

Curriculum Vitæ de Jérémy Rouot

Date de ce fichier : 7 avril 2021

Contact

Nom : Jérémy Rouot
Date de naissance : 07.03.1990
Nationalité : Française
  tat civil : Célibataire
Titre : Docteur en Mathématiques
Adresse électronique : jeremy.rouot@tutanota.com
Page WEB : <https://jeremyrouot.github.io/homepage/>
ISEN
Adresse professionnelle : 20 Rue Cuirassé Bretagne,
29200 Brest.

Mots-clés

- **Analyse des systèmes hamiltoniens discontinus** : principe du maximum de Pontryaguine
- **Calculs des contrôles optimaux** : boucle ouverte, synthèse optimale
- **Méthodes numériques en contrôle optimale** : méthodes directes, méthodes indirectes, méthode globale (cadre semi-algébrique)
- **Optimisation globale polynomiale** : méthode des moments, programmation semi-définie positive.
- **Algorithmes en optimisation** : méthode de points intérieurs, descente de gradient, régions de confiance, gradient conjugué, lagrangien augmenté
- **Conditions nécessaires et suffisantes d'optimalité** : théorie et implémentation numérique (  quations aux variations, méthodes de tir et de continuation), cas des contrôles périodiques
- **Contrôle optimal échantillonné** : contrôle constant par morceaux avec subdivision finie
- **Théorie géométrique du contrôle** : géométrie sous-analytiques, formes normales, synthèse optimale
- **Intégrabilité des systèmes hamiltoniens** : fonctions elliptiques
- **Observabilité** : estimation de variables, contrôle boucle fermée (Model Predictive Control)
- **Données Fonctionnelles et Transport Optimal** : opérateurs de covariance, normes d'opérateurs, analyse en composantes principales non linéaire, classification.

Applications. *Imagerie par résonance magnétique · Nage de planctons · Transfert orbital · Stimulation musculaire · Graphe réactionnel · Analyse du langage*

1. Parcours

Situations Professionnelles

- 2019–2021** Enseignant-chercheur à ISEN (Brest)
Membre associé de l'équipe MCTAO (INRIA), de l'équipe SPOC (IMB, Dijon) et de l'équipe Analyse, Phénomènes Stochastiques et Applications (LMBA, Brest).
- 2017–2019** Enseignant-chercheur à EPF:   cole d'Ingénieur-e-s (Troyes).
- 2016–2017** Membre de l'équipe Méthodes et Algorithmes pour le Contrôle (LAAS-CNRS, Toulouse)
Travail post-doctoral sous la direction de Jean-Bernard Lasserre et Didier Henrion.

Diplômes

- 2013–2016** Thèse à l'INRIA (Sophia Antipolis), sous la direction de Bernard Bonnard et Jean-Baptiste Pomet.
Sujet : méthodes géométriques et numériques en contrôle optimal et applications au transfert orbital    poussée faible et à la nage à faible nombre de Reynolds.
Soutenance à l'Université Côte-d'Azur le 21 novembre 2016. Mention très honorable.
Jury : Président : Marius Tucsnak. Rapporteurs : Ugo Boscain, Emmanuel Trélat. Examinateurs : François Alouges, Piernicola Bettiol, Richard Epenoy.

2010–2013 Diplôme Ingénieur ENSIMAG (Grenoble).

Implication dans les projets

- 2020–** Co-encadrement d'une thèse en cotutelle avec l'école SUP'COM (Tunis) en données fonctionnelles et transport optimal
- 2019–** Membre d'un projet PGMO : Projet Contrôle et Stimulation Musculaire
- 2018–** Membre d'un projet PEPS (labex AMIES) : Projet Contrôle et Stimulation Musculaire
- 2017–2018** Membre du projet PGMO : Techniques algèbro-géométriques avec des applications au contrôle optimal global pour l'imagerie par résonance magnétique
- 2017** Membre du projet ERC-TAMING : <http://taming.laas.fr/>
- 2013-2016** Thèse financée par la région Provence-Alpes-Côte d'Azur et par le CNES (Toulouse)

2. Compétences informatique

Général : C, C++, Fortran, Java, Caml

Calcul numérique et formel : Python, Julia, R, Scilab, Matlab, Mathematica, Maxima, SageMath

Calcul parallèle : OpenMP, MPI (C++)

Logiciels : HamPath, BOCOP, GloptiPoly, YALMIP, FreeFem++

Sciences des données : Python (Keras, Tensorflow, Pandas), R, Julia

Réseau : Certification Cisco : Routing and Switching

WEB : HTML, CSS, JavaScript, PHP

3. Responsabilités collectives

- 2018–2019** Responsable du module Statistiques et Sciences des données de troisième année pour les trois campus de EPF: École d'Ingénieur-e-s .
- Nov. 2018** Responsable pédagogique d'un séjour pédagogique et culturel de cinq semaines pour l'accueil d'étudiants de l'université d'Amity à EPF: École d'Ingénieur-e-s .
- 2018–2019** Responsable d'une collaboration entre EPF: École d'Ingénieur-e-s et l'Université d'Aalto (Finlande) pour le développement de problèmes mathématiques en Sciences des Données, Analyse numérique avec le plugin Moodle *Stack*. Partage avec les instituts membres du projet Abacus (<https://abacus.aalto.fi/>).
- 2017–2019** Responsable de la formation mathématiques à distance d'élèves pour le concours d'entrée à EPF: École d'Ingénieur-e-s .
- 2017–2019** Membre d'une cellule de bénévoles pour le développement de méthodes pédagogiques innovantes à EPF: École d'Ingénieur-e-s .
- 2016–...** Reviews pour *International Journal of Control, Networks and Heterogeneous Media*, *Acta Applicandae Mathematicae* et des revues de conférences telles que *Conference on Decision and Control*, *International Federation of Automatic Control*.
- 2015–2016** Organisateur du séminaire doctorants hebdomadaire de l'École doctorale Carnot Pasteur, Institut Mathématiques de Bourgogne, 2015-2016.
- 2013–...** Animateur de stands, posters pour diverses manifestations : fête de la science (2014 et 2015 à UBFC et 2018 à EPF: École d'Ingénieur-e-s , une dizaine de portes ouvertes pour EPF: École d'Ingénieur-e-s et ISEN Brest)

