

חדו"א 1

בוחן אמצע סמסטר

מרצים: ד"ר ירמיהו מילר ד"ר יבגניה אקרמן

תשפ"ג סמסטר א'

השאלון מכיל עמודים (כולל עמוד זה וכולל דף נוסחאות).

בהצלחה!

הנחיות למדור בחינות שאלוני בחינה

- לשאלון הבחינה יש לצרף מחברת.
- ניתן להשתמש במחשבון מדעי לא גרפי עם צג קטן.

חומר עזר

- דפי נוסחאות של הקורס (עמודים בפורמט A4), מצורפים לשאלון.
- אחר / הערות יש לענות על השאלות באופן הבא:
- יש לנמק היטב כל שלב של פתרון. תשובה ללא הסבר וללא נימוק, אפילו נכונה, לא תתקבל.
- יש לענות על שאלות 1-3.

שאלה 1 (25 נקודות)

נתונה פונקציה $f(x) = \sqrt{16x + 4} + 1$.

- (1) (4 נק') מצאו את תחום ההגדרה ואת התמונה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) (6 נק') מצאו את הפונקציה ההפוכה ל- $f(x)$.
- (3) (4 נק') מצאו את תחום ההגדרה והתמונה של הפונקציה ההפוכה.
- (4) (6 נק') שרטטו את סקיצות הגרפים של שתי הפונקציות (פונקציה $f(x)$ והפונקציה ההפוכה).
- (5) (5 נק') שרטטו את הגרף של הפונקציה $f(|x|)$.

שאלה 2 (25 נקודות)

עבור הפונקציה $f(x) = \frac{5x}{4 - x^2}$

- (1) (4 נק') מצאו את תחום ההגדרה, החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים, וסימני הפונקציה.
- (2) (7 נק') בררו את התנהגות הפונקציה באינסוף. האם קיימת אסימפטוטה אופקית? נמקו את תשובתכם.
- (3) (7 נק') בררו את התנהגות הפונקציה סביב נקודות אי הגדרה. האם קיימת אסימפטוטה אנכית? נמקו את תשובתכם.
- (4) (7 נק') ציירו את הסקיצה של גרף הפונקציה על סמך התוצאות של הסעיפים הקודמים.

שאלה 3 (25 נקודות)

(1) (15 נק')

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x + 9}{4x + 1} \right)^{x+2} \quad \text{(א) (5 נק')}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3 \cdot 7^x + 5^x}{5 \cdot 7^x + 4^x} \right) \quad \text{(ב) (5 נק')}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x + 5 \sin(2x)}{\tan(4x)} \quad \text{(ג) (5 נק')}$$

(2) (15 נק') מצאו את הגבולות החד צדדיים של הפונקציה

$$f(x) = \frac{2x}{(x-5)^3}$$

בנקודה $x = 5$. האם קיים $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$? נמקו את תשובתכם.

שאלה 4 (25 נקודות)

(א) (15 נק') מצאו את ערכי הפרמטרים a ו- b כך שהפונקציה הנתונה תהיה רציפה לכל x ממשי:

$$f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 & x < 0 \\ 2^{a-x} & 0 \leq x \leq 2 \\ 2a + bx & x > 2 \end{cases}$$

(ב) (10 נק') הוכיחו: הסכום של שתי פונקציות עולות מונוטוניות היא פונקציה מונוטונית עולה.

פתרונות

שאלה 1

(1) (4 נק')

