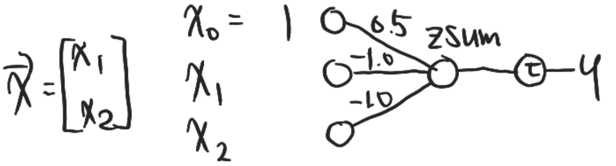
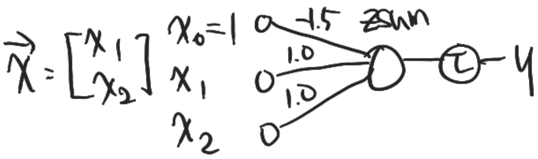
딥러닝 과제03

1 NOR 게이트와 AND 게이트의 동작을 데이터로 간주하면 다음과 같다. 이들을 100% 옳게 분류하는 퍼셉트론을 각각 제시하시오.

$$\text{NOR 분류}\begin{cases} \mathrm{x}_1 = (0,0)^\mathrm{T},\ y_1 = 1 \\ \mathrm{x}_2 = (1,0)^\mathrm{T},\ y_2 = -1 \\ \mathrm{x}_3 = (0,1)^\mathrm{T},\ y_3 = -1 \\ \mathrm{x}_4 = (1,1)^\mathrm{T},\ y_4 = -1 \end{cases} \qquad \text{AND 분류}\begin{cases} \mathrm{x}_1 = (0,0)^\mathrm{T},\ y_1 = -1 \\ \mathrm{x}_2 = (1,0)^\mathrm{T},\ y_2 = -1 \\ \mathrm{x}_3 = (0,1)^\mathrm{T},\ y_3 = -1 \\ \mathrm{x}_4 = (1,1)^\mathrm{T},\ y_4 = 1 \end{cases}$$





2 식 (3.7)에 있는 퍼셉트론의 목적함수를 다음과 같이 다르게 정의할 수 있다. 이 식을 미분하는 과정을 보이고, 미분 결과를 사용하여 가중치 갱신 규칙을 식 (3.9)처럼 제시하시오.

$$J(\mathbf{w}) = \sum_{i=1}^{n} \|y_i - \tau(\mathbf{w}^\mathrm{T}\mathrm{x}_i)\|_2^2$$

$$J(\mathbf{w}) = \sum_{\mathrm{x}_k \in Y} -y_k(\mathbf{w}^\mathrm{T}\mathrm{x}_k) \qquad (3.7)$$

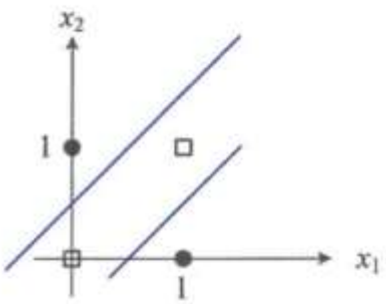
$$\text{델타 규칙:} \quad w_i = w_i + \rho \sum_{\mathrm{x}_k \in Y} \mathrm{y}_k \mathrm{x}_{ki}, \qquad i = 0,1,\cdots,d \qquad (3.9)$$

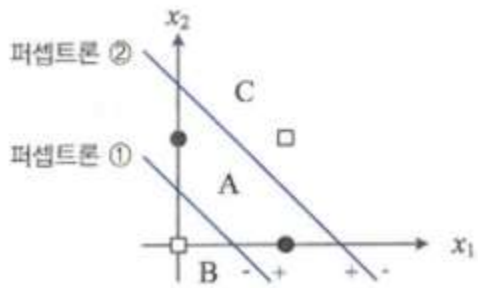
$$\frac{\partial J(w)}{\partial w_t} = \frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{n}(y_i - \tau(w^T x_i))^2\right)}{\partial w_t} = \frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{n}(y_i - \tau(w_0 x_{i0} + \cdots + w_d x_{id}))^2\right)}{\partial w_t} = \sum_{i=1}^{n} 2(y_i - \tau(w^T x_i)) \cdot -\tau'(w^T x_i) \cdot x_{it}$$

$$= -2\sum_{i=1}^{n}(y_i - \tau(w^T x_i))\tau'(w^T x_i) \cdot x_{it}$$

$$\therefore w_t = w_t + \rho \sum_{i=1}^{n}(y_i - \tau(w^T x_i))\tau'(w^T x_i) \cdot x_{it} \qquad t = 0,1,\cdots,d$$

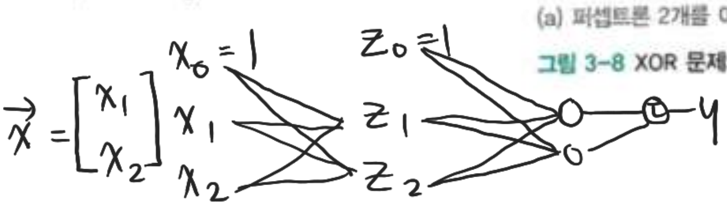
3 XOR 문제는 [그림 3-8(a)] 대신 다음 그림과 같이 해결할 수도 있다. 이 그림에 해당하는 다층 퍼셉트론을 제시하시오.





(a) 퍼셉트론 2개를 이용한 공간분할

그림 3-8 XOR 문제의 해결



$$W_1^1 = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad W_2^1 = \begin{bmatrix} 0.25 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \quad W^2 = \begin{bmatrix} -6 \\ 8 \\ -3 \end{bmatrix}$$