4. Activités de recherche

Les planches des différents exposés sont accessibles sur ma page personnelle, dans la section "Publications" puis sous-section "Documents Associated with Scientific Events" : <https://jeremyrouot.github.io/homepage/>

4.1 Communications orales en conférences nationales ou internationales.

- Déc. 2019** Conférence, *Optimization of chemical batch reactors using temperature control*, **59th IEEE Conference on Decision and Control**, Nice.
- Juil. 2019** Conférence, *Optimization of chemical batch reactors using temperature control*, **International Congress on Industrial and Applied Mathematics**, Valence, Espagne.
- Sep. 2018** Conférence, *Geometric and numerical methods in optimal control for the time minimal saturation*, **Dynamics, Control, and Geometry**, Varsovie, Pologne.
- Sep. 2017** Conférence, *Averaging for minimum time control problems and applications*, **18th French - German - Italian Conference on Optimization**, Paderborn, Allemagne.
- Juil. 2017** Conférence, *Sub-Riemannian geometry and swimming at low Reynolds number*, **New Horizons in Optimal Control**, Porto, Portugal.
- Juil. 2017** Conférence, *Optimal Control Theory and the Efficiency of the Swimming Mechanism of the Copepod Zooplankton*, **IFAC 2017 World Congress**, Toulouse.
- Juin 2017** Congrès *Optimal control theory, sub-Riemannian geometry and swimming of copepod*, **SMAI 2017 - 8e Biennale Française des Mathématiques Appliquées et Industrielles**, Ronces-les-Bains.
- Mars 2016** Journées *Geometric optimal control for microorganisms*, **SMAI-MODE 2016**, ENSEEIHT, Toulouse.
- Jan. 2016** Conférence *Purcell swimmer vs Copepod swimmer*, **10th International Young Researcher Workshop on Geometry**, Mechanics and Control, Institut Henri Poincaré, Paris, France.
- Déc. 2016** Conférence *A Numerical Approach to the Optimal Control and Efficiency of the Copepod Swimmer*, **55th IEEE Conference on Decision and Control**, Las Vegas, USA.
- Août 2015** Conférence *Optimal Control of an Ensemble of Bloch Equations with Applications in MRI*, **Nonlinear Control and Geometry**, Stefan Banach Center, Będlewo, Pologne.

4.2 Communications orales lors de séminaires et groupes de travail.

- Oct. 2020** Séminaire d'Analyse non linéaire et Optimisation du LMA, Avignon.
- Oct. 2020** Séminaire IMB de l'Équipe Statistique, Probabilités, Optimisation et Contrôle, Dijon.
- Juin. 2020** Séminaire LMBA de l'Équipe Analyse, Phénomènes Stochastiques et Applications, Brest.
- Jan. 2020** Séminaire INRIA de l'Équipe Valse, Lille, France.
- Jan. 2018** Séminaire d'Équipe, EPF: École d'Ingénieur-e-s, Troyes, France.
- Juin 2017** Séminaire d'Équipe, Laboratoire de Mathématiques (UBO, Brest).
- Mars 2017** Séminaire Équipe Méthodes et Algorithmes de Commande (LAAS-CNRS, Toulouse, France).
- Sep. 2016** Rencontres Équipes INRIA McTAO - INRIA Mokaplan, INRIA-Paris, Paris, France.
- Déc. 2015** Séminaire Doctorants, IRMA, Strasbourg.
- Oct. 2015** Séminaire Doctorants, Mathematisches Institut-Universität Basel, Suisse.
- Mai 2015** 16ièmes Journées de l'École Doctorale Carnot-Pasteur, Université de Bourgogne Franche-Comté, Dijon.
- Déc. 2014** Séminaire Doctorants, Institut de Mathématiques de Bourgogne, Dijon.
- Mai. 2014** Séminaire Doctorants, Institut de Mathématiques de Bourgogne, Dijon.

4.3 Communications orales lors de conférences dont je suis co-auteur.

- Sep. 2019** B. Bonnard (avec T. Bakir & J. Rouot), *Two Optimization Methods for Optimal Muscular Force Response to Functional Electrical Stimulations*, 19th French-German-Swiss conference on Optimization, Nice.
- Mars 2019** B. Bonnard (avec T. Bakir & J. Rouot), *Graphs, Singularity Theory and Optimal Control of Chemical Reaction Networks*, AMS conference, University of Hawaii, Manoa.

- Nov. 2018** O. Cots (avec B. Bonnard, J. Rouot & T. Verron), *Geometric and numerical methods in the saturation problem of an ensemble of spin particles*, PGMO Days à EDF Labs Paris-Saclay, Paris.
- Sep. 2018** B. Bonnard (avec B. Bettiol, M. Chyba, J. Rouot & D. Takagi), *Sub-Riemannian geometry, Hamiltonian dynamics, micro-swimmers, Copepod nauplii and Copepod robot*, Dynamic, Control and Geometry, Varsovie.
- Juin 2017** B. Bonnard (avec P. Bettiol & J. Rouot), *Optimal control theory, sub-Riemannian geometry and the swimming problems at low Reynolds number*, Mathematical Control Theory, with a special session in honor of Gianna Stefani, Porquerolles.
- Juin 2017** T. Verron (avec B. Bonnard, O. Cots & J. Rouot), *Méthodes algébriques pour le contrôle optimal en Imagerie à Résonance Magnétique*, 8ième Biennale Française des Mathématiques Appliquées et Industrielles (SMAI), La Tremblade.
- Août 2015** J.-B. Pomet (avec J.-B. Caillau & J. Rouot) *On averaging techniques in control, Finsler geometry and low thrust orbital transfer*, Nonlinear control and geometry, Bedlewo, Poland.

