Versuch V: Aufschwungsteuerung des Doppelpendels

Andreas Jentsch, Ali Kerem Sacakli Praktikumsbericht – Praktikum Matlab/Simulink II 04. Juli 2017





4.8 Berechnung der Trajektorien

In diesem Versuch geht es um den Entwurf und der Simulation einer Aufschwungsteuerung für den Doppelpendel. Hierzu werden zunächst Codes generiert, um die Trajektorien zu generieren. Im nächsten Kapitel folgen die Simulationsergebnisse.

Die relevanten Codes sind wie folgt:

Listing 4.1: Quellcode der Funktion RandwertproblemDGL

```
function dxdt = RandwertproblemDGL(t, x, stPendel, Q, R)
      % t:
                       Zeit
      % x:
                       Zustände x(1) und x(2)
      % Pendeldaten: Pendeldaten
      % Q:
                       Gewichtungsmatrix für Zustände
      % R:
                      Gewichtung für Stellgröße
      % 11,12,m1,m2,g,Rp1,Rp2,q1,q2,q3,q4,sym_R
      11 = stPendel.11;
      12 = stPendel.12;
11
      g = stPendel.g;
      m1 = stPendel.m1;
      m2 = stPendel.m2;
      Rp1 = stPendel.Rp1;
      Rp2 = stPendel.Rp2;
16
      q1 = Q(1,1);
      q2 = Q(2,2);
      q3 = Q(3,3);
      q4 = Q(4,4);
      sym_R = R;
      dxdt = 0;
      % Differentialgleichung 8ter Ordnung,
      % x1-x4: Originale Zustände,
      % x5-x8: Lagrange-Multiplikatoren
      phi1 = x(1);
      dphi1 = x(2);
      phi2 = x(3);
31
      dphi2 = x(4);
```

```
lambda1 = x(5);
                                       lambda2 = x(6);
                                       lambda3 = x(7);
                                       lambda4 = x(8);
36
                                       dx1 = dphi1;
                                       dx2 = -(3*(4*12*((12*lambda2)/(11^2*sym_R*(4*m1 + 12*m2 - 9*m2*)
                                                       \leftarrowcos(phi1 - phi2)^2)) - (18*lambda4*cos(phi1 - phi2))/(11*l2*\rightarrow
                                                       \leftarrow \text{sym}_R * (4 \times m1 + 12 \times m2 - 9 \times m2 \times \cos(\text{phi} 1 - \text{phi} 2)^2)) + 4 \times Rp1 \rightarrow
                                                       ←dphi1*12 + 6*Rp2*dphi1*l1*cos(phi1 - phi2) - 6*Rp2*dphi2*l1*→
                                                       \leftarrowcos(phi1 - phi2) + 2*dphi2^2*11*12^2*m2*sin(phi1 - phi2) + \rightarrow
                                                       \leftarrow 2 \cdot g \cdot 11 \cdot 12 \cdot m1 \cdot sin(phi1) + 4 \cdot g \cdot 11 \cdot 12 \cdot m2 \cdot sin(phi1) + 3 \cdot dphi1 \cdot 2 \cdot \rightarrow 2 \cdot g \cdot 11 \cdot 12 \cdot m1 \cdot sin(phi1) + 3 \cdot dphi1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot dphi1 \cdot 2 \cdot
                                                       \leftarrow 11^2*12*m2*cos(phi1 - phi2)*sin(phi1 - phi2) - 3*g*11*12*m2*\rightarrow 3*g*11*12*m2*
                                                       \leftarrowcos(phi1 - phi2)*sin(phi2)))/(11^2*12*(4*m1 + 12*m2 - 9*m2*\rightarrow
                                                        ←cos(phi1 - phi2)^2));
41
                                      dx3 = dphi2;
                                       dx4 = (3*(6*12*m2*cos(phi1 - phi2)*((12*lambda2)/(11^2*sym_R*(4*)))
                                                       \leftarrowm1 + 12*m2 - 9*m2*cos(phi1 - phi2)^2)) - (18*lambda4*cos(\rightarrow
                                                       \epsilonphi1 - phi2))/(11*12*sym_R*(4*m1 + 12*m2 - 9*m2*cos(phi1 - \rightarrow
                                                       ←phi2)^2))) + 4*Rp2*dphi1*11*m1 + 12*Rp2*dphi1*11*m2 - 4*Rp2*→
                                                        \epsilondphi2*11*m1 - 12*Rp2*dphi2*11*m2 + 6*dphi1^2*11^2*12*m2^2*\pm
                                                       \leftarrow \sin(\text{phi1} - \text{phi2}) - 6 \cdot \text{g} \cdot 11 \cdot 12 \cdot \text{m2} \cdot 2 \cdot \sin(\text{phi2}) + 6 \cdot \text{Rp1} \cdot \text{dphi1} \cdot 12 \rightarrow
                                                       \leftarrow *m2*cos(phi1 - phi2) + 3*dphi2^2*l1*l2^2*m2^2*cos(phi1 - \rightarrow
                                                       \epsilonphi2)*sin(phi1 - phi2) + 2*dphi1^2*11^2*12*m1*m2*sin(phi1 - \epsilon
                                                       \leftarrowphi2) + 6*g*11*12*m2^2*cos(phi1 - phi2)*sin(phi1) - 2*g*11*\rightarrow
                                                        \leftarrow 12 \times m1 \times m2 \times sin(phi2) + 3 \times g \times 11 \times 12 \times m1 \times m2 \times cos(phi1 - phi2) \times sin(\rightarrow ph
                                                        (+phi1))/(11*12^2*m2*(4*m1 + 12*m2 - 9*m2*cos(phi1 - phi2)^2)
                                                        (→
                                       dx5 = lambda2*((3*(4*12*((18*lambda4*sin(phi1 - phi2))/(l1*12*)
                                                        ←sym_R*...
                                                               (4*m1 + 12*m2 - 9*m2*\cos(phi1 - phi2)^2)) - (216*lambda2*m2*\rightarrow
                                                                               ←cos(phi1 - phi2)...
                                                              *\sin(\phi) (11^2*sym_R*(4*m1 + 12*m2 - 9*m2*cos(phi1→
                                                                               ← - phi2)^2)...
                                                             + (324*lambda4*m2*cos(phi1 - phi2)^2*sin(phi1 - phi2))/(11*\rightarrow
46
                                                                               ←12*sym_R*...
                                                               (4*m1 + 12*m2 - 9*m2*\cos(phi1 - phi2)^2)^2) - 6*Rp2*dphi1* \rightarrow
                                                                               ←11*sin(phi1 - phi2) ...
```

2

```
+ 6*Rp2*dphi2*l1*sin(phi1 - phi2) + 3*dphi1^2*l1^2*l2*m2*cos→
   ←(phi1 - phi2)^2 ...
-3*dphi1^2*11^2*12*m2*sin(phi1 - phi2)^2 + 2*dphi2^2*11*12 \rightarrow
    \leftarrow 2*m2*cos(phi1 - phi2) ...
+ 2*g*11*12*m1*cos(phi1) + 4*g*11*12*m2*cos(phi1) + 3*g*11*\rightarrow
    \leftarrow 12*m2*sin(phi1 - phi2)...
*\sin(\text{phi2}))/(11^2*12*(4*m1 + 12*m2 - 9*m2*\cos(\text{phi1 - phi2})→
    \leftarrow^2)) - (54*m2*cos(phi1 - phi2)*sin(phi1 - phi2)*(4*12\rightarrow
   \leftarrow*((12*lambda2)/(11^2*sym_R*(4*m1 + 12*m2 - 9*m2*cos(phi1\rightarrow
   \leftarrow - phi2)^2)) - (18*lambda4*cos(phi1 - phi2))/(l1*l2*\rightarrow
   \epsilon sym_R*(4*m1 + 12*m2 - 9*m2*cos(phi1 - phi2)^2)) + 4*Rp1 \rightarrow
    \leftarrow*dphi1*12 + 6*Rp2*dphi1*11*\cos(phi1 - phi2) - 6*Rp2*\rightarrow
   \leftarrowdphi2*l1*cos(phi1 - phi2) + 2*dphi2^2*l1*l2^2*m2*sin(\rightarrow
   \leftarrowphi1 - phi2) + 2*g*11*12*m1*sin(phi1) + 4*g*11*12*m2*sin\rightarrow
   \leftarrow(phi1) + 3*dphi1^2*11^2*12*m2*cos(phi1 - phi2)*sin(phi1 \rightarrow
    \leftarrow phi2) - 3*g*11*12*m2*cos(phi1 - phi2)*sin(phi2)))/(11\rightarrow
    \leftarrow 2 * 12 * (4 * m1 + 12 * m2 - 9 * m2 * cos(phi1 - phi2) ^ 2) ^ 2) - \rightarrow
    ←phi1*q1 - lambda4*((3*(6*12*m2*cos(phi1 - phi2)...
((18*lambda4*sin(phi1 - phi2))/(l1*l2*sym_R*(4*m1 + 12*m2 \rightarrow 4*sin(phi1 - phi2)))
    \leftarrow 9*m2*cos(phi1 - phi2)^2)) - (216*lambda2*m2*cos(phi1 - \rightarrow
    \epsilonphi2)*sin(phi1 - phi2))/(11^2*sym_R*(4*m1 + 12*m2 - 9*m2\rightarrow
    \leftarrow*cos(phi1 - phi2)^2)^2) + (324*lambda4*m2*cos(phi1 - \rightarrow
   \epsilonphi2)^2*sin(phi1 - phi2))/(11*12*sym_R*(4*m1 + 12*m2 - \rightarrow
   \leftarrow 9 \times 2 \times \cos(\text{phi1} - \text{phi2})^2)^2) - 6 \times 12 \times 2 \times \sin(\text{phi1} - \text{phi2})^2
   \leftarrow*((12*lambda2)/(l1^2*sym_R*(4*m1 + 12*m2 - 9*m2*cos(phi1)
    \leftarrow - phi2)^2)) - (18*lambda4*\cos(phi1 - phi2))/(l1*l2*\rightarrow
   \leftarrow \text{sym}_R * (4*m1 + 12*m2 - 9*m2*\cos(\text{phi1} - \text{phi2})^2))) - 6*Rp1 \rightarrow
    \leftarrow*dphi1*12*m2*sin(phi1 - phi2) + 6*dphi1^2*11^2*m2^2*\rightarrow
    \leftarrowcos(phi1 - phi2) + 3*dphi2^2*l1*l2^2*m2^2*cos(phi1 - \rightarrow
    ←phi2)^2 - 3*dphi2^2*l1*l2^2*m2^2*sin(phi1 - phi2)^2 ...
+ 2*dphi1^2*11^2*m1*m2*cos(phi1 - phi2) + 6*g*11*12*m2^2* \rightarrow
    \leftarrowcos(phi1 - phi2)*cos(phi1) - 6*g*l1*l2*m2^2*sin(phi1 - \rightarrow
    \epsilonphi2)*sin(phi1) + 3*g*l1*l2*m1*m2*cos(phi1 - phi2)*cos(\epsilon
    \epsilonphi1) - 3*g*l1*l2*m1*m2*sin(phi1 - phi2)*sin(phi1)))/(l1+
    \leftarrow (54*cos(phi1 - phi2)*sin(phi1 - phi2)*(6*12*m2*cos(phi1 \rightarrow
   \leftarrow phi2)*((12*lambda2)/(l1^2*sym_R*(4*m1 + 12*m2 - 9*m2*\rightarrow
   \leftarrowcos(phi1 - phi2)^2)) - (18*lambda4*cos(phi1 - phi2))/(11<math>\rightarrow
   \leftarrow*12*sym_R*(4*m1 + 12*m2 - 9*m2*cos(phi1 - phi2)^2))) + \rightarrow

←4*Rp2*dphi1*11*m1 + 12*Rp2*dphi1*11*m2 - 4*Rp2*dphi2*11*→
```

