

IIND2103 - Principios de Optimización 2023-20

Fecha límite de entrega: lunes 13 de septiembre – 11:59:59 pm

## Entrenamiento 1

### Reglas

---

- El entrenamiento debe presentarse en grupos de máximo dos (2) personas.
- A lo largo del enunciado se empleará punto (.) como separador decimal y coma (,) como separador de miles.
- Debe utilizar el formato de entrega de actividades que se encuentra en Bloque Neón.
- Envíe por Bloque Neón su informe en **formato PDF** y todos sus archivos de soporte (implementaciones en archivos de MS-Excel, Python, fotos etc.) necesarios para la realización de la tarea comprimidos en un solo archivo \*.zip (abstenerse de utilizar .rar u otros formatos de compresión) antes de la fecha y hora indicadas. Sólo se calificará el último envío realizado.
- El informe y la carpeta comprimida deben incluir el *login*, sin punto, de los dos integrantes, separados por un guion bajo. Por ejemplo, a.rojasa55\_jmbetancourt.pdf o a.rojasa55\_jmbetancourt.zip.
- El informe y los archivos de soporte deben ser colgados en Bloque Neón únicamente por un integrante del grupo señalado para tal fin en el formato para tareas.
- La entrega enviada dentro del plazo establecido recibirá una calificación sobre 5.00. La entrega enviada (también por Bloque Neón) hasta dos horas después de haber terminado el plazo, se calificará sobre 4.00. Pasadas dos horas de haber terminado el plazo, **no se recibirá ninguna actividad por ningún canal**.
- Tenga en cuenta que, si una pregunta tiene varios incisos, en caso de que los archivos relacionados a un inciso no sean adjuntados, la calificación de dicho inciso será 0.0.
- Todos los archivos de soporte deben incluir internamente el nombre o *login* (Uniandes) de los participantes.
- El informe debe ser autocontenido, es decir, debe contener la presentación de los resultados y la explicación sobre cómo los obtuvo, la interpretación y el análisis de los resultados obtenidos, y las conclusiones.
- Todo resultado presentado en el informe debe contar con el procedimiento correspondiente.
- Cualquiera de los integrantes del grupo de trabajo podrá ser llamado a sustentar la solución entregada. Si durante la sustentación no demuestra comprensión clara del trabajo realizado, la nota de dicho integrante se verá afectada.
- Cualquier sospecha de fraude será manejada de acuerdo con el reglamento de la Universidad (Artículo 4 del Reglamento General de Estudiantes de Pregrado).

## Problema 1 (20 puntos) – Método gráfico



Don Juancho, un agricultor del Eje Cafetero, se ha unido a una iniciativa del Gobierno para usar optimización y apoyar diferentes labores del campo colombiano. Específicamente, la iniciativa busca que, a través de la optimización, los agricultores tomen decisiones informadas sobre su cultivo<sup>1</sup>. En su hacienda, llamada “Pereirita”, Don Juancho siembra dos tipos de cultivos: café y plátano. En “Pereirita”, se pueden sembrar, como máximo, 30 hectáreas de cultivos.

Para garantizar una producción sostenible y cuidar la salud del suelo, Don Juancho, con sus más de 40 años de experiencia en el campo, ha establecido las siguientes condiciones:

1. Se deben sembrar al menos siete (7) hectáreas de plátano considerando la alta demanda de esta fruta en el mercado del pueblo cercano.
2. Se requiere que, por cada siete (7) hectáreas de café sembradas, se siembren al menos cinco (5) hectáreas de plátano para mantener la integridad y los nutrientes del suelo.
3. Hay una escasez de semillas de café, lo que limita la siembra de dicha fruta a un máximo de 13 hectáreas.

Cada hectárea sembrada de café produce 2,200 kilogramos de granos de café, y cada hectárea sembrada de plátano produce 14,000 kilogramos de esta fruta. Los costos de siembra y fertilización son de \$3,800,000 COP por hectárea para ambas frutas. Además, el precio de venta por kilogramo de granos de café es de \$7,200 COP, mientras que el precio de venta por kilogramo del plátano es de \$950 COP.