4.4 Communications orales dans une session Posters en conférence.

- Nov. 2015** *Lunar perturbation of the metric associated to the averaged orbital transfer*, Poster pour la conférence "Variational methods in Imaging and geometric control", Linz.
Poster : <https://jeremyrouot.github.io/homepage/file/ricam.pdf>

4.5 Diffusion de l'information scientifique

- Journées Portes Ouvertes ISEN en 2019, 2020.
- Journée de vulgarisation scientifique à EPF: École d'Ingénieur-e-s : "Opération Essai", 2019. J'ai présenté le lien entre les Mathématiques et la Société à des lycéens de la ville de Troyes. Le but était de les sensibiliser sur l'importance des mathématiques dans notre société et les défaire des préjugés à l'égard du sens donné aux mathématiques.
Planches : https://jeremyrouot.github.io/homepage/file/maths_et_societe.pdf
- Fête de la Science 2018, EPF: École d'Ingénieur-e-s .
Animation d'un stand de robotique et programmation à un jeune public (jusqu'à 12 ans).
Vidéo de l'évènement par EPF: École d'Ingénieur-e-s : <https://bit.ly/32H9x55>
- Journées Portes Ouvertes EPF: École d'Ingénieur-e-s en 2017, 2018 et 2019.
Animation d'un atelier "Lego Mindstorm" pour la découverte de la robotique et la programmation à des élèves du lycée.
- Journées Portes Ouvertes Université de Bourgogne en 2014 et 2015, Dijon.
Animation d'un stand "Films de savon et surfaces minimisantes".
- Fête de la Science "Matière et Lumière" 2014, Dijon. J'ai réalisé un poster sur *Les Caustiques*.
Poster : <https://jeremyrouot.github.io/homepage/file/fete2014.pdf>

5. Synthèse des travaux de recherche

5.1 Description globale

Durant ma thèse, j'ai établi des méthodes algèbro-géométriques générales pour développer des algorithmes de calculs (formels et numériques) pour le contrôle optimal en vue de résoudre des applications non académiques : le problème de nage de planctons, de saturation de spins pour l'imagerie par résonance magnétique et de transfert orbital à poussée faible. Ces problèmes étudiés sont modélisés par un **système de contrôle en dimension finie**. Typiquement, pour les problèmes standard (contrôles permanents), la pierre angulaire est le *principe du maximum de Pontryaguine* qui donne des conditions nécessaires d'optimalité formant un système extrémal composé d'un système dynamique Hamiltonien et de conditions de transversalité.

La résolution (analytique ou numérique) de ce système extrémal est difficile pour les applications considérées. Le lien entre les applications étudiées est renforcé par la méthode mise en œuvre pour résoudre ce système extrémal : **déterminer des modèles simplifiés** (via des *formes normales* en géométrie sous-Riemannienne, techniques de moyennisation pour les systèmes périodiques, calculs sous-analytique, fonc-

tions elliptiques). L'étude mathématique de ces systèmes est alors plus simple et renseigne des propriétés du système initial.

Plusieurs méthodes numériques cruciales ont été développées, parmi lesquelles des **méthodes indirectes** qui résolvent le problème aux deux bouts, sous-jacent au système extrémal, avec un algorithme de type Newton. Ces méthodes, sensibles à l'initialisation, ont été complémentées par des **méthodes directes** (non basées sur le principe du maximum de Pontryaguine), des **méthodes de continuation** et des **méthodes globales**. Aussi, je me suis intéressé aux **conditions nécessaires d'optimalité du second ordre** consistant à calculer le *lieu conjugué*, c'est à dire le lieu où les trajectoires perdent leur optimalité locale, et aux **conditions suffisantes d'optimalité du second ordre dans le cas des systèmes périodiques** où les minimiseurs ne sont pas uniques. L'étude de ces conditions a permis de calculer le minimiseur global pour le problème de nage (voir [10]). Ces méthodes pour le problème de nage de planctons et de saturation pour l'imagerie par résonance magnétique ont fait l'objet d'un ouvrage [1].

Lors de mon post-doctorat (LAAS-CNRS), j'ai fait le lien, pour des systèmes de contrôle semi-algébriques, entre ces méthodes locales et des méthodes globales basées sur une reformulation du problème de contrôle optimal comme un problème de programmation linéaire sur les mesures résolu numériquement par une hiérarchie de problèmes d'**optimisation semi-définie positive**. Cette hiérarchie permet de calculer une **approximation de l'extremum global** et donc de valider les calculs obtenus par les méthodes locales (directe et indirecte). Il existe de nombreuses variantes de ces méthodes et j'ai implémenté deux de ces méthodes globales pour le problème de saturation de spins en contrôle optimal [5].

Aussi, je me suis intéressé au problème de contrôle optimal inverse dans le contexte semi-algébrique. Le but est de construire un coût lagrangien à partir d'un ensemble de trajectoires optimales données. L'équation de Hamilton-Jacobi-Bellman est utilisée comme un certificat de sous-optimalité de ces trajectoires. Puis, j'ai conçu un algorithme basé sur la **méthode des moments** pour calculer un lagrangien polynomial associé à un jeu de trajectoires optimales données [17].

