Predslike 2D celičnih avtomatov

MAGISTRSKO DELO

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za računalništvo in informatiko

Mentor: prof. dr. Branko Šter
Avtor: Iztok Jeras

Motivacija

- Umetno življenje
- Conwayeva igra življenja
  - Univerzalni konstruktor
  - Turingov stroj
- Evolucija
  - Langtonova zanka
  - Evoloop
- Holografski princip
  - Termodinamika, entropija in puščica časa

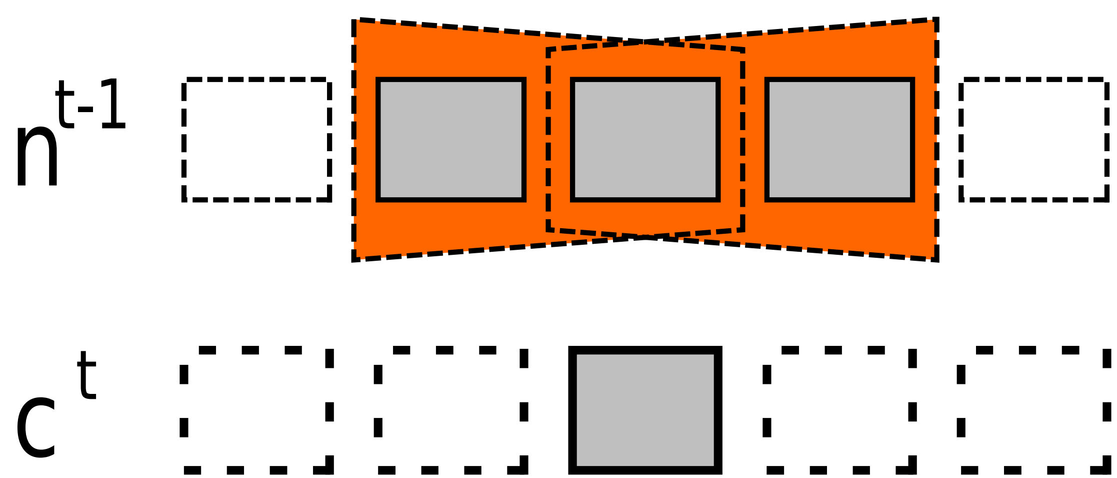
Nekaj splošnega?

1D CA: pravilo, okolica in prekrivanje

- 1D homogen časovno-prostorsko diskreten dinamični sistem
- Vrednost celice v sedanjosti c_x^t je funkcija vrednosti njene okolice v preteklosti n_x^{t-1}