Don Juancho, comprometido con la iniciativa del Gobierno, desea aprovechar la optimización para maximizar sus utilidades, garantizando al mismo tiempo que la producción total de producto no supere los 300,000 kilogramos. Esta cantidad corresponde a la capacidad máxima de la flota de vehículos que se tiene para sacar el producto desde la hacienda al pueblo. ¿Cuántas hectáreas de café y cuántas hectáreas de plátano debe Don Juancho sembrar en “Pereirita” para cumplir su objetivo?

- a. Formule matemáticamente un modelo de optimización lineal de manera explícita para resolver el problema anterior. Escriba término a término todos los parámetros, todas las variables de decisión, la función objetivo y las restricciones.

---

<sup>1</sup> Este tipo de iniciativas ocurren en la práctica (ver: <https://www.mintic.gov.co/portal/inicio/Sala-de-prensa/MinTIC-en-los-medios/100832:El-proyecto-de-inteligencia-artificial-que-busca-ayudar-al-campo-colombiano>).

- b. Resuelva por medio del método gráfico el modelo anterior (literal a). Grafique claramente todas las restricciones, la región factible, el gradiente, algunas isoclinas e indique el punto óptimo, si lo hay. Concluya en términos del problema y la solución.

Como parte de la iniciativa, se busca que la optimización ayude a los agricultores a tomar decisiones en distintas situaciones. Por esta razón, considere los siguientes escenarios a los que se está enfrentando Don Juancho:

**Escenario 1.** Don Juancho ha estado negociando con el proveedor de los fertilizantes. Tras evaluar las condiciones del contrato, el proveedor accedió a reducir el precio del fertilizante para plátano. Así, el nuevo costo de siembra y fertilizante de una hectárea de plátano es \$1,260,000 COP (el costo de siembra y fertilizante para una hectárea de café sigue siendo \$3,800,000 COP).

**Escenario 2.** Por un nuevo contrato que Don Juancho está gestionando con una cadena de supermercados, se deben producir, al menos, 308 toneladas de plátano.

**Nota:** Los escenarios son independientes entre sí.

- c. Resuelva el Escenario 1 utilizando el método gráfico. Realice las modificaciones necesarias al modelo obtenido en el literal a. Grafique claramente las restricciones, la región factible, el gradiente, algunas isoclinas e indique el punto óptimo, si lo hay. Concluya en términos del problema y la solución.
- d. Resuelva el Escenario 2 utilizando el método gráfico. Realice las modificaciones necesarias al modelo obtenido en el literal a. Grafique claramente las restricciones, la región factible, el gradiente, algunas isoclinas e indique el punto óptimo, si lo hay. Concluya en términos del problema y la solución.

## Problema 2 (20 puntos) – Transporte

*Yoptigurt* una compañía dedicada a la producción de yogures con una propuesta centrada en ofrecer opciones sostenibles y saludables que beneficien tanto a los consumidores como al planeta. Actualmente, dispone de cinco (5) plantas de producción ubicadas en municipios cercanos a Bogotá: Sopó, Tocancipá, Funza, Facatativá y Cajicá. Cada una de las plantas se dedica a la elaboración de tres (3) variedades de yogurt: vegano, orgánico y deslactosado. La Tabla 1 presenta la capacidad mensual de producción de cada variedad de yogurt en cada planta.



**Tabla 1.** Capacidad de producción de yogurt por planta y variedad (litros/mes).

Plantas	Variedad de yogurt		
	Vegano	Orgánico	Deslactosado
<b>Sopó</b>	1,000.60	731.60	613.70
<b>Tocancipá</b>	2,022.80	895.90	810.90
<b>Funza</b>	4,897.30	104.70	899.90
<b>Facatativá</b>	2,442.70	1,138.30	500.70
<b>Cajicá</b>	4,013.80	323.90	1,092.60

Las cinco (5) plantas deben abastecer de yogurt a ocho (8) tiendas de alimentos saludables en Bogotá: Bistró BioFresh, NaturaFit, NaturArmonía, BioVital, Verde Campo, YogurEco, GreenBite y Vitality. Cada una de las tiendas estableció el mínimo número de litros de yogurt que necesitan de cada variedad (Vegano, Orgánico y Deslactosado) para suplir la demanda de un mes. Esta información se encuentra en la Tabla 2.

