

אלגברה ליניארית 1 להנדסת תוכנה

מועד א'

מרצים: ד"ר יבגניה אקרמן, ד"ר שי סרוסי

תש"פ סמסטר א'

השאלון מכיל 11 עמודים (כולל עמוד זה וכולל דף נוסחאות).

בהצלחה!**הנחיות למדור בחינות שאלוני בחינה**

- לשאלון הבחינה יש לצרף מחברת.
- ניתן להשתמש במחשבון מדעי לא גרפי עם צג קטן.

חומר עזר

- דפי נוסחאות של הקורס (7 עמודים בפורמט A4), מצורפים לשאלון.

אחר / הערות יש לענות על השאלות באופן הבא:

- יש לנמק היטב כל שלב של פתרון. תשובה ללא הסבר וללא נימוק, אפילו נכונה, לא תתקבל.
- יש לפתור 4 מתוך 5 השאלות הבאות. משקל כל שאלה 25 נקודות.
- סדר התשובות אינו משנה, אך יש לרשום ליד כל תשובה את מספרה.
- הסבר היטב את מהלך הפתרון.
- יש לציין את השאלות שעניתם עליהן בתחילת המחברת.

שאלה 1

א) (20 נק') נתונה מערכת משוואות ליניאריות

$$\begin{cases} x + 4y + 2z + 2w = 0 \\ 4x + 17y + 3z + (7 - 3k)w = 2 \\ x + 6y + (-k^2 + 2k - 8)z - 3kw = 0 \\ -2x - 8y + (-k^2 + 2k - 4)z - 4w = 0 \end{cases}$$

פתרונות

שאלה 1

$$\begin{aligned}
 & \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 2 & 2 & 0 \\ 4 & 17 & 3 & 7-3k & 0 \\ 1 & 6 & -k^2+2k-8 & -3k & 0 \\ -2 & -8 & -k^2+2k-4 & -4 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{R_2 \rightarrow R_2 - 4R_1 \\ R_3 \rightarrow R_3 - R_1 \\ R_4 \rightarrow R_4 + 2R_1}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & -3k-1 & 0 \\ 0 & 2 & -k^2+2k-10 & -3k-2 & 0 \\ 0 & 0 & 2k-k^2 & 0 & 0 \end{array} \right) \\
 & \xrightarrow{R_3 \rightarrow R_3 - 2R_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & -3k-1 & 0 \\ 0 & 0 & 2k-k^2 & -3k-2(-3k-1)-2 & 0 \\ 0 & 0 & 2k-k^2 & 0 & 0 \end{array} \right) \\
 & \xrightarrow{R_4 \rightarrow R_4 - R_3} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & -3k-1 & 0 \\ 0 & 0 & 2k-k^2 & -3k-2(-3k-1)-2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3k+2(-3k-1)+2 & 0 \end{array} \right) \\
 & = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & -3k-1 & 0 \\ 0 & 0 & -k(k-2) & 3k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3k & 0 \end{array} \right)
 \end{aligned}$$

אם $k = 2$:

$$\begin{aligned}
 & \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -6 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{R_4 \rightarrow R_4 + R_3} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 \rightarrow \frac{1}{6}R_3} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \\
 & \xrightarrow{R_2 \rightarrow R_2 + 7R_3} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{R_1 \rightarrow R_1 - 2R_3} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \\
 & \xrightarrow{R_1 \rightarrow R_1 - 4R_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 22 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)
 \end{aligned}$$

יש משתנה חופשי ואין שורת סתירה לכן יש אינסוף פתרונות.

המכללה האקדמית להנדסה סמי שמעון

קמפוס באר שבע ביאליק פינת בזל 84100 | קמפוס אשדוד ז'בוטינסקי 77245,84 | www.sce.ac.il | חייג: *מפנסס

פתרון הכללי: $(x, y, z, w) = (-22z, 5z, z, 0)$, $z \in \mathbb{R}$
אם $k = 0$:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{R_1 \rightarrow R_1 - 4R_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 22 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

יש משתנה חופשי ואין שורת סתירה לכן יש אינסוף פתרונות.

$$\left. \begin{array}{l} x = -22z - 6w \\ y = 5z + w \end{array} \right\}, \quad z, w \in \mathbb{R}$$

פתרון הכללי: $(x, y, z, w) = (-22, 5, 1, 0)z + (-6, 1, 0, 1)w$, $z, w \in \mathbb{R}$

אם $k \neq 0, 2$ יש שורת סתירה ולכן אין פתרון.