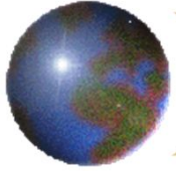


제5장

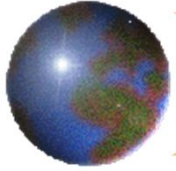
시계열분석



제5장 시계열분석

⊕ 시계열분석의 개요(the nature of time series analysis)

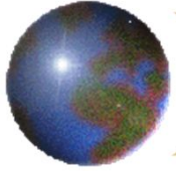
- 시계열자료(time series data)
 - 연도별(annual), 분기별(quarterly), 월별(monthly), 일별(daily) 또는 시간별(hourly) 등 시간의 경과(흐름)에 따라 순서대로(ordered in time) 관측되는 자료를 시계열자료(time series data)라 함.
 - 예 : 국내총생산(GDP), 물가지수, 판매량, 종합주가지수(KOSPI), 강우량, 태양 흑점수, 실험 및 관측자료 등
 - 시계열들은 생성되는 특성에 따라 연속적으로 생성되는 연속시계열(continuous time series)과 이산적 시점에서 생성되는 이산시계열(discrete time series)로 구분할 수 있음.
 - 그러나 실제로는 많은 시계열들이 연속적으로 생성되고 있지만 일정한 시차를 두고 관측되므로 이산시계열의 형태를 지니는 경우가 많음.



제5장 시계열분석

❁ 시계열분석의 개요(the nature of time series analysis)

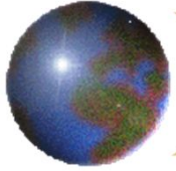
- 시계열자료(time series data)
 - 시계열자료(time series data)들은 시간의 경과에 따라 관측된 자료이므로 시간에 영향을 받음.
 - 따라서 시계열자료를 분석할 때 관측시점들 간의 시차(time lag)가 중요한 역할을 함.
 - 예를 들어 오늘의 주가가 한달 전, 일주일 전의 주가보다는 어제의 주가에 더 많은 영향을 받는 것과 마찬가지로 가까운 관측시점일수록 관측자료들 간에 상관관계가 커짐.
 - 시계열은 일반적으로 시간 t 를 하첨자로 하여 다음과 같이 표현됨.
$$\{Z_t: t=1, 2, 3, \dots\} \text{ 또는 } Z_1, Z_2, Z_3, \dots$$



제5장 시계열분석

❁ 시계열분석의 개요(the nature of time series analysis)

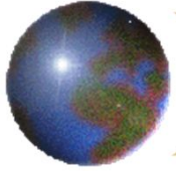
- 시계열분석(time series analysis)의 목적
 - 과거 시계열자료의 패턴(pattern)이 미래에도 지속적으로 유지된다는 가정하에서 현재까지 수집된 자료들을 분석하여 미래에 대한 예측(forecast)을 하는 것임.
 - 예를 들어 과거부터 수집되어 온 어떤 상품의 매출액 자료를 분석하면 미래의 매출액을 예측할 수 있음.
 - 시계열자료가 생성된 시스템 또는 확률과정을 모형화하여 시스템 또는 확률과정을 이해하고 제어(control)할 수 있도록 하는 것임.
 - 예를 들어 원료가 투입되어 제품이 생산되는 시스템을 모형화할 수 있으면 제품의 목표값(target value)을 달성하기 위해 원료를 어떻게 입력시키는 것이 가장 최적인지를 알아낼 수 있음.



제5장 시계열분석

❁ 시계열의 형태(the components of time series)

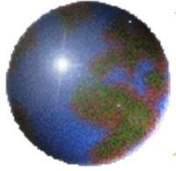
- 시계열분석시 우선 선행되어야 할 일은 시계열그림(time series plot)을 그려보는 것임.
 - 시계열그림은 시간의 경과에 따라 시계열자료의 값이 변하는 것을 나타낸 그림으로 시간 t 를 가로축, 시계열의 관측값 Z_t 를 세로축에 나타냄.
 - 이 그림을 도출하는 이유는 시계열의 특징을 쉽게 파악할 수 있어 해당 자료에 적합한 분석방법의 선택에 도움이 되기 때문임.
 - 일반적으로 시계열에서 나타나는 변동으로는 우연적으로 발생하는 불규칙변동(irregular variation)과 체계적 변동(systematic variation)을 들 수 있음.



제5장 시계열분석

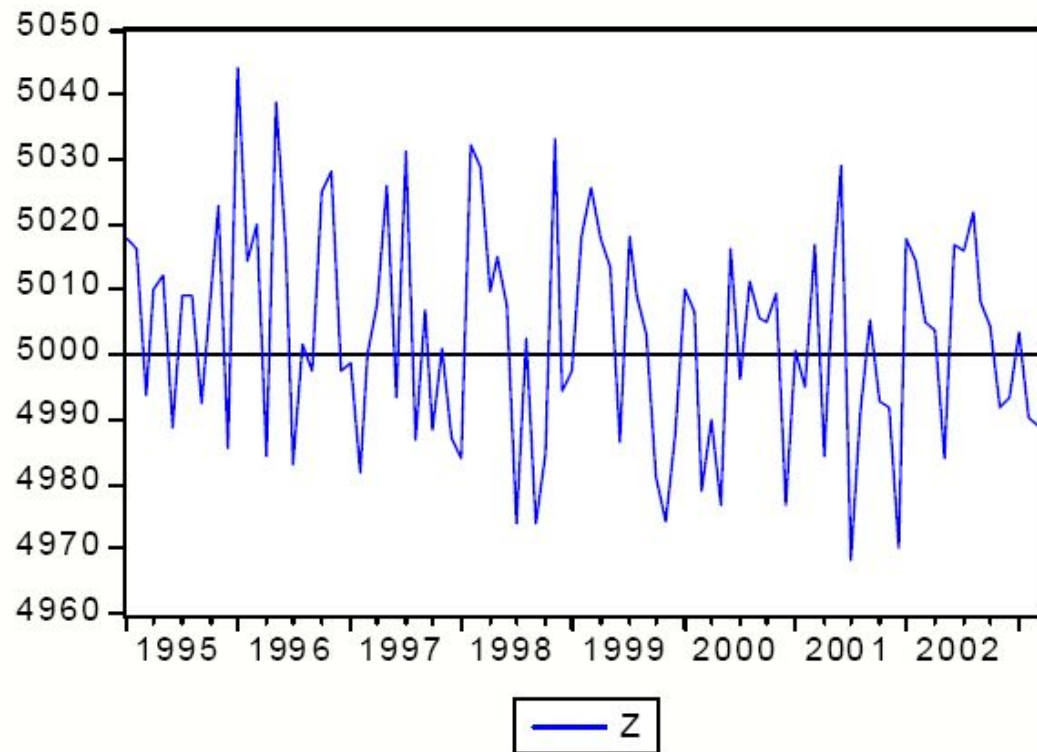
⊕ 시계열의 형태(the components of time series)

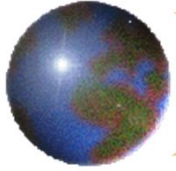
- 불규칙변동(irregular variation 또는 확률적 변동 : random variation)은 시계열자료에서 시간에 따른 규칙적인 움직임과는 달리 어떤 규칙성이 없이 예측이 불가능하게 우연적으로 발생하는 변동을 말함.
 - 예 : 전쟁, 홍수, 화재, 지진, 파업 등
- 체계적 변동에는 장기간에 걸쳐 어떤 추세로 나타나는 추세 변동(trend variation), 추세선을 따라 주기적으로 오르고 내림을 반복하는 순환변동(cyclical variation), 그리고 계절적 요인이 작용하여 1년 주기로 나타나는 계절변동(seasonal variation)이 있음.



