Complexes

Jérémy Meynier

Exercice 1

Prouver à l'aide des complexes que $\cos(p) + \cos(q) = 2\cos(\frac{p+q}{2})\cos(\frac{p-q}{2})$

Exercice 2

Linéarisation et calcul de $\sum_{k=0}^{n} \cos(kt)$

Exercice 3

Trouver les $z \in \mathbb{C}$ tel que $z^2 = 3 + i$

Exercice 4

Trouver les $z/in\mathbb{C}$ tel que $(z+i)^n = (z-i)^n$

Exercice 5

Soit $f(z) = \frac{z+1}{z-i}$.

1. Donner l'ensemble des $z \in \mathbb{C}$ tels que $f(z) \in \mathbb{R}$
2. Donner l'ensemble des $z \in \mathbb{C}$ tels que $|f(z)| = 2$

Exercice 6

Montrer que $|u+v|^2 + |u-v|^2 = 2(|u|^2 + |v|^2)$

Exercice 7

Calculer, pour $\alpha \in \mathbb{R}$ avec $\cos(\alpha) \neq 0$, $A_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{\cos(k\alpha)}{\cos^k(\alpha)}$ et $B_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{\sin(k\alpha)}{\cos^k(\alpha)}$

Exercice 8

Résoudre $z^2 - (4+2i)z + (11+10i) = 0$

Exercice 9

Donner une condition nécessaire et suffisante sur $(a, b) \in \mathbb{C}^2$ pour que les solutions de $z^2+az+b = 0$ soient imaginaires pures.