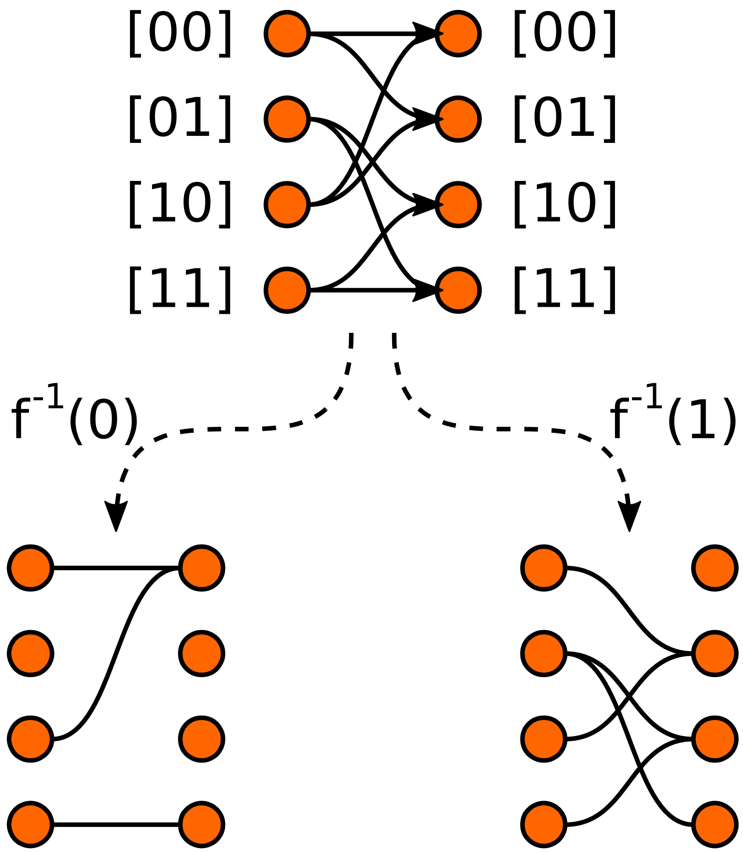
$$c_x^t = f\left(n_x^{t-1}\right)$$

- Predslike so stanja iz preteklosti, ki se preslikajo v dano sedanjost, izpolnjujejo pogoja:
  - Vsaka okolica mora izpolnjevati tranzicijsko funkcijo
  - Sosednje okolice se morajo ujemati v prekrivanju



