



# Data Structure & Algorithm

## 자료구조 및 알고리즘

### 23. 그래프 (Graph, Part 1)



# 남은 학기 일정



- 5월 29일(금) – 수업 (오늘)
- 6월 1일(월) – 수업
- 6월 3일(수) – 과제 2 마감
- 6월 5일(금) – 수업
- 6월 8일(월) – 과제 2 풀이
- 6월 12일(금) – 보강 수업
- 6월 15일(월) - **기말고사**
- 6월 18일(목) – 과제 3 마감

# 과제 3



- 자료구조 및 알고리즘 Cheat sheet 만들기
  - 앞으로의 남은 아미공 생활을 위해
- Cheat sheet: 어떤 주제에 대한 내용을 다음에 참고할 수 있도록 간단하게 요약해 둔 것.
- 자유 양식/자유 주제/자유 분량
  - 예쁘게 만들지 않아도 됨
  - 본인만 알아볼 수 있어도 됨
- 제출 기한: 6월 19일 (금) 23:59



# 과제 3



- 수업 시간에 배운 내용 또는 추가로 알아본 내용을 자유롭게 포함 (모든 주제를 포함할 필요 없음)
- 시간 및 공간 복잡도, 재귀호출, 배열, (단방향, 양방향, 원형) 연결 리스트, 스택, 큐, 트리, 힙, 해쉬, 그래프, 각 자료구조에서의 초기화/삽입/삭제/탐색, 이진 탐색, 보간 탐색, (선택, 버블, 삽입, 힙, 병합, 퀵, 기수) 정렬, 트리 순회, 그래프 알고리즘 등, 최악의 경우 시간복잡도, 평균 경우 시간복잡도, 구조체, 포인터, 구현 시 주의사항 등...

# 기말고사



- 6월 15일 월요일 오후 1시에 비대면으로 진행
- 1시에 포털에 기말고사 문제를 공지하고 2시까지 포털의 과제 제출란에 제출
  - 한글 및 워드 파일로 공지할 예정
  - 따라서, 해당 시간에 한글 또는 MS 워드가 설치된 컴퓨터 환경에 있어야 합니다.
  - 5분 전 제출 확인 권장
  - 혹시 일정/환경상 문제가 있는 수강생은 메일로 미리 연락주세요.
- 과제 3 cheat sheet 사용 가능/인터넷 검색 가능/수강생간 상의는 불가 (적발 시 학칙에 따름)

# 21강 보고서 돌아보기



- 보간 탐색에서 최악의 경우 시간복잡도는 얼마일까? 또, 어떤 형태의 입력데이터가 주어졌을 때 최악의 경우가 될까?
- 보간 탐색은 탐색 범위의 가장 왼쪽 값과 오른쪽 값을 가지고 탐색할 값의 인덱스를 추정한다.
  - 만약 추정이 계속 빗나간다면?
- 아래 배열에서 7을 찾아보자.  $O(N)$

index	0	1	2	3	4	5	6	7
key	1	2	3	4	5	6	7	10,000

# 21강 보고서 돌아보기



- 이분 탐색은 항상 배열의 중간에 있는 값과 비교한다.
- 보간 탐색은 양 끝 값을 활용하여 조금 더 좋을 것 같은 위치를 찾는다.
  - 그러나, 이런 선행 지식을 기반으로 한 개선이 항상 좋은 것은 아니다.

	평균 시간복잡도	최악의 경우 시간 복잡도
이분 탐색	$O(\log N)$	$O(\log N)$
보간 탐색	$O(\log \log N)$	$O(N)$

# 22강 보고서 돌아보기



- 이진 탐색 트리에서 데이터가 어떤 순서로 삽입이 되는 경우 최악의 시간복잡도를 지닐까? 또, 이 때 삽입/삭제/탐색의 시간복잡도는 얼마일까?
- 데이터가 “정렬 된 순서”로 삽입이 될 때 최악의 시간복잡도를 지니고 이 때에는  $O(N)$ 이다.
- 4 2 1 3 6 5 7
- 1 2 3 4 5 6 7
- Self-balancing Binary Search Tree의 필요성!



