interquartile	10.00000

Tests de tendance centrale : Mu0=0				
Test	Statistique		P-value	
t de Student	t	12.09431	Pr > |t|	<.0001
Signe	M	174	Pr >= |M|	<.0001
Rang signé	S	73951.5	Pr >= |S|	<.0001

Quantiles (Définition 5)	
Niveau	Quantile
100Max 100%	10.0
99%	10.0
95%	10.0
90%	10.0
75% Q3	10.0
50% Médiane	5.0
25% Q1	0.0
10%	-7.5
5%	-10.0
1%	-15.0
0% Min	-15.0

Observations extrêmes			
Le plus bas		Le plus haut	
Valeur	Obs	Valeur	Obs
-15	985	10	981
-15	963	10	982
-15	926	10	988
-15	895	10	990
-15	893	10	995

Annexe 2 : Simulations pour d=200

Procédure UNIVARIATE
Variable : Y

Moments			
N	1000	Somme des poids	1000
Moyenne	-2.345	Somme des observations	-2345
Ecart-type	32.9683619	Variance	1086.91289
Skewness	-5.601039	Kurtosis	30.8248004
Somme des carrés non corrigée	1091325	Somme des carrés corrigée	1085825.97
Coeff Variation	-1405.9003	Std Error Mean	1.04255114

Mesures statistiques de base			
Emplacement		Variabilité	
Moyenne	-2.34500	Ecart-type	32.96836
Médiane	5.00000	Variance	1087
Mode	10.00000	Intervalle	210.00000
		Ecart interquartile	15.00000

Tests de tendance centrale : Mu0=0				
Test	Statistique		P-value	
t de Student	t	-2.24929	Pr > |t|	0.0247
Signe	M	157.5	Pr >= |M|	<.0001
Rang signé	S	71741.5	Pr >= |S|	<.0001

Quantiles (Définition 5)	
Niveau	Quantile
100Max 100%	10
99%	10
95%	10
90%	10
75% Q3	10
50% Médiane	5
25% Q1	-5
10%	-10
5%	-10
1%	-200
0% Min	-200

Observations extrêmes			
Le plus bas		Le plus haut	
Valeur	Obs	Valeur	Obs
-200	995	10	985
-200	978	10	992
-200	971	10	997
-200	914	10	998
-200	906	10	1000

Procédure UNIVARIATE
Variable : Y

Moments			
N	1000	Somme des poids	1000
Moyenne	-2.99	Somme des observations	-2990
Ecart-type	34.667878	Variance	1201.86176
Skewness	-5.3192488	Kurtosis	27.454843
Somme des carrés non corrigée	1209600	Somme des carrés corrigée	1200659.9
Coeff Variation	-1159.4608	Std Error Mean	1.09629456

Mesures statistiques de base			
Emplacement		Variabilité	
Moyenne	-2.99000	Ecart-type	34.66788
Médiane	5.00000	Variance	1202
Mode	10.00000	Intervalle	210.00000
		Ecart interquartile	15.00000

Tests de tendance centrale : Mu0=0				
Test	Statistique		P-value	
t de Student	t	-2.72737	Pr > |t|	0.0065
Signe	M	156	Pr >= |M|	<.0001
Rang signé	S	65941.5	Pr >= |S|	<.0001

Quantiles (Définition 5)	
Niveau	Quantile
100Max 100%	10
99%	10
95%	10
90%	10
75% Q3	10
50% Médiane	5
25% Q1	-5
10%	-10
5%	-10
1%	-200
0% Min	-200

Observations extrêmes			
Le plus bas		Le plus haut	
Valeur	Obs	Valeur	Obs
-200	967	10	990
-200	962	10	991
-200	941	10	995
-200	932	10	996
-200	905	10	997

Procédure UNIVARIATE
Variable : Y

Moments			
N	1000	Somme des poids	1000
Moyenne	-3.28	Somme des observations	-3280
Ecart-type	35.1778208	Variance	1237.47908
Skewness	-5.2433752	Kurtosis	26.5427715
Somme des carrés non corrigée	1247000	Somme des carrés corrigée	1236241.6
Coeff Variation	-1072.4945	Std Error Mean	1.11242037