제5장 시계열분석

- ⊕ 시계열의 형태(the components of time series)
 - 불규칙변동(irregular variation or random variation)



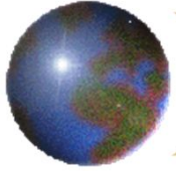


제5장 시계열분석

❁ 시계열의 형태(the components of time series)

▪ 추세변동(trend variation)

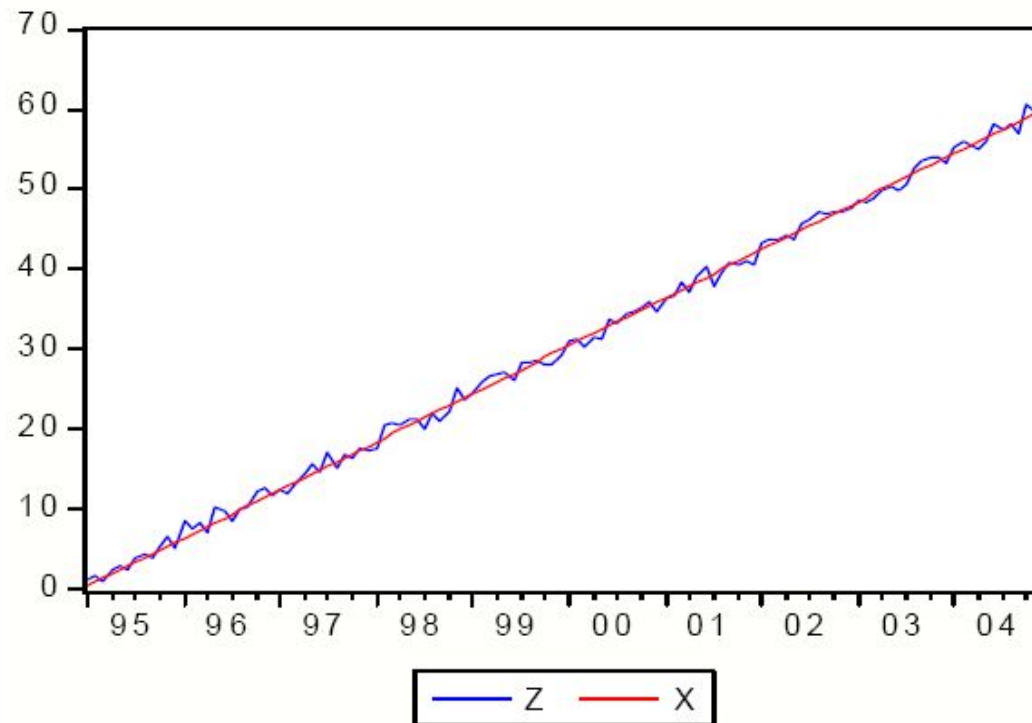
- 추세변동이란 시계열자료가 갖는 장기적인 변화추세임.
- 추세란 장기간에 걸쳐 지속적으로 증가 또는 감소하거나 또는 일정한 상태(stationary)를 유지하려는 성향을 의미함.
- 그러므로 시계열자료에서 짧은 기간 동안에는 추세변동을 찾기 어려움.
- 따라서 추세변동은 짧은 기간 동안 급격하게 변동하는 것이 아니라 장기적인 추세경향이 나타나는 것으로 직선이나 부드러운 곡선의 연장선으로 표시함. 이러한 추세는 직선뿐만 아니라 곡선, S자 형태의 추세를 가질 수도 있음.
 - 예 : 국내총생산(GDP), 인구증가율, 기술변화 등

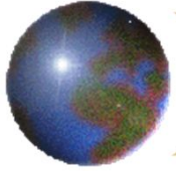


제5장 시계열분석

⊕ 시계열의 형태(the components of time series)

▪ 추세변동(trend variation)



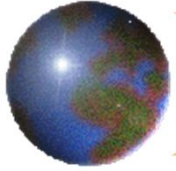


제5장 시계열분석

❁ 시계열의 형태(the components of time series)

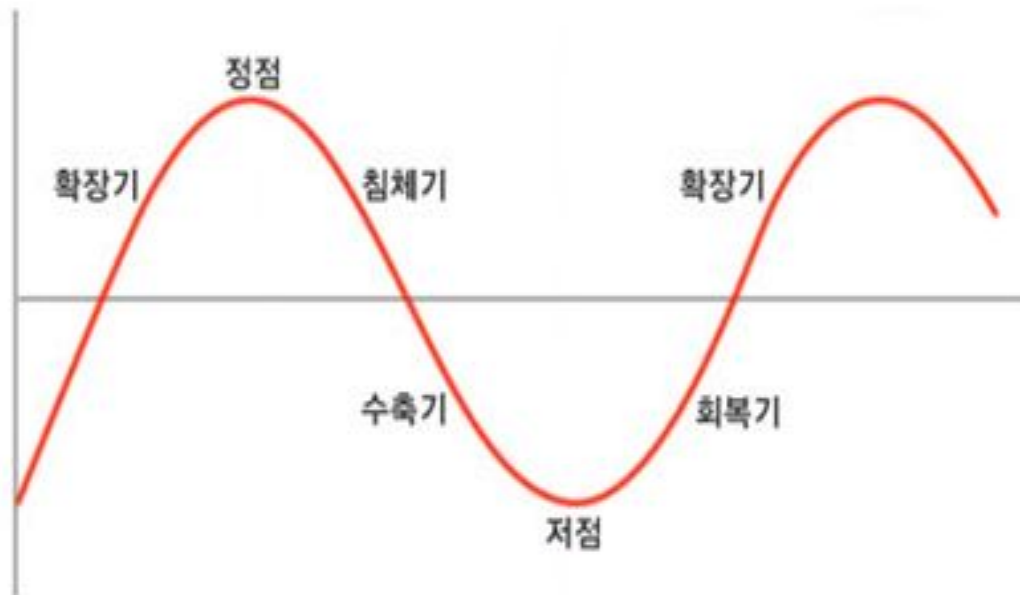
▪ 순환변동(cyclical variation)

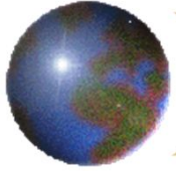
- 추세변동은 장기적으로(일반적으로 1년 초과) 나타나는 추세경향이지만, 순환변동은 대체로 2~3년 정도의 일정한 기간을 주기로 순환적으로 나타남.
- 즉, 1년 이내의 주기로 곡선을 그리며 추세변동에 따라 변동하는 것을 말함.
- 시간의 경과(흐름)에 따라 상하로 반복되는 변동으로 추세선을 따라 변화하는 것이 순환변동임.
- 경기변동곡선(business cycle curve)은 불황과 경기회복, 호황과 경기후퇴로 인하여 수년을 주기로 나타나고 있는데 순환변동을 나타내는 좋은 예임.
 - 예 : 경기변동 등



제5장 시계열분석

- ❁ 시계열의 형태(the components of time series)
 - 순환변동(cyclical variation)





제5장 시계열분석

❁ 시계열의 형태(the components of time series)

▪ 계절변동(seasonal variation)

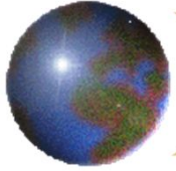
- 시계열자료에서 보통 계절적 영향과 사회적 관습에 따라 1년 주기로 발생하는 변동요인을 계절변동이라 하고, 보통 계절에 따라 순환하며 변동하는 특성을 지님.

- 예 : 설, 추석 등 명절요인 등

- 그런데 계절변동이 순환변동과 다른 점은 순환주기가 짧다는 점임.

➢ 그러나 대부분의 경제관련 시계열들은 추세와 계절요인을 동시에 포함함.

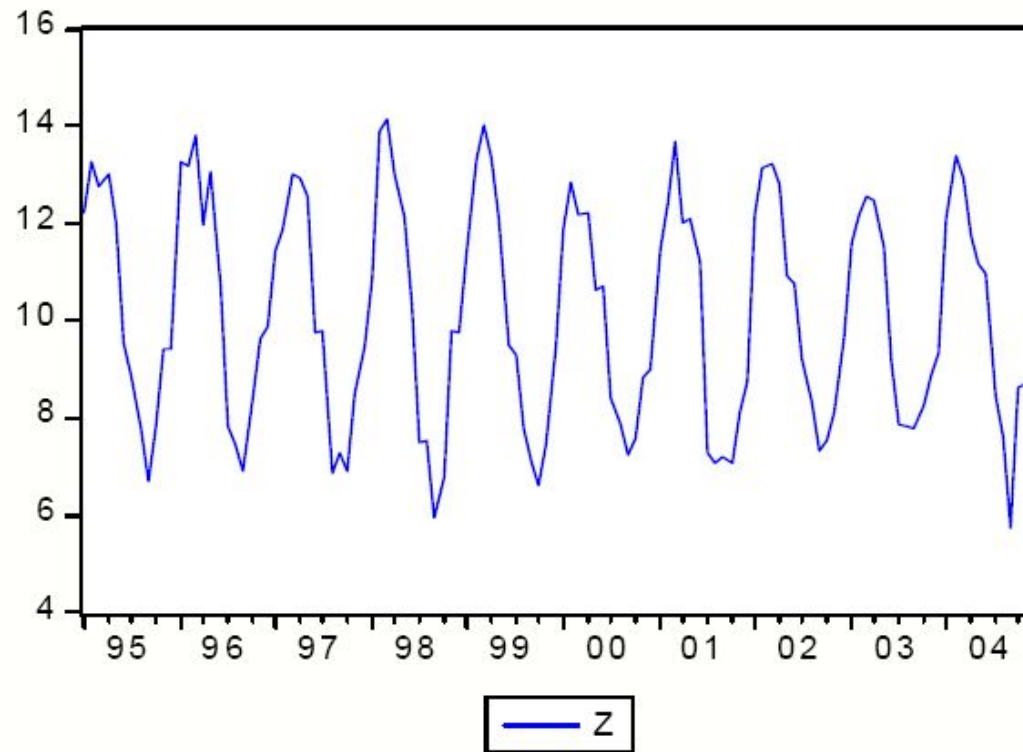
- 이는 경제성장에 따라 백화점의 판매액, 해외여행자수, 청량음료, 전력소비량 등과 같이 계절상품 판매량 자료들이 시간의 변화에 따라 증가하기 때문임.