# 이중 포인터 이해하기



- 변수의 값을 다른 함수 내에서 바꾸기 위해서는 변수에 대한 포인터를 사용한다.

```
#include <stdio.h>

void set3(int b) {
    b = 3;
}

int main() {
    int a = 1;
    set3(a);

    printf("%d\n", a);

    return 0;
}
```

```
#include <stdio.h>

void set3(int *b) {
    *b = 3;
}

int main() {
    int a = 1;
    set3(&a);

    printf("%d\n", a);

    return 0;
}
```

# 이중 포인터 이해하기



- **포인터** 변수의 값을 함수 내에서 바꾸기 위해서는 **포인터** 변수에 대한 포인터를 사용한다 (= 이중 포인터).

```
#include <stdio.h>

int c = 3;

void set_global(int** b) {
    *b = &c;
}

int main() {
    int a = 1;
    int* p = &a;

    printf("%d\n", *p);
    set_global(&p);
    printf("%d\n", *p);

    return 0;
}
```

# 이중 포인터 이해하기



```
#include <stdio.h>

void set_global(int **b) {
    // b의 주소는? 모른다. 컴파일러가 정해 줌
    printf("&b = %p\n", &b);

    // b가 가리키는 주소는? = b = (p의 주소) = &p
    printf("b = %p\n", b);

    // *b가 가리키는 주소는? = (p가 가리키는 주소) = p = &a
    printf("**b = %p\n", *b);

    // **b = *p = a = 1
    printf("***b = %d\n", **b);

    // b에 무엇을 대입하면? 외부 변수는 변하지 않음
    // *b에 무엇을 대입하면? 외부 p의 값이 바뀜
    // **b에 무엇을 대입하면? 외부 a의 값이 바뀜
}
```

```
int main() {
    int a = 1;
    int *p = &a;

    printf("a = %d\n", a);
    printf("&a = %p\n", &a);
    printf("p = %p\n", p);
    printf("&p = %p\n", &p);

    set_global(&p);

    return 0;
}
```

	a			p			b		
메모리 주소 값	104	108	112	116	120	124	128	132	136
	1			104			116		
*p									
**b									
				*b			&p		
				&a					

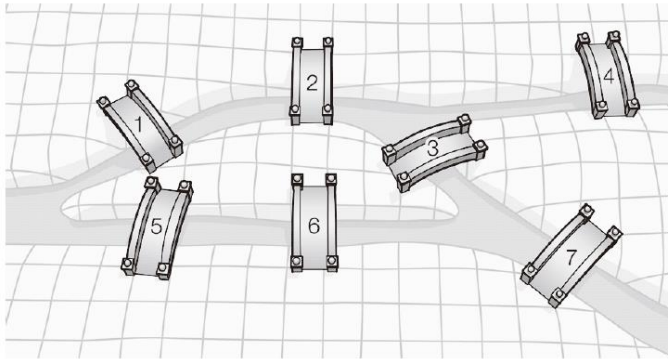
32비트 머신으로 가정

# 그래프의 이해와 종류

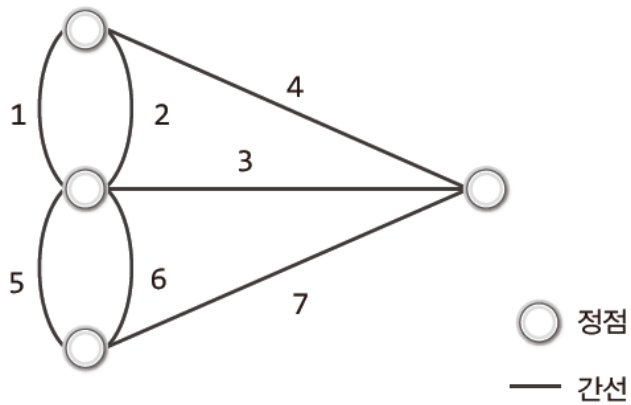
# 그래프의 역사와 이야깃거리



모든 다리를 한 번씩만 건너서 처음 출발했던 장소로 돌아올 수 있는가?



