

## קורס הסתברות וסטטיסטיקה

### עבודת הגשה 2

1. בקומה אחת בבית מלון ישנם 3 חדרים. 3 האורחים שקיבלו חדרים הינם אלי, יעקוב ודניאל. כאשר הגיעו האורחים למלון, כל אחד קיבל מפתח לחדר בקומה זו באופן אקראי.

נסמן ב  $X$  מ"מ: "מספר אורחים מבין השלושה שקיבלו את המפתח הנכון".

א. רשמו את הערכים האפשריים של  $X$ .

ב. מהי פונקציית ההסתברות של  $X$ ?

ג. מצאו את התוחלת והשונות של  $X$ .

ד. אם ידוע שלפחות אחד משלושת האורחים נכנס לחדר הנכון, מהי ההסתברות שדניאל הוא זה שנכנס לחדרו?

2. נתונה התפלגות של פונקציית ההסתברות של מ"מ בדיד  $X$  שמקבל ערכים:  $x=0,1,2,3$

| $X$    | 0     | 1    | 2        | 3      |
|--------|-------|------|----------|--------|
| $P(X)$ | $1/3$ | $5p$ | $p-0.04$ | $8/75$ |

א. נתון כי  $E[X]=47/50$  מצאו את פרמטר  $p$ .

ב. חשבו את:  $VAR[X]$ ,  $VAR[2X]$ ,  $VAR[X+4]$ .

ג. חשבו את:  $p(x < 4/3)$

3.

מספר הפונים לסניף דואר הוא משתנה מקרי בעל התפלגות פואסונית עם ממוצע של 30 פונים בשעה.

א. מה ההסתברות שב-5 הדקות הראשונות מפתחת הסניף היו לכל היותר 2 פניות.

ב. מה ההסתברות שב-5 הדקות הראשונות מפתחת הסניף לא היו פניות בכלל.

4.

אדם שיכור חוזר לביתו, ובידו צרור של 10 מפתחות, שרק אחד מהם פותח את הדלת. הוא מנסה לפתוח פעם אחר פעם, ומחזיר את המפתח לצרור לאחר כל ניסיון.

א. מה ההסתברות, שהדלת תפתח בניסיון השלישי?

ב. אם הוא כבר ניסה 3 פעמים. מה ההסתברות שהדלת תפתח בניסיון החמישי?

ג. מה התוחלת והשונות של מספר הניסיונות עד ההצלחה?

5.

יורם הגיע לבית מלון, מאחר ופקיד הקבלה לא היה בעמדת הכניסה הוא קיבל צרור של 20 מפתחות אשר רק אחד מהם יכול לפתוח את חדרו במלון.

ידוע כי בכל פעם שיורם מנסה לפתוח את הדלת עם אחד המפתחות הוא מחזיר את המפתח לצרור מבלי לסמן אותו.

א. מה הסיכוי שיורם הצליח לפתוח את הדלת בניסוי הרביעי?

ב. בממוצע כמה פעמים יורם צריך לנסות לפתוח את הדלת עד שהוא יצליח לפתוח אותה?

**פתרונות חלקיים עיקריים:**

1.

ב.

|      |     |     |     |
|------|-----|-----|-----|
| x    | 0   | 1   | 3   |
| P(x) | 1/3 | 1/2 | 1/6 |

ג. 1, 1.

ד. 1/2.

2.

א. 0.1.

ב. הצבה לפי נוחסאות.

ג. 5/6. (לבדוק אם אין טעות חישוב)

3.

א. 0.54.

ב. 0.082.

4.

א. 0.081.

ב. 0.09.

ג. תוחלת 10, שונות 90.

5.

א. 0.043.

ב. 20.

נסמן ב-  $X$  את: "מספר הניסיונות שיורם פותח את הדלת עם אחד המפתחות עד שהוא מצליח לפתוח אותה".

לכן:  $X \sim G(0.05)$  כי  $\frac{1}{20} = 0.05$

אם כך:

$$P(x=4) = 0.95^3 \cdot 0.05$$

יש להשתמש בנוסחא לתוחלת של משתנה גאומטרי:

$$E[X] = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.05} = 20$$