$\{x \geq -\frac{1}{4}\}$	תחום הגדרה
$\{y \geq 1\}$	תמונה

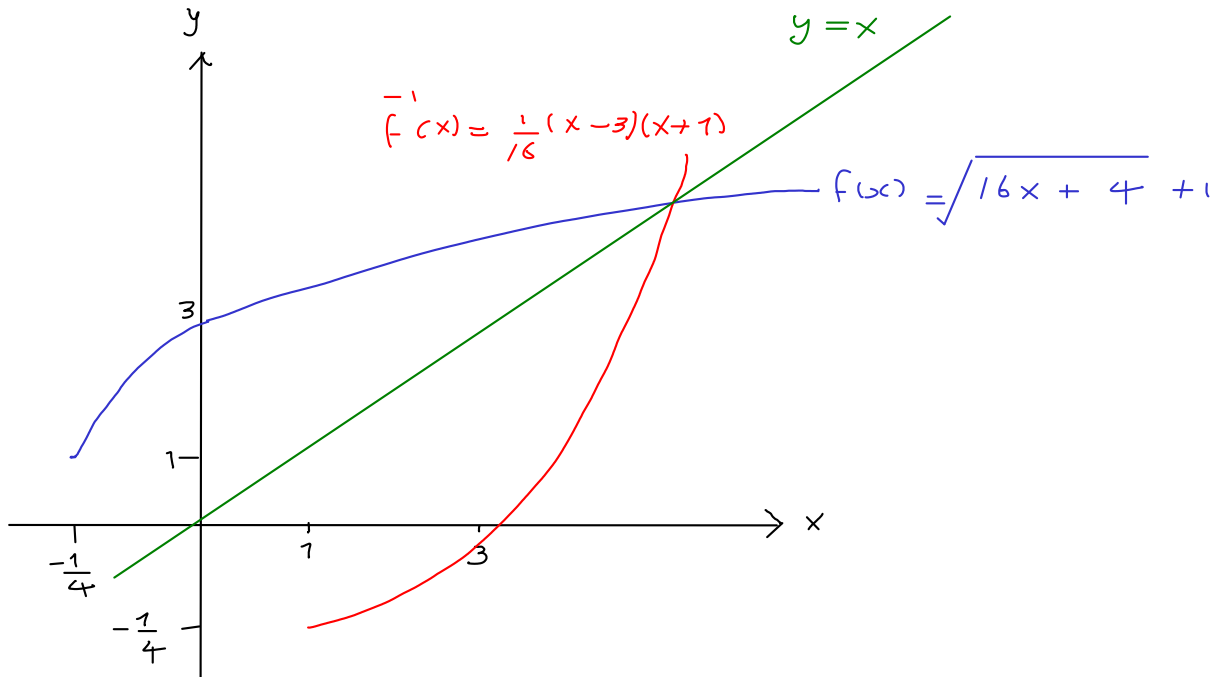
(2) (6 נק')

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{16} (x^2 - 2x - 3) = \frac{1}{16} (x - 3)(x + 1) .$$

(3) (4 נק')

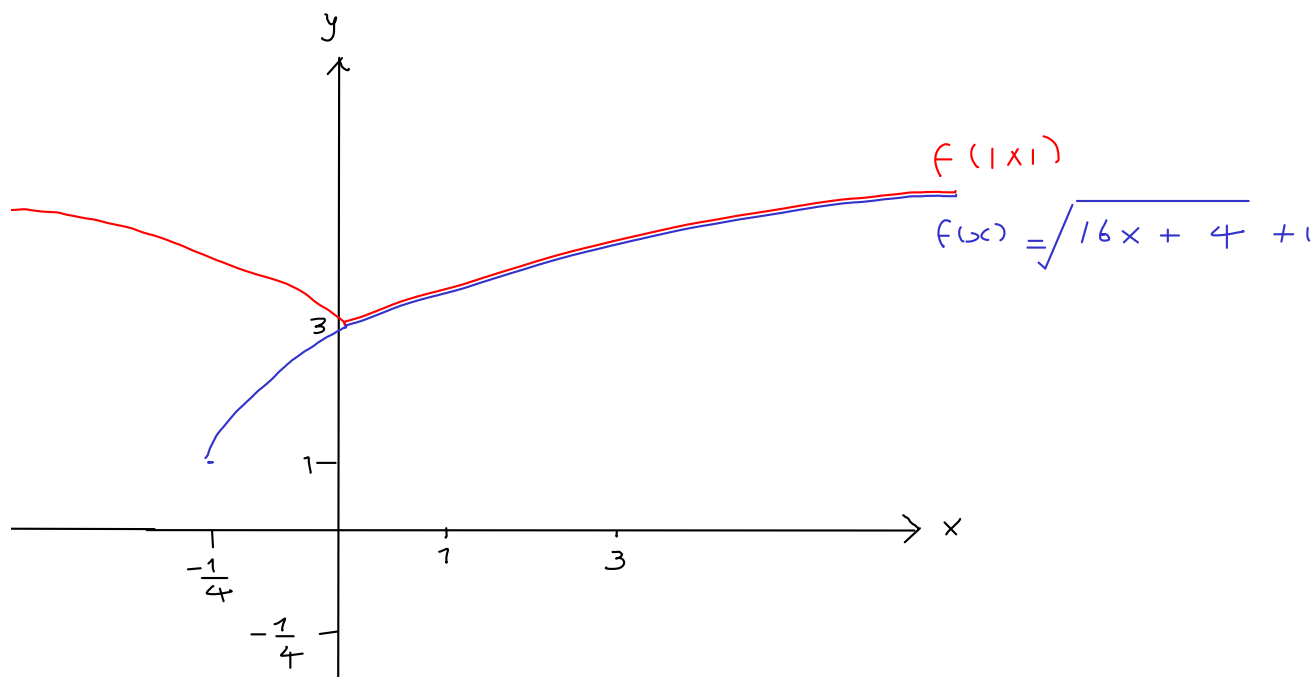
$\{x \geq 1\}$	תחום הגדרה
$\{y \geq -\frac{1}{4}\}$	תמונה

(4) (6 נק')



(5) (5 נק')

$f(|x|)$



שאלה 2

(1) (5 נק') תחום הגדרה: $x \neq 2, -2$.