Mesures statistiques de base			
Emplacement		Variabilité	
Moyenne	-3.28000	Ecart-type	35.17782
Médiane	5.00000	Variance	1237
Mode	10.00000	Intervalle	210.00000
		Ecart interquartile	15.00000

Tests de tendance centrale : Mu0=0				
Test	Statistique		P-value	
t de Student	t	-2.94853	Pr > |t|	0.0033
Signe	M	148.5	Pr >= |M|	<.0001
Rang signé	S	63216.5	Pr >= |S|	<.0001

Quantiles (Définition 5)	
Niveau	Quantile
100Max 100%	10
99%	10
95%	10
90%	10
75% Q3	10
50% Médiane	5
25% Q1	-5
10%	-10
5%	-10
1%	-200
0% Min	-200

Observations extrêmes			
Le plus bas		Le plus haut	
Valeur	Obs	Valeur	Obs
-200	966	10	983
-200	936	10	985
-200	913	10	986
-200	889	10	996
-200	876	10	1000

Procédure UNIVARIATE
Variable : Y

Moments			
N	1000	Somme des poids	1000
Moyenne	-3.335	Somme des observations	-3335
Ecart-type	34.6186543	Variance	1198.45123
Skewness	-5.3128196	Kurtosis	27.4150084
Somme des carrés non corrigée	1208375	Somme des carrés corrigée	1197252.77
Coeff Variation	-1038.0406	Std Error Mean	1.09473797

Mesures statistiques de base			
Emplacement		Variabilité	
Moyenne	-3.33500	Ecart-type	34.61865
Médiane	5.00000	Variance	1198
Mode	10.00000	Intervalle	210.00000
		Ecart interquartile	15.00000

Tests de tendance centrale : Mu0=0				
Test	Statistique		P-value	
t de Student	t	-3.04639	Pr > |t|	0.0024
Signe	M	124.5	Pr >= |M|	<.0001
Rang signé	S	55545	Pr >= |S|	<.0001

Quantiles (Définition 5)	
Niveau	Quantile
100Max 100%	10
99%	10
95%	10
90%	10
75% Q3	10
50% Médiane	5
25% Q1	-5
10%	-10
5%	-10
1%	-200
0% Min	-200

Observations extrêmes			
Le plus bas		Le plus haut	
Valeur	Obs	Valeur	Obs
-200	948	10	985
-200	923	10	989
-200	911	10	990
-200	891	10	995
-200	868	10	996

Procédure UNIVARIATE
Variable : Y

Moments			
N	1000	Somme des poids	1000
Moyenne	-3.32	Somme des observations	-3320
Ecart-type	35.2053549	Variance	1239.41702
Skewness	-5.2274115	Kurtosis	26.4267778
Somme des carrés non corrigée	1249200	Somme des carrés corrigée	1238177.6
Coeff Variation	-1060.4023	Std Error Mean	1.11329107

Mesures statistiques de base			
Emplacement		Variabilité	
Moyenne	-3.32000	Ecart-type	35.20535
Médiane	5.00000	Variance	1239
Mode	10.00000	Intervalle	210.00000
		Ecart interquartile	10.00000

Tests de tendance centrale : Mu0=0				
Test	Statistique		P-value	
t de Student	t	-2.98215	Pr > |t|	0.0029
Signe	M	150	Pr >= |M|	<.0001
Rang signé	S	57363	Pr >= |S|	<.0001

Quantiles (Définition 5)	
Niveau	Quantile
100Max 100%	10
99%	10
95%	10
90%	10
75% Q3	10
50% Médiane	5
25% Q1	0
10%	-10
5%	-10
1%	-200
0% Min	-200

Observations extrêmes			
Le plus bas		Le plus haut	
Valeur	Obs	Valeur	Obs
-200	964	10	988
-200	941	10	990
-200	938	10	997
-200	916	10	998
-200	915	10	999