쾨니히스베르크의 다리 문제



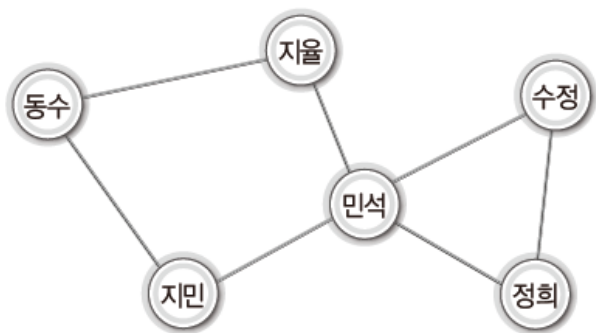
정점 별로 연결된 간선의 수가 모두 짝수 이어야 간선을 한 번씩만 지나서 처음 출발했던 정점으로 돌아올 수 있다.

다리 문제의 재 표현

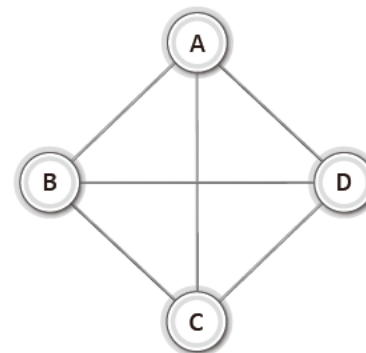
# 그래프의 이해와 종류



5학년 3반 어린이들의 비상 연락망: 연락의 방향성이 없다.

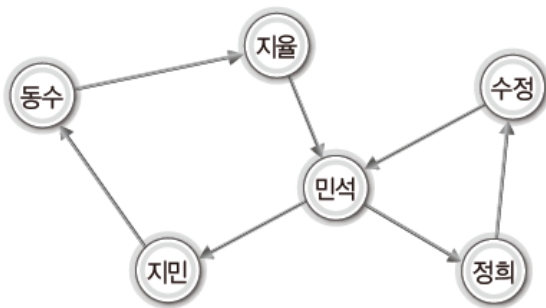


무방향 그래프의 예

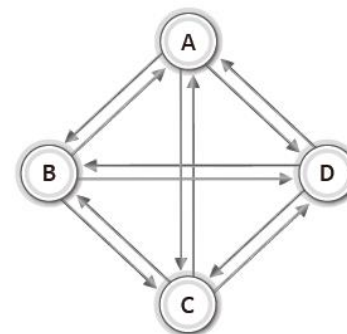


무방향 완전 그래프의 예

5학년 3반 어린이들의 비상 연락망: 방향성이 있다.

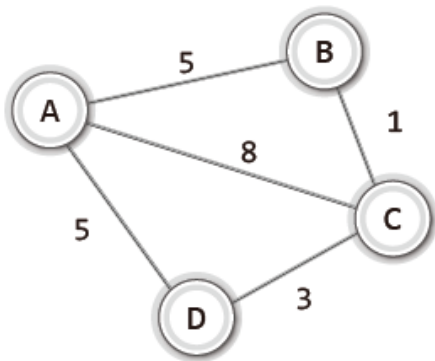


방향 그래프의 예

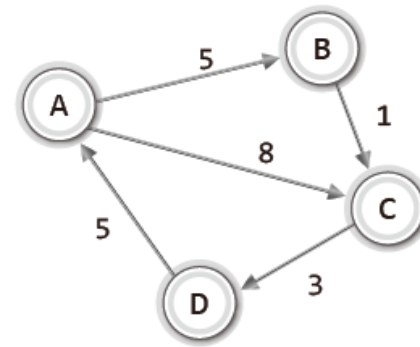


방향 완전 그래프의 예

# 가중치 그래프와 부분 그래프



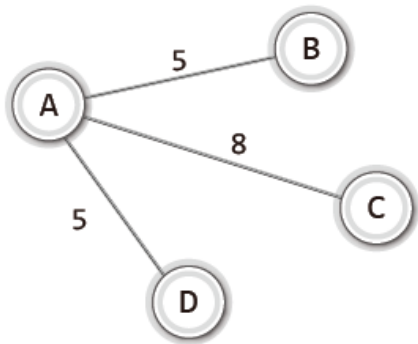
무방향 가중치 그래프의 예



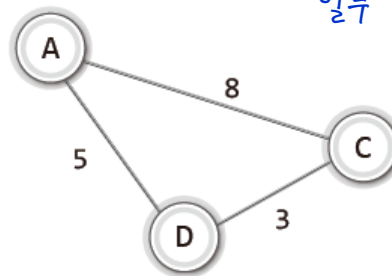
방향 가중치 그래프의 예



부분 그래프



부분 그래프

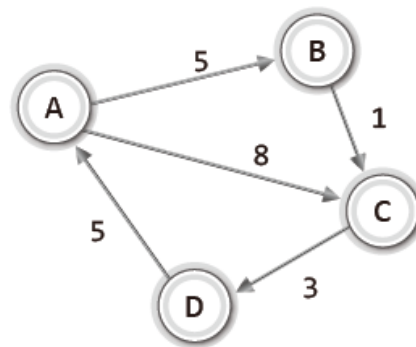


일부 정점과 간선으로 구성이 된 그래프

# 그래프의 다른 용어



- 차수 (degree): 하나의 정점에 연결된 간선의 개수
  - 진입 차수(in-degree): 정점으로 들어오는 간선의 개수
  - 진출 차수(out-degree): 나가는 간선의 개수
- 사이클(cycle): 한 노드에서 시작해서 같은 노드에서 끝나는 경로
  - Acyclic 그래프: 사이클이 없는 그래프

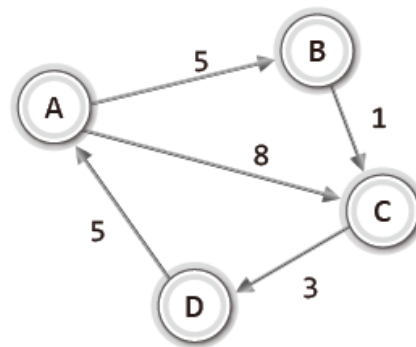




# 그래프의 다른 용어



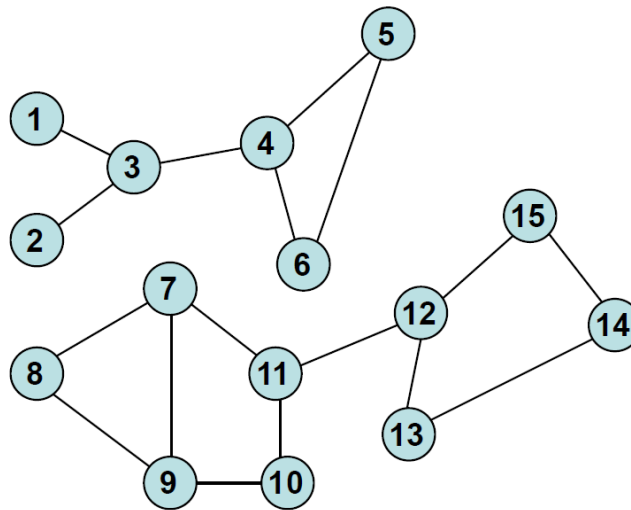
- 차수 (degree): 하나의 정점에 연결된 간선의 개수
  - 진입 차수(in-degree): 정점으로 들어오는 간선의 개수
  - 진출 차수(out-degree): 나가는 간선의 개수
- 사이클(cycle): 한 노드에서 시작해서 같은 노드에서 끝나는 경로
  - Acyclic 그래프: 사이클이 없는 그래프