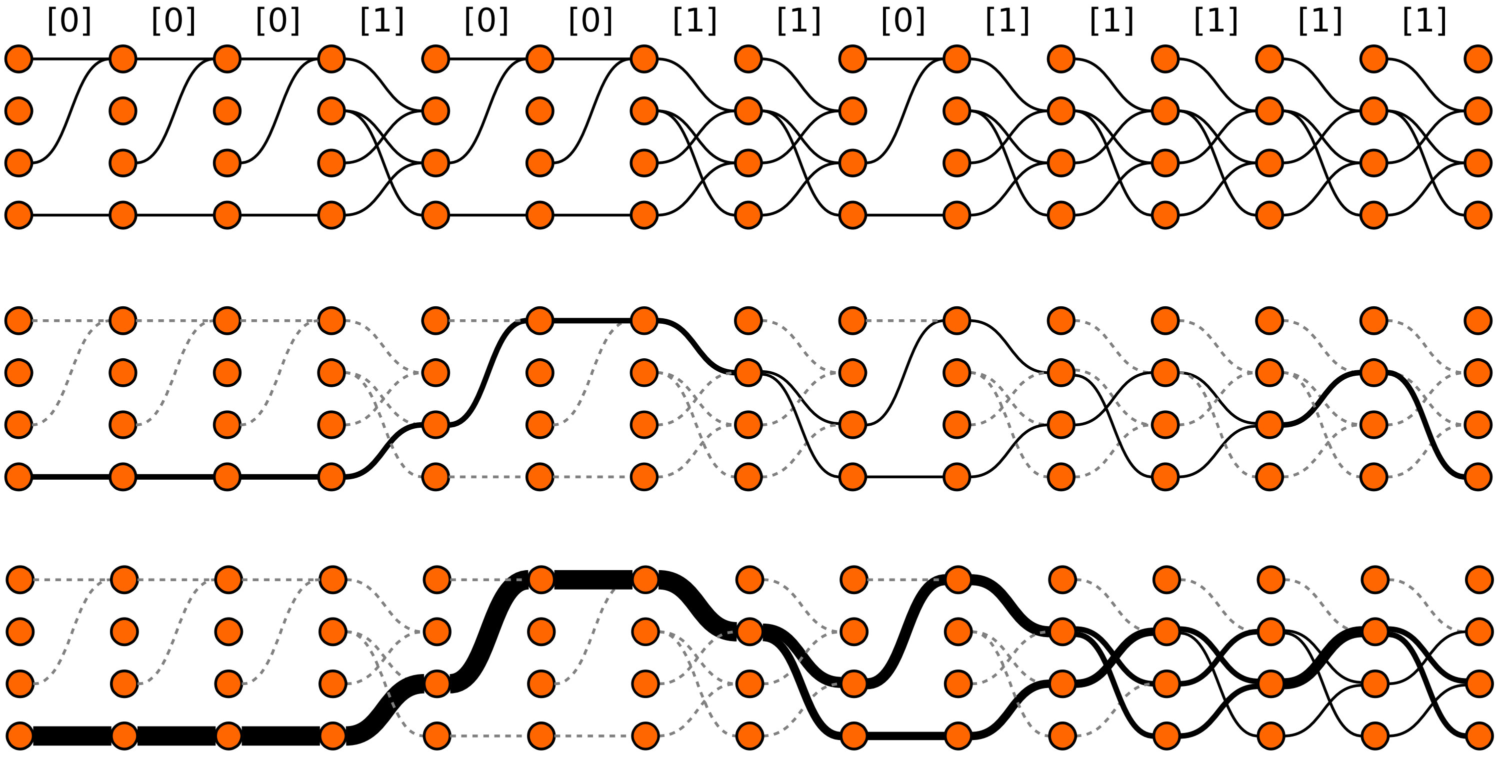
1D CA: De Bruijnov graf

- Prekrivanja so vološča
- Okolice so poti med vozlišči
- Graf se razdeli na grafe za posamezno stanje, vključuje samo okolice, ki pripeljejo v dano stanje
- De Bruijnov graf predstavlja inverzno tranzicijsko funkcijo $f^{-1}(c)$
- Primeri kažejo pravilo 110



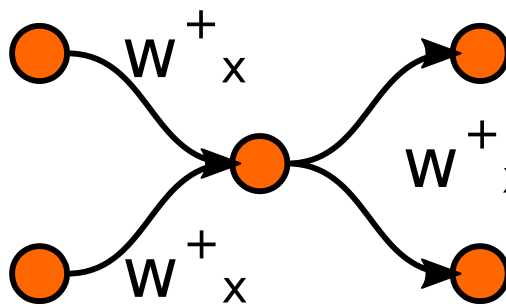
1D CA: mreža predslik

- Z veriženjem De Bruijnovih grafov tvorimo mrežo
- Iščemo vse zvezne poti, ki povezujejo levi in desni rob
- Ostale poti postopno izločujemo



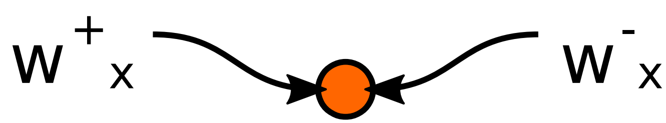
1D CA: uteži v mreži predslik

- V teoriji grafov je utež ***w*** enaka številu poti skozi vozlišče
- Izhodna utež (x+1) je enaka vsoti vhodnih uteži (x)



$$w^{+}_{x+1}=\sum w^{+}_{x}$$

- Uteži se računajo v dveh prehodih, naprej (+) in nazaj (-) glede na smer poti v grafu
- Skupna utež je zmnožek uteži obeh prehodov (+ in -)



$$w_x=w^{+}_{x}\cdot w^{-}_{x}$$

1D CA: matrične enačbe

- Za De Brujnov graf vsakega stanja lahko zapišemo matriko
- Podobno veriženju grafov, lahko množimo matrike
- Vsota elementov matrike je število predslik
- Vsota elementov na diagonali je število predslik za ciklični rob
- Vmesne rezultate lahko uporabimo za izračun uteži v mreži

$$D(0)=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \qquad D(1)=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix}$$

