Computing and Data Analysis Project - Mini Report

Modelling ocean courant with the Shallow Water Equations

Après avoir appliqué le principe fondamentale de la dynamique à un fluide incompressible nous obtenons les équations bien connues de Navier-Stokes.
Les longueurs caractéristiques de l'océan nous amènent à dire que la longueur horizontale est bien plus grande que la longueur verticale. En effet, classiquement nous avons la profondeur moyenne des océans qui est H = 4 km, et une longueur horizontale L = 10 000 km. L'océan est donc considéré comme une couche très fine à la surface de la Terre. De plus, la variation de sa masse volumique sera prise nulle. Les variations des vitesses horizontales selon la verticale sont nulles ($\partial_z u = \partial_z v = 0$) (on néglige la friction du fond et l'effet du vent). Ce qui nous donne finalement les équations de Shallow Water :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + g\frac{\partial \eta}{\partial x} = \nu \nabla^2 u$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + g\frac{\partial \eta}{\partial y} = \nu \nabla^2 v$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left[(H+\eta)\,u\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[(H+\eta)\,v\right] = 0$$

Avec u et v, respectivement les composantes zonales et méridionales de la vitesse, η la hauteur de la surface libre de l'océan, H la profondeur et ν la viscosité cinématique de l'eau. Nous avons tout d'abord modélisé numériquement ces équations linéarisées et en une dimension :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + g\frac{\partial \eta}{\partial x} = \nu \nabla^2 u$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left[(H+\eta)\,u\right] = 0$$

Nous avons choisi d'utiliser la méthode d'Euler explicite pour résoudre numériquement ces équations. Les dérivées dans l'espace ont été prises centrées. Les conditions aux bords ont été prises telles que d'un côté c'est l'océan et de l'autre la côte, étant considéré comme un mur réfléchissant.

Nous avons ensuite utilisé la méthode de Rung Kutta explicite à l'ordre 4 pour obtenir encore plus de stabilité.

Pour la suite, nous explorerons les différentes conditions aux bords possibles. Nous étendrons la résolution numérique de ces équations de une à deux dimensions.