51

```
\leftarrowm1 - 12*Rp2*dphi2*l1*m2 + 6*dphi1^2*l1^2*l2*m2^2*sin(\rightarrow
                                              \leftarrowphi1 - phi2) - 6*g*11*12*m2^2*sin(phi2) ...
                                   + 6*Rp1*dphi1*l2*m2*cos(phi1 - phi2) + 3*dphi2^2*l1*l2^2*m2→
                                              \leftarrow^2*cos(phi1 - phi2)*sin(phi1 - phi2) + 2*dphi1^2*11^2*12\rightarrow
                                              \leftarrow m1*m2*sin(phi1 - phi2) + 6*g*11*12*m2^2*cos(phi1 - phi2)
                                              \leftarrow)*sin(phi1) - 2*g*l1*l2*m1*m2*sin(phi2) + 3*g*l1*l2*m1*\rightarrow
                                              \leftarrow m2*cos(phi1 - phi2)*sin(phi1)))/(11*12^2*(4*m1 + 12*m2 ->
                                              \leftarrow 9*m2*cos(phi1 - phi2)^2));
                      dx6 = (3*lambda2*(6*dphi1*l2*m2*cos(phi1 - phi2)*sin(phi1 - phi2)
                                \leftarrow)*11*2 + 6*Rp2*cos(phi1 - phi2)*11 + 4*Rp1*12))/(11*2*12*(4*\rightarrow
                                \epsilonm1 + 12*m2 - 9*m2*cos(phi1 - phi2)^2)) - dphi1*q2 - lambda1 \rightarrow
                                ←- (3*lambda4*(12*dphi1*l2*sin(phi1 - phi2)*l1^2*m2^2 + 4*\rightarrow
                                \leftarrow dphi1*12*m1*sin(phi1 - phi2)*11^2*m2 + 12*Rp2*11*m2 + 4*Rp2* \rightarrow 12*Rp2*11*m2 + 4*Rp2*11*m2 + 4*Rp2* \rightarrow 12*Rp2*11*m2 + 4*Rp2* + 4*Rp2*11*m2 + 4*Rp2* 
                                \leftarrowm1*11 + 6*Rp1*12*cos(phi1 - phi2)*m2))/(11*12*2*m2*(4*m1 + \rightarrow
                                +12*m2 - 9*m2*cos(phi1 - phi2)^2);
                      dx7 = lambda4*((3*(6*l2*m2*cos(phi1 - phi2)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*lambda4*sin()*)*((18*
56
                                \epsilon phi1 - phi2))/(11*12*sym_R...
                                    *(4*m1 + 12*m2 - 9*m2*\cos(phi1 - phi2)^2)) - (216*lambda2*m2 \rightarrow (4*m1 + 12*m2 - 9*m2*\cos(phi1 - phi2)^2))
                                              ←*cos(phi1 - phi2)*...
                                   \sin(\text{phi1} - \text{phi2}))/(11^2*\text{sym}_R*(4*\text{m1} + 12*\text{m2} - 9*\text{m2}*\cos(\text{phi1} \rightarrow
                                              ←- phi2)^2)^2) + (324*lambda4*m2...
                                    *\cos(\text{phi1} - \text{phi2})^2*\sin(\text{phi1} - \text{phi2}))/(11*12*sym_R*(4*m1 + \rightarrow
                                              \leftarrow 12 \text{ m2} - 9 \text{ m2} \text{ cos}(\text{phi1} - \text{phi2})^2) ...
                                    \leftarrow 12*m2 - 9*m2*cos(phi1 - phi2)^2) ...
                                    -(18*lambda4*cos(phi1 - phi2))/(11*l2*sym_R*(4*m1 + 12*m2 \rightarrow 
61
                                              ← 9*m2*cos(phi1 - phi2)^2))) ...
                                    - 6*Rp1*dphi1*12*m2*sin(phi1 - phi2) + 6*dphi1^2*11^2*m2→
                                              \leftarrow 2*cos(phi1 - phi2) + 6*g*11*12*m2^2*cos(phi2) + 3*dphi2\rightarrow
                                              \leftarrow 2*11*12^2*m2^2*cos(phi1 - phi2)^2 - 3*dphi2^2*11*12^2* \rightarrow
                                              +m2^2*sin(phi1 - phi2)^2 + 2*dphi1^2*11^2*12*m1*m2*cos(+)
                                              \epsilonphi1 - phi2) + 2*g*l1*l2*m1*m2*cos(phi2) - 6*g*l1*l2*m2+
                                              \leftarrow 2*sin(phi1 - phi2)*sin(phi1) - 3*g*l1*l2*m1*m2*sin(phi1\rightarrow
                                              \leftarrow - phi2)*sin(phi1)))/(11*12^2*m2*(4*m1 + 12*m2 - 9*m2*\rightarrow
                                              \leftarrowcos(phi1 - phi2)^2)) - (54*cos(phi1 - phi2)*sin(phi1 - \rightarrow
                                              \epsilonphi2)*(6*12*m2*cos(phi1 - phi2)*((12*lambda2)/(11^2*)
                                              \epsilon sym_R*(4*m1 + 12*m2 - 9*m2*cos(phi1 - phi2)^2)) - (18* \rightarrow 6*m2*cos(phi1 - phi2)^2)
                                              \leftarrowlambda4*cos(phi1 - phi2))/(l1*12*sym_R*(4*m1 + 12*m2 - \rightarrow
                                              \leftarrow 9 \times m2 \times cos(phi1 - phi2) \times 2)) ...
```