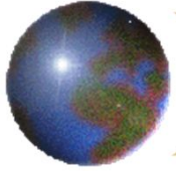


제5장 시계열분석

⊕ 시계열의 형태(the components of time series)

▪ 계절변동(seasonal variation)

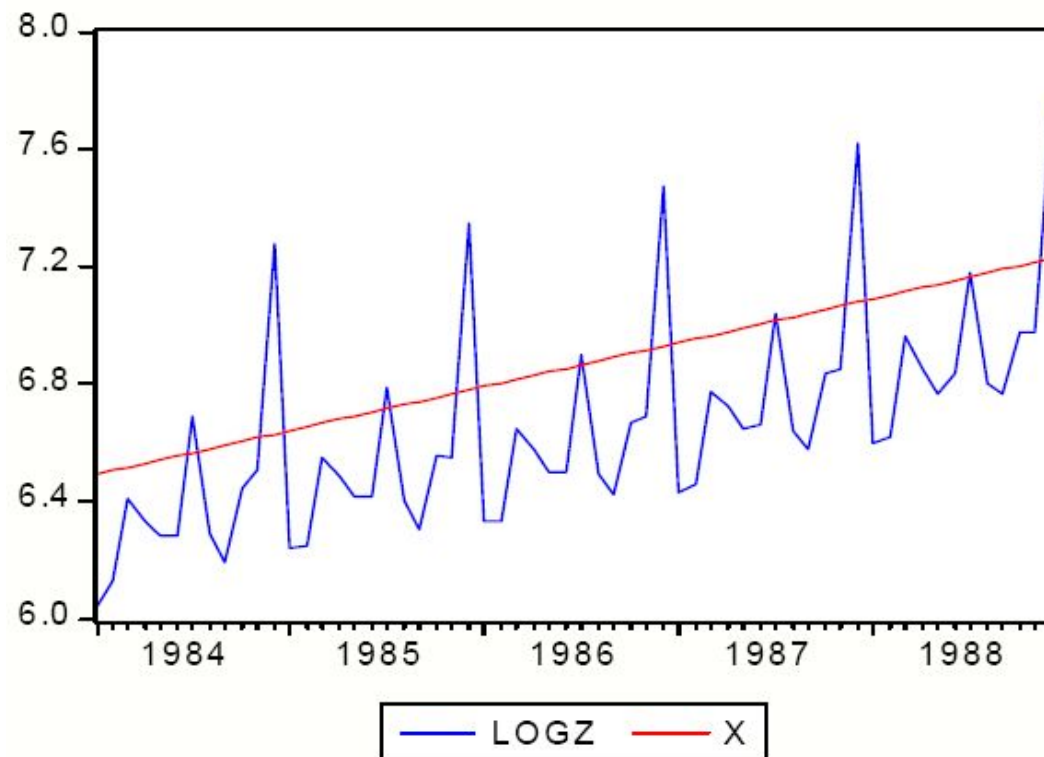


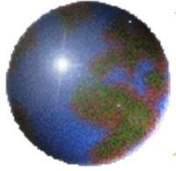


제5장 시계열분석

❁ 시계열의 형태(the components of time series)

▪ 추세와 계절변동요인을 갖는 시계열

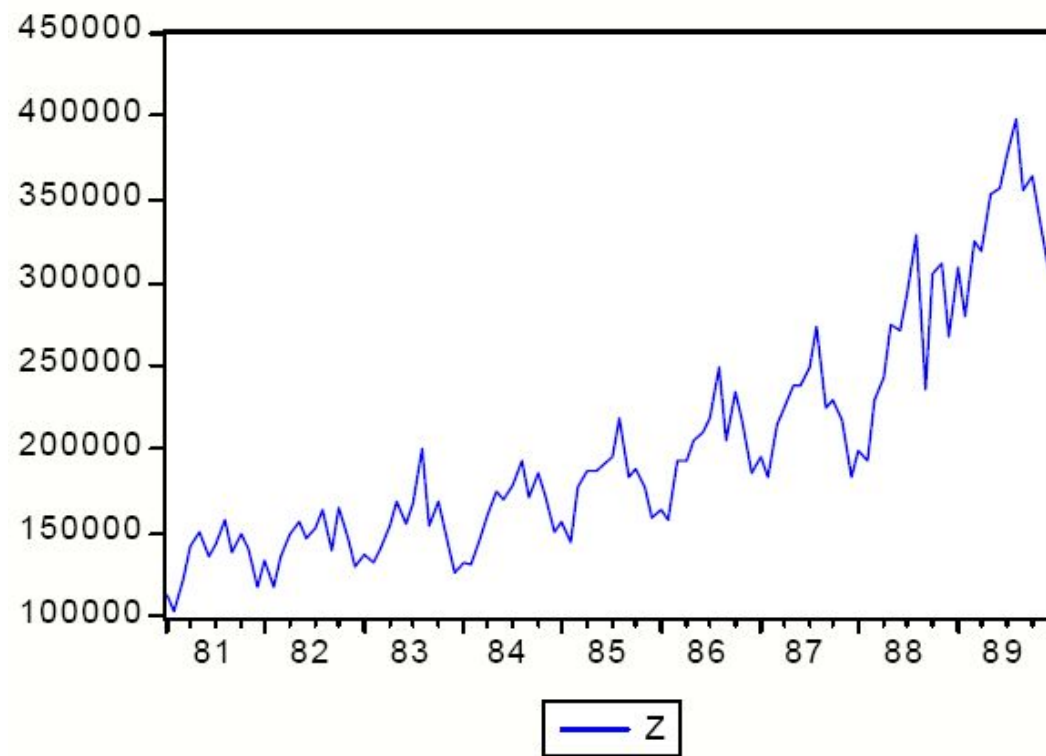


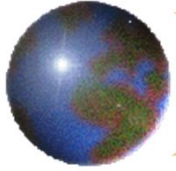


제5장 시계열분석

⊕ 시계열의 형태(the components of time series)

- 시간의 변화에 따라 변동폭이 커지는 시계열

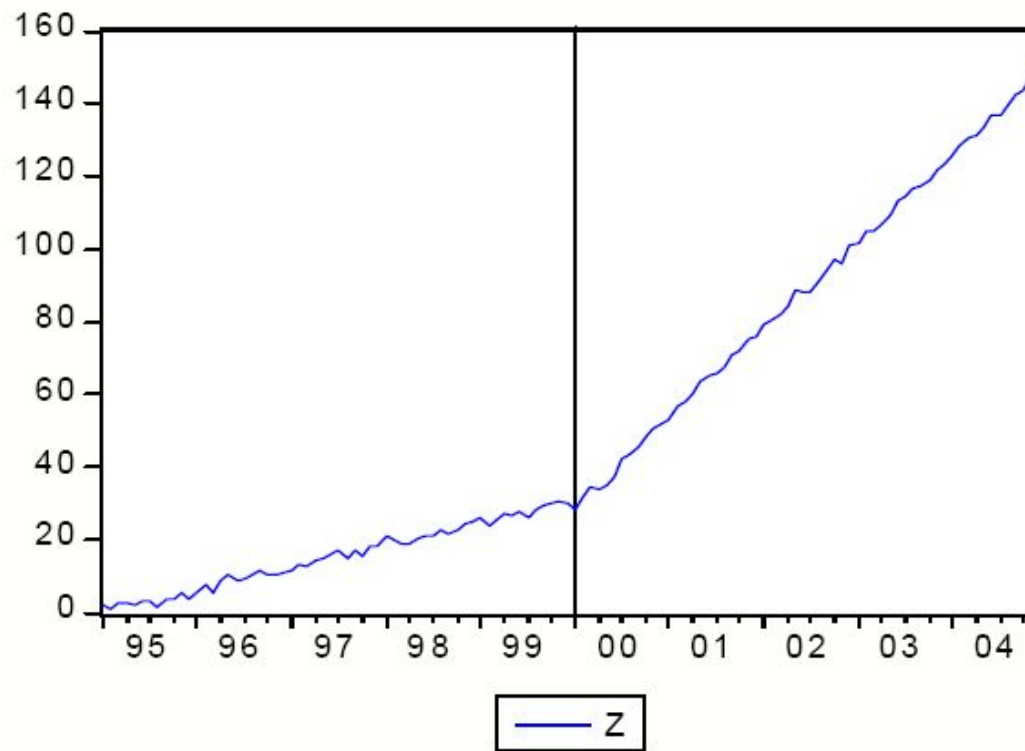


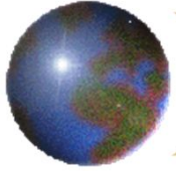


제5장 시계열분석

⊕ 시계열의 형태(the components of time series)

▪ 두 개의 추세선을 갖는 시계열





제5장 시계열분석

⊕ 시계열의 형태(the components of time series)

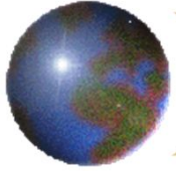
- 시계열자료가 앞의 변동요인으로 구성된다면 이들 간의 관계는 가법모형(additive model)이나 승법모형(multiplicative model)으로 나타낼 수 있음.

