Universität Duisburg-Essen Fakultät für Wirtschaftswissenschaften Lehrstuhl für Ökonometrie



Wintersemester 2023/2024

Jens Klenke

## R-Propädeutikum

# Lösung Übungsaufgaben 1

## 1 Übungsaufgaben zu Vektoren

1.1 Erzeugen Sie einen Vektor numbers mit den Elementen  $(4, 6, -3, 2.5, 18, \pi, 85)$ .

*Hinweis:* Die Zahl  $\pi$  ist in R bereits als pi vordefiniert.

```
numbers \leftarrow c(4, 6, \rightarrow3, 2.5, 18, pi, 85)
```

#### 1.2 Berechnen Sie das arithmetische und das harmonische Mittel von numbers.

*Hinweis:* Für einen numerischen Vektor X der Länge n ist das arithmetische Mittel  $\overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$  und das harmonische Mittel  $\overline{X}_{harm} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} 1/X_i}$ .

```
# arithmetisches Mittel
mean(numbers)
```

## [1] 16.52023

```
# harmonisches Mittel
length(numbers) /(sum(1/numbers)) # 1. Möglichkeit
```

## [1] 8.055574

```
1/mean(1/numbers) # 2. Möglichkeit
```

## [1] 8.055574

1.3 Sie kommen zu dem Schluss, dass die höchste und die niedrigste Zahl die Schätzung verzerren und entscheiden darum, diese Werte zu ignorieren. Ersetzen Sie beide Werte durch NA und berechnen Sie die Mittelwerte aus Aufgabe 1.2 erneut.

```
numbers[which.min(numbers)] <- NA  # kleinsten Wert ersetzen
numbers[which.max(numbers)] <- NA  # größten Wert esetzen
# oder einfach
numbers[c(3, 7)] <- NA  # 3. und 7. Wert ersetzen

# Mittelwerte berechnen und 'NA's ignorieren
mean(numbers, na.rm = TRUE)</pre>
```

## [1] 6.728319

```
1/mean(1/numbers, na.rm = TRUE)
```

## [1] 4.199803

1.4 Nutzen Sie die Funktion seq() um die Folge  $\left(0,0.5,1,1.5,\ldots,99,99.5,100\right)$  zu erzeugen. Wie viele Elemente besitzt dieser Vektor? Überprüfen Sie Ihre Vermutung mit length().

```
x <- seq(from = 0, to = 100, by = 0.5)
x</pre>
```

```
[1]
           0.0
                       1.0
                                   2.0
                                         2.5
                                               3.0
                                                           4.0
##
                 0.5
                             1.5
                                                     3.5
                                                                 4.5
##
    [11]
          5.0
                 5.5
                       6.0
                             6.5
                                   7.0
                                         7.5
                                               8.0
                                                     8.5
                                                           9.0
                                                                 9.5
##
    [21]
          10.0 10.5
                      11.0
                           11.5
                                  12.0
                                        12.5
                                             13.0
                                                    13.5
                                                          14.0
                                                                14.5
    [31]
          15.0 15.5
                                        17.5
##
                      16.0
                            16.5
                                  17.0
                                              18.0
                                                    18.5
                                                          19.0
                                                                19.5
    [41]
                                        22.5
##
         20.0 20.5
                      21.0
                           21.5
                                  22.0
                                             23.0
                                                    23.5
                                                          24.0
                                                                24.5
    [51]
         25.0
               25.5
                      26.0
                            26.5
                                  27.0
                                        27.5
                                              28.0
                                                    28.5
                                                          29.0
                                                                29.5
##
    [61]
         30.0
               30.5
                           31.5
                                  32.0
                                        32.5
                                              33.0
##
                      31.0
                                                    33.5
                                                          34.0
                                                                34.5
    Γ71
          35.0
               35.5
                            36.5
                                              38.0
##
                      36.0
                                  37.0
                                        37.5
                                                    38.5
                                                          39.0
                                                                39.5
    [81]
         40.0 40.5
                     41.0 41.5
                                        42.5
                                             43.0
##
                                 42.0
                                                    43.5
                                                          44.0 44.5
##
    [91]
         45.0 45.5
                     46.0
                           46.5
                                 47.0
                                        47.5
                                             48.0
                                                    48.5
                                                          49.0 49.5
## [101]
          50.0
                50.5
                      51.0
                            51.5
                                  52.0
                                        52.5
                                              53.0
                                                    53.5
                                                          54.0
                                                                54.5
          55.0 55.5
                           56.5
                                 57.0 57.5
                                              58.0
## [111]
                     56.0
                                                    58.5
                                                          59.0
                                                                59.5
```

```
## [121] 60.0 60.5
                  61.0 61.5 62.0 62.5 63.0 63.5
                                                   64.0 64.5
## [131] 65.0 65.5
                   66.0 66.5 67.0
                                   67.5 68.0 68.5
                                                   69.0 69.5
## [141] 70.0 70.5
                  71.0 71.5 72.0 72.5 73.0 73.5
                                                  74.0 74.5
## [151] 75.0 75.5
                  76.0 76.5 77.0 77.5 78.0 78.5
                                                  79.0 79.5
## [161] 80.0 80.5 81.0 81.5 82.0 82.5 83.0 83.5
                                                  84.0 84.5
## [171] 85.0 85.5
                   86.0 86.5 87.0 87.5 88.0
                                             88.5
                                                   89.0 89.5
## [181] 90.0 90.5
                   91.0 91.5 92.0 92.5 93.0
                                             93.5
                                                   94.0 94.5
## [191]
        95.0 95.5 96.0 96.5 97.0 97.5 98.0
                                             98.5
                                                   99.0 99.5
## [201] 100.0
```