**Tabla 2.** Demanda mensual de yogurt por tienda y variedad (litros/mes).

Tiendas	Tipo de yogurt		
	Vegano	Orgánico	Deslactosado
<b>Bistró BioFresh</b>	1,356.70	363.8	515.3
<b>NaturaFit</b>	1,704.10	494.2	583.1
<b>NaturArmonía</b>	1,829.20	373.6	444
<b>BioVital</b>	1,628.00	338.7	473.5
<b>Verde Campo</b>	1,624.60	334.3	475.5
<b>YogurEco</b>	1,522.40	379.7	313.3
<b>GreenBite</b>	1,823.70	414	580.9
<b>Vitality</b>	1,616.00	427.1	288.1

El costo de transportar un litro de yogurt de cualquier variedad desde cada planta a cada tienda se presenta en la Tabla 3. Para este transporte, cada planta tiene disponibles **cinco camiones, cada uno con una capacidad de 1,000 litros**. Esto significa que Yoptigurt sólo puede **enviar hasta 5,000 litros de yogurt (en total)** desde cada planta hacia los clientes. Yoptigurt ha acudido a usted para **determinar la distribución óptima de yogurt desde las plantas hasta las tiendas, minimizando el costo total de transporte y satisfaciendo la demanda de las tiendas.**

**Tabla 3.** Costo de transportar un litro de yogurt de cualquier variedad (\$ COP/litro).

Tienda	Planta				
	Sopó	Tocancipá	Funza	Facatativá	Cajicá
<b>Bistró BioFresh</b>	800,00	876,00	977,00	751,00	883,00
<b>NaturaFit</b>	1.200,00	722,00	835,00	1.056,00	758,00
<b>NaturArmonía</b>	1.000,00	801,00	758,00	624,00	815,00
<b>BioVital</b>	1.150,00	945,00	1.004,00	1.038,00	863,00
<b>Verde Campo</b>	700,00	736,00	715,00	977,00	603,00
<b>YogurEco</b>	950,00	601,00	969,00	894,00	711,00
<b>GreenBite</b>	750,00	1.056,00	603,00	1.035,00	988,00
<b>Vitality</b>	1.100,00	731,00	1.072,00	681,00	835,00

- a. Represente de forma gráfica la situación planteada. Esta representación gráfica debe ser de fácil comprensión.
- b. Formule matemáticamente un modelo de optimización de forma general (indexada) que represente la situación anterior. Defina clara y rigurosamente:
  - I. **Conjuntos**
  - II. **Parámetros**
  - III. **Variables de decisión**
  - IV. **Función objetivo**
  - V. **Restricciones**
- c. Realice la implementación del modelo en Solver de MS-Excel. Recuerde guardar los archivos con la implementación de cada problema dentro de la carpeta comprimida.
- d. Presente en el informe los resultados de la forma más ordenada y amigable posible. Se recomienda utilizar representaciones gráficas, diagramas y tablas. En la solución óptima, indique el valor de la función objetivo, la cantidad de cada tipo de yogurt distribuida desde cada planta productora hasta cada tienda saludable y cualquier otro aspecto que considere relevante.

### Problema 3 (30 puntos) – Mezcla



*Biocultivos* es una reconocida empresa que se dedica a la producción de medios de cultivo para el crecimiento de microorganismos. Un medio de cultivo es una mezcla de nutrientes que proporciona un ambiente adecuado para que microorganismos crezcan y se desarrollen. Estos medios son esenciales para la investigación científica y el control de calidad en la industria de alimentos y farmacéutica.

Actualmente, la empresa se encuentra planificando la composición de cuatro (4) medios de cultivo: Luria-Bertani (LB), Trypticaseína Soya Agar (TSA), Man-Rogosa-Sharpe (MRS) y Sabouraud Dextrosa Agar (SDA) a partir de cinco (5) nutrientes principales: Agar, Levadura, Peptona, Cloruro de sodio (NaCl) y Fosfato. En la Tabla 1 se encuentran las proporciones mínimas y máximas de cada nutriente que debe tener cada uno de los medios de cultivo. Por ejemplo, el medio de cultivo LB no puede contener Fosfato, mientras que su requerimiento mínimo y máximo de Agar es de 0.8% y 15%, respectivamente.

