

**מרחב אוקלידי:** מרחב מכפלה פנימית מעל  $\mathbb{R}$ .

**מרחב אוניטרי:** מרחב מכפלה פנימית מעל  $\mathbb{C}$ .

**הגדרת מכפלה פנימית במרחב ווקטורי  $V$  מעל  $\mathbb{R}$ :**  
לכל  $u, v, w \in V$  ולכל סקלר  $\lambda \in \mathbb{R}$ :

$$\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle \quad \text{(1) סימטריות:}$$

$$\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle \quad \text{(2) ליניאריות:}$$

$$\langle \lambda u, v \rangle = \lambda \langle u, v \rangle$$

$$\langle u, u \rangle \geq 0. \quad \text{(3) חיוביות:}$$

$$\langle u, u \rangle = 0 \Leftrightarrow u = 0$$

**הגדרת מכפלה פנימית במרחב ווקטורי  $V$  מעל  $\mathbb{C}$ :**  
לכל  $u, v, w \in V$  ולכל סקלר  $\lambda \in \mathbb{C}$ :

$$\langle u, v \rangle = \overline{\langle v, u \rangle} \quad \text{(1) הרמיטיות:}$$

$$\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle \quad \text{(2) ליניאריות:}$$

$$\langle \lambda u, v \rangle = \lambda \langle u, v \rangle$$

$$\langle u, u \rangle \geq 0 \quad \text{(3) חיוביות:}$$

$$\langle u, u \rangle = 0 \Leftrightarrow u = 0$$

$$|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\| \quad \text{אי-שוויון קושי שוורץ:}$$

$$\|u + v\| \leq \|u\| + \|v\| \quad \text{אי-שוויון המשולש:}$$

היטל אורתוגונלי של וקטור  $v$  על תת מרחב בעל בסיס אורתוגונלי  $u_1, \dots, u_n$ :

$$P_U(v) = \frac{\langle v, u_1 \rangle}{\|u_1\|^2} u_1 + \frac{\langle v, u_2 \rangle}{\|u_2\|^2} u_2 + \dots + \frac{\langle v, u_n \rangle}{\|u_n\|^2} u_n.$$

תהליך גרם שמידט לבניית בסיס אורתוגונלי:

$$u_1 = v_1,$$

$$u_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, u_1 \rangle}{\|u_1\|^2} u_1$$

$$u_3 = v_3 - \frac{\langle v_3, u_1 \rangle}{\|u_1\|^2} u_1 - \frac{\langle v_3, u_2 \rangle}{\|u_2\|^2} u_2$$

$$\vdots$$

$$u_n = v_n - \frac{\langle v_n, u_1 \rangle}{\|u_1\|^2} u_1 - \frac{\langle v_n, u_2 \rangle}{\|u_2\|^2} u_2 - \dots - \frac{\langle v_n, u_{n-1} \rangle}{\|u_{n-1}\|^2} u_{n-1}.$$

$$Au = \lambda u \quad \lambda \in \mathbb{F} \quad \text{ערך עצמי ו-} u \in \mathbb{F}^n \quad \text{וקטור עצמי (} u \neq 0 \text{) של מטריצה } A \in \mathbb{F}^{n \times n} \text{ אס:}$$

$$p_A(\lambda) = |\lambda I - A| \quad \text{פולינום אופייני של מטריצה ריבועית } A \in \mathbb{F}^{n \times n}$$

$$\bar{T}(v) = \sum_{i=1}^n \overline{\langle T(w_i), v \rangle} w_i$$

נוסחה להעתקה צמודה:

לכל  $v \in V$  כאשר  $w_1, \dots, w_n$  בסיס אורתונורמלי של מרחב  $V$ .

$$\bar{T} = T$$

העתקה צמודה לעצמה:

העתקה סימטרית: העתקה צמודה לעצמה מעל  $\mathbb{R}$ .

העתקה הרמיטית: העתקה צמודה לעצמה מעל  $\mathbb{C}$ .

$$\bar{T} \cdot T = T \cdot \bar{T} = I$$

העתקה אוניטרית:

העתקה אורתוגונלית: העתקה אוניטרית מעל  $\mathbb{R}$ .

$$\bar{T} \cdot T = T \cdot \bar{T}$$

העתקה נורמלית: