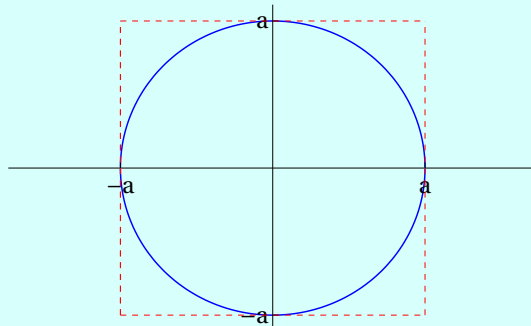


# שיעור 7

## חתכי חרוט, משטחים וקווי גובה

### הגדרה 7.1 מעגל

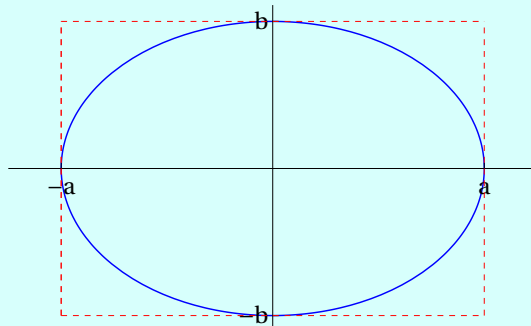


תחום הגדרה:

$$x^2 + y^2 = a^2 .$$

$$-\infty \leq x \leq \infty \quad -\infty \leq y \leq \infty$$

### הגדרה 7.2 אליפסה

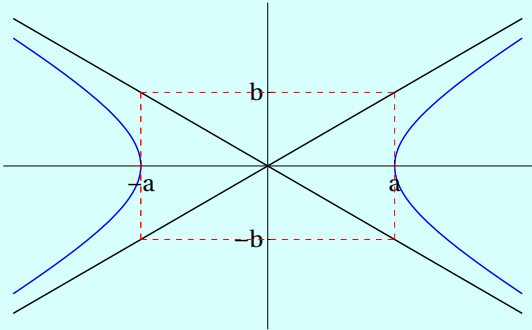


תחום הגדרה:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 .$$

$$-\infty \leq x \leq \infty \quad -\infty \leq y \leq \infty$$

הגדרה 7.3 היפרבולה 1

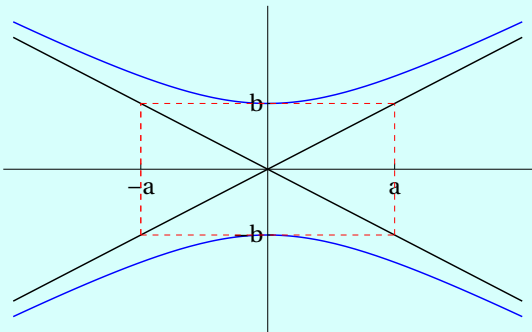


$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 .$$

תחום הגדרה:

$$x \geq a , \quad x \leq -a , \quad -\infty \leq y \leq \infty$$

הגדרה 7.4 היפרבולה 2



$$-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 .$$

תחום הגדרה:

$$-\infty \leq x \leq \infty \quad y \geq b , \quad y \leq -b .$$

הגדרה 7.5 קווי גובה

קו גובה הינו קו החתך של המשטח ע"י המישור האופקי  $z = c$  כאשר  $c \in \mathbb{R}$  מספר קבוע. מבחינה אנליטית: קו גובה  $L_{f,c}$  של  $f(x,y)$  הינו עקום המוגדר במישור  $xy$  ע"י המשוואה

$$f(x,y) = c .$$

דוגמה 7.1 פרבולויד של סיבוב מסביב ציר  $z$

שרטטו את המשטח של הפונקציה

$$z = x^2 + y^2 .$$

פתרון:

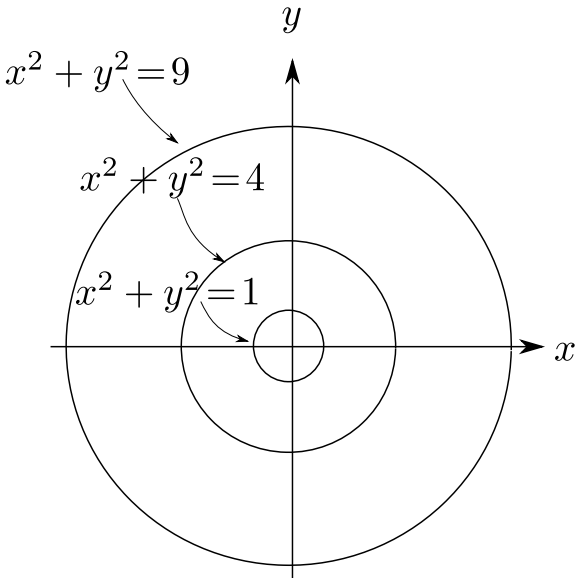
שלב 1. תחום הגדרה

$z \geq 0, \quad -\infty \leq x \leq \infty, \quad -\infty \leq y \leq \infty.$

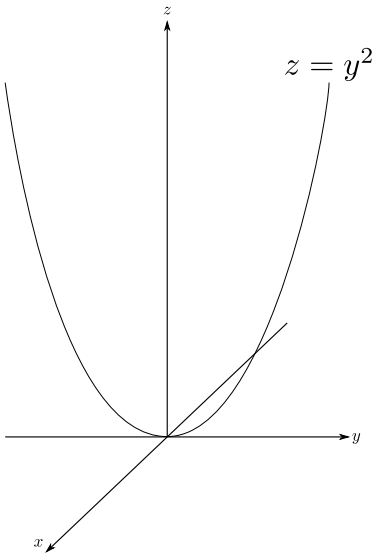
כלומר המשטח מוגדר רק מעל המישור  $z = 0$ .

שלב 2. קווי הגובה

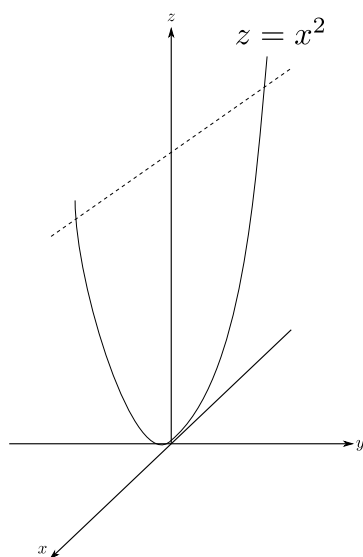
$z = c$	$f(x, y) = c$
$z = 0$	$x^2 + y^2 = 0$
$z = 1$	$x^2 + y^2 = 1$
$z = 4$	$x^2 + y^2 = 4$
$z = 9$	$x^2 + y^2 = 9$
$z = 16$	$x^2 + y^2 = 16$



שלב 3. שרטוט במישור  $x = 0$ .

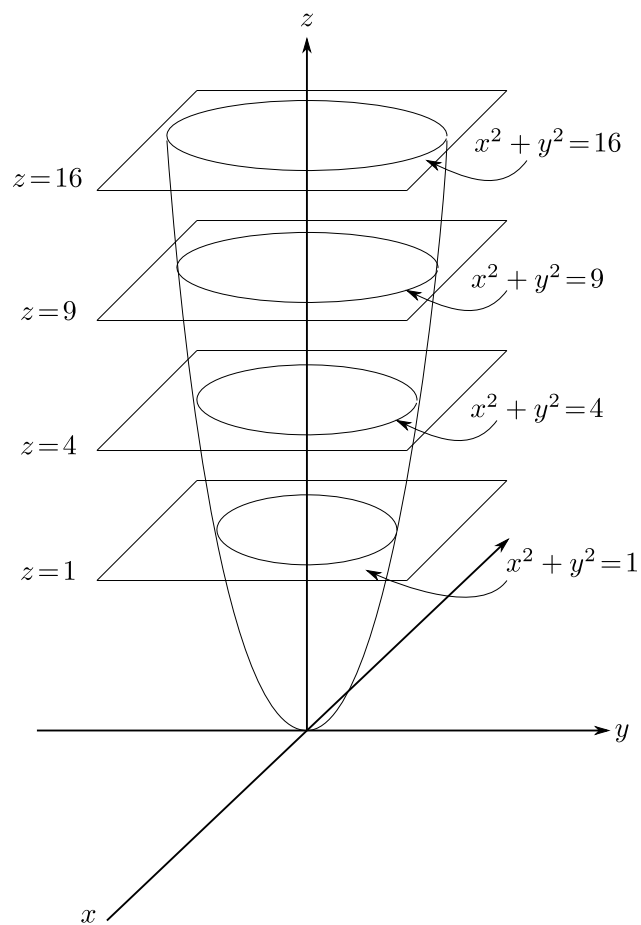


שלב 4. שרטוט במישור  $y = 0$ .



שלב 5. שרטוט של כל המשטח במערכת  $xyz$

בסך הכל ניתן לשרטט את המשטח ע"י להשתלב את השרטוטים:



## דוגמה 7.2 מעשנה כפולה

שרטטו את המשטח של הפונקציה

$$z = \sqrt{x^2 + y^2 - 9}, \quad z \geq 0.$$

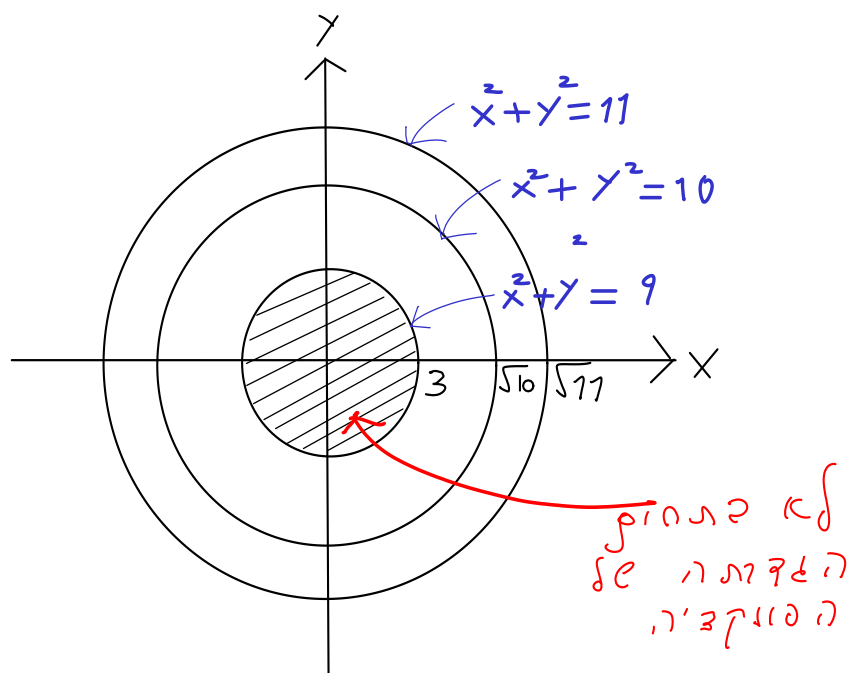
## פתרון:

