

## המחלקה למדעי המחשב

24/09/2024 כ"א באלול תשפ"ד

09 : 00 – 12 : 00

## חדוא 2

מועד ב'

מרצים: ד"ר זהבה צבי, ד"ר ירמיהו מילר,

תשפ"ד סמסטר ב'

השאלון מכיל 26 עמודים (כולל עמוד זה וכולל דף נוסחאות).

בהצלחה!

הנחיות למדור בחינות שאלוני בחינה

- לשאלון הבחינה יש לצרף מחברת.
- ניתן להשתמש במחשבון מדעי לא גרפי עם צג קטן.

חומר עזר

- דפי נוסחאות של הקורס (21 עמודים בפורמט A4), מצורפים לשאלון.

אחר / הערות

- יש לענות על השאלות באופן הבא:
- יש לנמק היטב כל שלב של פתרון. תשובה ללא הסבר וללא נימוק, אפילו נכונה, לא תתקבל.

- שאלות 1,2 - יש לענות על **כל** השאלות!
- שאלות 3,4,5,6 - יש לענות **שלוש** שאלות בלבד מתוך **ארבע**.
- שאלות 7,8 - יש לענות על שאלה **אחת** בלבד מתוך **שתיים**.

=====

## שאלות 1 – 2 חובה

### שאלה 1 (20 נקודות) נתונה הפונקציה

$$f(x, y) = 2xy^2 - 3x^2 - 2y^2 + 5$$

(א) (10 נק') מצאו ומיינו את כל נקודות האקסטremום (נקודות קיצון ואוכף) המקומיות של הפונקציה.

(ב) (10 נק') מצאו את הערך הקטן ביותר ואת הערך הגדול ביותר של  $f(x, y)$  בתחום החסום על ידי הקווים

$$x + y = 0, \quad x = -1, \quad y = -1.$$

### שאלה 2 (22 נקודות) תהי סדרה המקיימת $a_{n+1} = \sqrt{a_n}$ לכל

$$n \in \mathbb{N} \text{ וכן } a_1 = \frac{1}{2}.$$

הוכיחו כי הסדרה מתכנסת וחשבו את גבולה.

## תענו על 3 מתוך 4 השאלות 3 – 6

### שאלה 3 (16 נקודות)

(א) (12 נק') חשבו את המסה של הגוף החסום על ידי הקווים

$$y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y = x, \quad x^2 + y^2 = 4, \quad x^2 + y^2 = 16,$$

כאשר הצפיפות מסה היא  $\rho(x, y) = xy$ .

(ב) (4 נק') תהי הפונקציה  $f(x, y, z) = 3x^2 + 4xz + yz + 10$ . הוכיחו או הפריכו את הטענה הבאה: קיים ווקטור  $a$  כך שהנגזרת המכוונת  $\frac{df(P)}{da} = 10$  כאשר  $P$  הנקודה  $(1, 1, 1)$ .

#### שאלה 4 (16 נקודות)

(א) (5 נק') קבעו לאילו ערכי  $\alpha \in \mathbb{R}$  הטור  $\sum_{n=1}^{\infty} n\alpha^n$  מתכנס?

(ב) (6 נק') יהי טור חיובי  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ . הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

(א) (3 נק') אם לכל  $n \in \mathbb{N}$  מתקיים כי  $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$  אז הטור

מתבדר.  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

(ב) (3 נק') אם לכל  $n \in \mathbb{N}$  מתקיים כי  $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq 1$  אז הטור

מתכנס.  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

(ג) (5 נק') מצאו היכן הטור  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} (x-2)^{2n}$  מתכנס בהחלט. נמקו את תשובתכם.

#### שאלה 5 (16 נקודות) נתונה הפונקציה $f(x, y) = x^2 + 2xy + y^3$

**(א) (10 נק') מצאו את משוואת המישור המשיק לפונקציה  $f(x, y)$  בנקודה  $(1, 1)$ .**

**(ב) (6 נק') מצאו ומיינו את כל נקודות האקסטremום (נקודות קיצון ואוכף) המקומיות של הפונקציה.**

**שאלה 6 (16 נקודות)** שנו את סדר האינטגרלים, שררטו את תחום האינטגרציה וחשבו:

$$\int_1^3 \int_{x-2}^{\sqrt{x-2}} xy \, dy \, dx .$$

**פתור אחת מבין השאלות 7 – 8**

**שאלה 7 (10 נקודות)** נתון הישר אשר מקביל לווקטור  $(4, -3, 0)$  שעובר דרך הנקודה  $(1, 2, 3)$ . מצאו את הנקודות הקרובות ביותר על הישר הזה ועל ציר ה- $z$ .

**שאלה 8 (10 נקודות)** הוכיחו כי הטור  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \alpha^n}{\alpha^n + 1}$  מתבדר לכל  $\alpha > 1$ .