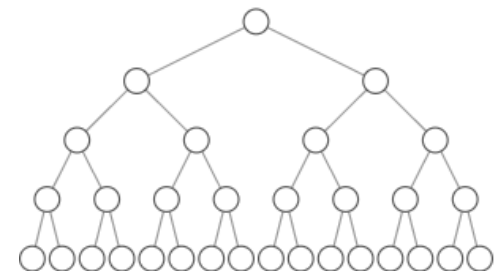
# 그래프의 다른 용어



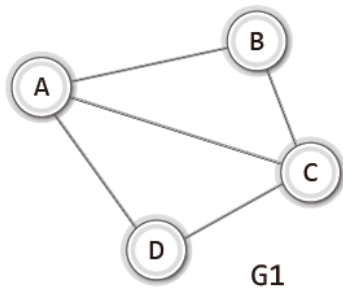
- 연결된 그래프(connected): 그래프의 모든 정점에서 다른 모든 정점으로 가는 경로가 존재하는 그래프



- 트리: connected acyclic undirected graph



# 그래프의 집합 표현



$$V(G1) = \{A, B, C, D\}$$

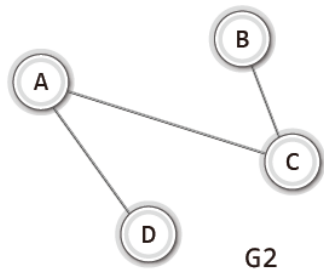
$$E(G1) = \{(A, B), (A, C), (A, D), (B, C), (C, D)\}$$

