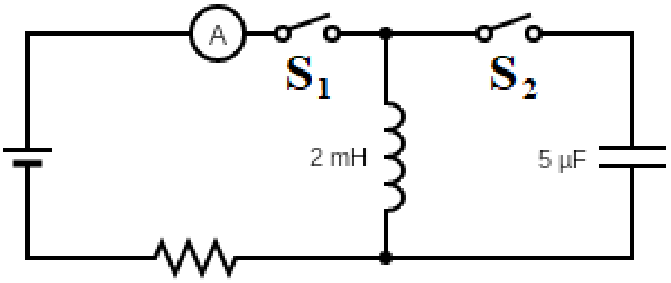
Taller 4 Métodos Computacionales

1. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (Bonificación 2da nota)

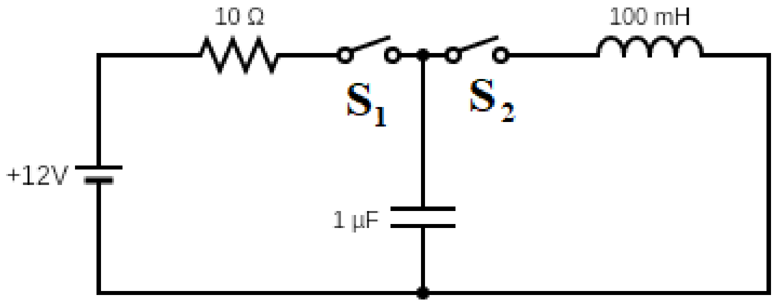
Estos problemas deben solucionarse con el método Runge-Kutta de 4to orden.

1. En el circuito anexo, el interruptor S_1 es cerrado por un intervalo de tiempo muy prolongado mientras que el interruptor S_2 permanece abierto. Cuando la lectura del amperímetro llega a un valor estable de 3.5 A, se abre S_1 y se cierra S_2.



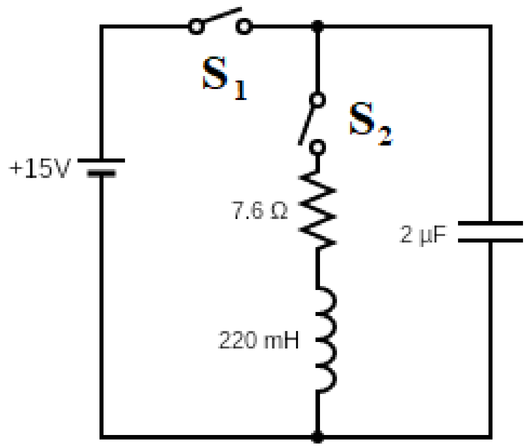
   Si el capacitor de la figura se encuentra inicialmente descargado, encuentre las gráficas de corriente, carga y energía total como función del tiempo.

2. En el circuito que se muestra a continuación, el interruptor S_1 es cerrado por un intervalo de tiempo muy prolongado mientras que el interruptor S_2 permanece abierto y el capacitor se encuentra inicialmente descargado. Cuando el capacitor alcanza la carga máxima, se abre S_1 y se cierra S_2.



Si la corriente inicial al cerrar S_2 es cero, encuentre las gráficas de corriente, carga y energía total como función del tiempo.

3. En el circuito que se muestra abajo, el interruptor S_1 es cerrado por un intervalo de tiempo muy prolongado mientras que el interruptor S_2 permanece abierto y el capacitor se encuentra inicialmente descargado. Cuando el capacitor alcanza la carga máxima, se abre S_1 y se cierra S_2.



Si la corriente inicial al cerrar S_2 es cero, encuentre las gráficas de corriente, carga y energía total como función del tiempo.

2. Ecuaciones Diferenciales Parciales (2da nota de Participación)

4. Una esfera de radio $R = 1$ m sin carga en su interior tiene el siguiente potencial eléctrico en su superficie:

$$V(R = 1, \theta) = \begin{cases} 100 \text{ V}, \ 0 \leq \theta \leq \pi/2 \\ 0, \ \pi/2 < \theta \leq \pi \end{cases} \tag{1}$$

Este potencial se propaga siguiendo la ecuación de Laplace. La segunda condición de frontera establece que $V(R = 0, \phi) = 0$.

a) Usando el método de relajación, encuentre y escriba la solución numérica a la ecuación de Laplace en coordenadas esféricas.

Nota: dada la condición de frontera, puede tomar simetría azimutal.

b) Haga un código que le permita resolver esta ecuación para $r > R$ y $\theta \in [0, \pi]$. Grafique la respectiva solución.

5. Un disco de radio $R = 1$ m hecho de cobre se encuentra a una temperatura inicial dada por

$$T(r, \theta, t = 0) = 100(r - r^2)\cos\theta, \tag{2}$$

mientras que las condiciones de frontera cumplen con las siguientes igualdades:

$$T(0,\theta,t) = T(1,\theta,t) = 0. \tag{3}$$

Las unidades de temperatura son grados Celsius.

a) Usando el método de time stepping, encuentre y escriba la solución numérica a la ecuación de difusión en coordenadas polares.

b) Haga un código que le permita resolver esta ecuación para $r \in [0,1]$ y $\theta \in [0,2\pi]$. Grafique la respectiva solución para 4 diferentes tiempos.

6. Al introducir amortiguamento, la ecuación de onda cambia a la siguiente forma:

$$\frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial t^2} + k\frac{\partial u(x,y,t)}{\partial t} = c^2\nabla^2 u(x,y,t). \tag{4}$$

Tome en cuenta condiciones de extremo fijo en una placa cuadrada de lado 1 m y una forma inicial dada por

$$u(x,y,0) = x(1-x)\sin^2(2y). \tag{5}$$

a) Usando el método de time stepping, encuentre y escriba la solución numérica a la ecuación de onda con amortiguamiento en 2 dimensiones.

b) Haga un código que le permita resolver esta ecuación para $x \in [0,1]$ y $y \in [0,1]$. Grafique la respectiva solución para 4 diferentes tiempos.