À EPF: École d'Ingénieur-e-s, je me suis intéressé au contrôle des impulsions électriques pour la réhabilitation musculaire. Dans ce problème, le **contrôle est une fonction constante par morceaux sur une subdivision finie**. J'ai utilisé les conditions nécessaires d'optimalité du premier ordre spécifiques pour calculer les **contrôles optimaux avec une méthode numérique indirecte** (qui a été comparée avec des méthodes directes). Ces conditions prennent la forme d'un système d'*inégalités différentielles variationnelles* que j'ai résolu avec un algorithme de points intérieurs [4,3]. J'ai utilisé des algorithmes de commande prédictive pour calculer des contrôles sous-optimaux basés sur un **observateur non linéaire** pour calculer les **contrôle sous-optimaux en boucle fermée**. Cette étude a permis une collaboration entre Segula Technologies avec notamment une thèse cife pour la conception d'un électrostimulateur. Je m'y suis vivement impliqué et j'ai déterminé une méthode de calcul des contrôles optimaux temps réel basée sur une approximation de l'application entrée sortie et des algorithmes d'optimisation (type point intérieur) [21].

Récemment, avec B. Bonnard, je m'intéresse à l'**optimisation d'une classe de graphes réactionnels en contrôlant la température**. Ce graphe a été introduit par Feinberg-Horn-Jackson et la modélisation dynamique sur le graphe est donnée par les lois d'action de masse où d'importants travaux ont permis de montrer des relations entre la **topologie du graphe et la dynamique associée** (Feinberg, 1972; Horn and Jackson, 1972). Des travaux antérieurs en contrôle optimal, sur des graphes réactionnels plus simples, ont montré qu'expérimentalement, l'optimisation de la température permettait un gain de 15% (Bonnard and Launay, 1998).

Le graphe réactionnel de McKeithan, considéré dans nos travaux, est pertinent pour des applications industrielles et donne lieu à des publications importantes [6,12]. L'objectif était d'analyser les singularités de la fonction valeur d'un problème de contrôle temps minimal non linéaire. Ces singularités ont été approchées par des ensembles sous-analytique géométrique via la nilpotentisation des champs de vecteurs. Pour ce faire, j'ai **automatisé** par le calcul des formes normales, de la *surface singulière*, des *lieux de commutations*, des *lieux conjugués* et des *lieux de coupures* avec un programme `Mathematica` présenté dans [12], ce qui permet de déduire les **contrôles optimaux (locaux) en boucle fermée**. D'un point de vue général, notre but est d'étudier les singularités de la fonction valeur en vue de résoudre l'**équation de Hamilton-Jacobi-Bellman** (méthode indirecte et homotopique).

À l'ISEN, de nouvelles collaborations m'ont permis d'ouvrir mes domaines de recherche en données fonctionnelles et transport optimal pour l'analyse de la parole. Je co-encadre, avec M. Saumard (ISEN), la thèse de M. Sayari débutée en 2021 (en cotutelle avec Sup'Com, Tunis) visant à utiliser la géométrie des espaces des *opérateurs de covariance* et des méthodes de **transport optimal** pour classer des **données fonctionnelles** avec une application à l'analyse de la parole.

Simplification des modèles complexes. Les modèles que j’ai considéré dans mes applications sont compliqués pour mener des calculs analytiques (calculs de crochets de Lie, calculs des contrôles singuliers, ...). J’ai utilisé plusieurs méthodes pour définir un système simplifié à un système complexe :

- Pour le problème de transfert orbital à poussée faible en temps minimal, on s’intéresse à des systèmes dynamiques sous la forme

$$\begin{aligned}\dot{I}(t) &= \varepsilon f(I(t), \varphi(t)) \\ \dot{\varphi}(t) &= \omega(I(t)) + \varepsilon g(I(t), \varphi(t))\end{aligned}\tag{1}$$

qui mettent en jeu une concurrence entre des variables périodiques rapides φ et des variables lentes perturbées de manière régulière ($\varepsilon \ll 1$). On a défini un système simplifié obtenu par **moyennisation par rapport à la variable rapide**. J’ai montré, avec J.-B. Caillau et J.-B. Pomet la convergence entre les trajectoires du système non moyenné vers les trajectoires du système moyenné.

Puis, j’ai ajouté un champ de vecteurs de dérive au modèle moyenné (modélisant des perturbations physiques comme par exemple le terme J_2 du développement du potentiel gravitationnel terrestre) et me suis intéressé au problème de contrôle temps minimal associé au problème de transfert orbital. Le système moyenné avec dérivé définit une *métrique de Finsler* sur l’espace des orbites paramétrée par l’amplitude de la perturbation. J’ai calculé analytiquement la valeur du paramètre critique correspondant au cas où la métrique perturbée n’est plus une métrique de Finsler et montré numériquement que la fonction valeur (qui est le temps de transfert) perd sa régularité C^1 pour cette valeur critique. En outre des résultats présentent des liens entre cette valeur critique et la contrôlabilité du système [16].

- pour le problème de nage de planctons, le but est d’approcher des objets géométriques avec des ensembles sous-analytiques. J’ai montré que le modèle nilpotent du modèle du Purcell était le *modèle de Cartan* [11]. J’ai ensuite intégré ce modèle simplifié dans la classe des *fonctions elliptiques*, valable pour les nages à faible amplitudes, ce qui m’a permis de montrer l’existence de deux types de nage : en huit et en boucle simple. Pour le modèle de copépode, il s’agit du modèle nilpotent de Heisenberg. J’ai calculé le **centre de nage avec un programme formel en Mathematica** en réduisant le modèle de copépode au modèle de Heisenberg d’ordre 0 (voir [8]).
- pour le problème de stimulation musculaire, on se place dans le contexte du **contrôle échantillonné**. J’ai apporté plusieurs simplifications aux modèles de contraction musculaires : d’abord une étude de sensibilité des variables en calculant les champs de Jacobi [2], une analyse mathématique fine des fonctions de Hill (Michaelis and Menten, 1913) – qui sont des fonctions convexes par morceaux apparaissant dans les modèles de contraction musculaire. Dans le cadre de la conception d’un électrostimulateur musculaire, j’ai calculé une approximation de l’application entrée-sortie du problème de contrôle optimal échantillonné visant à calculer les amplitudes et les temps d’impulsions optimaux en **temps réel** [21].
- pour expliquer le phénomène de *turnpike* en contrôle optimal des graphes réactionnels, j’ai calculé une forme semi-normale (en m’inspirant du phénomène de “pont” observé pour le problème de saturation de spins dans [5]), en montrant une configuration où se phénomène se produit [15]. De même, j’ai proposé un modèle local pour l’étude de la singularité de la nappe singulière (où la condition forte de Legendre-Clebsch généralisée n’est pas satisfaite). Cela a permis de déterminer la synthèse optimale pour le graphe réactionnel de McKeithan au voisinage de cette singularité (voir [12]).

