Lecture 1

04 January 2024 11:35

$\boxed{\text{READER: H0, H1}}$

$\boxed{\text{APP. WOOCLAP.COM /PE2C1}}$

* VANDAAG:

- INTRODUCTIE
  - PRAKTISCHE ZAKEN
  - OVERZICHT PE2
- LTI, LDE (RECAP PE1)
- $H(\omega)$ VOOR ELECTRONISCHE FILTERS
- GEKOPPELDE FILTERS
- IMPULS RESPONSFUNCTIE $h(t)$
- STAP RESPONS $s(t)$

* VOLGEND COLLEGE H2 GEHEEL.

LTI-SYSTEMEN

$$x(t) \longrightarrow \boxed{\text{systeem}} \longrightarrow y(t)$$

- LINEAIR: ALS $x_1 \to y_1$, $x_2 \to y_2$
  DAN LINEAIR ALS $a x_1 + b x_2 \to a y_1 + b y_2$

- TIME-INVARIANT: ALS $x(t) \to y(t)$
  DAN T.I ALS $x(t-\tau) \to y(t-\tau)$

---

* LDE MET CONSTANTE COEFFICIENTEN

$$a_0 x + a_1 \dot{x} + \dots + a_n x^{(n)} = b_0 y + b_1 \dot{y} + \dots + b_m y^{(m)} \qquad (1.1)$$

$\left(\dot{x} = \frac{dx}{dt},\ x^{(n)} = \frac{\partial^n x}{\partial t}\right)$

- SPECIAAL VOORBEELD LTI SYSTEEM, BELANGRIJK V. NATUURKUNDE
- $x(t) = e^{i\omega t}$ IS EEN EIGENFUNCTIE VAN LTI-SYSTEMEN

  $x(t) \xrightarrow{LTI} y(t) = H(\omega)\, e^{i\omega t}$, H COMPLEX GETAL

INVULLEN x, y IN (1.1) GEEFT:

$$H(\omega) = \frac{a_0 + a_1(i\omega) + \dots + a_n(i\omega)^n}{b_0 + b_1(i\omega) + \dots + b_m(i\omega)^m} \qquad (1.2)$$

- VOOR ALGEMENE INPUTS $x(t)$, GEBRUIK FT

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \xrightarrow{\text{lineair!}} \boxed{Y(\omega) = H(\omega) X(\omega)} \qquad (1.4)$$

$\Rightarrow$ ALGEMENE OUTPUT: FT^{-1}: $y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y(\omega) e^{i\omega t} d\omega$

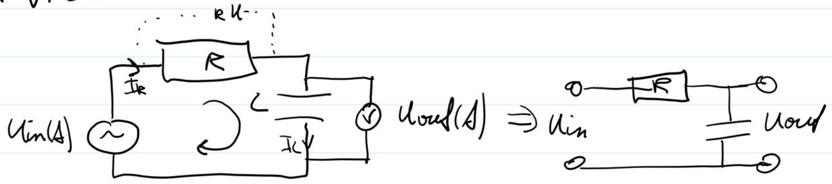
- ALS FT VAN $x(t)$ NIET BESTAAT (BIJV $x(t)$ GROEIT IN DE TIJD)

$\Rightarrow$ ALGEMENE OUTPUT: FT^{-1} : $y(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} Y(\omega)\, e^{i\omega t}\, d\omega$

- ALS FT VAN $x(t)$ NIET BESTAAT (BIJV. $x(t)$ GROEIT IN DE TIJD)
  $\Rightarrow$ GEBRUIK $x(t) = e^{st}$ MET s COMPLEX GETAL
  $\Rightarrow$ LAPLACE TRANSFORMATIE $\longrightarrow$ H4

---

* V.B.



$\Rightarrow$ LDE $\quad U_R = I_R R \quad , \quad I_C = C\frac{\partial U_{out}}{\partial t}$

$I_C = I_R$ (KIRCHHOFF CURRENT LAW)

$U_{in} = U_R + U_{out}$ (KIRCHHOFF VOLTAGE LAW)

$\longrightarrow U_{in}(t) = RC\frac{\partial U_{out}(t)}{\partial t} + U_{out}(t)$

$\Rightarrow$ LTI: $U_{in}(t) = e^{i\omega t} \longrightarrow U_{out}(t) = H(\omega)e^{i\omega t}$

VUL IN: $e^{i\omega t} = RC\,H(\omega)(i\omega)e^{i\omega t} + H(\omega)e^{i\omega t}$

$\Rightarrow H(\omega) = \frac{1}{1 + i\omega RC}$

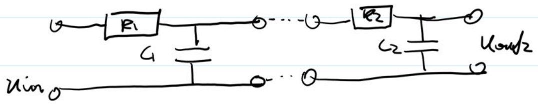
$\Rightarrow$ ALGEMENE OPLOSSING : $y(t) = \mathcal{F}^{-1}\{H(\omega)X(\omega)\}$,

$X(\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\}$

---

* FILTERS KOPPELEN.

- KOPPEL TWEE LOW PASS FILTERS MET ZELFDE ω_{RC}



X WAT GAAT HIER MIS?

$\Rightarrow U_{out1}(\omega) = H_1(\omega)\,U_{in}(\omega)$

$\Rightarrow U_{out2}(\omega) = H_2(\omega)\,U_{out1}(\omega)$

X $\Rightarrow$ DUS $H_{totaal}(\omega) = H_1(\omega)\,H_2(\omega)$

$\hookrightarrow$ ALS FILTER 2 WORDT AANGESLOTEN GAAT ER STROOM LOPEN, VERANDERT DE LDE VAN FILTER 1 EN DUS KLOPT $H_1(\omega)$ NIET MEER!

- WANNEER WEL (OK)?

KLOPT $H_1(\omega)$ NIET MEER!

- WANNEER WEL GOED?
  - HIER: ALS $(Z_{C_2} + Z_{R_2}) >> Z_{C_1}$
  - DIT HEET IMPEDANCE BRIDGING (DIFFERENT FROM IMPEDANCE MATCHING!)

---

* IMPULSRESPONSE FUNCTIE $h(t)$
  - WAT IS $y(t)$ VOOR $x(t) = \delta(t)$?

$$\Rightarrow x(t) = \delta(t) \Rightarrow X(\omega) = 1$$
$$\Rightarrow Y(\omega) = H(\omega)X(\omega) = H(\omega)!$$
$$\Rightarrow y(t) = \mathcal{F}^{-1}\{Y(\omega)\}$$
$$\Rightarrow y(t) = \boxed{\mathcal{F}^{-1}\{H(\omega)\} \equiv h(t)}$$

- VOLGENDE WEEK.

M.B.V. CONVOLUTIE: VOOR ALGEMENE $x(t)$ GELDT:

$$y(t) = x(t) \otimes h(t)$$

---

* STAP RESPONSFUNCTIE $s(t)$
  - WAT IS $y(t)$ VOOR $x(t) = \theta(t) \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$?

$\Rightarrow$ MERK OP: $x(t) = \theta(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(t)\, dt \quad \left(\frac{\partial \theta(t)}{\partial t} = \delta(t) \right)$

$$\boxed{y(t) = \int_{-\infty}^{t} h(t)\, dt \equiv s(t)}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} s(t) = h(t)$$

FT

$$\Rightarrow \boxed{i\omega S(\omega) = H(\omega)}$$