• 그래프 G의 정점 집합

$V(G)$ 로 표시함

• 그래프 G의 간선 집합

$E(G)$ 로 표시함

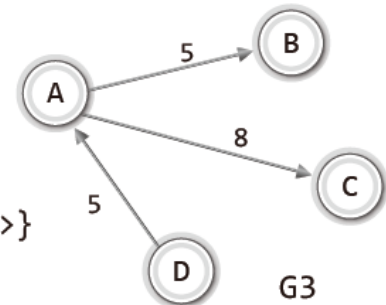


$$V(G2) = \{A, B, C, D\}$$

$$E(G2) = \{(A, C), (A, D), (B, C)\}$$

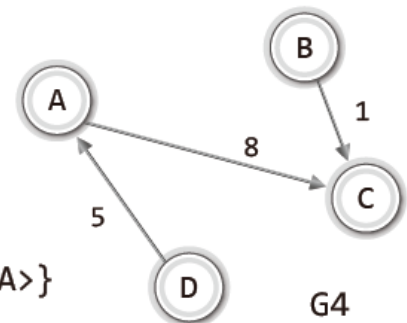
$$V(G3) = \{A, B, C, D\}$$

$$E(G3) = \{<A, B>, <A, C>, <D, A>\}$$

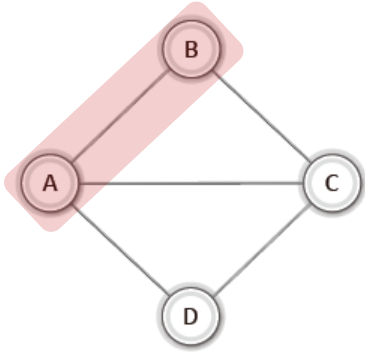


$$V(G4) = \{A, B, C, D\}$$

$$E(G4) = \{<A, C>, <B, C>, <D, A>\}$$

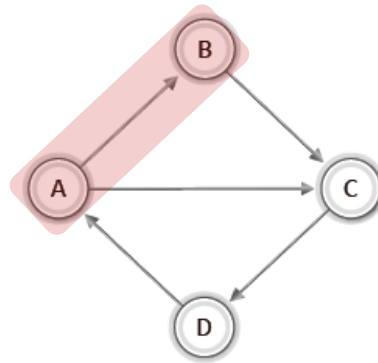


# 그래프를 구현하는 두 가지 방법: 인접 행렬 기반



	A	B	C	D
A	0	1	1	1
B	1	0	1	0
C	1	1	0	1
D	1	0	1	0

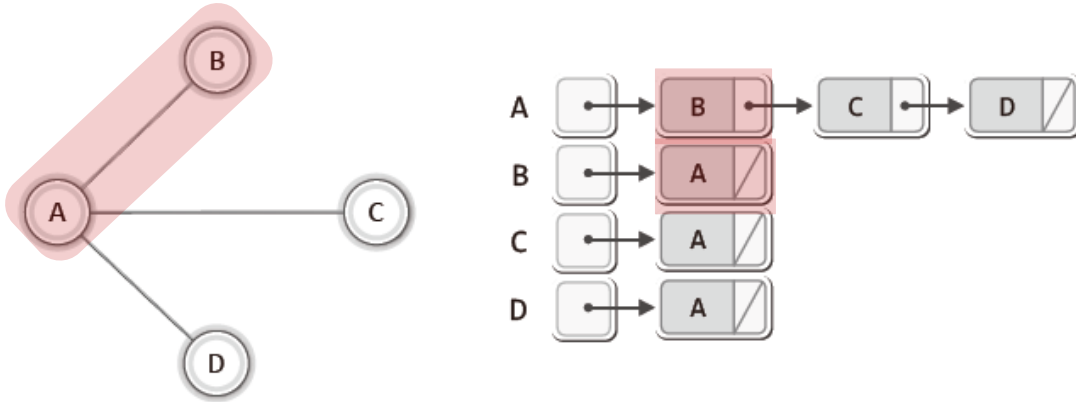
정방 행렬을 이용하는 '인접 행렬 기반 그래프'의 예 1



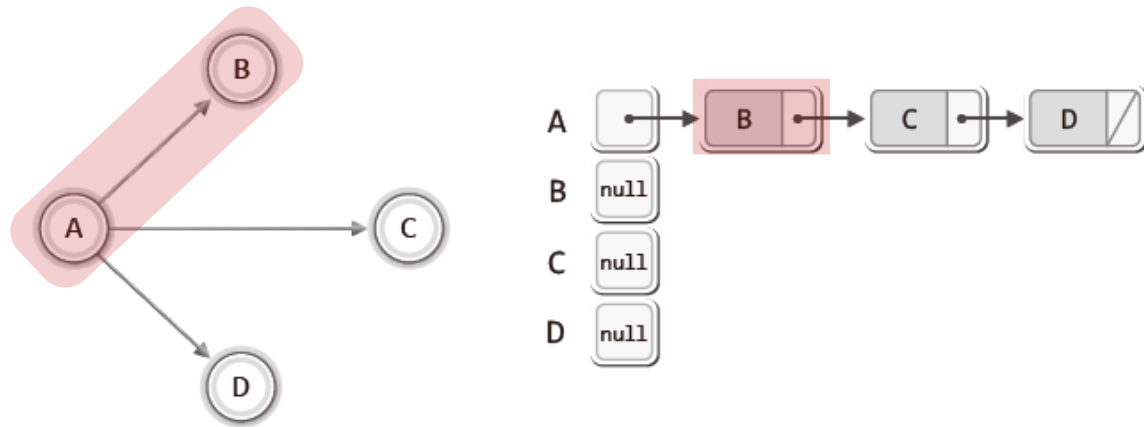
	A	B	C	D
A	0	1	1	0
B	0	0	1	0
C	0	0	0	1
D	1	0	0	0

정방 행렬을 이용하는 '인접 행렬 기반 그래프'의 예 2

# 그래프를 구현하는 두 가지 방법: 인접 리스트 기반



연결 리스트를 이용하는 '인접 리스트 기반 그래프'의 예 1



연결 리스트를 이용하는 '인접 리스트 기반 그래프'의 예 2

# 인접 리스트 기반의 그래프 구현

# 그래프의 ADT



- `void GraphInit(UALGraph * pg, int nv);`
  - 그래프의 초기화를 진행한다.
  - 두 번째 인자로 정점의 수를 전달한다.

```
enum {A, B, C, D, E, F, G, H, I, J};
```

```
enum {SEOUL, INCHEON, DAEGU, BUSAN, KWANGJU};
```

정점의 이름을 선언하는 방법

- `void GraphDestroy(UALGraph * pg);`
  - 그래프 초기화 과정에서 할당한 리소스를 반환한다.
- `void AddEdge(UALGraph * pg, int fromV, int toV);`
  - 매개변수 fromV와 toV로 전달된 정점을 연결하는 간선을 그래프에 추가한다.
- `void ShowGraphEdgeInfo(UALGraph * pg);`
  - 그래프의 간선정보를 출력한다.