Conditions d’optimalité. Nombreuses de mes contributions s’appuient sur les conditions nécessaires d’optimalité du premier ordre données par le principe du maximum de Pontryaguine qui permet de définir les candidats à l’optimalité, appelées extrémales, comme solutions d’un système Hamiltonien contraint et d’établir des classifications géométriques de ces extrémales. Concernant le problème de nage, le calcul des **conditions nécessaires d’optimalité du second ordre**, qui consiste à calculer les points conjugués à partir de l’équation aux variations, m’a permis de montrer que seules les boucles simples peuvent être candidates pour l’optimalité [10]. Pour les **systèmes périodiques**, les minimiseurs ne sont pas unique en raison d’une symétrie sur le contrôle. Ces minimiseurs ne sont donc pas optimaux pour la topologie forte (C^0 sur les trajectoires) et j’ai implémenté des **conditions suffisantes d’optimalité du second ordre** pour la topologie faible (L^∞ sur les contrôles), et valider cette implémentation sur le nageur de Purcell et de copépode [10].

Méthode directe et méthode indirecte. Une méthode directe consiste à discrétiser l’état et/ou le contrôle pour transformer le problème de contrôle optimal initial en **problème d’optimisation non linéaire en dimension finie** qui peut être résolu via des algorithmes d’optimisation (région de confiance, point intérieur). Le calcul de ces solutions optimales ne repose donc pas sur des conditions d’optimalité. Les méthodes indirectes, elles, reposent sur les conditions d’optimalité (tel que le principe du maximum de Pontryaguine

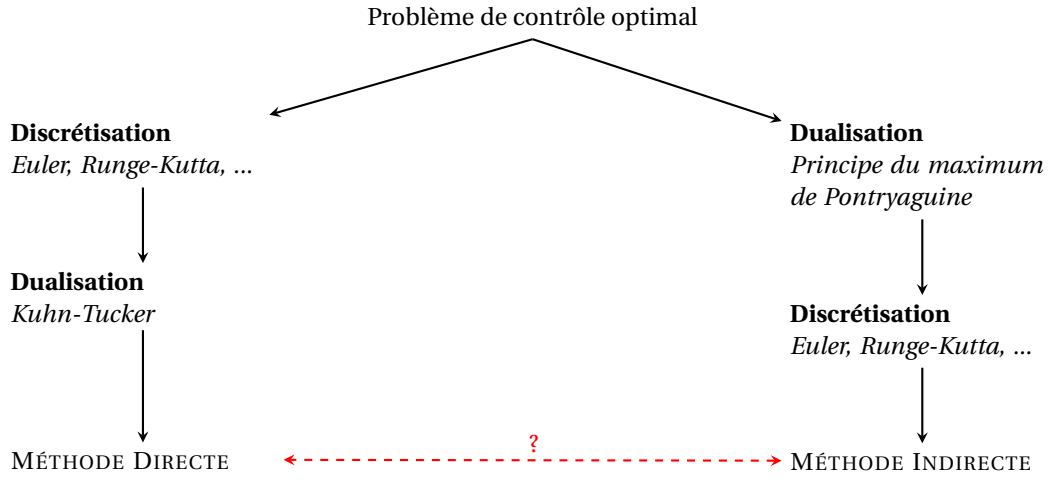


FIGURE 1 – Méthodes directes et méthodes indirectes en contrôle optimal.

où les conditions ont été dérivées spécifiquement pour le problème de stimulation musculaire). Le schéma donné en figure 1 décrit l'approche "duale" de ces deux méthodes. Remarquons que la question de savoir si ce schéma commute reste une question ouverte (des résultats existent pour le problème de contrôle linéaire quadratique).

Une méthode indirecte calcule les minimiseurs à partir des conditions d'optimalité. J'ai mis en place des méthodes indirectes basées sur les conditions du principe du maximum de Pontryaguine ou sur des inclusions différentielles qui peuvent être résolues par des algorithmes de type Newton sensible à l'initialisation. Dans le cas de la stimulation musculaire, j'ai utilisé les méthodes directes pour initialiser les méthodes indirectes en reliant les multiplicateurs de Lagrange des algorithmes des méthodes directes et les adjoints initiaux, utiles pour initialiser les méthodes indirectes. J'ai mis en œuvre les méthodes directes via le logiciel Bocop et via différentes bibliothèques de Julia pour prendre en compte les **dynamiques raides** et **intégrer en temps inversé la dynamique de l'adjoint à partir des conditions de transversalité** et obtenir l'adjoint initial [4].

Une contribution majeure de mes travaux est l'utilisation de formes normales graduées pour estimer le vecteur adjoint initial et initialiser les méthodes indirectes.

Observabilité non linéaire. Le problème d'observabilité consiste à estimer des variables qui ne peuvent être mesurées dans la pratique (coût des capteurs, capteurs non disponibles...). Lorsque la dynamique est linéaire, ce problème d'estimation est bien compris (estimateur de Luenberger, filtre de Kalman...), tandis qu'il n'y a pas de méthodes générales pour les systèmes non linéaires.