$$D(\alpha)=\sum_{x=0}^{N-1} D(c_x)=D(c_0)\,D(c_0)\ldots D(c_0)$$

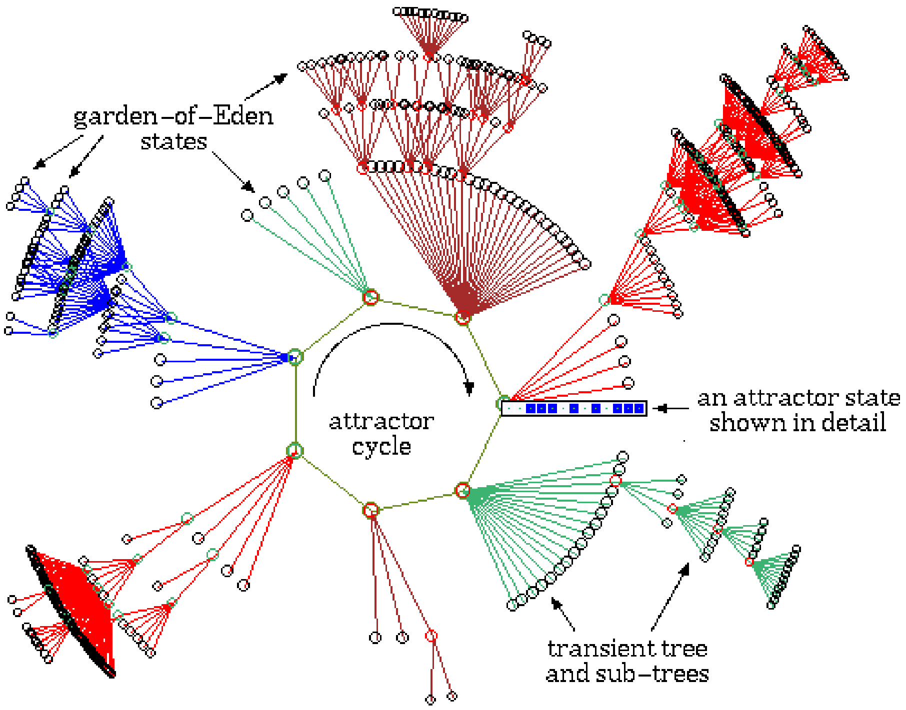
1D CA: algoritem za izpis predslik

- Pomnilnik alociramo z vnaprej znanim številom predslik (štetje iz desne proti levi)
- Z utežmi za ***x***=0 inicializiramo vrednosti
- Za vsako okolico na položaju ***x*** uteži določajo koliko poti nadaljuje z katerim stanjem celice ***x***+1

1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0
1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0
1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1

Atraktor in korito

- Prehode med stanji končnega CA lahko sestavimo v usmerjen graf
- Listi grafa so stanja brez preteklosti GoE
- V centru grafa je atraktor, ciklično končno stanje v katerega se ustali vsak končni/zaprt dinamični sistem



1D CA: graf podmnožic in regularni jezik GoE stanj

- Binarna preslikava iz vektorja uteži $\boldsymbol{b_x}$ trenutnih vozlišč v naslednji vektor uteži $\boldsymbol{b_{x+1}}$

$$b_{x+1} = b_x D(c_x)$$

- Nabor preslikav definira končni avtomat
- Če je začetno stanje polno in končno stanje prazno, avtomat sprejme GoE besede, in definira regularni jezik GoE stanj

