

Examen 4

Análisis y Diseño de Algoritmos

2 de agosto de 2021

Indicaciones específicas:

- Duración: 120 minutos
- Por cada pregunta resuelta, debe entregar en canvas un archivo (png, jpg, jpeg) con el número de pregunta. Está prohibido entregar un archivo que contiene resoluciones de distintas preguntas
- **NO** se permite el uso de calculadoras, copias, apuntes ni libros

Ejercicio 1 (3.5 ptos). Una secuencia de n operaciones es ejecutada sobre cierta estructura de datos, de manera tal que la operación cuesta i , cuando i es una potencia de 2, y 1 en caso contrario.

¿Cual es el costo amortizado, en notación O-grande, de cada operación? Justifique adecuadamente **usando el método de recargas**.

Ejercicio 2 (3.5 ptos). Diseñe un algoritmo que

Recibe un grafo no dirigido G con longitudes ℓ no negativas en las aristas y dos subconjuntos S, T de $V(G)$, y devuelve la distancia de S a T , es decir, la longitud de un camino mínimo que comienza en algún vértice en S y termina en algún vértice en T . Formalmente, deberá devolver $\max\{dist(s, t) : s \in S, t \in T\}$, donde $dist(u, v)$ guarda la longitud de un camino mínimo de u a v .

Su algoritmo deberá tener tiempo de ejecución $O((n + m) \lg n)$, donde n y m son el número de vértices y aristas del grafo, respectivamente. (Pista: modifique una versión del algoritmo de Dijkstra) Debe describir brevemente cual es la idea de su algoritmo, diseñarlo en pseudocódigo y justificar brevemente por qué funciona.

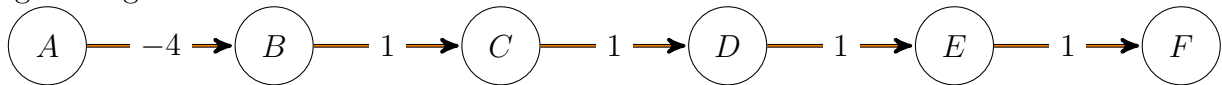
Ejercicio 3 (3 ptos). Diseñe un algoritmo que

Recibe un árbol no dirigido G con pesos w en las aristas y un vértice s , y devuelve el peso máximo desde s hacia un vértice. Más formalmente, se pide

$$\max\{w(P) : P \text{ es un camino desde } s \text{ hacia algún vértice } x\}$$

Su algoritmo deberá tener tiempo de ejecución $O(n)$, donde n es el número de vértices del árbol. Debe describir brevemente cual es la idea de su algoritmo, diseñarlo en pseudocódigo y justificar por qué funciona.

Ejercicio 4 (2 pts). Suponga que queremos encontrar las distancias desde el nodo A en el siguiente grafo:

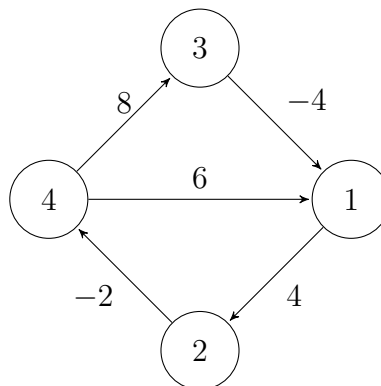


Señale un orden de procesamiento de las aristas en donde el algoritmo de Bellman-Ford tarda 5 iteraciones en encontrar las distancias correctas. Señale un orden de procesamiento de las aristas en donde el algoritmo de Bellman-Ford tarda 1 iteración en encontrar las distancias correctas. Justifique brevemente por qué sus elecciones son correctas.

Ejercicio 5 (2 pts). Responda brevemente justificando su respuesta:

- ¿En qué situación es conveniente correr Dijkstra para encontrar caminos mínimos entre todos los pares?
- Verdadero o Falso: si en un grafo con pesos incrementamos el peso de cada arista en 1, un camino mínimo en el grafo original también lo es en el nuevo grafo.

Ejercicio 6 (4 pts). Considere el siguiente grafo



- (a) Ejecute el algoritmo $O(n^3 \lg n)$ visto en clase para encontrar caminos mínimos entre todos los pares. **Debe mostrar todas las matrices intermedias**
- (b) Ejecute el algoritmo $O(n^3)$ visto en clase para encontrar caminos mínimos entre todos los pares. **Debe mostrar todas las matrices intermedias.**

Ejercicio 7 (3.5 pts). Evaluación continua