Je suis impliqué dans un projet sur la stimulation musculaire qui comporte une composante de transfert industriel avec une thèse CIFRE entre l'université de Bourgogne Franche-Comté et Segula Technologies. Le but est d'implémenter, à partir d'un modèle de force-fatigue du muscle (Ding et al., 2000), un régulateur PID (boucle fermée) pour stabiliser la force sur une force de référence en contrôlant les temps d'impulsions. Le modèle de force-fatigue comporte de nombreux paramètres qui ont besoin d'être estimés en fonction du muscle (et donc du patient) considéré. J'ai dans un premier temps calculé avec T. Bakir un observateur géométrique, basé sur celui décrit dans (Gauthier et al., 1992), pour estimer les variables de fatigue (la force pouvant être mesurée par un capteur). Cet observateur a ensuite été utilisé pour implémenter un algorithme de commande prédictive pour stabiliser la force (boucle fermée) sur plusieurs périodes d'impulsions séparées par des périodes de repos. Les résultats sont décrits dans [7].

Méthode homotopique. À partir des solutions de modèles micro-locaux obtenus par des formes normales, j'ai montré qu'une continuation numérique peuvent permettre de calculer des trajectoires sur le vrai modèle. Pour le problème de la nageur du copépode, cela a permis de montrer l'existence d'une famille à un paramètre de nages en boucle simple (seules candidates pour l'optimalité) donnée en Fig. 2 et de déterminer le minimiseur global, montrant en particulier que la nage anormale, ayant des singularités C^1 ne peut pas être minimisante (ce qui est relié au problème ouvert des anormales minimisantes en géométrie sous-Riemannienne (Hakavuori and Le Donne, 2016)) (voir [8]). Ces continuations reposent sur des résultats théoriques récents qui garantissent la convergence de la méthode en l'absence de points conjugués (Trélat, 2012). Dans le problème des systèmes 1 perturbés de manière régulière, j'ai utilisé des méthodes indirectes pour résoudre des problèmes où le paramètre ε est grand (convergence facile) puis utiliser une méthode continuation sur ε pour obtenir des solutions associées à de petits paramètres ($\varepsilon \rightarrow 0$) [13,16].

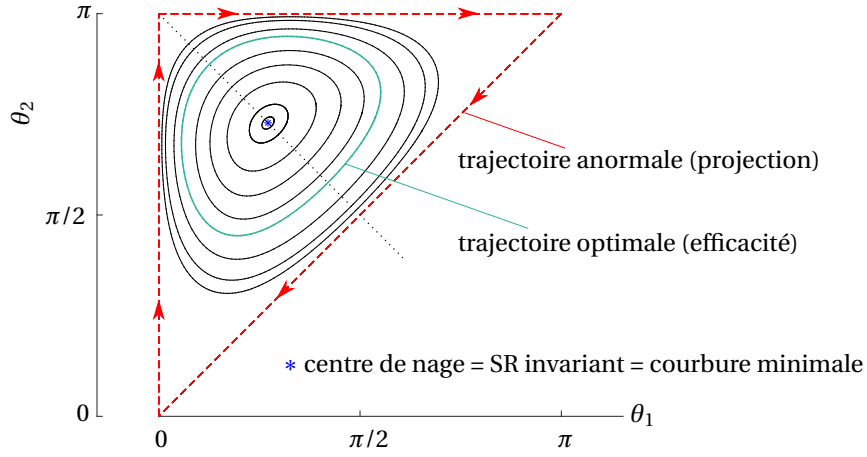


FIGURE 2 – Projections sur les variables de déformations (θ_1, θ_2) du nageur copépode de la famille à un paramètre de nages (trajectoires) en boucle simple (seules candidates pour l’optimalité), de la trajectoire optimale maximisant l’efficacité géométrique, de la trajectoire anormale et du centre de nage.

Optimisation polynomiale globale. Le contexte de mon postdoctorat avec J.-B. Lasserre (LAAS-CNRS) est celui de systèmes de contrôles algébriques que l’on peut relaxer en des systèmes de contrôles sur les mesures qui peuvent être résolus par **la méthode des moments** (Lasserre et al., 2008). Cette méthode a eu de nombreuses retombées dans divers domaines de l’optimisation (Lasserre, 2018) : elle permet de résoudre le *problème généralisé des moments* (Lasserre, 2010) et est maintenant appliquée à de nombreux domaines : optimisation polynomiale globale, problème de contrôle optimal, optimisation combinatoire, calcul d’ensembles invariants en système dynamique, résolution d’équations aux dérivées partielles... Une partie de mon postdoctorat s’est focalisé sur la résolution du contrôle optimal inverse [17] où la finalité était de déterminer un Langragien polynomial pouvant modéliser la marche humanoïde.

La méthode des moments permet d’approcher la fonction valeur d’un problème de contrôle optimal. Elle m’a alors permis de valider les méthodes locales en contrôle optimal mises au point pendant ma thèse notamment pour le problème de saturation de spins ([5] et Fig.3).

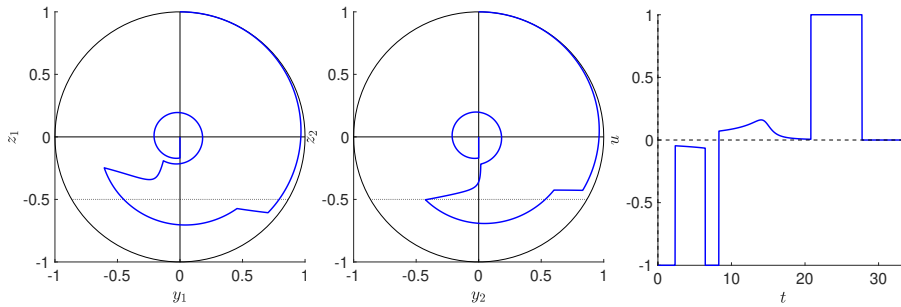


FIGURE 3 – Trajectoire et contrôle pour le problème de saturations de deux spins de graisse déterminés par combinaison de *HamPath* et *BOCOP* et validés par la méthode des moments [5]. (gauche et centre) Trajectoires pour les deux spins. (droite) Contrôle associé.