4

```
+ 4*Rp2*dphi1*l1*m1 + 12*Rp2*dphi1*l1*m2 - 4*Rp2*dphi2*l1*m1 + 4*Rp2*dphi2*l1*m1 + 12*Rp2*dphi1*l1*m2 - 4*Rp2*dphi2*l1*m1 + 12*Rp2*dphi2*l1*m1 + 12*Rp2*dphi2*l1*m1 + 12*Rp2*dphi2*l1*m1 + 12*Rp2*dphi2*l1*m1 + 12*Rp2*dphi2*l1*m1 + 12*Rp2*dphi2*l1*m1 + 12*Rp2*dphi2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*l1*m2*
                              \leftarrow - 12*Rp2*dphi2*l1*m2 + 6*dphi1^2*l1*2*l2*m2^2*sin(phi1 \rightarrow
                               \leftarrow phi2) - 6*g*l1*l2*m2^2*sin(phi2) + 6*Rp1*dphi1*l2*m2*\rightarrow
                              \leftarrowcos(phi1 - phi2) + 3*dphi2^2*11*12^2*m2^2*cos(phi1 - \rightarrow
                               \epsilonphi2)*sin(phi1 - phi2) + 2*dphi1^2*l1^2*l2*m1*m2*sin(\epsilon
                              \epsilonphi1 - phi2) + 6*g*11*12*m2^2*cos(phi1 - phi2)*sin(phi1)\rightarrow
                               \leftarrow - 2*g*l1*l2*m1*m2*sin(phi2) + 3*g*l1*l2*m1*m2*cos(phi1 \rightarrow
                               \leftarrow phi2)*sin(phi1)))/(l1*l2^2*(4*m1 + 12*m2 - 9*m2*cos(\rightarrow
                              \epsilon phi1 - phi2^{\circ})^{\circ}) - phi2^{\circ}q3 - lambda2^{\circ}((3^{\circ}(4^{\circ}12^{\circ}((18^{\circ}) + 12^{\circ}))^{\circ})))
                              \leftarrow lambda4*sin(phi1 - phi2))/(l1*l2*sym_R*(4*m1 + 12*m2 - \rightarrow architecture))
                               \leftarrow9*m2*cos(phi1 - phi2)*2)) - (216*lambda2*m2*cos(phi1 - \rightarrow
                               ←phi2)*sin(phi1 - phi2))/(l1^2*sym_R...
                        *(4*m1 + 12*m2 - 9*m2*cos(phi1 - phi2)^2)^2) + (324*lambda4* \rightarrow 
                               \leftarrowm2*cos(phi1 - phi2)^2*sin(phi1 - phi2))/(l1*l2*sym_R*(4*\rightarrow
                              \leftarrowm1 + 12*m2 - 9*m2*cos(phi1 - phi2)^2) - 6*Rp2*dphi1*\rightarrow
                              \leftarrow 11*\sin(\text{phi1} - \text{phi2}) + 6*Rp2*dphi2*11*\sin(\text{phi1} - \text{phi2}) + \rightarrow
                               \leftarrow3*dphi1^2*11^2*12*m2*cos(phi1 - phi2)^2 - 3*dphi1^2*11\rightarrow
                               \leftarrow^2*12*m2*sin(phi1 - phi2)^2 + 2*dphi2^2*11*12^2*m2*cos(\rightarrow
                              \leftarrowphi1 - phi2) + 3*g*11*12*m2*sin(phi1 - phi2)*sin(phi2) +\rightarrow
                               \leftarrow 3*g*11*12*m2*cos(phi1 - phi2)*cos(phi2)))/(11^2*12*(4*)
                              \epsilonm1 + 12*m2 - 9*m2*cos(phi1 - phi2)^2)) - (54*m2*cos(phi1\rightarrow
                               \leftarrow - phi2)*sin(phi1 - phi2)*(4*12*((12*lambda2)/(l1^2*)
                               \leftarrow \text{sym}_R^*(4*m1 + 12*m2 - 9*m2*\cos(\text{phi1} - \text{phi2})^2)) - (18* \rightarrow 0
                               ←lambda4*cos(phi1 - phi2))...
                        /(11*12*sym_R*(4*m1 + 12*m2 - 9*m2*cos(phi1 - phi2)^2))) + \rightarrow
                              ←4*Rp1*dphi1*12 + 6*Rp2*dphi1*11*cos(phi1 - phi2) - 6*Rp2→
                               \leftarrow*dphi2*l1*cos(phi1 - phi2) + 2*dphi2^2*l1*l2^2*m2*sin(\rightarrow
                               \leftarrowphi1 - phi2) + 2*g*l1*l2*m1*sin(phi1) + 4*g*l1*l2*m2*sin→
                               \leftarrow(phi1) + 3*dphi1^2*l1^2*l2*m2*cos(phi1 - phi2)*sin(phi1 \rightarrow
                              \leftarrow phi2) - 3*g*11*12*m2*cos(phi1 - phi2)*sin(phi2)))/(11\rightarrow
                              \leftarrow^2*12*(4*m1 + 12*m2 - 9*m2*cos(phi1 - phi2)^2)^2);
               dx8 = (3*lambda4*(-6*dphi2*l1*cos(phi1 - phi2)*sin(phi1 - phi2))
66
                     \leftarrow*12^2*m2^2 + 12*Rp2*l1*m2 + 4*Rp2*l1*m1))/(11*l2^2*m2*(4*m1 \rightarrow
                      \leftarrow+ 12*m2 - 9*m2*cos(phi1 - phi2)^2)) - dphi2*q4 - (3*lambda2\rightarrow
                     \leftarrow*(- 4*dphi2*l1*m2*sin(phi1 - phi2)*l2^2 + 6*Rp2*l1*cos(phi1 \rightarrow
                      \leftarrow phi2)))/(11^2*12*(4*m1 + 12*m2 - 9*m2*cos(phi1 - phi2)^2))\rightarrow
                      ← - lambda3:
               dxdt = [dx1; dx2; dx3; dx4; dx5; dx6; dx7; dx8];
```