- 가법모형은 관심변수의 관측값인 Z_t 가 앞의 네 가지 시계열 변동요인의 합으로 설명될 수 있다는 가정하에 만들어진 모형을 말함.

$$Z_t = T_t + C_t + S_t + R_t$$

여기서 T_t 는 추세변동, C_t 는 순환변동, S_t 는 계절변동, R_t 는 불규칙변동임.

- 이와 같은 가법모형은 변동요인들 간에 서로 독립이라고 가정하며, 각 변동요인들의 값들은 원래 단위(unit)로 표현함.



제5장 시계열분석

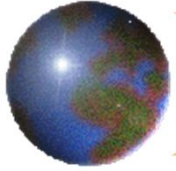
⊕ 시계열의 형태(the components of time series)

- 승법모형은 관심변수의 관측값인 Z_t 가 앞의 네 가지 시계열 변동요인의 곱으로 설명될 수 있다는 가정하에 만들어진 모형을 말함.

$$Z_t = T_t \cdot C_t \cdot S_t \cdot R_t$$

여기서 T_t 는 추세변동, C_t 는 순환변동, S_t 는 계절변동, R_t 는 불규칙변동임.

- 이와 같은 승법모형은 추세변동의 값만 원래 단위(unit)로 표현하고, 나머지 변동요인들은 백분율(%) 또는 비율로 표현함.



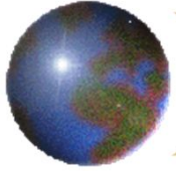
제5장 시계열분석

⊕ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

- 이동평균법(moving average method)
 - 단순이동평균법(simple moving average method)
 - 비교적 간단한 시계열분석 기법 중의 하나로 최근 몇 개 관측값의 단순평균값을 다음 기간의 예측값으로 추정하는 방법임.
 - 이는 시계열자료에서 계절변동(S_t)과 불규칙변동(R_t)을 제거하여 추세변동(T_t)과 순환변동(C_t)만 가진 시계열자료로 변환하는 평활법(smoothing method)임.

$$M_t = \frac{Z_t + Z_{t-1} + \dots + Z_{t-n+1}}{n}$$

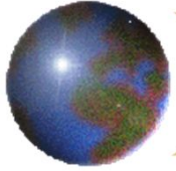
- 최근 n 개의 관측값 $Z_t, Z_{t-1}, \dots, Z_{t-n+1}$ 을 이용하여 계산한 이동평균임(\rightarrow 관측값에 동일한 가중치를 부여함).
- M_t 는 다음 시점($t+1$)의 예측값(F_{t+1})으로 이용됨.



제5장 시계열분석

❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

- 이동평균법(moving average method)
 - 단순이동평균법(simple moving average method)
 - 단순이동평균법은 예측값을 계산하기 위해 사용하는 과거관측값의 개수로 그 종류가 구분됨.
 - 예를 들어 $n=3$ 이면 3기간 단순이동평균(M_3), $n=5$ 이면 5기간 단순이동평균(M_5), $n=10$ 이면 10기간 단순이동평균(M_{10})임.
 - 이동평균법을 이용할 때 해결해야 하는 가장 중요한 문제는 이동평균을 계산하기 위해 사용하는 과거자료의 적정개수, 즉 n 의 개수를 결정하는 것임.
 - 일반적으로 시계열자료에 뚜렷한 추세가 나타나 있거나 불규칙변동이 심하지 않은 경우에는 작은 n 의 개수를 사용하고, 그렇지 않은 경우에는 n 의 개수를 크게 함.



제5장 시계열분석

❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

- 이동평균법(moving average method)
 - 함수마법사를 활용하여 함수 인수 'AVERAGE'를 선택함.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	건국유업의 주간별 매출액										
2											
3		(단위 : 10만원)									
4	기간(주간)	매출액	3주 예측값								
5	1	120									
6	2	110									
7	3	130									
8	4	135	AVERAGE(B5:B7)								
9	5	140									
10	6	145									
11	7	160									
12	8	165									
13	9	160									
14	10	170									
15											
16											

AVERAGE X ✓ fx =AVERAGE(B5:B7)

함수 인수

AVERAGE

Number1 B5:B7 = {120;110;130}

Number2 = 숫자

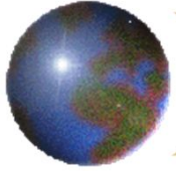
= 120

인수들의 평균을 구합니다. 인수는 숫자나 이름, 배열, 숫자가 들어 있는 참조 등이 될 수 있습니다.

Number1: number1,number2,...은(는) 평균을 구하고자 하는 값들로서 255개까지 지정할 수 있습니다.

수식 결과= 120

[도움말\(H\)](#)



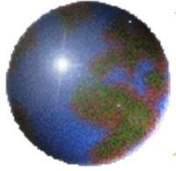
제5장 시계열분석

❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

- 이동평균법(moving average method)

- C5셀의 수식을 작은 열십자(+)가 나타나게 한 후 드래그함.

C8		fx =AVERAGE(B5:B7)		
	A	B	C	D
1	건국유회의 주간별 매출액			
2				
3		(단위 : 10만원)		
4	기간(주간)	매출액	3주 예측값	
5	1	120		
6	2	110		
7	3	130		
8	4	135	120.0	
9	5	140	125.0	
10	6	145	135.0	
11	7	160	140.0	
12	8	165	148.3	
13	9	160	156.7	
14	10	170	161.7	



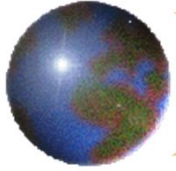
제5장 시계열분석

❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

- 이동평균법(moving average method)

- D10셀의 수식을 작은 열십자(+)가 나타나게 한 후 드래그함.

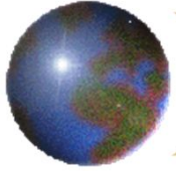
D25		fx		
	A	B	C	D
1	건국유업의 주간별 매출액			
2				
3		(단위 : 10만원)		
4	기간(주간)	매출액	3주 예측값	5주 예측값
5	1	120		
6	2	110		
7	3	130		
8	4	135	120.0	
9	5	140	125.0	
10	6	145	135.0	127.0
11	7	160	140.0	132.0
12	8	165	148.3	142.0
13	9	160	156.7	149.0
14	10	170	161.7	154.0



제5장 시계열분석

- ❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)
 - 이동평균법(moving average method)
 - B4:D14영역을 지정한 후 삽입-차트의 꺾은선형을 클릭함.

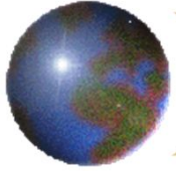




제5장 시계열분석

⊕ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

- 이동평균법(moving average method)
 - 이번에는 Excel의 분석도구를 이용하여 보다 쉽게 예측할 수 있음.
 - 단순이동평균법을 분석하기 위하여 Excel의 데이터-데이터 분석을 선택함.
 - 그리고 통계 데이터 분석의 팝업창에서 '이동 평균법'을 선택하고 확인을 클릭함.



제5장 시계열분석

- ❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)
 - 이동평균법(moving average method)

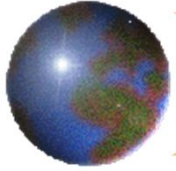
P30		fx					
	A	B	C	D	E	F	G
1	건국유업의 주간별 매출액						
2							
3		(단위 : 10만원)					
4	기간(주간)	매출액					
5	1	120					
6	2	110					
7	3	130					
8	4	135					
9	5	140					
10	6	145					
11	7	160					
12	8	165					
13	9	160					
14	10	170					

통계 데이터 분석

분석 도구(A)

- 지수평활법
- F-검정: 분산에 대한 두 집단
- 푸리에 분석
- 히스토그램
- 이동평균법**
- 다중회귀분석
- 나중순위와 백분율
- 표준화
- t-검정: 쌍체비교

확인 취소 도움말(H)



제5장 시계열분석

❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

- 이동평균법(moving average method)
 - 입력범위에는 관측값을 지정하고, 예를 들어 3기간 이동평균이면 구간에 '3'을 입력한 후 출력범위를 지정함(차트를 출력하고자 할 경우 차트 출력을 클릭함).

