

Aufgabe 1

$$\text{Anfangsmoment: } m(0)_d = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j^2; \quad m(0)_1 = \bar{x}$$

$$\text{Zentralmoment: } m_d = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2; \quad m_2 = \text{var}(x)$$

$$\text{Standardmoment: } z_d = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left( \frac{x_j - \bar{x}}{s_x} \right)^2 \quad z_1 = 0$$

$$z_d = 1$$

Darstellung des Zentralmomente über die

Anfangsmomente

$$m_d = \sum_{r=0}^{\infty} \binom{d}{r} m(0)_d \cdot r (-\bar{x})^r$$

$$d = 3$$

$$m_3 = \binom{3}{0} m(0)_3 (-\bar{x})^0 + \binom{3}{1} m(0)_2 (-\bar{x})^1 \\ + \binom{3}{2} m(0)_1 (-\bar{x})^2 + \binom{3}{3} m(0)_0 (-\bar{x})^3$$

$$= 1 m(0)_3 1 + 3 m(0)_2 (-\bar{x}) \\ 3 m(0)_1 (-\bar{x})^2 + 1 m(0)_0 (-\bar{x})^3$$

Anfangsmomente  
einsetzen

$$\begin{aligned}
 &= n \overline{x} \sum_{j=1}^n x_j^3 = \overline{x}^3 \\
 &\quad + 3 \overline{x} \sum_{j=1}^n x_j^2 (-\bar{x}) \\
 &\quad + 3 \overline{x} \sum_{j=1}^n x_j (-\bar{x})^2 + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j^0 (-\bar{x})^3 \\
 &\quad = 1 \cdot n \cdot \frac{1}{n} = \frac{n}{n} = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \overline{x}^3 + 3 \overline{x}^2 (-\bar{x}) + 3 \overline{x} (-\bar{x})^2 - \overline{x}^3 \\
 &= \overline{x}^3 - \overline{x}^3 + 3(-\bar{x}^2 \bar{x} - \bar{x} \bar{x}^2)
 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{aligned}
 \text{weil: } m_3 &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^3 \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})(x_j - \bar{x})(x_j - \bar{x}) \\
 &= \overline{x}^3 - \overline{x}^3 + 3(-\bar{x}^2 \bar{x} - \bar{x} \bar{x}^2)
 \end{aligned}$$



Aufgabe 2

Standardmoment

 $\alpha = 10$ 

$$Z_{10} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left( \frac{x_j - \bar{x}}{s_x} \right)^{10}$$

$$\bar{x} = 10,455$$

$$s_x = 4,381$$

$$\Rightarrow \frac{1}{40} \cdot \left[ \left( \frac{69 - 10,455}{4,381} \right)^{10} + \left( \frac{109 - 10,455}{4,381} \right)^{10} + \dots + \left( \frac{138 - 10,455}{4,381} \right)^{10} \right]$$

$$= 567,4358$$

### Aufgabe 3

$$\Theta_{\text{Sch}}^r = \frac{\Theta_{\text{Sch}}}{s^3}$$

$$\Theta_{\text{Sch}} = m_3 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^3$$

abs

Schiefe parameter

$$\bar{x} = 6,25 \quad s = 1,33\ddagger$$

$$\Theta_{\text{Sch}} = \frac{1}{20} \left[ (9 - 6,25)^3 + (7 - 6,25)^3 + \dots + (5 - 6,25)^3 \right]$$

$$= 1,893\ddagger //$$

$$\Theta_{\text{Sch}}^r = \frac{1,893\ddagger}{1,33\ddagger^3} = 0,7924$$

## Aufgabe 4

$$\bar{x} = 0,3 \cdot 5 + 0,25 \cdot 6 + 0,15 \cdot 7 + \\ 0,2 \cdot 8 + 0,1 \cdot 9 \\ = 6,55$$

$$\Theta_{\text{Sch}} = m_3 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3 \cdot h_i \\ = (5 - 6,55)^3 \cdot 0,3 + (6 - 6,55)^3 \cdot 0,25 \\ + (7 - 6,55)^3 \cdot 0,15 + (8 - 6,55)^3 \cdot 0,2 \\ + (9 - 6,55)^3 \\ = 0,9325$$

$$s^3 = 2,51173$$

$$\Theta_{\text{Sch}}^n = \frac{0,9325}{2,51173} = 0,3724355 \\ \approx 0,3724$$