71 **end** % function RandwertproblemDGL

Listing 4.2: Quellcode der Funktion RandwertproblemRB

14 end

Listing 4.3: Quellcode der Funktion berechneTrajektorie

```
function [ stTraj ] = berechneTrajektorie( stPendel, Q, R, T )
  %BERECHNETRAJEKTORIE Summary of this function goes here
      Detailed explanation goes here
  RandwertproblemDGLhandle = @(t,x) RandwertproblemDGL(t,x,stPendel,Q,→
     ←R);
  intervals = 1000;
  solinit.x = linspace(0,T,intervals);
  solinit.y = [linspace(0,pi,intervals);
               zeros(1,intervals);
               linspace(0,pi,intervals);
               zeros(1, intervals);
               zeros(1,intervals);
               zeros(1,intervals);
15
               zeros(1,intervals);
               zeros(1,intervals);];
```

```
RelTol = 1e-10;
  bvp4cOptions = bvpset('RelTol', RelTol, 'Stats', 'on');
  for ii = 1:15
      sol = bvp4c(RandwertproblemDGLhandle,@RandwertproblemRB,solinit,→
          ←bvp4c0ptions);
      solinit = sol;
      if isfield(sol,'stats')
25
           break
      end
  end
  [f, h] = nonlinear_model;
  dfdu_symb = jacobian(f,sym('M'));
35
  dfdu = double(subs(dfdu_symb,{sym('phi1'),sym('phi2')},{sol.y(1,:),→
     ←sol.y(3,:)}));
  stTraj.T = T;
  stTraj.vT = sol.x;
  stTraj.vU = diag(- R^{(-1)}* dfdu' * sol.y(5:8,:))';
  % vU = diag(stTraj.vU);
  stTraj.mX = sol.y(1:4,:);
  end
```

Lösungen können für den Wertebereich von $0,65 \text{ s} \leq T \leq 1,9 \text{ s}$ gefunden werden. Die Unterschreitung von T=0,65 s führt zu numerischen Problemen. Eine Überschreitung von T=1,9 s ist physikalisch unmöglich, da das zweite Pendel eine Mindestgeschwindigkeit braucht um in die aufrechte Lage aufgeschwungen werden zu können.

