

תרגילים: סיבוכיות

שאלה 1 בעיית $PARTITION$ מוגדרת באופן הבא:בהינתן קבוצת מספרים $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, האם קיימת חלוקה של A לשתי קבוצות A_1 ו- A_2 כך ש-

$$A_1 \cap A_2 = \emptyset \quad \bullet$$

$$A_1 \cup A_2 = A \quad \bullet$$

$$\sum_{a_i \in A_1} a_i = \sum_{a_i \in A_2} a_i = \frac{1}{2} \sum_{a_i \in A} a_i \quad \bullet$$

בנו מכונת טיורינג אי-דטרמיניסטית המכריעה את $PARTITION$ בזמן פולינומיאלי.

תשובות

שאלה 1 נבנה מ"ט א"ד M המכרעיה את $PARTITION$ בזמן פולינומיאלי.

$M = \text{על קלט } \langle A \rangle$:

(1) בוחרת באופן א"ד תת-קבוצות A_1 של A .

(2) בודקת האם סכום האיברים של A_1 שווה חצי מסכום האיברים של A .

• אם כן \Leftarrow מקבלת.

• אם לא \Leftarrow דוחה.

נכונות הבנייה

אם $\langle A \rangle \in PARTITION$

$$\Leftarrow \text{קיימת חלוקה של } A \text{ ל- } A_1 \text{ ו- } A_2 \text{ כך ש- } \sum_{a_i \in A_1} a_i = \sum_{a_i \in A_2} a_i = \frac{1}{2} \sum_{a_i \in A} a_i$$

\Leftarrow קיימת ריצה של M בה תבחר את A_1 ותבדוק שהסכום שלה שווה חצי הסכום של A

\Leftarrow קיימת ריצה של M בה תקבל את $\langle A \rangle$.

אם $\langle A \rangle \notin PARTITION$

$$\Leftarrow \text{לא קיימת חלוקה של } A \text{ ל- } A_1 \text{ ו- } A_2 \text{ כך ש- } \sum_{a_i \in A_1} a_i = \sum_{a_i \in A_2} a_i = \frac{1}{2} \sum_{a_i \in A} a_i$$

\Leftarrow בכל ריצה של M על A היא תבחר תת-קבוצה A_1 ותבדוק ותדחה

\Leftarrow בכל ריצה של M על $\langle A \rangle$, M תדחה את $\langle A \rangle$.

זמן הריצה של M פולינומיאלי בגודל הקלט $\langle A \rangle$.