

אלגברה לינארית סמסטר סתו 2022-23
תירגול: תת מרחבים צירופים לינארים ופרישה לינארית

שאלות

שאלה 1 (מבחן תשפ"ב סמסבר ב מועד ב)

נתונות הקבוצות הבות:

$$W_1 = \{A \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \mid \det(A) = 1\}, \quad W_2 = \{A \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \mid 2(A + A^t) = 0\},$$

(א) לכל אחת מהקבוצות הנתונות, מצאו איבר הנמצא בה.

(ב) לכל אחת מהקבוצות W_1, W_2 , בדקו אם היא תת מרחב ווקטורי של $M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$. נמקו את תשובתכם.

פתרונות

שאלה 1

$$W_1 = \{A \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \mid \det(A) = 1\}, \quad W_2 = \{A \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \mid 2(A + A^t) = 0\},$$

(א)

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in W_1, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in W_2.$$

(ב) W_1 לא תת מרחב של $M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ כי $\bar{0} \notin W_1$.

$$\Leftarrow A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{ נסמן}$$

$$A + A^t = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a & b+c \\ c+b & 2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

לכן $a=0, d=0, b+c=0$. ז"א

$$W_2 = \{A \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \mid a=0, d=0, b+c=0\}$$

מרחב וקטורי של מערכת הונוגנית. לכן W_2 תת מרחב של $M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$. ■