Développements limités

Jérémy Meynier

Exercice 1

Donner le développement limité à l'ordre 3 au voisinage de 3 de $g(x) = \sqrt{1+x}$

Exercice 2

Donner le développement limité à l'ordre 5 en 0 de $f(x) = \exp(\tan(x))$

Exercice 3

Soit $f(x) = \frac{1}{x^2}(\frac{\ln(1+x)+\ln(1-x)}{x^2} + 1)$. Déterminer $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

Exercice 4

Déterminer le développement asymptotique à l'ordre 4 de $\ln(x + \sqrt{1+x^2})$

Exercice 5

1. Montrer qu'il existe $x_n \in]n\pi - \frac{\pi}{2}, n\pi + \frac{\pi}{2}[$ tel que $\tan(x_n) = x_n$
2. Donner un développement asymptotique à 3 termes de x_n

Exercice 6

Soit $f : x \in \mathbb{R}^{+*} \mapsto x - \ln(x)$

1. Soit $n \geq 2$. Montrer $f(x) = n$ possède 2 solutions u_n et v_n avec $u_n \in]0, 1[$ et $v_n \in]1, +\infty[$
2. Montrer que $v_n = n + \ln(n) + \frac{\ln(n)}{n} + o(\frac{\ln(n)}{n})$
3. Montrer que $u_n = e^{-n} + e^{-2n} + o(e^{-2n})$

Exercice 7

Soit $f(x) = e^x + x$

1. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$ $f(x) = n$ possède une unique solution sur $\mathbb{R}^+$, que l'on nomme u_n
2. Donner un développement asymptotique à 2 termes de u_n

Exercice 8

Soit $u_n = \sqrt{n + \sqrt{n - 1 + \sqrt{\dots \sqrt{1 + \sqrt{0}}}}}$

1. Expliciter une relation entre u_n et u_{n-1}
2. Faire un développement limité à l'ordre 3 de u_n