Continuité/Dérivation

Jérémy Meynier

Exercice 1

Déterminer les $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ continues en 0 tel que $\forall x \in \mathbb{R},\ f(2x) = f(x)$

Exercice 2

Trouver les fonctions f continues sur $\mathbb{R}/\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2,\ f(x + y) = f(x) + f(y)$

Exercice 3

Existe t'il des fonctions $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ continues tel que $\forall x \in \mathbb{R},\ f(-f(x)) = x$

Exercice 4

Soient $f, g : [a, b] \to \mathbb{R}$ continues et tel que $\forall x \in [a, b],\ f(x) < g(x)$. Montrer qu'il existe α tel que $\forall x \in [a, b],\ f(x) \leq g(x) - \alpha$

Exercice 5

Soit $f \in C^0([0, 1], \mathbb{R})$, et $(x_1, \cdots, x_n) \in [0, 1]^n$. Montrer qu'il existe $c \in [0, 1]$ tel que
$f(c) = \dfrac{f(x_1) + \cdots + f(x_n)}{n}$