

Examen 4

Análisis y Diseño de Algoritmos

3 de marzo de 2022

Indicaciones específicas:

- Duración: 120 minutos
- **NO** se permite el uso de calculadoras, copias, apuntes ni libros

Ejercicio 1 (3 ptos). Queremos codificar un archivo cuyo contenido es la siguiente cadena:

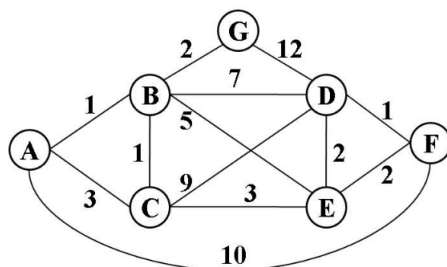
aaabbbbccccccddddddeefffggggghhhhhhhh.

- Muestre el resultado **final** (el árbol y las codificaciones asociadas) luego de correr la implementación $O(n \lg n)$ de Huffman (no necesita mostrar pasos intermedios).
- Indique cuál es el peso del archivo codificado y compárelo con el peso de un archivo codificado usando una cantidad fija de bits para cada carácter. ¿Existe una mejora?

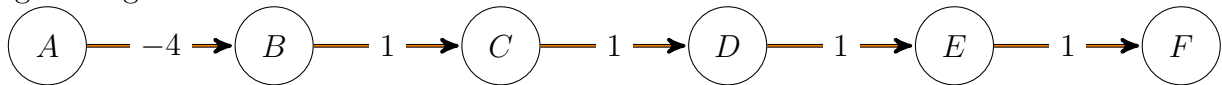
Ejercicio 2 (2.5 ptos). Dé un ejemplo de un grafo no dirigido G , sin pesos en las aristas, un vértice raíz s , y un conjunto de aristas en G que forman un árbol T , tal que el (único) camino de s a v en T es un camino mínimo en G , para cualquier vértice v de G . Sin embargo, dicho árbol T nunca puede ser producido por el algoritmo BFS, sin importar como permutemos los vértices en cada lista de adyacencia. Sugerencia: basta usar 5 vértices.

Ejercicio 3 (2.5 ptos). Escriba el pseudocódigo del algoritmo DFS-BICOL visto en clase. Este algoritmo recibe un grafo G (no necesariamente conexo) y devuelve verdadero si el grafo es bicolorable y falso en caso contrario.

Ejercicio 4 (3 ptos). Muestre el valor del vector **dist** en cada iteración del algoritmo de Dijkstra, a partir del nodo A , y suponiendo que los vecinos de un vértice son procesados en orden alfabético. Muestre también el árbol de parentesco generado.

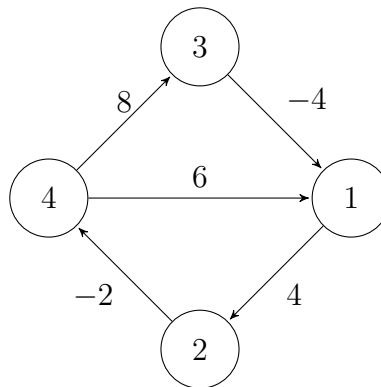


Ejercicio 5 (2 ptos). Suponga que queremos encontrar las distancias desde el nodo A en el siguiente grafo:



Señale un orden de procesamiento de las aristas en donde el algoritmo de Bellman-Ford tarda 5 iteraciones en encontrar las distancias correctas. Señale un orden de procesamiento de las aristas en donde el algoritmo de Bellman-Ford tarda 1 iteración en encontrar las distancias correctas.

Ejercicio 6 (4 ptos). Considere el siguiente grafo



- Ejecute el algoritmo $O(n^3 \lg n)$ visto en clase para encontrar caminos mínimos entre todos los pares. **Debe mostrar todas las matrices intermedias**
- Ejecute el algoritmo $O(n^3)$ visto en clase para encontrar caminos mínimos entre todos los pares. **Debe mostrar todas las matrices intermedias.**

Ejercicio 7 (3 ptos). Sea G un grafo dirigido con pesos w en las aristas. Considere el algoritmo de Johnson sobre G . Sea h la función que asigna valores reales a los vértices de G encontrada en la primera fase del algoritmo de Johnson. Sea w' la función de pesos resultante de la segunda fase del algoritmo de Johnson. Es decir, luego de adicionar el valor $h(u) - h(v)$ en cada arista uv de G .

Demuestre la siguiente propiedad. Sea C un ciclo en G con 5 vértices. Demuestre que si C tiene peso 0 (es decir, la suma de pesos en sus aristas es cero), entonces $w'(uv) = 0$ para toda arista uv de C .