נקודות חיתוך: $(0, 0)$.

סימני הפונקציה:

x	$x < -2$	$-2 < x < 0$	$0 < x < 2$	$x > 2$
$f(x)$	+	-	+	-

(2) (10 נק')

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x}{4 - x^2} = 0^-$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x}{4 - x^2} = 0^+$$

(3) (10 נק')

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{5x}{4 - x^2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{5x}{4 - x^2} = -\infty$$

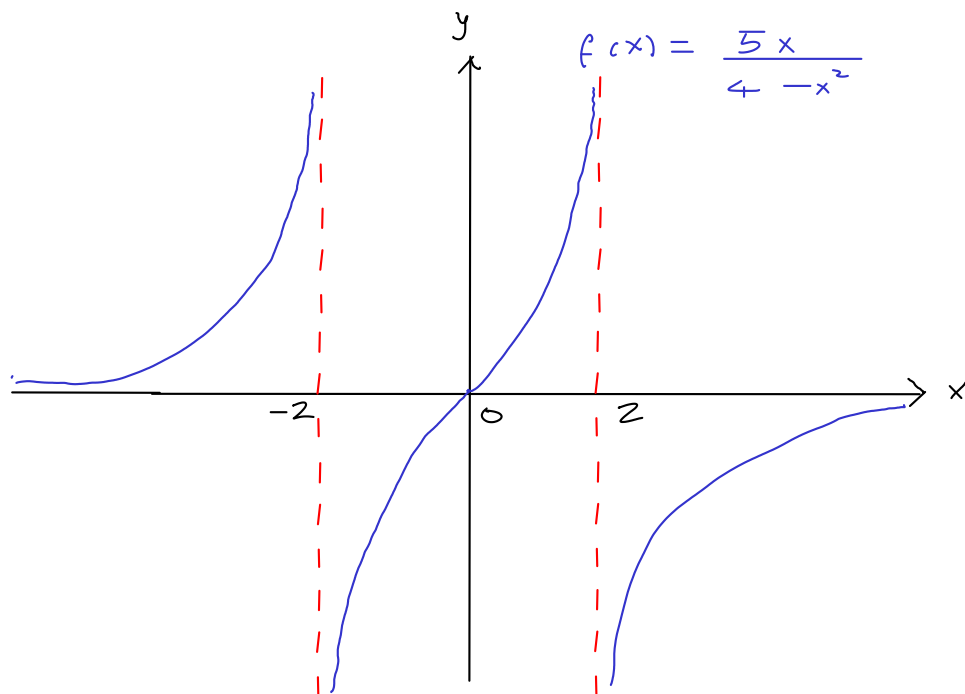
לכן קיימת אסימפטוטה אנכית ב $x = -2$.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5x}{4 - x^2} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{5x}{4 - x^2} = -\infty$$

לכן קיימת אסימפטוטה אנכית ב $x = 2$.

(4) (10 נק')



שאלה 3 (25 נקודות)

(1) (15 נק')

המכללה האקדמית להנדסה סמי שמעון

קמפוס באר שבע ביאליק פינת בזל 84100 | קמפוס אשדוד ז'בוטינסקי 77245,84 | www.sce.ac.il | חייג: *מפנסס

(א) (5 נק')

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+9}{4x+1} \right)^{x+2} = e^2$$

(ב) (5 נק')

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3 \cdot 7^x + 5^x}{5 \cdot 7^x + 4^x} \right) = \frac{3}{5}$$

(ג) (5 נק')

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x + 5 \sin(2x)}{\tan(4x)} = 4$$

(2) (15 נק')

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2x}{(x-5)^3} = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x}{(x-5)^3} = -\infty$$

גבול לא קיים: נקודת אי רציפות סוג שני.

שאלה 4 (25 נקודות)

(א) (15 נק')

$$f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 & x < 0 \\ 2^{a-x} & 0 \leq x \leq 2 \\ 2a + bx & x > 2 \end{cases}$$

$f(x)$ רציפה לכל x אם $a = 2, b = -2$.

(ב) (10 נק')

נתון: f, g עולות מונוטוניות.

צ"ל: $f + g$ עולה מונוטונית.

הוכחה:

f עולה, ז"א אם $b > a$ אז $f(b) > f(a)$.

g עולה, ז"א אם $b > a$ אז $g(b) > g(a)$.

לכן

$$b > a \quad \Rightarrow \quad f(b) + g(b) > f(a) + g(a) \quad \Rightarrow \quad (f + g)(b) > (f + g)(a)$$

לכן $f + g$ עולה מונוטונית.