

19 – 9 – 22
09 : 00 – 12 : 00

חדו"א 1

מועד א'

מרצה: ד"ר ירמיהו מילר

תשפ"ב סמסטר קיץ'

השאלון מכיל עמודים (כולל עמוד זה וכולל דף נוסחאות).

בהצלחה!

הנחיות למדור בחינות שאלוני בחינה

- לשאלון הבחינה יש לצרף מחברת.
- ניתן להשתמש במחשבון מדעי לא גרפי עם צג קטן.

חומר עזר

- דף נוסחאות מצורף לשאלון (עמודים בפורמט A4).

אחר / הערות

יש לענות על השאלות באופן הבא:

- יש לנמק היטב כל שלב של פתרון. תשובה ללא הסבר וללא נימוק, אפילו נכונה, לא תתקבל.
- שאלות 1,2 - יש לענות על **כל** השאלות!
- שאלות 3,4,5,6 - יש לענות **שלוש** שאלות בלבד מתוך **ארבע**.
- שאלות 7,8 - יש לענות על שאלה **אחת** בלבד מתוך **שתיים**.

שאלות 1 ו-2 חובה!

שאלה 1 (21 נקודות)

חקרו באופן מלא את הפונקציה $f(x) = \frac{x(x-4)^2}{x^2-3x}$ (תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, סימני הפונקציה, אסימפטוטות, תחומי עליה וירידה, נקודות קיצון, תחומי קמירות ונקודות פיתול) וציירו את סקיצת הגרף של הפונקציה.

שאלה 2 (24 נקודות)

פתרו 2 מתוך 3 האינטגרלים הבאים:

$$\begin{aligned} (1) \quad & \int_2^3 \frac{3x^2 - 4x + 5}{x^3 - 2x^2 + 5x - 6} dx \\ (2) \quad & \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\tan^4 x + \frac{8 \tan x}{5} \right) \frac{1}{\cos^2 x} dx \\ (3) \quad & \int e^{2x} (20x + 8) dx \end{aligned}$$

ענה על 3 מתוך 4 השאלות 3-6:

שאלה 3 (15 נקודות)

(א) (12 נק') מצא את משוואת המשיק ומשוואת הנורמל לקו $\begin{cases} x = \cos(3t) \\ y = \sin(2t) + 2t \end{cases}$ בנקודה $t \in [0, \pi/2]$ שבה $x = 0$.

(ב) (3 נק') הוכח כי למשוואה $x^3 + e^x = 0$ קיים שורש ממשי יחיד.

שאלה 4 (15 נקודות)

(א) (12 נק') חשבו את הגבולות הבאים:

$$\begin{aligned} (1) \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2}{2} + 1 \right)^{3/(-x+e^x-1)} \quad (6 \text{ נק'}) \\ (2) \quad & \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(e^{2/x} - \frac{2}{x} - 1 \right) \quad (6 \text{ נק'}) \end{aligned}$$

(ב) (3 נק') הגדירו אסימפטוטה אופקית של פונקציה $f(x)$.

שאלה 5 (15 נקודות)

(א) (12 נק') חשבו את שטח התחום החסום על ידי הקווים $y = x^2 + 2$, $y = -3x^2 + x + 2$.

המכללה האקדמית להנדסה סמי שמעון

(ב) (3 נק') הוכחו שלכל x חיובי מתקיים $4 \ln x - 1 < x^4$.

שאלה 6 (15 נקודות)

(א) (12 נק') רשמו את פולינום מקלורן מסדר 2 עבור הפונקציה $y^3 + 2xy - \cos x = 0$.

(ב) (3 נק') עבור אילו ערכי פרמטר a הפונקציה $f(x) = \frac{\ln x}{x} + \frac{x^2}{\cos(ax) + 1}$ רציפה בכל תחום הגדרתה?

ענה על 1 מתוך 2 השאלות 7-8:

שאלה 7 (10 נקודות)

הוכחו שלכל $a, b > 0$ ממשי מתקיים $|\sin a - \sin b| \leq |a - b|$.

שאלה 8 (10 נקודות)

על העקומה $x^2 + y^2 = 9$ מצא את כל הנקודות $P(x_0, y_0)$ שבהן המשיק לעקומה מקביל לקו $y = 2 - 3x$.