Die kleinste T, bei der die Stellgrößenbeschränkung $|M|_{max}=1,5\,Nm$ noch eingehalten wird ist $T=1,1185\,\mathrm{s}$.

Nachfolgend werden Plots der Zustände $\mathbf{x}^*(\mathbf{t})$ und $\mathbf{M}^*(\mathbf{t})$ für verschiedene Übergangszeiten gezeigt.

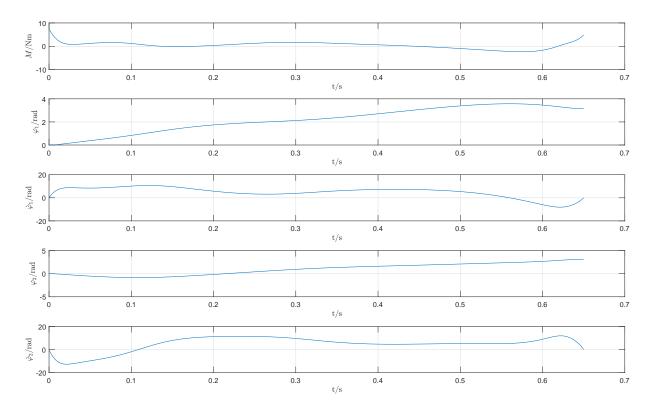


Figure 4.1: Plot der Zustände $\mathbf{x}^*(\mathbf{t})$ und $\mathbf{M}^*(\mathbf{t})$ für $T=0.65\,\mathrm{s}$

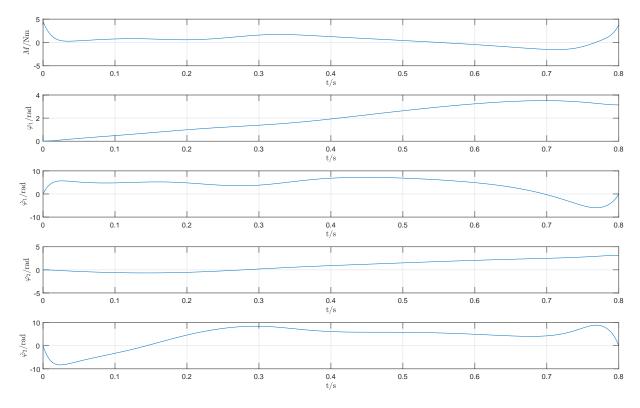


Figure 4.2: Plot der Zustände $\mathbf{x}^*(\mathbf{t})$ und $\mathbf{M}^*(\mathbf{t})$ für $T=0.8\,\mathrm{s}$

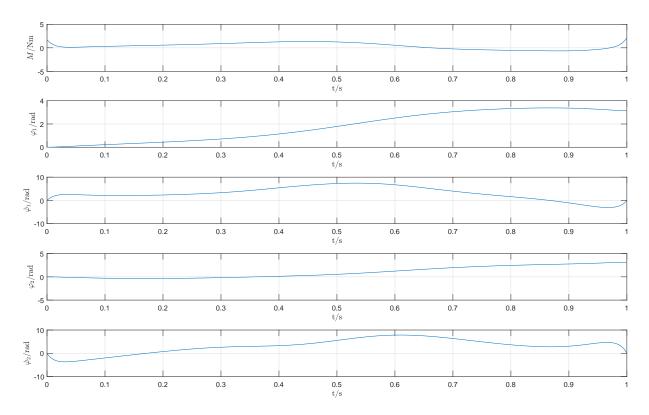


Figure 4.3: Plot der Zustände $\mathbf{x}^*(\mathbf{t})$ und $\mathbf{M}^*(\mathbf{t})$ für $T=1\,\mathrm{s}$

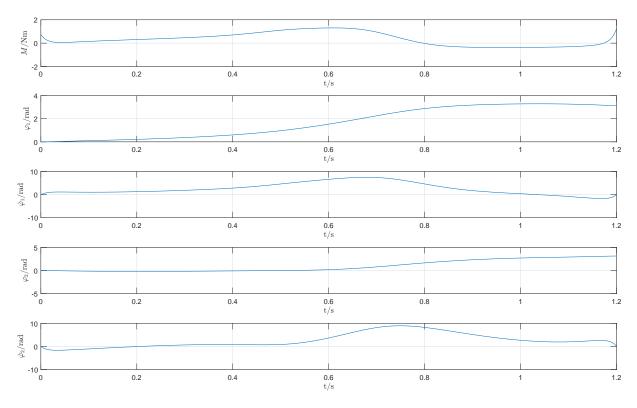


Figure 4.4: Plot der Zustände $\mathbf{x}^*(\mathbf{t})$ und $\mathbf{M}^*(\mathbf{t})$ für $T=1,2\,\mathrm{s}$

