Python est un langage très utilisé dans le domaine scientifique, comme le montre par exemple le choix de <u>SAGE</u>. Et les sciences, en particulier, font grand usage des nombres complexes, essentiellement depuis leur choix par <u>Cauchy</u>. Les physiciens et les électriciens notant *j* le nombre complexe dont le carré vaut -1, Python suit ce choix.

### **Sections**

- 1 Instanciation d'un nombre complexe
- 2 Opérations
- 3 Propriétés d'un nombre complexe
  - o 3.1 Forme trigonométrique
- 4 Fonctions
  - o <u>4.1 Exponentielles</u>
  - o 4.2 Logarithmes
  - 4.3 Fonctions trigonométriques
    - 4.3.1 Directes
    - 4.3.2 Inverses

## Instanciation d'un nombre complexe

Dans Python, il suffit d'écrire complex(x,y) pour avoir un nombre complexe :

```
z=complex(4,3) print(z)
```

Même si les coordonnées x et y du point sont entières ou des fractions, elles deviennent des réels lorsque Python instancie le complexe. Voir les propriétés du complexe ci-dessous pour le vérifier.

Si on veut quand même que la lettre i désigne le complexe de carré -1, il suffit de le déclarer comme tel :

```
i=complex(0,1) print(i**2)
```

# **Opérations**

Les quatre opérations se notent respectivement +, -, \* et /, et donnent toujours un complexe, même si celui-ci est réel (exemple de la soustraction ci-dessous) :

```
a=complex(2,3) b=complex(4,3) print(a+b) print(a-b) print(a*b) print(a/b)
```

L'élévation à un exposant se note de la même manière que pour les autres nombres, par \*\*. Mais l'exposant peut même être un complexe!

```
i=complex(0,1) print(i**i)
```

On constate que ...

La racine carrée d'un complexe peut aussi s'obtenir par une élévation de celui-ci à la puissance 0,5 mais dans ce cas on n'obtient qu'une seule des deux racines carrées :

```
c=complex(7,24) print(c**0.5)
```

Mais -4-3i a aussi pour carré 7+24i. Comment fait Python pour choisir entre les deux racines carrées?

Même -1 a deux racines carrées dans , et comme on s'en doute, Python ne choisit pas -i mais i... ou plutôt un complexe proche de celui-ci :

```
print((-1)**0.5)
```

# Propriétés d'un nombre complexe

Les parties réelle et imaginaire d'un complexe sont des propriétés de l'objet :

```
z=complex(4,3) print(z.real) print(z.imag)
```

Par contre, le conjugué d'un complexe est une méthode de celui-ci :

```
z=complex(4,3) print(z.conjugate())
```

(on remarque la présence des parenthèses après conjugate)

#### Forme trigonométrique

Pour avoir le module d'un nombre complexe, on entre abs :

```
z=complex(4,3) print(abs(z))
```

Bien entendu, le résultat est réel.

Cependant, pour avoir l'argument de a, il faut charger le module (c'est le cas de le dire!) cmath :

```
from cmath import * z=complex(4,3) print(phase(z))
```

On remarque que *Python* utilise le mot *phase* et non le mot *argument. cmath* permet aussi de calculer d'un coup le module et l'argument d'un nombre complexe avec *polar* :

```
from cmath import * z=complex(4,3) print(polar(z))
```

Pour réaliser l'opération inverse (calculer l'exponentielle d'un nombre imaginaire), on utilise rect :

```
from cmath import * print(rect(2,pi/3))
```

Par exemple, si on veut calculer le plus petit angle et l'hypoténuse d'un triangle rectangle de côtés 12 cm et 5 cm, on peut faire ceci :

```
from cmath import * a=12 b=5 z=complex(a,b) print(phase(z)) print(abs(z))
```

## **Fonctions**

Avec *cmath*, on peut appliquer certaines fonctions de la variable réelle à des complexes.

### **Exponentielles**

Pour vérifier numériquement que , on peut utiliser l'exponentielle d'un nombre complexe (en l'occurrence, imaginaire) :

```
from cmath import * t=complex(0,pi/3) z=exp(t) print(z.real==0.5)
print(z.real=0.5) print(z.imag==sqrt(3)/2)
```

On voit que la partie réelle n'est pas tout-à-fait égale à 0,5 (la différence est minime mais non nulle), c'est encore une conséquence de la représentation binaire des nombres en machine, puisque le développement binaire de 0,5 est infini, contrairement à son développement décimal.

Le script suivant calcule et affiche les fonctions trigonométriques hyperboliques d'un complexe :

```
from cmath import * z=complex(4,3) print(cosh(z)) print(sinh(z)) print(tanh(z))
```

#### Logarithmes

On peut même calculer le logarithme d'un nombre complexe :

Le script suivant calcule et affiche les fonctions trigonométriques hyperboliques d'un complexe :

```
from cmath import * z=complex(4,3) print(log(z))
```

Le script suivant calcule et affiche les arguments des fonctions trigonométriques hyperboliques d'un complexe :

```
from cmath import * z=complex(4,3) print(acosh(z)) print(asinh(z))
print(atanh(z))
```

#### Fonctions trigonométriques

#### **Directes**

Le script suivant calcule et affiche les fonctions trigonométriques d'un complexe :

```
from cmath import * z=complex(4,3) print(cos(z)) print(sin(z)) print(tan(z))
```

#### **Inverses**

Le script suivant calcule et affiche les arcs des fonctions trigonométriques d'un complexe :

```
from cmath import * z=complex(4,3) print(acos(z)) print(asin(z))
print(atan(z))
```