Aufgabe 2

Modus	$x_M = 2500$
Median	$x_{Med} = 2900$
arithmetisches Mittel	$\bar{x} = 3200$

a) Median

⇒ gleich, da 2 drüber und 2 drunter

$x_{Med} = 2900$

b) Modus

(130) $x_M = 2500$

⇒ Modus $x_M = 2500$

außer er wäre

nicht mehr eingipflig

$x_{131} = 1000$

$x_{132} = 1800$

$x_{133} = 5000$

$x_{134} = 6072$

c) $\bar{x}_{(130)} = 3200$

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j \quad | \cdot n$$

$130 \times 3200 =$

$$n \cdot \bar{x} = \sum_{j=1}^{n} x_j =$$

416.000

$\approx 416.000 + 1.000 + 1.800$
$+ 5.000 + 6.072$

$= 429.872$ für alle 134 Stationen

$$\bar{x} = \frac{429872}{134} = \underline{3208}$$

Aufgabe 3

$$\sum_{j=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \leq \sum_{j=1}^{n} (x_j - a) \quad \text{für } a \in \mathbb{R}$$

$\Rightarrow$ Minimieren nach a und das Ergebnis ist $\bar{x}$

$\Rightarrow$ erste Ableitung nach a

$$\frac{dS}{da} = -2 \sum_{j=1}^{n} (x_j - a) \stackrel{!}{=} 0$$

$\Rightarrow$ nur die Summe kann gleich 0 werden

$$\Rightarrow \sum_{j=1}^{n} (x_j - a) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{j=1}^{n} x_j - na = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{j=1}^{n} x_j = na$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} x_j = \bar{x}$$

Um zu zeigen, dass es sich um ein Minimum handelt, brauchen wir 2. Ableitung:

$$\frac{d^2 S}{da^2} = 2n > 0 \Rightarrow \text{Minimum}$$

Aufgabe 4)

Monat	Jan	Feb	Mär	Apr	Mai	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
x_i	386,4	312,0	300,0	194.4	84,0	52,8	40,8	38,4	124,8	201,6	292,8	372,0

a) arith. Mittel

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} x_j$$

$$\bar{x} = \frac{1}{12} (386,4 + 312 + 300 + 194,4 + 84,0 + 52,8 + 40,8 + 38,4 + 124,8 + 201,6 + 292,8 + 372,0)$$

$$\bar{x} = 200$$

b) kWh = m^3 x Brennwert x Zustandszahl

$$y_i = x_i \cdot 9,3 \cdot 0,9103$$

$$\bar{y}_i = \bar{x}_i \cdot 9,3 \cdot 0,9103$$

$$\bar{y}_i = 200 \cdot 9,3 \cdot 0,9103$$

$$\bar{y}_i = 1693,158$$

Aufgabe 5

Axiome:

I Identitätsaxiom

$$x_1 = x_2 = \dots = x_n = c \Rightarrow \Theta_L = c$$

II Inklusionsaxiom

$$x_{(1)} = \min_j x_j \leq \Theta_L \leq x_{(n)} = \max_j x_j$$

III Translationsaxiom

$$\Theta_L(x_1+d, \dots, x_n+d) = \Theta_L(x_1, \dots, x_n)\, d$$

IV Homogenitätsaxiom

$$\Theta_L(x_1, \dots, x_m, n_1, \dots, n_m) = \Theta_L(x_1, \dots, x_m, \lambda n_1, \dots, \lambda n_m)$$

Modus

I: $x_1, \dots, x_n = c = x_{Mod} = c$

II: Widerspruch für max und min analog

II: $x_{Mod} > x_{(n)}$ ↯ für max

⇒ häufigster Wert kann nicht größer sein als der größte Wert.

III: Verschiebung, bzw. Einheit ändert nicht die relativen Häufigkeiten

IV: keine Verschiebung der relativen Häufigkeiten somit bleibt der Modus unverändert.

Median

I: $x_1, \dots x_{(n)} = c = x_{Med} = c$

II: x_{Med} ist per Definition kleiner gleich x_n für $n \geq 1$.

III: Analog zum Modus. Median ist von n abhängig nicht von den Einheiten.

IV: Analog zum Modus; relative Häufigkeiten gleich arith. Mittel $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} x_j$

I: $x_1, \dots, x_n = c \Rightarrow \bar{x} = \frac{1}{n} (c + c + c + \dots + c)$

$= \frac{1}{n} c \cdot n$

$= 1 \cdot c$

$= c$

II: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} x_j \leq \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \max(x) = \frac{1}{n} \cdot n \max(x)$

$= \max(x)$

Minimum Analog

III: $\frac{1}{n} ((x_1 + d) + (x_2 + d) + \dots + (x_n + d))$

$= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} x_j + \frac{1}{n} (d + d + \dots + d)$

$= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} x_j + d$

IV

$$\bar{x} = \frac{1}{\lambda n}(\lambda x_1 + \dots + \lambda x_n)$$

$$= \frac{\lambda}{\lambda n}(x_1 + \dots + x_n)$$

$$= \frac{1}{n}(x_1 + \dots x_n)$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j$$