**Tabla 1.** Requerimientos de cada nutriente para cada medio de cultivo [%].

Medio de cultivo	Requerimiento	Nutrientes (%)				
		Agar	Levadura	Peptona	NaCl	Fosfato
LB	Mínimo	0.8	0.8	0.8	0.1	0.0
	Máximo	15.0	22.8	35.0	10.0	0.0
TSA	Mínimo	1.2	0.5	1.4	0.1	0.0
	Máximo	24.3	14.4	45.0	9.0	0.0
MRS	Mínimo	1.2	0.0	0.8	0.025	0.8
	Máximo	11.0	0.0	11.4	1.0	72.0
SDA	Mínimo	0.0	0.0	0.5	0.0	0.0
	Máximo	25.0	0.0	72.0	0.0	0.0

Los medios de cultivo se obtienen al mezclar diferentes tipos de recursos. En la Tabla 2 se encuentra la disponibilidad de cada uno de los recursos, su composición y el costo por kilogramo.

Tabla 2. Disponibilidad, composición y costo de cada recurso.

Recursos	Composición [%]					Disponible [kg]	Costo [\$/kg]
	Agar	Levadura	Peptona	NaCl	Fosfato		
<b>Fosfato</b>	0	0	0	0	100	150	190
<b>Péptidos</b>	0	0	67	0	0	405	600
<b>Aminoácidos</b>	0	0	34	0	56	70	70
<b>Extracto de Levadura</b>	0	75	0	12	0	100	200
<b>Agar</b>	80	0	0	1	0	130	486

No hay pérdidas durante el proceso de mezcla de los recursos. Esto quiere decir que, al emplear un kilogramo de cualquiera de los recursos, se obtendrá un kilogramo del medio de cultivo para el cual se destine. Por ejemplo, si se usa 1 kilogramo de Aminoácidos para producir el medio de cultivo MRS, se obtendrá un kilogramo de MSR. En este ejemplo, el kilogramo de MSR tendrá: 340 gramos de Peptona y 560 gramos de Fosfato. Los restantes 100 gramos son materiales residuales sin valor nutritivo para el medio de cultivo, que sólo aporta masa al medio de cultivo, pero no a la participación de nutrientes de interés.

*BioCultivos* lo ha contratado a usted, experto en optimización, para determinar la composición de cada medio de cultivo, con el objetivo de producir exactamente 200 kg de cada uno de ellos al menor costo posible.

- a. Represente de forma gráfica la situación planteada. Esta representación gráfica debe ser de fácil comprensión.
- b. Formule matemáticamente un modelo de optimización de forma general que represente la situación anterior. Defina clara y rigurosamente:
  - I. Conjuntos
  - II. Parámetros
  - III. Variables de decisión
  - IV. Función objetivo
  - V. Restricciones
- c. Resuelva el modelo planteado utilizando la librería de PuLP en Python. Implemente su modelo en un archivo '.py'. Recuerde documentar bien todo el código.
- d. ¿Cuál es la solución óptima del problema? Presente en su informe un resumen que contenga todos los elementos relevantes de la decisión, tales como función objetivo, cantidades de medios de cultivo, composición final de los medios de cultivos, entre otros. Recuerde que el formato de los resultados debe ser amigable para una audiencia con poca o ninguna formación en optimización.



## Problema 4 (30 puntos) – Inventarios



*OptiObras* es una empresa dedicada a construir centros comerciales en el Eje Cafetero. La empresa hará la construcción del centro comercial *Cerritos Sunrise*, el nuevo epicentro de la vida social en Pereira. La empresa ha tenido problemas en el manejo de tres materiales de la construcción: concreto, mármol y ladrillos.

Por esta razón, la empresa le ha solicitado su asesoría para optimizar la planeación del abastecimiento de dichos materiales durante los primeros 12 meses de la construcción.

*Optiobras* tiene un contrato con un proveedor para la compra de los materiales. Para realizar la planeación, se debe tener en cuenta que las órdenes al proveedor se realizan el primer día del mes, por ende, el material asociado a la orden puede ser utilizado ese mismo mes. Por otra parte, el costo unitario de compra de los materiales varía según el mes en que se compren. Los costos se encuentran en la Tabla 1.