이동 평균법

입력

입력 범위(I):

☒ 첫째 행 미러표 사용(L)

구간(N):

출력 옵션

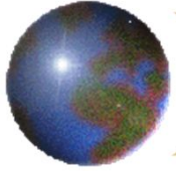
출력 범위(O):

새로운 워크시트(P):

새로운 통합 문서(W):

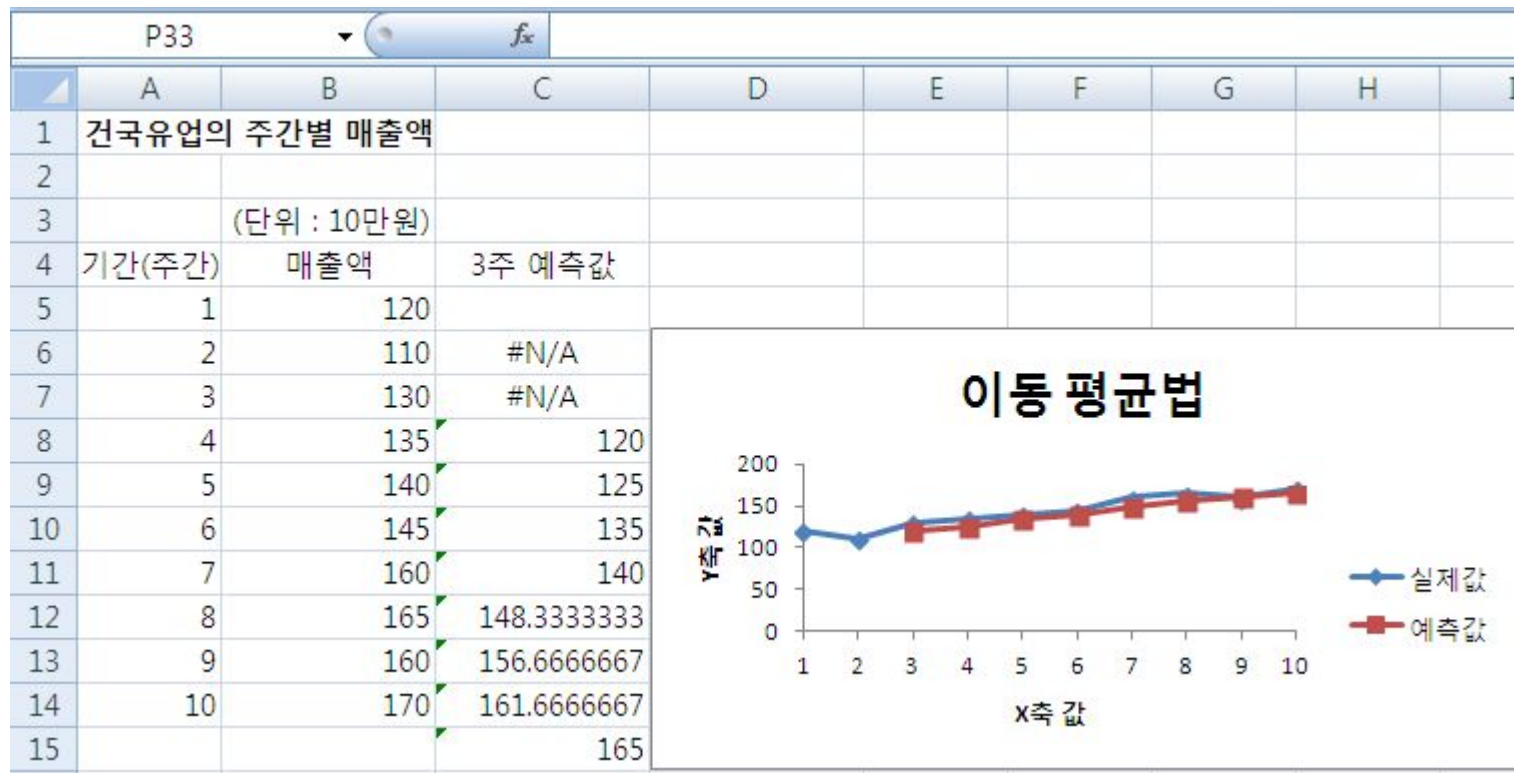
☒ 차트 출력(C) ☐ 표준 오차(S)

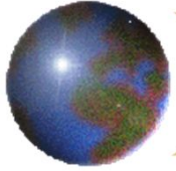
확인 취소 도움말(H)



제5장 시계열분석

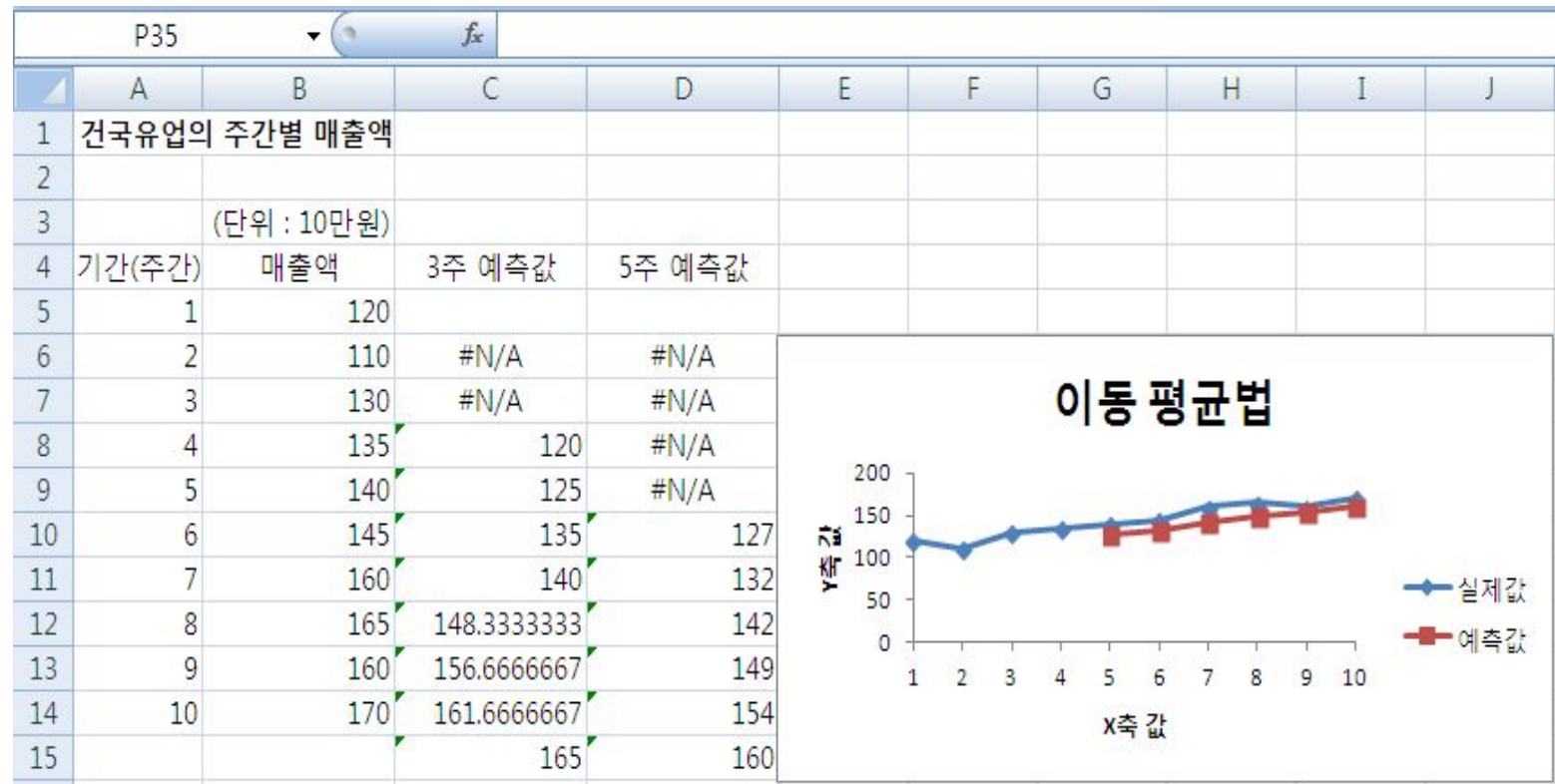
- ❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)
 - 이동평균법(moving average method)

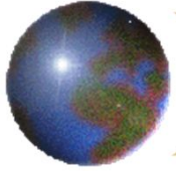




제5장 시계열분석

- ❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)
 - 이동평균법(moving average method)





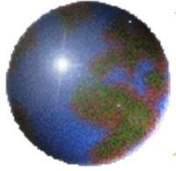
제5장 시계열분석

❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

- 이동평균법(moving average method)
 - 단순이동평균법(simple moving average method)
 - 한편, 예측오차를 비교하여 가장 정확한 예측값을 제공하도록 n 의 개수를 결정하기도 함.
 - 이때 예측오차를 비교하는 기준으로 평균절대편차(mean absolute deviation : MAD)와 평균제곱오차(mean squared error : MSE)가 사용됨.
 - 평균절대편차(MAD)는 t 기의 관측값과 t 기의 값에 대한 예측값간 차이($=e_t$) 절대값의 평균을 말함.

$$MAD = \frac{\sum_{t=1 \rightarrow T} |e_t|}{T} = \frac{\sum_{t=1 \rightarrow T} |t\text{기 관측값} - t\text{기 예측값}|}{T}$$

여기서 e_t 는 예측오차로 (t 기 관측값 - t 기 예측값)임.



