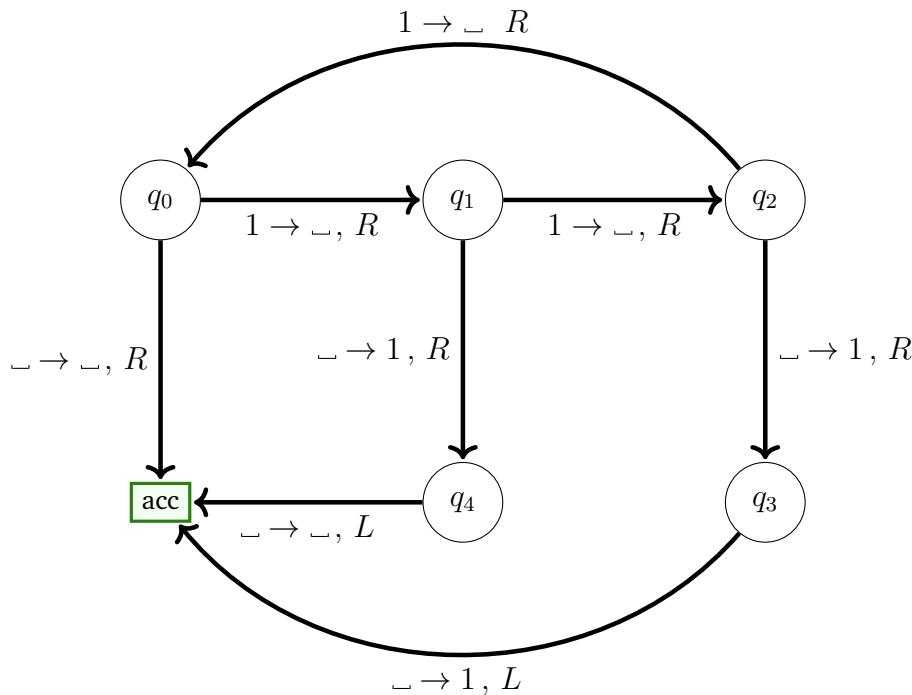


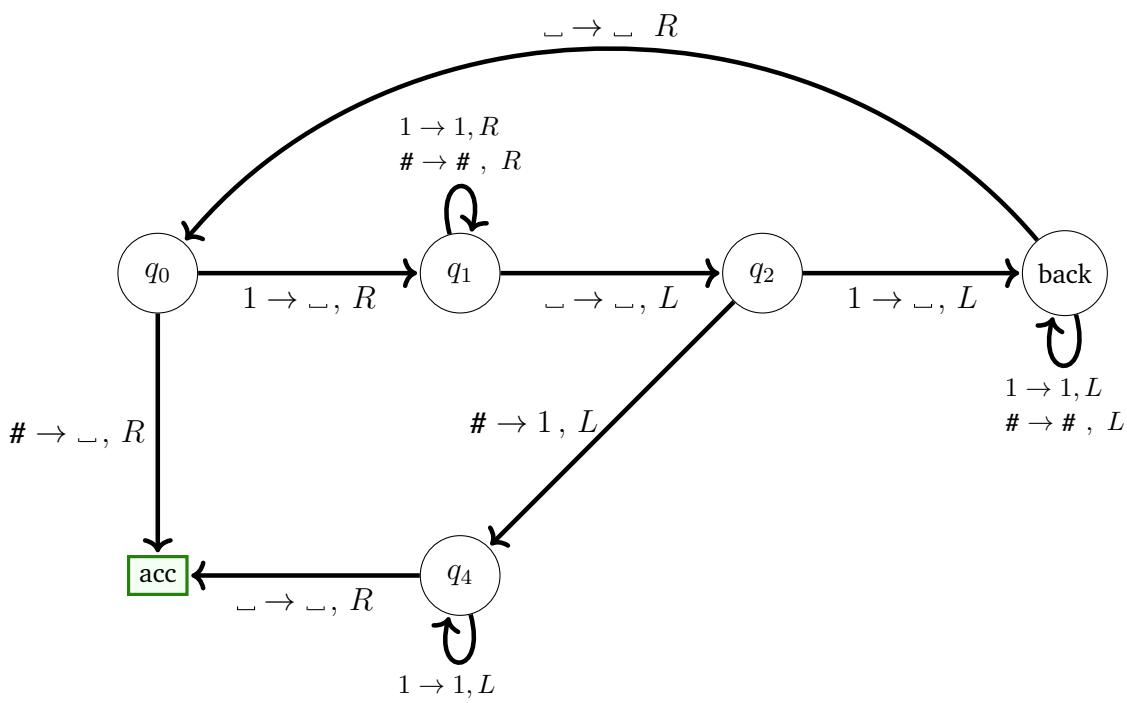
תרגילים 1ב': חישוב פונקציות עי מכונות טיורינג

שאלה 1 נתון אלבפתה הקלט $\{1\} = \Sigma$. בתרשים הבא, נתונה מכונת טיורינג M . המכונה מקבלת קלט מספר בסיס אונרי. מהי הפונקציה f שהמכונה מחשבת?



