Métodos Numéricos - LCC **2014**

Docentes: Alejandro G. Marchetti, Juan Manuel Rabasedas, Andrea Torres

Práctica 4: Resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Métodos directos.

Factorización de matrices

---

1. Construir un algoritmo para implementar el método de Gauss en los siguientes casos:

   a) $a_{kk}^k \neq 0$ *b*) con pivoteo parcial.

   Aplicarlo para resolver los siguientes sistemas $Ax = b$

$$i) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix},$$

$$ii) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & 3 & -3 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} -8 \\ -20 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix},$$

$$iii) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

2. Modificar el algoritmo del método de Gauss para no realizar operaciones inecesarias al resolver el problema $Ax = b$, siendo A una matriz banda:

$$\begin{pmatrix} b_1 & c_1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_3 & \cdots & \cdots & & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & & a_{n-1} & b_{n-1} & c_{n-1} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & a_n & b_n \end{pmatrix}$$

   Contar la cantidad de operaciones que se realizan en este caso.

3. Construir un algoritmo para factorizar en la forma LU a una matriz cuadrada $n \times n$ suponiendo $l_{ii} = 1, \ i = 1, 2, \cdots, n$.

   Factorizar las siguientes matrices usando el algoritmo diseñado y comparar los resultados con la implementación de Scilab de la factorización LU.

$$a) = \begin{pmatrix} 1.012 & -2.132 & 3.104 \\ -2.132 & 4.096 & -7.013 \\ 3.104 & -7.013 & 0.014 \end{pmatrix} \qquad b) = \begin{pmatrix} 2.1756 & 4.0231 & -2.1732 & 5.1967 \\ -4.0231 & 6.0000 & 0 & 1.1973 \\ -1.0000 & 5.2107 & 1.1111 & 0 \\ 6.0235 & 7.0000 & 0 & 4.1561 \end{pmatrix}$$

4. Sea $Ax = b$ el sistema lineal donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \\ 1 & 16 & 81 & 256 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \\ 44 \\ 190 \end{pmatrix}.$$

   Obtener la factorización LU de A y calcular a partir de ella la solución del sistema, a través de 2 sistemas más sencillos

5. Construir un algoritmo para obtener la factorización de Cholesky de una matriz A y factorizar las siguientes matrices usando el algoritmo diseñado. Comparar los resultados con la implementación

de Scilab de la factorización $chol()$.

$$a) = \begin{pmatrix} 16 & -12 & 8 & -16 \\ -12 & 18 & 6 & 9 \\ 8 & -6 & 5 & -10 \\ -16 & 9 & -10 & 46 \end{pmatrix} \qquad b) = \begin{pmatrix} 4 & 12 & -16 \\ 12 & 37 & -43 \\ -16 & -43 & 98 \end{pmatrix}$$

6. Sea $Ax = b$ el sistema lineal donde

$$A = \begin{pmatrix} 25 & 15 & -5 \\ 15 & 18 & 0 \\ -5 & 0 & 11 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 30 \\ 27 \\ 24 \end{pmatrix}.$$

Obtener la factorización de Cholesky de A y calcular a partir de ella la solución del sistema, a través de 2 sistemas más sencillos.