제5장 시계열분석

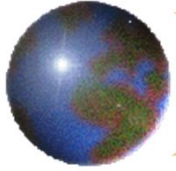
⊕ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

- 이동평균법(moving average method)
 - 단순이동평균법(simple moving average method)
 - 평균제곱오차(MSE)는 t기의 관측값과 t기의 예측값간 차이 제곱값의 평균을 말함.

$$MSE = \frac{\sum_{t=1 \rightarrow T} (e_t)^2}{T} = \frac{\sum_{t=1 \rightarrow T} (t\text{기 관측값} - t\text{기 예측값})^2}{T}$$

여기서 T는 (비교)기간수임.

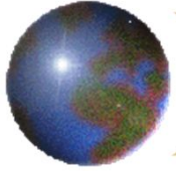
- 이상의 예측오차인 평균절대편차(MAD)와 평균제곱오차(MSE)를 비교하여 예측오차가 작은 경우의 n의 개수로 선택하는 것이 바람직함.



제5장 시계열분석

- ❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)
 - 이동평균법(moving average method)
 - 다음은 각각의 예측오차를 구함.

AVERAGE X ✓ fx =B8-C8						
	A	B	C	D	E	F
1	건국유업의 주간별 매출액					
2						
3		(단위 : 10만원)				
4	기간(주간)	매출액	3주 예측값	예측오차	5주 예측값	예측오차
5	1	120				
6	2	110				
7	3	130				
8	4	135	120.0	=B8-C8		
9	5	140	125.0			
10	6	145	135.0		127.0	
11	7	160	140.0		132.0	
12	8	165	148.3		142.0	
13	9	160	156.7		149.0	
14	10	170	161.7		154.0	

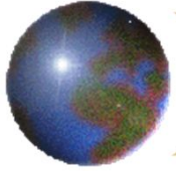


제5장 시계열분석

❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

- 이동평균법(moving average method)
 - 각각의 예측오차를 구하면 다음과 같음.

O33		fx				
	A	B	C	D	E	F
1	건국유업의 주간별 매출액					
2						
3		(단위 : 10만원)				
4	기간(주간)	매출액	3주 예측값	예측오차	5주 예측값	예측오차
5	1	120				
6	2	110				
7	3	130				
8	4	135	120.0	15.0		
9	5	140	125.0	15.0		
10	6	145	135.0	10.0	127.0	18.0
11	7	160	140.0	20.0	132.0	28.0
12	8	165	148.3	16.7	142.0	23.0
13	9	160	156.7	3.3	149.0	11.0
14	10	170	161.7	8.3	154.0	16.0
15	11	?	165.0		160.0	



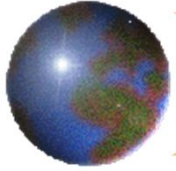
제5장 시계열분석

6주부터 10주까지 3주 이동평균에 의한 예측오차의 MAD와 MSE가 5주 이동평균에 의한 MAD와 MSE보다 작음. 따라서 11주차의 매출액의 예측값은 1,650만원을 사용하는 것이 타당함(여기서 T=5임).

❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

- 이동평균법(moving average method)
 - 각각의 예측오차를 기준으로 MAD와 MSE는 다음과 같음.

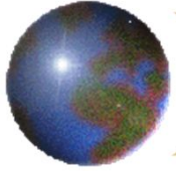
4	기간(주간)	매출액	3주 예측값	예측오차	5주 예측값	예측오차
5	1	120				
6	2	110				
7	3	130				
8	4	135	120.0	15.0		
9	5	140	125.0	15.0		
10	6	145	135.0	10.0	127.0	18.0
11	7	160	140.0	20.0	132.0	28.0
12	8	165	148.3	16.7	142.0	23.0
13	9	160	156.7	3.3	149.0	11.0
14	10	170	161.7	8.3	154.0	16.0
15	11	165	165.0		160.0	
16	$\sum_{t=1 \rightarrow T} e_t $			88.3		96.0
17	$\sum_{t=1 \rightarrow T} (e_t)^2$			1308.3		2014.0
18	MAD			17.7		19.2
19	MSE			261.7		402.8



제5장 시계열분석

❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

- 이동평균법(moving average method)
 - 단순이동평균법(simple moving average method)
 - 단순이동평균법의 단점으로는 다음과 같음.
 - 첫째, 이동평균법은 n 개의 최근 자료로 다음 기간의 자료를 예측하는 계산방법상의 특성 때문에 처음의 일부 기간에 대한 예측값을 구할 수 없으며, 또한 구간에 포함되지 않은 이전의 자료는 무시됨.
 - 둘째, 이동평균의 기간 n 이 짝수인 경우 이동평균법으로 계산하면 이동평균에 대응하는 시기에 문제가 발생함.
 - 예를 들어 4기간 이동평균을 계산하면 첫 번째 이동평균뿐만 아니라 다른 이동평균도 실제 시계열 기간(연, 월, 일 등)의 중간에 위치하게 됨.

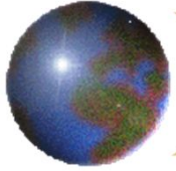


제5장 시계열분석

⊕ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

- 이동평균법(moving average method)
 - 단순이동평균법(simple moving average method)
 - 따라서 이동평균의 기간이 짝수인 경우 인접한 두 이동평균의 평균을 계산하여 이동평균을 중심화하는 중심이동평균(centered moving average)을 구함.

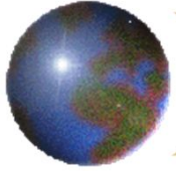
$$M_t^* = \frac{Z_{t-0.5}^* + Z_{t+0.5}^*}{2}$$



제5장 시계열분석

- ❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)
 - 이동평균법(moving average method)
 - n =짝수인 경우 중심이동평균(centered moving average)

AVERAGE x ✓ fx =(C7+C8)/2					
	A	B	C	D	E
1	건국유업의 주간별 매출액				
2					
3		(단위 : 10만원)			
4	기간(주간)	매출액	2주 예측값	중심이동평균	
5	1	120			
6	2	110			
7	3	130	115.0		
8	4	135	120.0	=(C7+C8)/2	
9	5	140	132.5		
10	6	145	137.5		
11	7	160	142.5		
12	8	165	152.5		
13	9	160	162.5		
14	10	170	162.5		



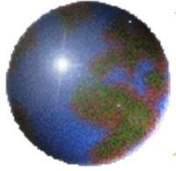
제5장 시계열분석

❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

- 이동평균법(moving average method)

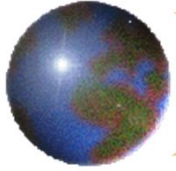
- n =짝수인 경우 중심이동평균(centered moving average)

M29		fx			
	A	B	C	D	E
1	건국유업의 주간별 매출액				
2					
3		(단위 : 10만원)			
4	기간(주간)	매출액	2주 예측값	중심이동평균	
5	1	120			
6	2	110			
7	3	130	115.0		
8	4	135	120.0	117.5	
9	5	140	132.5	126.3	
10	6	145	137.5	135.0	
11	7	160	142.5	140.0	
12	8	165	152.5	147.5	
13	9	160	162.5	157.5	
14	10	170	162.5	162.5	



제5장 시계열분석

- ⊕ **시계열분석의 기법**(methods of time series analysis)
 - **이동평균법**(moving average method)
 - **단순이동평균법**(simple moving average method)
 - 셋째, 이동평균의 계산에 사용되는 관측값들에 대해 동일한 가중치를 적용하여 최근 자료와 오래된 자료의 중요성을 동일시하고 있다는 점임. 즉, 불규칙변동요인이 나타나는 경우 정확하게 추출하기 어려움.