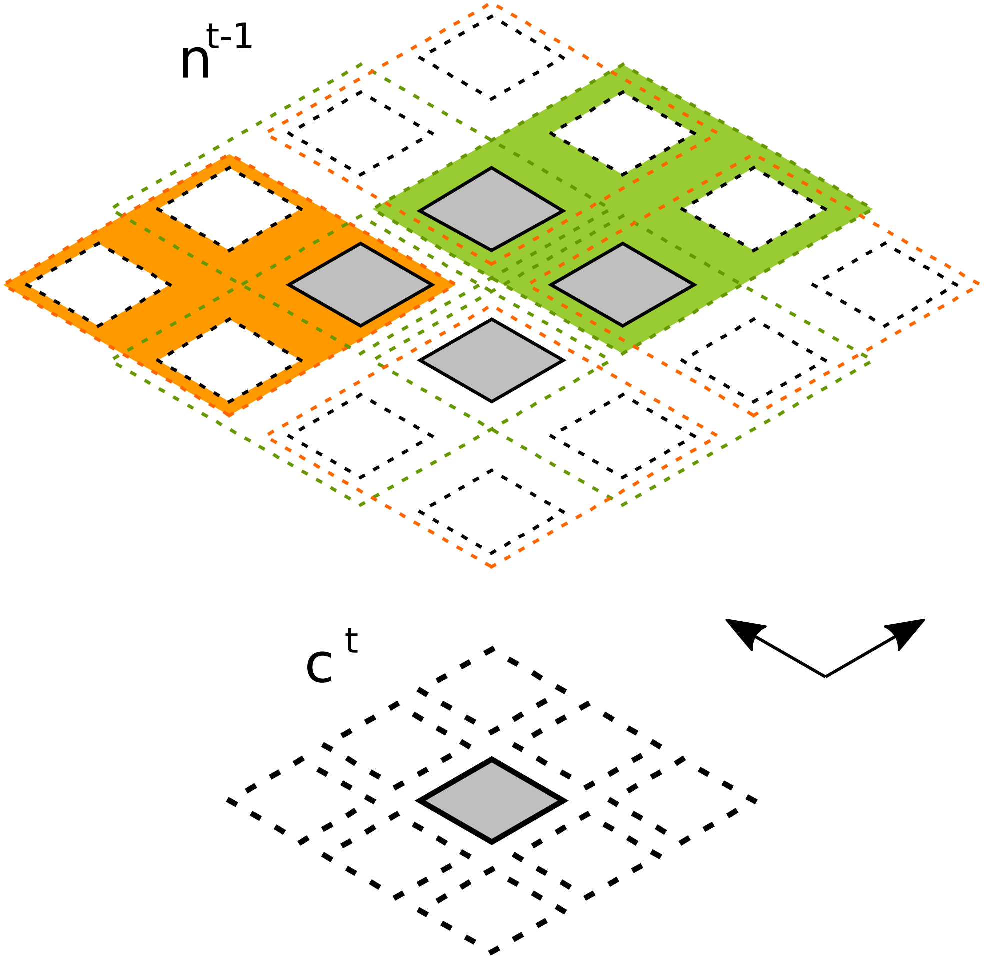
```
Primer za pravilo 110:

aut = Automaton(
  (('0000', '0000', 0), ('0000', '0000', 1),
   ('0001', '0001', 0), ('0001', '0010', 1),
   ('0010', '1000', 0), ('0010', '0100', 1),
   ('0011', '1001', 0), ('0011', '0110', 1),
   ('0100', '0000', 0), ('0100', '0011', 1),
   ('0101', '0001', 0), ('0101', '0011', 1),
   ('0110', '1000', 0), ('0110', '0111', 1),
   ('0111', '1001', 0), ('0111', '0111', 1),
   ('1000', '1000', 0), ('1000', '0100', 1),
   ('1001', '1001', 0), ('1001', '0110', 1),
   ('1010', '1000', 0), ('1010', '0100', 1),
   ('1011', '1001', 0), ('1011', '0110', 1),
   ('1100', '1000', 0), ('1100', '0111', 1),
   ('1101', '1001', 0), ('1101', '0111', 1),
   ('1110', '1000', 0), ('1110', '0111', 1),
   ('1111', '1001', 0), ('1111', '0111', 1)),
  initial_states = ['1111'],
  final_states   = ['0000'],
  input_alphabet = [0,1])
aut_min = aut.minimization()
list(aut_min.language(5))

[[0, 1, 0, 1, 0]]
```

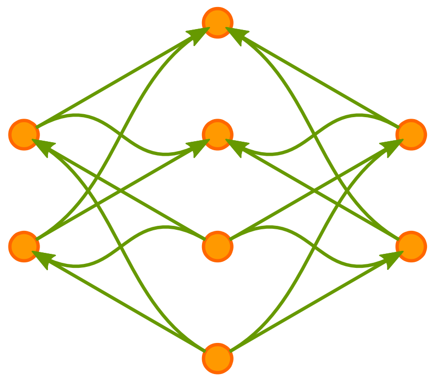
2D CA: okolica in prekrivanje

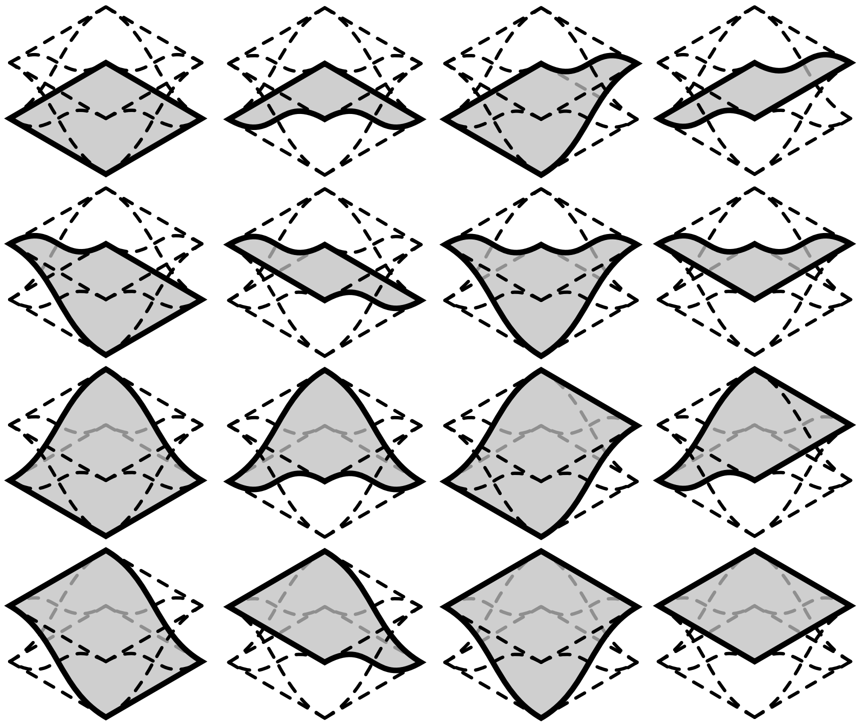
- Za primer je uporabljena okolica iz 4 celic imenovana **quad**
- Sosednji okolici v smeri dimenzij X ali Y (zelena) se prekrivajo za dve celici
- Sosednji okolice v diagonalni smeri (oranžna) se prekrivajo za eno celico
- Za tvorjenje mreže predslik so potrebni drugačni elementi kakor pri 1D problemu