모든 기능과 가능성을 담아서 ADT를 정의하는 것이 능사는 아니다!

특정 그래프를 대상으로 ADT를 제한하여 정의하는 것이 오히려 현명할 수 있다!

# 그래프의 헤더파일 정의



```
// 연결 리스트를 가져다 쓴다!
```

```
#include "DLinkedList.h"
```

앞서 구현한 연결 리스트를 그대로 활용하여 구현하기 위한 선언!

```
// 정점의 이름을 상수화
```

```
enum {A, B, C, D, E, F, G, H, I, J};
```

정점의 이름을 선언하는 방법!

```
typedef struct _ual
```

```
{
```

```
    int numV;           // 정점의 수
```

```
    int numE;           // 간선의 수
```

```
    List * adjList;     // 간선의 정보
```

```
} ALGraph;
```

```
// 그래프의 초기화
```

```
void GraphInit(ALGraph * pg, int nv);
```

```
// 그래프의 리소스 해제
```

```
void GraphDestroy(ALGraph * pg);
```

```
// 간선의 추가
```

```
void AddEdge(ALGraph * pg, int fromV, int toV);
```

```
// 간선의 정보 출력
```

```
void ShowGraphEdgeInfo(ALGraph * pg);
```



# 선언된 함수의 이해를 돕기 위한 main 함수



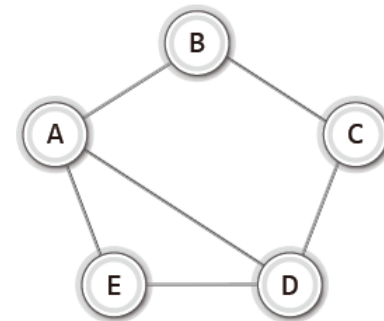
```
int main(void)
{
    ALGraph graph;           // 그래프의 생성
    GraphInit(&graph, 5);    // 그래프의 초기화
                             초기화 과정에서 정점의 수를 결정한다.
    AddEdge(&graph, A, B);   // 정점 A와 B를 연결
    AddEdge(&graph, A, D);   // 정점 A와 D를 연결
    AddEdge(&graph, B, C);   // 정점 B와 C를 연결
    AddEdge(&graph, C, D);   // 정점 C와 D를 연결
    AddEdge(&graph, D, E);   // 정점 D와 E를 연결
    AddEdge(&graph, E, A);   // 정점 E와 A를 연결

    ShowGraphEdgeInfo(&graph); // 그래프의 간선정보 출력
    GraphDestroy(&graph);      // 그래프의 리소스 소멸
    return 0;
}
```

A와 연결된 정점: B D E  
B와 연결된 정점: A C  
C와 연결된 정점: B D  
D와 연결된 정점: A C E  
E와 연결된 정점: A D

실행결과

ALGraph.h  
ALGraph.c  
ALGraphMain.c  
DLinkedList.h  
DLinkedList.c 파일구성



main 함수를 통해서 생성한 그래프

# 그래프의 구현: 초기화와 소멸



```
void GraphInit(ALGraph * pg, int nv)           // 그래프의 초기화
```

```
{
```

```
    int i;
```

```
    // 정점의 수에 해당하는 길이의 리스트 배열을 생성한다.
```

```
    pg->adjList = (List*)malloc(sizeof(List)*nv);    // 간선정보를 저장할 리스트 생성
```

```
    pg->numV = nv;           // 정점의 수는 nv에 저장된 값으로 결정
```

```
    pg->numE = 0;           // 초기의 간선 수는 0개
```

```
    // 정점의 수만큼 생성된 리스트들을 초기화한다.
```

```
    for(i=0; i<nv; i++)
```

```
    {
```

```
        ListInit(&(pg->adjList[i]));
```

```
        SetSortRule(&(pg->adjList[i]), WhoIsPrecede);
```

```
    }
```

```
}
```