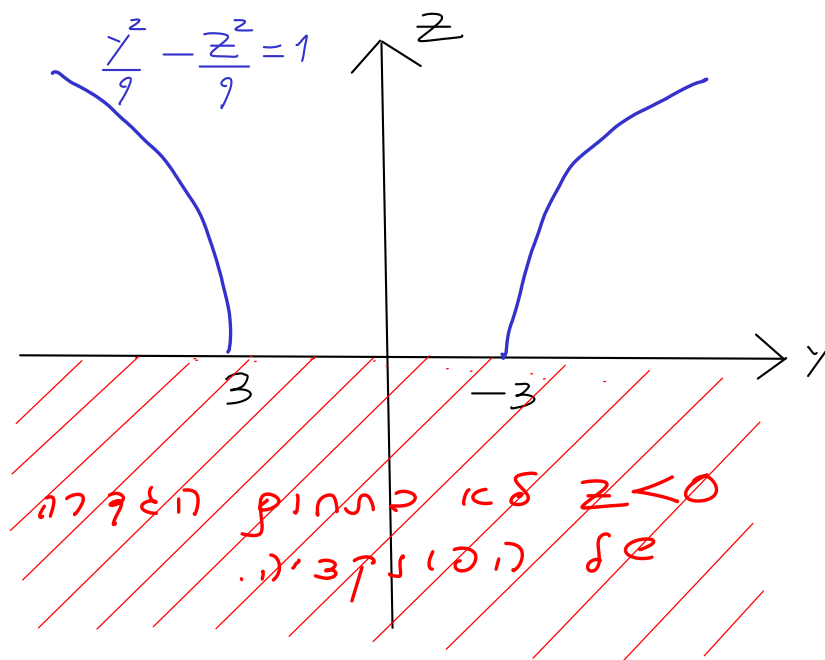
שלב 1. תחום הגדרה

$$x^2 + y^2 \geq 9$$

שלב 2. קווי הגובה

$z = c$	$f(x, y) = c$
$z = 0$	$x^2 + y^2 = 9$
$z = 1$	$x^2 + y^2 = 10$
$z = 2$	$x^2 + y^2 = 11$

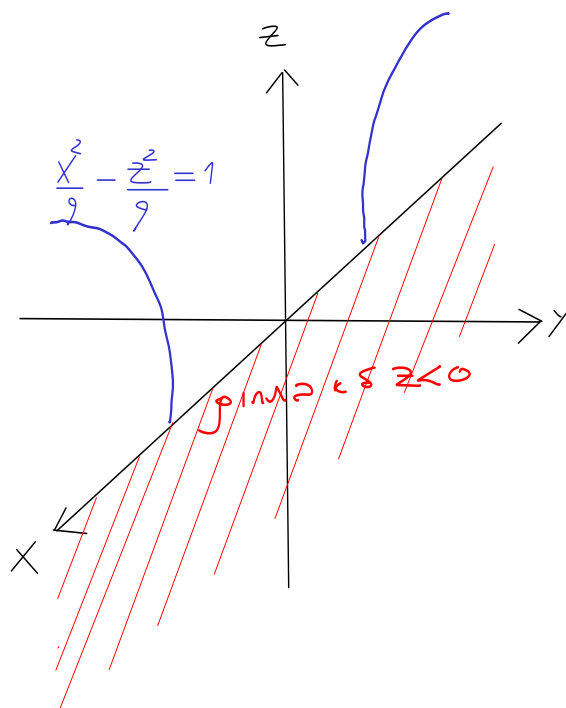
שלב 3. שרטוט במישור  $x = 0$ .



$$\frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{9} = 1$$

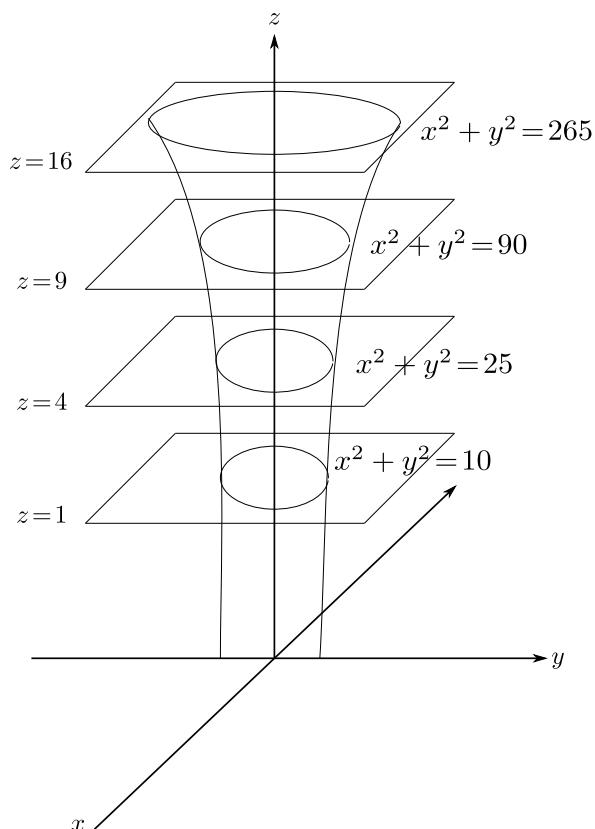
שלב 4. שרטוט במישור  $y = 0$ .

