

## חדו"א 1 למדמ"ח

מועד מיוחד

מרצה: ד"ר ירמיהו מילר.

תשפ"ד סמסטר א'

השאלון מכיל 8 עמודים (כולל עמוד זה וכולל דף נוסחאות).

**בהצלחה!**

### הנחיות למדור בחינות שאלוני בחינה

- לשאלון הבחינה יש לצרף מחברת.
- ניתן להשתמש במחשבון מדעי לא גרפי עם צג קטן.

### חומר עזר

- דף נוסחאות מצורף לשאלון ( 5 עמודים בפורמט A4).

### אחר / הערות

יש לענות על השאלות באופן הבא:

- יש לנמק היטב כל שלב של פתרון. תשובה ללא הסבר וללא נימוק, אפילו נכונה, לא תתקבל.
- שאלות 1,2 - יש לענות על **כל** השאלות!
- שאלות 3,4,5,6 - יש לענות **שלוש** שאלות בלבד מתוך **ארבע**.
- שאלות 7,8 - יש לענות על שאלה **אחת** בלבד מתוך **שתיים**.

## שאלות 1 ו-2 - חובה!

### שאלה 1 (21 נקודות)

חקרו באופן מלא את הפונקציה  $f(x) = xe^{-x^2/2}$ .

(א) (3 נק') תחום הגדרה וחיתוך עם הצירים וסימני הפונקציה.

(ב) (3 נק') אסימפטוטות.

(ג) (3 נק') תחומי עליה וירידה ונקודות קיצון.

(ד) (3 נק') תחומי קמירות ונקודות פיתול.

(ה) (5 נק') ציירו את סקיצת הגרף של הפונקציה  $f(x)$ .

(ו) (4 נק') ציירו את סקיצת הגרף של הפונקציה  $f(|x|)$ .

### שאלה 2 (24 נקודות)

פתרו את האינטגרלים הבאים. יש לענות על 2 מתוך 3 הסעיפים הבאים:

(א) (12 נק')  $\int \frac{2x^2 - 3x + 3}{x^3 - 2x^2 + x} dx$

(ב) (12 נק')  $\int \frac{\sin^5 x}{\sqrt[3]{\cos^2 x}} dx$

(ג) (12 נק')  $\int_0^{\pi/2} \frac{1}{2 + \cos x} dx$

ענו על 3 מתוך 4 השאלות 6 - 3

### שאלה 3 (15 נקודות)

(א) (12 נק') חשבו את הגבולות הבאים:

(1) (6 נק')  $\lim_{x \rightarrow 5} \left( \frac{\sqrt{x+4} - 3}{\sqrt{x-1} - 2} \right)$

(2) (6 נק')  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\cos(2x) - 1}{3x \sin x} \right)$

(ב) 3 נק'

עבור אילו ערכים של  $a$  לקו  $y = x^a \ln x$  אין אסימפטוטה אנכית?

**שאלה 4** (15 נקודות)

(א) 12 נק'

מצאו את הפולינום מקלורן מסדר 2 לפונקציה סתומה

$$xy + y^3 = \cos(2x).$$

רשמו את משוואת המשיק לקו של הפונקציה בנקודה עליו שבה  $x = 0$ .

(ב) 3 נק' חשבו  $\int_{-2}^1 e^{\max(x,0)} dx$ .

**שאלה 5** (15 נקודות) חשבו את הגבולות הבאים:

(א) 12 נק' חשבו את השטח שבין הגרף  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$  וציר ה- $x$  בקטע  $[-1, 1]$  וציירו סקיצה מתאימה.

(ב) 3 נק' הוכיחו ש-  $\int_1^2 \frac{1}{x^4 + 1} dx < \frac{1}{3}$ .

**שאלה 6** (15 נקודות)

(א) 9 נק' רשמו את משוואת המשיק לקו  $\begin{cases} x = t^3 + t \\ y = \cos(2t) + \arcsin(\sin(t)) \end{cases}$  בנקודה עליו שבה  $x = 0$ .

(ב) 6 נק' הוכיחו שלכל  $x$  חיובי מתקיים:  $\ln x < \sqrt{x}$ .

ענו על 1 מתוך 2 השאלות 7 – 8

**שאלה 7** (10 נקודות)

הוכיחו שאם  $|a| \leq \sqrt{2}$  אז לשמוואה  $(ax)^2 - x^4 = e^{|x|}$  אין פתרון ממשי.

**שאלה 8** (10 נקודות) נתונה הקו  $y = 4 - x^2$ . מעבירים משיק לקו אשר חותך את ציר ה- $y$  ואת ציר ה- $x$

מהרביע הראשון של מערכת הצירים. מצאו את משוואת המשיק כך שהשטח של התחום החסום על ידי המשיק, ציר ה- $x$  וציר ה- $y$  יהיה מינימלי.