제5장 시계열분석

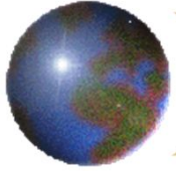
❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

- 이동평균법(moving average method)
 - 가중이동평균법(weighted moving average method)
 - 관측값에 따라 가중치를 다르게 한 이동평균법임.
 - 가중평균이동법의 다른 요소는 단순이동평균법과 동일하지만 관측값마다 다른 가중치를 적용한다는 것이 차이임.

$$M_t = w_1 Z_t + w_2 Z_{t-1} + \dots + w_n Z_{t-n+1}$$

여기서 w_i 는 해당기간 가중치($0 < w_i < 1$), $\sum_{i=1 \rightarrow n} w_i = 1$ 임.

- 최근 n 개의 관측값 $Z_t, Z_{t-1}, \dots, Z_{t-n+1}$ 에 각각 다른 가중치를 적용하여 계산한 이동평균임.
- M_t 는 다음 시점($t+1$)의 예측값(F_{t+1})으로 이용됨.



제5장 시계열분석

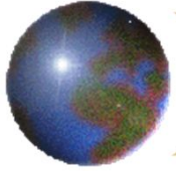
⊕ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

- **지수평활법(exponential smoothing method)**
 - 과거의 모든 자료를 사용하여 평균을 구하면서 최근의 자료에 더 높은 가중치를 부여하는 방법임.
 - 단기간에 발생하는 파동이나 충격을 완화하는 평활법(smoothing method)임.

$$F_t = \alpha Z_{t-1} + (1-\alpha)F_{t-1}$$

여기서 F_t 는 t 기간의 예측값, F_{t-1} 는 $t-1$ 기간의 예측값, Z_{t-1} 는 $t-1$ 기간의 실제값, α 는 지수평활계수($0 < \alpha < 1$)임.

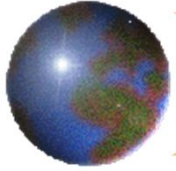
- 지수평활법에서의 지수평활계수 α 는 가중치 역할을 하는 것으로 불규칙변동이 큰 자료에서는 작은 값의 α 를 적용하고, 불규칙변동이 작은 자료에서는 큰 값의 α 를 적용함.
- 일반적으로 α 는 0.05와 0.3 사이의 값을 사용함.



제5장 시계열분석

⊕ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

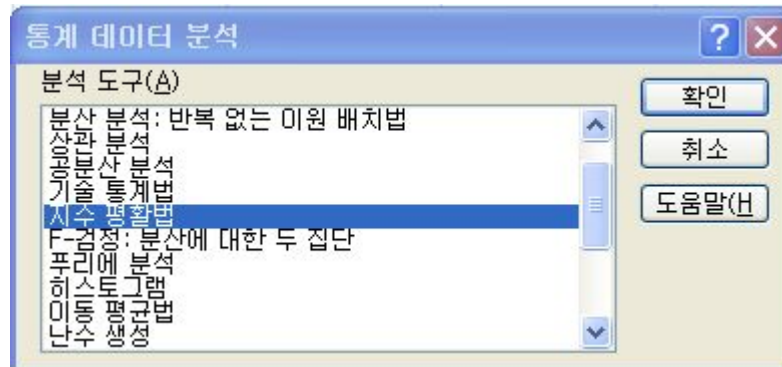
- 지수평활법(exponential smoothing method)
 - 지수평활법은 이동평균법과 마찬가지로 예측오차를 비교하여 예측오차가 작은 α 값을 선택하는 것이 바람직함.
 - 지수평활법에서 가중치는 과거로 갈수록 지수적으로 감소하게 됨.
 - 그러므로 지수평활법에서는 최근 과거값(현재시점의 관측값)에 가장 큰 가중치를 부여하므로 일종의 가중이동평균법이라 할 수 있음.

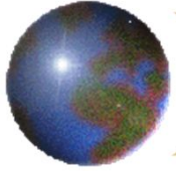


제5장 시계열분석

❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

- **지수평활법(exponential smoothing method)**
 - 우선, 지수평활법을 분석하기 위하여 여기서는 $\alpha=0.1$ 과 $\alpha=0.9$ 인 경우의 예측값을 구해보기로 함.
 - 지수평활법을 분석하기 위하여 Excel의 데이터-데이터 분석을 선택함.
 - 그리고 통계 데이터 분석의 팝업창에서 '지수 평활법'을 선택하고 확인을 클릭함.





제5장 시계열분석

❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

▪ 지수평활법(exponential smoothing method)

- 입력범위에는 관측값을 지정하고, 감쇠 인수에는 '1- α '값을 입력한 후 출력범위를 지정함.

Excel에서 (1- α)를 '감쇠 인수'라고 부르며, 그 값을 입력해야 함.

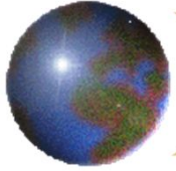
여기서 주의해야 할 점은 $\alpha=0.1$ 을 사용하고자 하는 경우에는 감쇠 인수를 0.9를 입력해야 하고, $\alpha=0.9$ 를 사용하고자 하는 경우에는 감쇠 인수를 0.1을 입력해야 함.

	A	B	C	D
1	건국유업의 주간별 매출액			
2				
3		(단위 : 10만원)		
4	기간(주간)	매출액	예측값($\alpha=0.1$)	
5	1	120		
6	2	110		
7	3	130		
8	4	135		
9	5	140		
10	6	145		
11	7	160		
12	8	165		
13	9	160		
14	10	170		

지수 평활법

입력
 입력 범위(I):
 감쇠 인수(D):
☒ 이름표(L)
 출력 옵션
 출력 범위(O):
 새로운 워크시트(P):
 새로운 통합 문서(W):
☐ 차트 출력(C) ☐ 표준 오차(S)

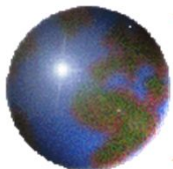
확인 취소 도움말(H)



제5장 시계열분석

- ❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)
 - 지수평활법(exponential smoothing method)

O34		fx	
	A	B	C
1	건국유업의 주간별 매출액		
2			
3		(단위 : 10만원)	
4	기간(주간)	매출액	예측값($\alpha=0.1$)
5	1	120	#N/A
6	2	110	120.0
7	3	130	119.0
8	4	135	120.1
9	5	140	121.6
10	6	145	123.4
11	7	160	125.6
12	8	165	129.0
13	9	160	132.6
14	10	170	135.4
15	11	?	138.8



제5장 시계열분석

❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

▪ 지수평활법(exponential smoothing method)

- 입력범위에는 관측값을 지정하고, 감쇠인수에는 '1- α '값을 입력한 후 출력범위를 지정함.

Excel에서 (1- α)를 '감쇠 인수'라고 부르며, 그 값을 입력해야 함.

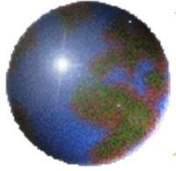
여기서 주의해야 할 점은 $\alpha=0.1$ 을 사용하고자 하는 경우에는 감쇠 인수를 0.9를 입력해야 하고, $\alpha=0.9$ 를 사용하고자 하는 경우에는 감쇠 인수를 0.1을 입력해야 함.

	A	B	C	D
1	건국유업의 주간별 매출액			
2				
3		(단위 : 10만원)		
4	기간(주간)	매출액	예측값($\alpha=0.1$)	예측값($\alpha=0.9$)
5	1	120	#N/A	
6	2	110	120.0	
7	3	130	119.0	
8	4	135	120.1	
9	5	140	121.6	
10	6	145	123.4	
11	7	160	125.6	
12	8	165	129.0	
13	9	160	132.6	
14	10	170	135.4	

지수 평활법

입력
 입력 범위(I):
 감쇠 인수(D):
☒ 이름표(L)
 출력 옵션
 출력 범위(O):
 새로운 워크시트(P):
 새로운 통합 문서(W):
☐ 차트 출력(C) ☐ 표준 오차(S)

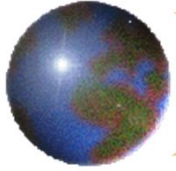
확인 취소 도움말(H)



