

Análisis Probabilístico

Probabilidades:

Una variable aleatoria (v.a.) X es una función $X: S \rightarrow \mathbb{R}$

Esta función asocia cada número real a cada posible salida del experimento.

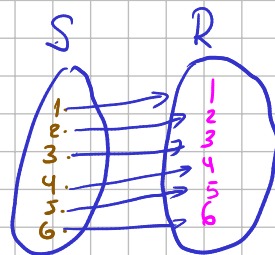
E.g

Experimento de lanzar un dado. $S = \{1, \dots, 6\}$

Una v.a. podría ser $X(1)=1, X(2)=2, X(3)=3, X(4)=4, X(5)=5, X(6)=6$.

que representa el número que sale en el dado.

Otra podría ser $X(1)=X(2)=X(3)=0, X(4)=X(5)=X(6)=1$,
que corresponde si el número es ≥ 3 .



E.g

Experimentos de lanzar 2 dados $S = \{1, 2, \dots, 6\} \times \{1, 2, \dots, 6\} = \{11, 12, 13, \dots, 66\}$

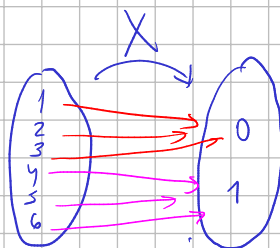
Una v.a. podría ser $X(i,j) = i+j$.

que representa el resultado total de lanzar 2 dados.

Otra v.a. $X(i,j) = \max\{i,j\}$

Notación

$$\{s \in S : X(s) = x\} = X = x$$



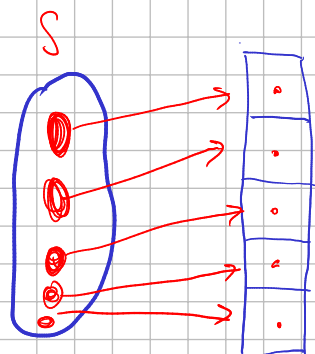
EVENTO

$X=0$ sería $\{s \in S : X(s) = 0\} = \{1, 2, 3\}$

$X=1$ sería $\{4, 5, 6\}$

En el ejemplo de lanzar 2 dados y $X(i,j) = \max\{i,j\}$

$X=3$ sería $\{13, 31, 32, 23, 33\}$



PROBABILIDAD

DE UN EVENTO

$$Pr\{X=x\} = \frac{|X=x|}{|S|}$$

$$Pr\{X=0\} = \frac{|X=0|}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

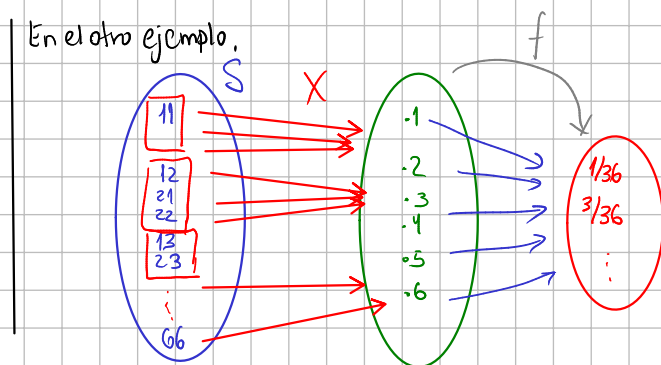
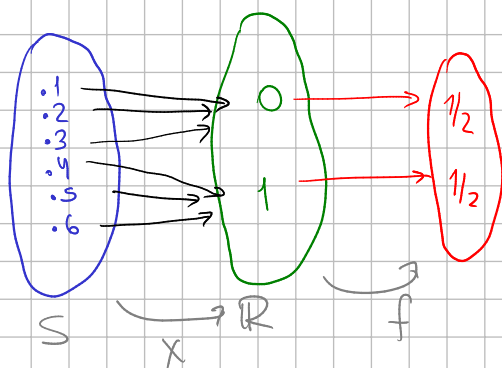
En el ejemplo de lanzar 2 dados, en $X(i,j) = \max\{i,j\}$

$$\Pr\{X=3\} = \frac{5}{36}$$

Prop

$$\Pr\{X=x\} = \sum_{s \in S: X(s)=x} \Pr\{s\}, \text{ donde } \Pr\{s\} = \frac{1}{|S|}$$

Función de probabilidad: $f(x) = \Pr\{X=x\}$



Prop: $\sum_x f(x) = 1$

ESPERANZA: (valor esperado) de una v.a X es

$$E[X] = \sum_x x f(x)$$

En el ejemplo,

$$E[X] = 1 \cdot f(1) + 2 \cdot f(2) + 3 \cdot f(3) + 4 \cdot f(4) + 5 \cdot f(5) + 6 \cdot f(6) \\ = 1 \cdot \frac{1}{36} + 2 \cdot \frac{3}{36} + \dots$$

CORMEN

Probabilistic Analysis & Randomized Analysis

RANDOM ALGORITHM: Algoritmo que depende su input y un generador de números random.

El análisis de tiempo de ejecución, tomamos la expectativa del tiempo de ejecución sobre la distribución de los valores devueltos por el generador RANDOM.

Analizamos:

Θ \Rightarrow DISTRIBUCION sobre inputs.

Expected Value \rightarrow Cuando el algoritmo toma DECISIONES ALEATORIAS