Synthèse optimale et rôle des trajectoires singulières. Les méthodes indirectes basées sur les conditions d’optimalité calculent des contrôles locaux en boucle ouverte. Un problème difficile est de garantir l’optimalité globale des trajectoires associées. Pour cela, l’équation de Hamilton-Jacobi-Bellman fournit un **certificat d’optimalité globale**, et peut être résolue par des méthodes directes (Bonnans et al., 2015) ou la méthode des moments dans le cas algébrique [17].

J’ai adopté un point de vue dual basé sur la théorie des singularités qui est une approche originale pour résoudre l’équation de Hamilton-Jacobi-Bellman en analysant les singularités de la fonction valeur. Ces singularités sont approchées par des ensembles sous-analytiques à l’aide de formes normales. On détermine alors les **synthèses optimales locales** et puis le problème consiste à “recoller” ces synthèses pour avoir la solution de l’équation de Hamilton-Jacobi-Bellman. Nous avons commencé ces travaux pour les graphes réactionnels

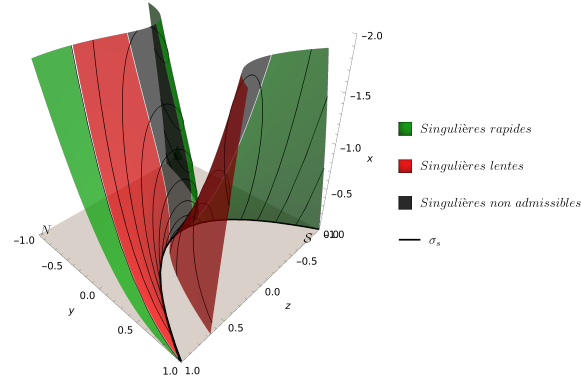


FIGURE 4 – Surface singulière stratifiée en trajectoires singulières "rapides" et "lentes" pour un modèle d'étude du pli de la surface singulière. L'intersection de cette surface avec la cible $N : \{(x, y, z) \mid x = 0\}$ est la parabole S qui se plie en 0. σ_s sont les trajectoires singulières.

[12] en considérant le graphe de McKeithan : $T+M \xrightarrow{\quad} A \xrightarrow{\quad} B$ dont la dynamique *non contrôlée*, basée sur



la loi d'action de masse, est bien comprise et reliée à la topologie du graphe (Feinberg, 1972).

Le problème de contrôle optimal associé consiste mathématiquement à atteindre une cible de codimension 1 en temps minimal (voir Fig. 5). J'ai **calculé la synthèse temps minimal** en approchant différents objets géométriques : lieu de commutations des extrémales, lieu de coupure, lieu conjugué, nappe singulière (Fig. 4). J'ai fourni un programme *Mathematica* pour réaliser ces calculs et j'en ai déduits les synthèses optimales pour les cas génériques des systèmes affine (dans la variable du contrôle) de codimension 1, voir [12] pour plus de détails.

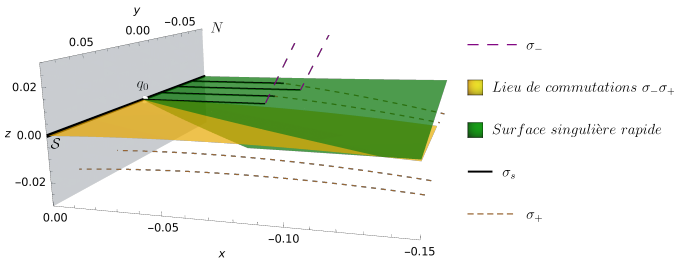


FIGURE 5 – Exemple de synthèse temps minimal pour le problème d'optimisation sur les graphes réactionnels. Les lieux de commutations, de la nappe singulière, ont été calculées formellement avec *Mathematica*. σ_{\pm} sont les trajectoires associées à $u = \pm 1$. σ_s sont les trajectoires singulières.

6. Publications et pré-publications

Les preprints des travaux référencés dans cette section sont disponibles à partir de ma page personnelle

<https://jeremyrouot.github.io/homepage/>

Monographie

1. B. Bonnard, M. Chyba, J. Rouot, *Geometric and Numerical Optimal Control with Application to Swimming at Low Reynolds Number and Medical Resonance Imaging*, Springer International Publishing, XIV-108, SpringerBriefs in Mathematics (2018).

Articles acceptés dans des journaux avec comité de lecture

2. B. Bonnard, J. Rouot. *Geometric optimal techniques to control the muscular force response to functional electrical stimulation using a non-isometric force-fatigue model*, J. Geom. Mech., American Institute of Mathematical Sciences (AIMS), **48** (2020), pp.178–192.
3. T. Bakir, B. Bonnard, L. Bourdin, J. Rouot. *Direct and Indirect Methods to Optimize the Muscular Force Response to a Pulse Train of Electrical Stimulation*, accepté dans ESAIM : Proceedings and Surveys,

EDP Sciences (2020), 12 pages.