그래프와 연관성 없다! 다만 연결 리스트가 요구하므로 적당한 함수를 등록하였다.

```
int WhoIsPrecede(int data1, int data2)
```

```
{
```

```
    if(data1 < data2)
```

```
        return 0;
```

```
    else
```

```
        return 1;
```

```
}
```

```
void GraphDestroy(ALGraph * pg)           // 그래프 리소스의 해제
```

```
{
```

```
    if(pg->adjList != NULL)
```

```
        free(pg->adjList);
```

```
        // 동적으로 할당된 연결 리스트의 소멸
```

```
}
```

# 그래프의 구현: 간선의 추가와 간선 정보 출력



// 간선의 추가

```
void AddEdge(ALGraph * pg, int fromV, int toV)
```

```
{  
    LInsert(&(pg->adjList[fromV]), toV);  
    LInsert(&(pg->adjList[toV]), fromV);
```

```
    pg->numE += 1;
```

```
}
```

무방향 그래프의 구현을 보여준다.

방향 그래프의 구현이라면 `LInsert`의 함수 호출이 1회로 끝이 난다.

// 간선의 정보 출력

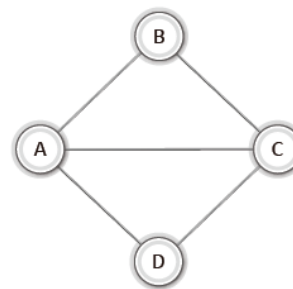
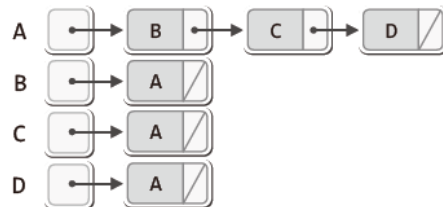
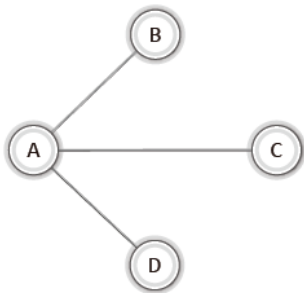
```
void ShowGraphEdgeInfo(ALGraph * pg)
```

```
{  
    int i;  
    int vx;  
  
    for(i=0; i<pg->numV; i++)  
    {  
        printf("%c와 연결된 정점: ", i + 65);  
  
        if(LFirst(&(pg->adjList[i]), &vx))  
        {  
            printf("%c ", vx + 65);  
            while(LNext(&(pg->adjList[i]), &vx))  
                printf("%c ", vx + 65);  
        }  
        printf("\n");  
    }  
}
```

# 요약



- 그래프(graph)는 정점(vertex)과 간선(edge)로 이루어진 자료 구조
- 트리도 그래프, 단 사이클이 없는 그래프 (acyclic graph)
- 그래프를 나타낼 때: 인접 리스트와 인접 행렬



	A	B	C	D
A	0	1	1	1
B	1	0	1	0
C	1	1	0	1
D	1	0	1	0

# 출석 인정을 위한 보고서 제출



- 다음 질문에 대한 답을 PDF로 포털에 제출
- 그래프의 정점 개수를  $V$ , 간선 개수를  $E$ 라고 하자. 다음을 빅-오 표기법으로 나타내어라.
- 인접 행렬을 사용하여 그래프를 나타낼 때 공간복잡도
- 인접 행렬을 사용했을 때, 두 노드 간 간선 존재 유무를 알아 낼 때 시간복잡도
- 인접 리스트를 사용하여 그래프를 나타낼 때 공간복잡도
- 인접 리스트를 사용했을 때, 두 노드 간 간선 존재 유무를 알아 낼 때 시간복잡도