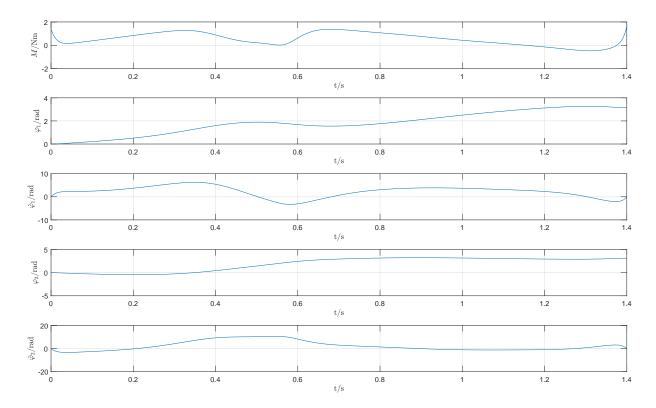


Figure 4.5: Plot der Zustände $\mathbf{x}^*(\mathbf{t})$ und $\mathbf{M}^*(\mathbf{t})$ für $T=1,4\,\mathrm{s}$

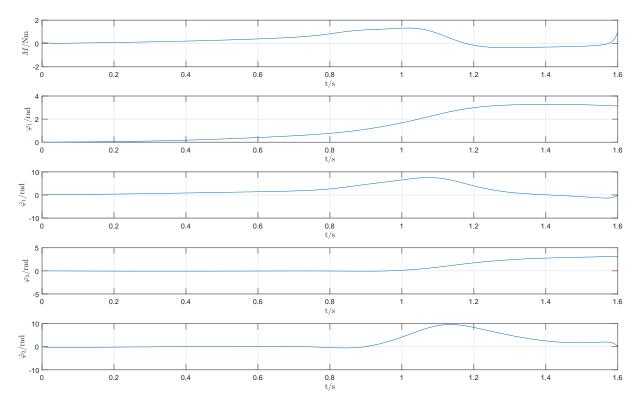


Figure 4.6: Plot der Zustände $\mathbf{x}^*(\mathbf{t})$ und $\mathbf{M}^*(\mathbf{t})$ für $T=1.6\,\mathrm{s}$

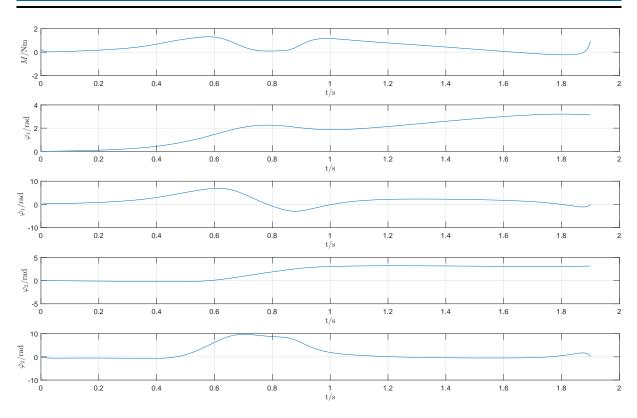


Figure 4.7: Plot der Zustände $\mathbf{x}^*(\mathbf{t})$ und $\mathbf{M}^*(\mathbf{t})$ für $T=1.9\,\mathrm{s}$

Erklären Sie die Auswirkung der Übergangszeiten T auf das Ergebnis

- T größer -> Mmax kleiner
- ...

4.9 Simulation

Das Simulinkmodell der Aufschwungsteuerung sieht wie folgt aus:

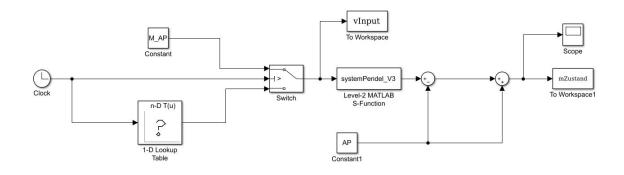


Figure 4.8: Simulink-Modell der Aufschwungsteuerung

4.9 Simulation

Die folgende Abbildung veranschaulicht die Simulation und zusammen mit den vorgegebenen Trajektorien bei gegebenen Pendeldaten. Für die darauffolgenden Abbildungen wurden die Pendeldaten verändert ($l_1 = 0.3 \, m, \, l_2 = 0.3 \, m, \, R_p \, 1 = 10^{-3}, \, R_p \, 2 = 10^{-4}$).