4. T. Bakir, B. Bonnard, L. Bourdin, J. Rouot. *Pontryagin-Type Conditions for Optimal Muscular Force Response to Functional Electric Stimulations*, J. Optim. Theory Appl., **184** 2, (2020), pp.581–602.
5. B. Bonnard, O. Cots, J. Rouot, T. Verron. *Time minimal saturation of a pair of spins and application in magnetic resonance imaging*, Math. Control Relat. Fields, **10** 1, (2020), pp.47–88.
6. T. Bakir, B. Bonnard, J. Rouot. *Geometric Optimal Control Techniques to Optimize the Production of Chemical Reactors using Temperature Control*, Annu. Rev. Control, Elsevier, **48** (2019), pp.178–192.
7. T. Bakir, B. Bonnard, J. Rouot. *A case study of optimal input-output system with sampled-data control : Ding et al. force and fatigue muscular control model*, Networks and Heterogeneous Media, AIMS-American Institute of Mathematical Sciences, **14** 1 (2019) pp.79–100.
8. P. Bettiol, B. Bonnard, A. Nolot, J. Rouot. *Sub-Riemannian geometry and swimming at low Reynolds number : the Copepod case*, ESAIM : COCV, EDP Sciences, **25** 9 (2019), 30 pages.
9. B. Bonnard, M. Chyba, J. Rouot, D. Takagi. *Sub-Riemannian geometry, Hamiltonian dynamics, micro-swimmers, Copepod nauplii and Copepod robot*, Pac. J. Math. Ind. **10** 2 (2018), 42 pages.
10. P. Bettiol, B. Bonnard, J. Rouot. *Optimal strokes at low Reynolds number : a geometric and numerical study of Copepod and Purcell swimmers*. SIAM J. Control Optim., **56** 3, (2018) pp. 1794–1822.
11. P. Bettiol, B. Bonnard, L. Giraldi, P. Martinon, J. Rouot. *The three links Purcell swimmer and some geometric problems related to periodic optimal controls*. Variational methods in Imaging and geometric control, Radon Series on Computational and Applied Math, **18**, de Gruyter (2017), 27 pages.

Articles acceptés dans des livres avec comité de lecture

12. B. Bonnard, J. Rouot. *Towards Geometric Time Minimal Control without Legendre Condition and with Multiple Singular Extremals for Chemical Networks*, accepté dans AIMS on Applied Mathematics (2020), 34 pages.
13. B. Bonnard, H. Henninger, J. Rouot. *Lunar perturbation of the metric associated to the averaged orbital transfer*. Analysis and geometry in control theory and its applications, conférence en juin 2014, actes publiés dans Springer InDam series, **11** (2015), 18 pages.

Articles acceptés de conférence avec comité de lecture

14. O. Assainova, J. Rouot, E. Sedgh-Gooya. *Taming the curse of dimensionality for perturbed token identification*, 10th International Conference on Image Processing Theory, Tools and Applications, Nov. 2020, Paris, France.
15. T. Bakir, B. Bonnard, J. Rouot. *Connection between singular arcs in optimal control using bridges. Physical occurrence and Mathematical model*. In Proceedings of the 58th Conference on Decision and Control (2019), 6 pages.
16. J.-B. Caillaud, L. Dell’Elce, J.-B. Pomet, J. Rouot. *Optimal control of slow-fast mechanical systems*. Proceedings of the Complex Systems Academy of Excellence, Nice (2018) pp.105–116.
17. J.-B. Lasserre, J. Rouot. *On inverse optimal control via polynomial optimization*. In Proceedings of the 56th IEEE Conference on Decision and Control, (2017) pp.721–726.
18. P. Bettiol, B. Bonnard, A. Nolot, J. Rouot. *Optimal control theory and the efficiency of the swimming mechanism of the Copepod Zooplankton*. In Proceedings of the 20th IFAC World Congress, Toulouse (2017), 6 pages.
19. B. Bonnard, M. Chyba, J. Rouot, D. Takagi. *A Numerical Approach to the Optimal Control and Efficiency of the Copepod Swimmer*. In Proceedings of the 55th "IEEE Conférence on Decision and Control", Las Vegas (2016), 6 pages.

20. B. Bonnard, A. Jacquemard, J. Rouot. *Optimal Control of an Ensemble of Bloch Equations with Applications in MRI*. In Proceedings of the 55th "IEEE Conférence on Decision and Control", Las Vegas (2016), 6 pages.

Articles soumis

21. Finite Dimensional Approximation to Muscular Response in Force-Fatigue Dynamics using Functional Electrical Stimulation, soumis 2021, 19 pages (avec T. Bakir, B. Bonnard, S. Gayraud).
id-hal : [hal-03154450](https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03154450)

Références additionnelles

- Bonnans, F., D. Giorgi, B. Heymann, P. Martinon, and O. Tissot
2015. Bocophjb 1.0. 1–user guide. *Rapport INRIA*.
- Bonnard, B. and G. Launay
1998. Time minimal control of batch reactors. *ESAIM : Control, Optimisation and Calculus of Variations*, 3 :407–467.
- Ding, J., A. S. Wexler, and S. A. Binder-Macleod
2000. Development of a mathematical model that predicts optimal muscle activation patterns by using brief trains. *Journal of Applied Physiology*, 88(3) :917–925.
- Feinberg, M.
1972. On chemical kinetics of a certain class. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 46(1) :1–41.
- Gauthier, J.-P., H. Hammouri, S. Othman, et al.
1992. A simple observer for nonlinear systems applications to bioreactors. *IEEE Transactions on automatic control*, 37(6) :875–880.
- Hakavuori, E. and E. Le Donne
2016. Non-minimality of corners in subriemannian geometry. *Inventiones mathematicae*, 206(3) :693–704.
- Horn, F. and R. Jackson
1972. General mass action kinetics. *Archive for rational mechanics and analysis*, 47(2) :81–116.
- Lasserre, J. B.
2010. *Moments, positive polynomials and their applications*, volume 1 of *Imperial College Press Optimization Series*. Imperial College Press, London.
- Lasserre, J.-B.
2018. The moment-sos hierarchy. *Proc. Int. Cong. of Math. 2018*, Pp. 3761–3784.
- Lasserre, J.-B., D. Henrion, C. Prieur, and E. Trélat
2008. Nonlinear optimal control via occupation measures and LMI-relaxations. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 47(4) :1643–1666.
- Michaelis, L. and M. L. Menten
1913. Die kinetik der invertinwirkung. *Biochem. z*, 49(333-369) :352.
- Trélat, E.
2012. Optimal control and applications to aerospace : some results and challenges. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 154(3) :713–758.