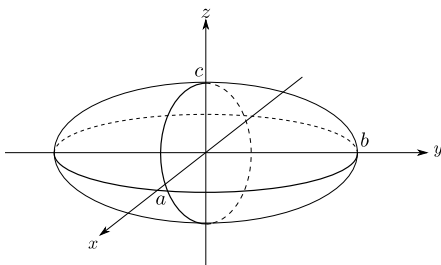
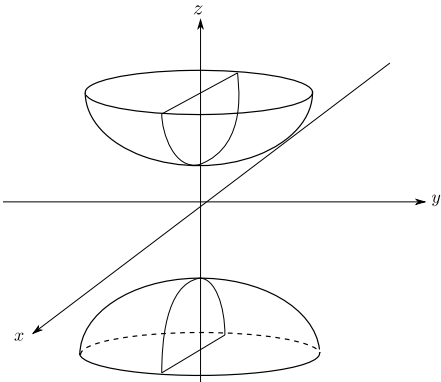
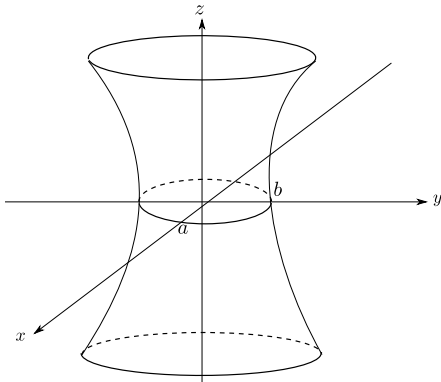
$$\frac{x^2}{9} - \frac{z^2}{9} = 1$$

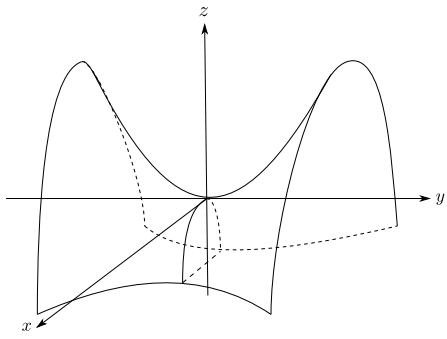
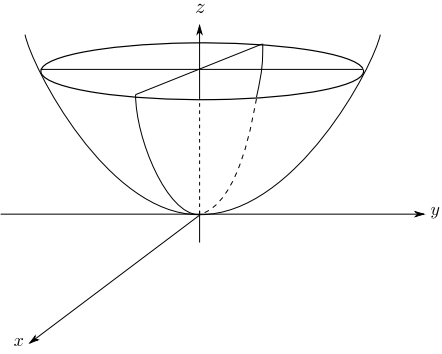
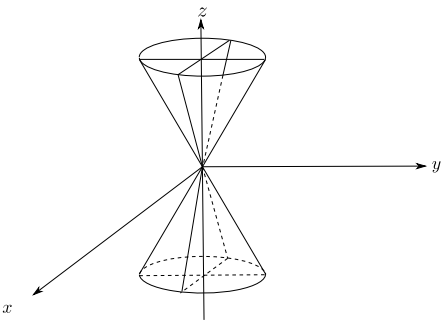


## שלב 5. שרטוט של המשטח

בסך הכל ניתן לשרטט את המשטח ע"י להשתלב את השרטוטים:



<p>ספירה (<math>a = b = c = r</math>)</p>  $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$	<p>אליפסויד:</p> $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
<p>דו יריעת: <math>\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1</math></p> 	<p>חד יריעת: <math>\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1</math></p>  <p>היפרבולויד:</p>

<p>היפרבולי: <math>z = -\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}</math></p> 	<p>אליפטי: <math>z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}</math></p> 	<p>פרבולויד:</p>
		<p>חרוט אליפטי: <math>z^2 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}</math></p>