#### length(x)

## [1] 201

1.5 Erzeugen Sie einen neuen Vektor characters mit den Elementen (a, a, a, b, b, b, c, c). Finden Sie dazu heraus wie die Funktion rep() funktioniert und nutzen Sie diese.

```
characters \leftarrow rep(c("a", "b", "c"), times = c(3, 4, 2)) characters
```

```
## [1] "a" "a" "a" "b" "b" "b" "c" "c"
```

1.6 Überschreiben Sie nun den Vektor characters mit (x, y, z, x, y, z, x, y, z). Nutzen Sie wieder die Funktion rep().

```
characters <- rep(c("x", "y", "z"), times = 3)
characters</pre>
```

```
## [1] "x" "v" "z" "x" "v" "z" "x" "v" "z"
```

1.7 Ersetzen Sie nun alle Elemente mit dem Inhalt "z" durch "v".

```
characters[which(characters == "z")] <- "v"
characters</pre>
```

Kürzer:

```
characters[characters == "z"] <- "v"
characters
```

```
## [1] "x" "y" "v" "x" "y" "v" "x" "y" "v"
```

### 1.8 Kopieren Sie folgenden Code in Ihr R-Skript:

```
a <- c(2,5,7,5,12,6)

b <- c(1,2,3,4,5,6)

x <- c(1:2)

y <- 3

z <- c(1,2,3,4)
```

Berechnen Sie nun a + b, a + x, a + y und a + z. Finden Sie heraus, wie R jeweils vorgeht und schreiben Sie einen kurzen Kommentar.

```
a + b
```

Normale Vektoraddition.

```
a + x
```

```
## [1] 3 7 8 7 13 8
```

x wird so häufig wiederholt, bis der Vektor die gleiche Länge hat wie der Vektor a und wird dann addiert.

Der Skalar y wird einfach auf jedes Element von a addiert.

```
## Warning in a + z: Länge des längeren Objektes
## ist kein Vielfaches der Länge des kürzeren Objektes
## [1] 3 7 10 9 13 8
```

Achtung: a und z haben nicht die gleiche Länge und a ist kein vielfaches von z! R wiederholt den Vektor und füllt die fehlenden Werte von vorne auf. Allerdings wird eine Warnmeldung ausgegeben.

1.9 Erzeugen Sie einen Vektor mit den Elementen (1, 2, 3, a, b). Was passiert? Schreiben Sie einen Kommentar.

```
v <- c(1, 2, 3, "a", "b")
class(v)</pre>
```

## [1] "character"

R nimmt immer die bestmöglichste Klasse (die Klasse, welche die meisten "Berechnungen" zulässt, vgl. Skalenniveau) an, in die die Elemente vereint werden können. In diesem Fall ist es die Klasse character.

- 2 Übungsaufgaben zu Matrizen
- 2.1 Erzeugen Sie mit dem Inputvektor 1:12 und matrix() folgende Matrix X.

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 7 & 8 \\ 9 & 10 \\ 11 & 12 \end{pmatrix}$$

```
X <- matrix(1:12, ncol = 2, byrow = TRUE)
X</pre>
```

```
##
         [,1] [,2]
## [1,]
            1
                 2
## [2,]
            3
                 4
## [3,]
           5
                 6
## [4,]
           7
                 8
## [5,]
           9
                10
## [6,]
           11
                12
```

2.2 Nehmen Sie die Matrix aus 2.1 und vertauschen Sie die Spalten. Das Ergebnis soll an die Variable Y übergeben werden.

```
Y <- X[ , 2:1] # oder
Y <- X[ , c(2,1)]
Y
```

```
##
         [,1] [,2]
## [1,]
            2
                 1
## [2,]
            4
                 3
## [3,]
                 5
           6
## [4,]
                 7
## [5,]
          10
                 9
## [6,]
           12
                11
```

**2.3** Berechnen Sie  $XY^T$ .

### X %\*% t(Y)

```
##
        [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
## [1,]
           4
                          22
                                28
                                     34
                10
                     16
## [2,]
                24
                     38
                          52
                                66
          10
                                     80
## [3,]
                38
                     60
                          82
                               104
                                    126
          16
## [4,]
          22
                52
                     82
                         112
                              142
                                    172
## [5,]
                               180
          28
                66
                    104
                         142
                                    218
## [6,]
          34
                    126
                         172
                              218
                                    264
                80
```

2.4 Erzeugen Sie eine  $2 \times 2$  Matrix aus der 2. und 5. Zeile der Matrix X.

```
X[c(2, 5), ]
## [,1] [,2]
## [1,] 3 4
## [2,] 9 10
```

2.5 Erzeugen Sie die Matrix X mit  $X \leftarrow matrix(8:-7, nrow = 4)$ .

```
X <- matrix(8:-7, nrow = 4)
X</pre>
```

```
##
         [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]
            8
                  4
                        0
## [2,]
            7
                  3
                      -1
                            -5
                  2
                      -2
## [3,]
            6
                            -6
## [4,]
            5
                  1
                      -3
                            -7
```

Es wird jetzt nrow und nicht ncol benutzt. Außerdem wurde eine abfallende Folge von natürlichen Zahlen mithilfe von : erzeugt.

1. Ersetzen Sie die Elemente auf der Hauptdiagonalen durch NAs.

```
diag(X) <- NA
```

2. Ersetzen Sie jetzt alle NAs in der Matrix mit dem Wert 1. Nutzen Sie dazu die Funktion is.na().

```
X[is.na(X)] <- 1</pre>
```

 $\verb"is.na(X)"$  gibt eine Matrix mit logischen Einträgen (TRUE / FALSE) zurück, wobei für Elemente mit NA der Wert TRUE gesetzt wird.