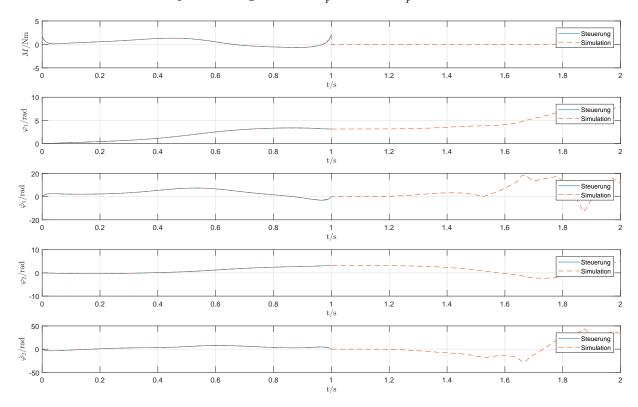


Figure 4.9: Plot der Zustände $\mathbf{x}^*(\mathbf{t})$ und $\mathbf{M}^*(\mathbf{t})$ für T=1 s, $T_{sim}=2$ s mit gegebenen Pendeldaten

Sollen wir noch alles animieren und Screenshots einfügen? Siehe Aufgabenstellung

Der Zeitplot 4.9 zeigt eine Kongruenz zwischen den simulierten Verläufen und den berechneten Trajektorien. Die Zeitplots, die die Simulationen des Doppelpendels mit veränderten Pendeldaten zeigen, lassen jedoch eindeutig erkennen, dass die berechneten Trajektorien mit den oben angegebenen veränderten Pendeldaten für eine Aufschwungsteuerung nicht geeignet sind. Dies lässt auch vermuten, dass die berechneten Trajektorien empfindliche gegenüber einer Änderung der Pendeldaten sind. Schließlich ist eine Aufschwungsteuerung nur für die dafür berechneten Pendeldaten gültig.

check please!

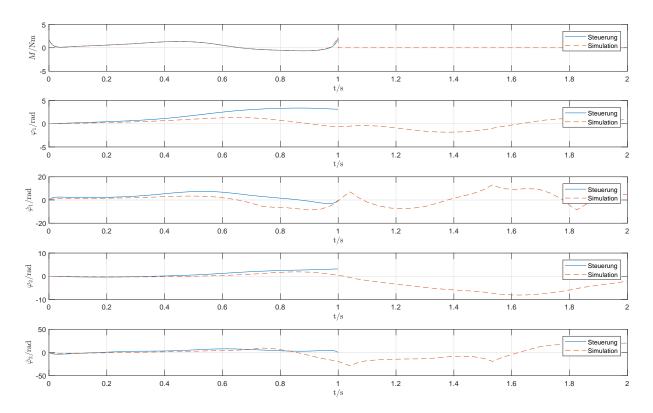


Figure 4.10: Plot der Zustände $\mathbf{x}^*(\mathbf{t})$ und $\mathbf{M}^*(\mathbf{t})$ für $T=1\,\mathrm{s},\ T_{sim}=2\,\mathrm{s}\ (l_1=0,3\,m,\ l_2=0,3\,m,\ R_{p1}=10^{-3},\ R_{p2}=10^{-4})$

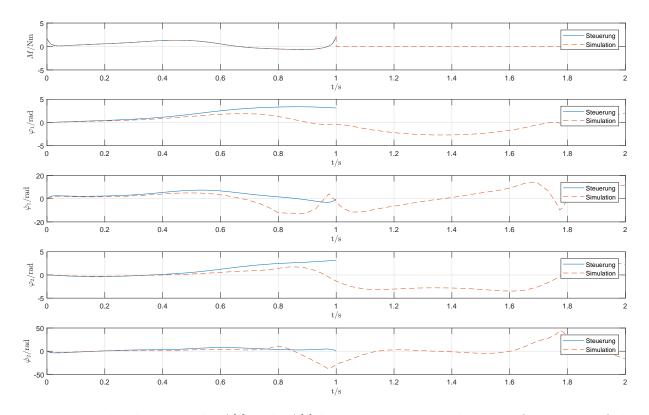


Figure 4.11: Plot der Zustände $\mathbf{x}^*(\mathbf{t})$ und $\mathbf{M}^*(\mathbf{t})$ für T=1 s, $T_{sim}=2$ s ($m_1=0.4$ kg, $m_2=0.4$ kg)

4.9 Simulation

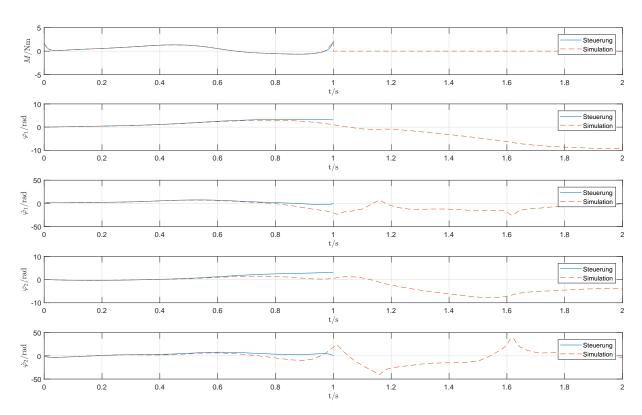


Figure 4.12: Plot der Zustände $\mathbf{x}^*(\mathbf{t})$ und $\mathbf{M}^*(\mathbf{t})$ für $T=1\,\mathrm{s}$, $T_{sim}=2\,\mathrm{s}$ ($g=11\,N/kg$)