2D CA: De Brujnov graf

- De Bruijinov graf dobi dodatno dimenzijo v primerjavi z 1D CA
- Prekrivanje v smeri dimenzij X ali Y (zelena) je predstavljeno s potmi med vozlišči
- Prekrivanje v diagonalni smeri (oranžna) je predstavljeno z vozlišči
- Okolice (siva) so prestavljene s ploskvami, katerih vogali so vozlišča in robovi poti med vozlišči, prikazane so vse možne okolice/ploskve

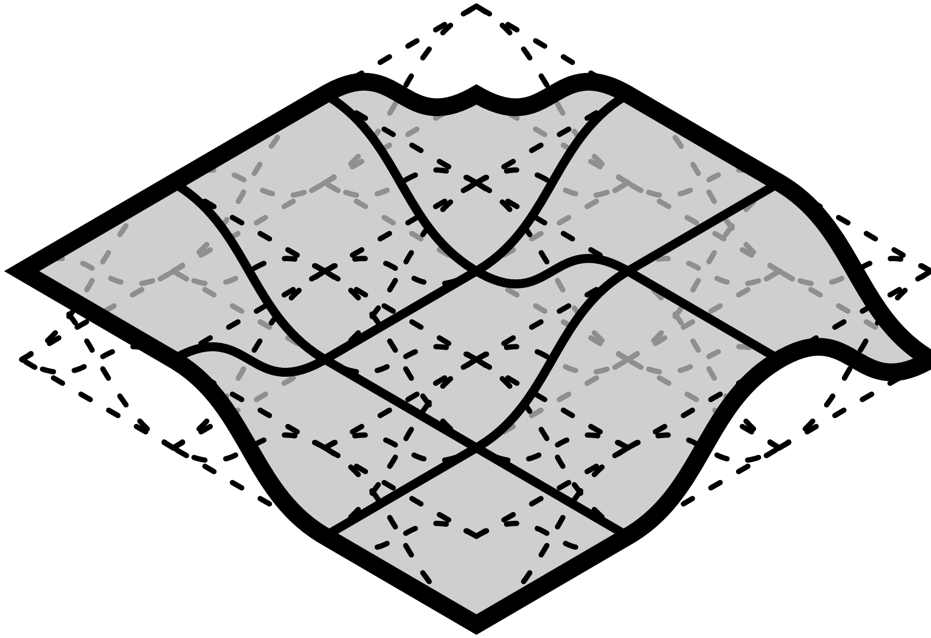




2D CA: mreža predslik

- Z tlakovanjem De Bruijnovih grafov tvorimo mrežo
- Iščemo vse zvezne ploskve, ki pokrivajo celotno površino mreže
- Ostale ploskve postopno izločujemo
- Poudarjena ploskev prikazije predsliko z vrednostojo

  1110
  1001
  0011
  0010



2D CA: štetje predslik znotraj vrstice

2D CA: štetje predslik po vrsticah

2D CA: izpis predslik

2D CA: stanja Garden of Eden

Viri in programska oprema