**Tabla 1.** Costo unitario de compra al proveedor por mes y material (\$ COP / kg)

Material				Material			
Mes	Concreto	Mármol	Ladrillo	Mes	Concreto	Mármol	Ladrillo
1	4,156	52,300	4,877	7	3,779	52,900	5,436
2	4,178	71,610	2,906	8	5,377	98,440	3,212
3	4,930	85,120	4,117	9	5,066	52,959	5,187
4	3,406	82,070	4,841	10	8,391	55,570	3,076
5	5,581	51,600	3,415	11	4,354	55,730	3,227
6	4,429	89,830	4,911	12	4,220	81,980	3,166

El proveedor ha comunicado las cantidades máximas que puede enviar de cada tipo de material al mes. En kilogramos, estas cantidades son: 3,500 de concreto, 7,000 de mármol y 10,000 de ladrillo. Además, *Optiobras* está en contacto con un tercero que tiene capacidad ilimitada de despacho. Con el tercero, un kilogramo de concreto, mármol y ladrillo cuestan \$6,000 COP, \$97,500 COP y \$6,900 COP, respectivamente. Es necesario tener en cuenta que el tiempo de entrega desde la fábrica del tercero hasta la obra es de tres (3) meses. Es decir, si se realiza una compra al inicio del mes 1, la orden estará disponible en la obra al inicio del mes 4.

En cualquier mes, se puede comprar más material del requerido y almacenarlo en una bodega para que sea utilizado en el futuro. La bodega de almacenamiento tiene una capacidad total de 6,000 kg para cualquier tipo de material y es monitoreada al finalizar cada mes para contabilizar su nivel de inventario. El costo de tener un kilogramo de cualquier tipo de material en inventario durante un mes es de \$780 COP. Para evitar retrasos en la obra, *Optiobras* siempre debe tener inventarios mínimos. Las cantidades



mínimas que debe haber al finar de cada mes, en kilogramos, son: 830 de concreto, 2,000 de mármol y 1,200 de ladrillo. Tenga en cuenta que esta condición no aplica para el último periodo de interés. Es decir, no hay requerimiento mínimo de inventario para el mes 12.

En este momento, *Optiobras* cuenta únicamente con un inventario en bodega de 3,500 kilogramos de concreto y 2,200 kilogramos de mármol. No hay órdenes en proceso o en camino del proveedor ni del tercero. El requerimiento en kilogramos de cada tipo de material durante el horizonte de planeación se encuentra en la Tabla 2. La empresa busca cumplir con las metas de construcción de cada mes al menor costo, teniendo en cuenta las condiciones anteriormente mencionadas.

REquerimiento en kg no en COP/kg
----------------------------------

Tabla 2. Requerimientos de construcción por mes y material (\$ COP/kg).

Material				Material			
Mes	Concreto	Mármol	Ladrillo	Mes	Concreto	Mármol	Ladrillo
1	1,271	2,100	3,958	7	5,832	7,600	29,389
2	1,562	6,900	4,928	8	2,377	8,200	37,896
3	2,828	2,600	6,773	9	3,709	13,000	33,291
4	5,530	1,600	9,873	10	2,057	27,000	35,465
5	3,455	2,000	14,983	11	1,476	10,000	29,300
6	7,400	7,190	25,900	12	1,170	5,000	25,489

- Represente de forma gráfica la situación planteada. Esta representación gráfica debe ser de fácil comprensión.
- Formule matemáticamente un modelo de optimización de forma general que represente la situación anterior. Defina clara y rigurosamente:
  - Conjuntos
  - Parámetros
  - Variables de decisión
  - Función objetivo
  - Restricciones
- Resuelva el modelo planteado utilizando la librería de PuLP en Python. Implemente su modelo en un archivo '.py'. Recuerde documentar bien todo el código.
- ¿Cuál es la solución óptima del problema? Presente un informe dirigido al Comité de Planeación de OptiObras que contenga la solución y aspectos relacionados que sean de interés para la toma de las decisiones. Recuerde que el formato de los resultados debe ser amigable para una audiencia con poca o ninguna formación en optimización.