제5장 시계열분석

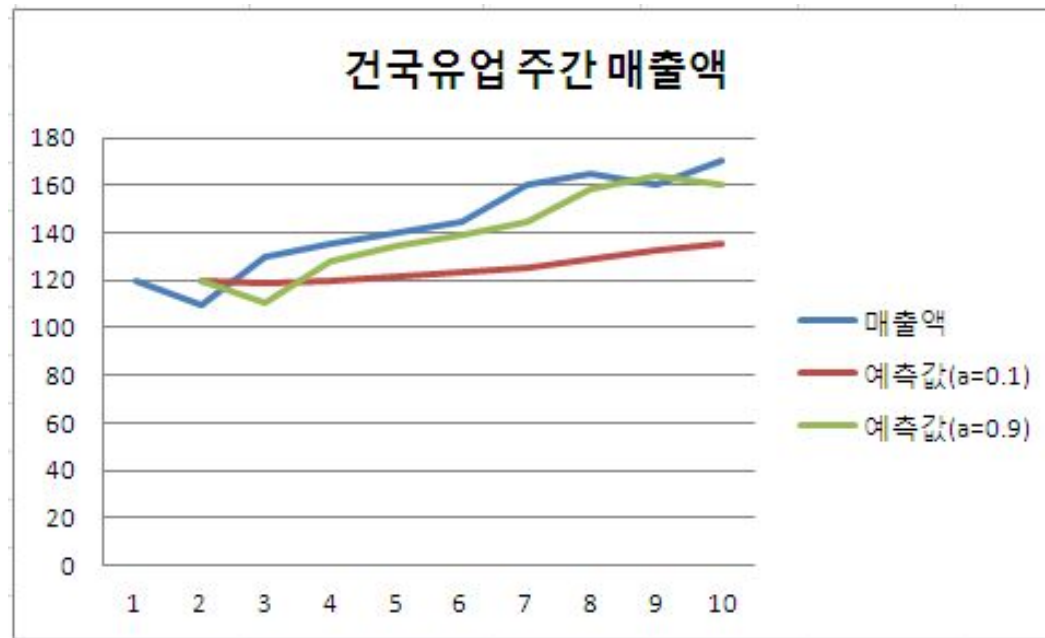
- ❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)
 - 지수평활법(exponential smoothing method)

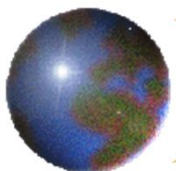
O35		fx		
	A	B	C	D
1	건국유업의 주간별 매출액			
2				
3		(단위 : 10만원)		
4	기간(주간)	매출액	예측값($\alpha=0.1$)	예측값($\alpha=0.9$)
5	1	120	#N/A	#N/A
6	2	110	120.0	120.0
7	3	130	119.0	111.0
8	4	135	120.1	128.1
9	5	140	121.6	134.3
10	6	145	123.4	139.4
11	7	160	125.6	144.4
12	8	165	129.0	158.4
13	9	160	132.6	164.3
14	10	170	135.4	160.4
15	11	?	138.8	169.0



제5장 시계열분석

- ❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)
 - 지수평활법(exponential smoothing method)
 - B4:D14영역을 지정한 후 삽입-차트의 꺾은선형을 클릭함.





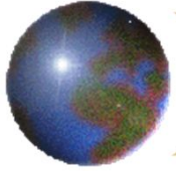
제5장 시계열분석

❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

▪ 지수평활법(exponential smoothing method)

• 다음은 각각의 예측오차를 구함.

AVERAGE X ✓ ✕ =B6-C6						
	A	B	C	D	E	F
1	건국유업의 주간별 매출액					
2						
3		(단위 : 10만원)				
4	기간(주간)	매출액	예측값($\alpha=0.1$)	예측오차	예측값($\alpha=0.9$)	예측오차
5	1	120	#N/A		#N/A	
6	2	110	120.0	=B6-C6	120.0	
7	3	130	119.0		111.0	
8	4	135	120.1		128.1	
9	5	140	121.6		134.3	
10	6	145	123.4		139.4	
11	7	160	125.6		144.4	
12	8	165	129.0		158.4	
13	9	160	132.6		164.3	
14	10	170	135.4		160.4	
15	11	?	138.8		169.0	

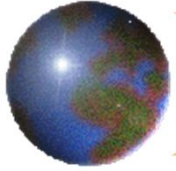


제5장 시계열분석

❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

- 지수평활법(exponential smoothing method)
 - 각각의 예측오차를 구하면 다음과 같음.

N34		fx				
	A	B	C	D	E	F
1	건국유업의 주간별 매출액					
2						
3		(단위 : 10만원)				
4	기간(주간)	매출액	예측값($\alpha=0.1$)	예측오차	예측값($\alpha=0.9$)	예측오차
5	1	120	#N/A		#N/A	
6	2	110	120.0	-10.0	120.0	-10.0
7	3	130	119.0	11.0	111.0	19.0
8	4	135	120.1	14.9	128.1	6.9
9	5	140	121.6	18.4	134.3	5.7
10	6	145	123.4	21.6	139.4	5.6
11	7	160	125.6	34.4	144.4	15.6
12	8	165	129.0	36.0	158.4	6.6
13	9	160	132.6	27.4	164.3	-4.3
14	10	170	135.4	34.6	160.4	9.6
15	11	?	138.8		169.0	



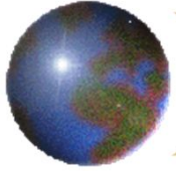
제5장 시계열분석

6주부터 10주까지 $\alpha=0.9$ 인 경우 지수평활법에 의한 예측오차의 MAD와 MSE가 $\alpha=0.1$ 인 경우 지수평활법에 의한 MAD와 MSE보다 작음. 따라서 11주차의 매출액의 예측값은 1,690만원을 사용하는 것이 타당함(여기서 $T=5$ 임).

❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

- 지수평활법(exponential smoothing method)
 - 각각의 예측오차를 기준으로 MAD와 MSE는 다음과 같음.

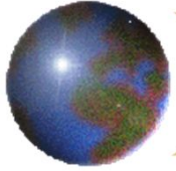
4	기간(주간)	매출액	예측값($\alpha=0.1$)	예측오차	예측값($\alpha=0.9$)	예측오차
5	1	120	#N/A		#N/A	
6	2	110	120.0	-10.0	120.0	-10.0
7	3	130	119.0	11.0	111.0	19.0
8	4	135	120.1	14.9	128.1	6.9
9	5	140	121.6	18.4	134.3	5.7
10	6	145	123.4	21.6	139.4	5.6
11	7	160	125.6	34.4	144.4	15.6
12	8	165	129.0	36.0	158.4	6.6
13	9	160	132.6	27.4	164.3	-4.3
14	10	170	135.4	34.6	160.4	9.6
15	11	169 ?	138.8		169.0	
16	$\sum_{t=1 \rightarrow T} e_t $			208.3		83.1
17	$\sum_{t=1 \rightarrow T} (e_t)^2$			5674.3		967.0
18	MAD			41.7		16.6
19	MSE			1134.9		193.4



제5장 시계열분석

⊕ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

- **지수평활법(exponential smoothing method)**
 - 지수평활법은 이동평균법과 마찬가지로 불규칙변동의 영향을 약화시키는 효과가 있지만, 단점으로는 장기추세나 계절변동이 포함된 시계열의 예측에는 적합하지 않음.
 - 앞서서의 분석결과를 보면 장기 증가추세를 별도로 고려하지 않기 때문에 대부분의 예측값들이 매출액에 못 미치는 것을 알 수 있음.

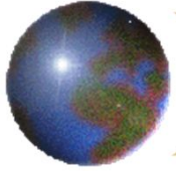


제5장 시계열분석

❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

· 계절변동을 포함한 시계열의 예측

- 추세선의 예측은 자료의 변동을 하나의 직선으로 간단히 나타내기 때문에 장기추세의 예측에는 장점을 가지지만, 계절변동이나 순환변동을 포함하는 시계열자료에는 적절하지 않음.
- 계절지수는 100을 기준으로 특정 계절과 다른 계절의 변동을 비교하여 차이를 판단하는 척도임.
 - 예를 들어 1/4분기의 계절지수가 120이라면 1/4분기 매출액이 분기별 평균 매출액의 120%가 됨을 의미함.
- 계절지수는 평균 계절지수가 1이 되도록 조정하여 얻어짐.
- 즉, 각 분기 평균의 합이 4가 되도록 조정되어야 하기 때문에 계절지수는 평균에 조정요인을 곱하여 계산함.



제5장 시계열분석

❁ 시계열분석의 기법(methods of time series analysis)

- 계절변동을 포함한 시계열의 예측
 - 다음과 같이 분기 수치를 중심이동평균값으로 나누어 계절성수치(S_t)를 구함.

$$\text{계절성수치}(S_t) = \frac{4}{S_1 + S_2 + S_3 + S_4}$$

- 계절지수를 이용한 시계열예측은 다음과 같은 과정을 거쳐 수행함.
 - 이동평균을 이용하여 계절지수를 생성함.
 - 계절성을 제거한 자료를 이용하여 추세선을 추정함.
 - 미래에 대한 추세 예측값을 구함.
 - 추세 예측값에 계절지수를 곱하여 최종 예측값을 구함.