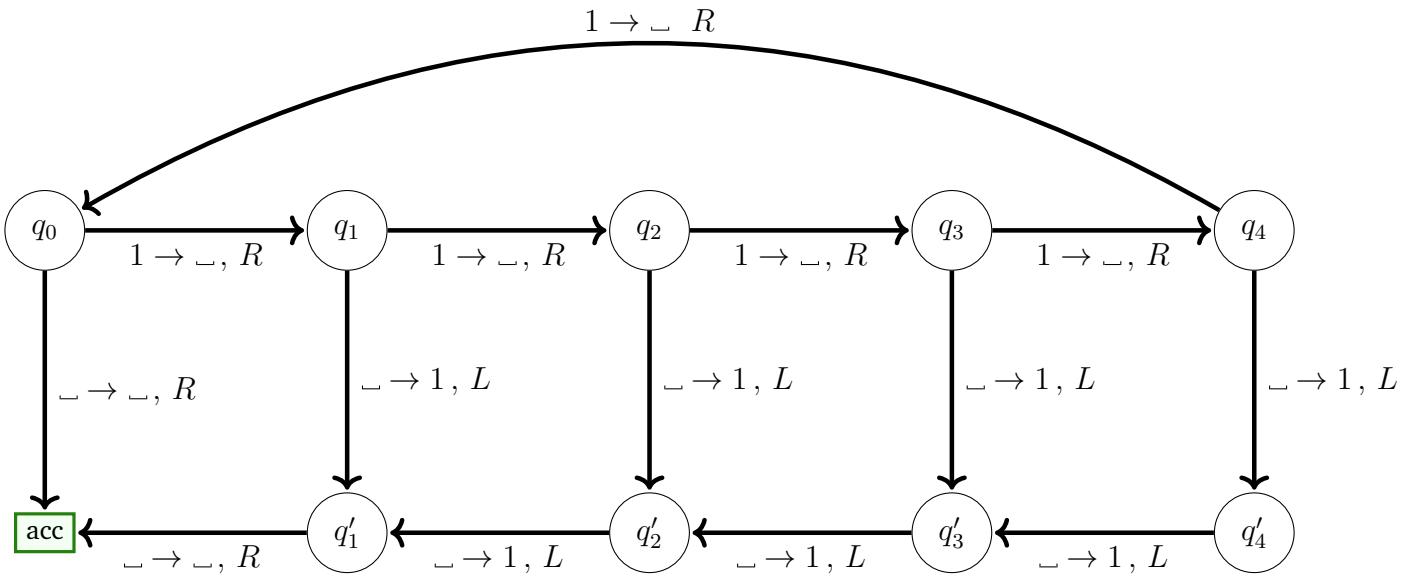
כל המעברים שאינם מופיעים בתרשים עוברים ל- rej.

שאלה 2 בתרשים הבא, נתונה מכונת טיורינג M . המכונה מקבלת קלט שני מספרים בסיס אונרי, מופרדים ע"י האות #. בהינתן קלט מהצורה $1^i \# 1^j$ כאשר $i, j \in \mathbb{N}$, מהי הפונקציה f שהמכונה מחשבת?



כל המעברים שאינם מופיעים בתרשים עוברים ל- rej.

שאלה 3 נתון אלפביתה הקלט $\{1\} = \Sigma$. בתרשים הבא, נתונה מכונת טיורינג M . המכונה מקבלת קלט מספר בסיס אונרי. מהי הפונקציה f שהמכונה מחשבת?



כל המעברים שאינם מופיעים בתרשים עוברים ל- rej.

תשובות **שאלה 1**

$$f(x) = x \mod 3 .$$

 שאלה 2

$$q_0 1\#1 \vdash q_1\#1 \vdash_* \#1q_1 \vdash \#q_21 \vdash_* q_{\text{back}} \leftarrow \# \vdash q_0\# \vdash \text{acc} .$$

לכן $f(1\#1) = 0$

$$\begin{aligned} q_0 11\#1 \vdash q_1 1\#1 \vdash_* 1\#1q_1 \vdash 1\#q_21 \vdash_* q_{\text{back}} \leftarrow 1\# \vdash q_0 1\# \\ \vdash q_1 \# \vdash \#q_1 \leftarrow \vdash q_2 \# \leftarrow \vdash q_4 \leftarrow 1 \vdash \text{acc} 1 \end{aligned}$$

לכן $f(11\#1) = 1$

נסתכל על קלט כללי $1^i\#1^j$ כאשר $i \geq j$

$$\begin{aligned} q_0 1^i\#1^j \vdash_* 1^{i-1}\#q_11^j \vdash_* 1^{i-1}\#1^j q_1 \leftarrow \vdash 1^{i-1}\#1^{j-1} q_21 \vdash 1^{i-1}\#1^{j-2} q_{\text{back}} 1 \leftarrow \\ \vdash_* q_{\text{back}} \leftarrow 1^{i-1}\#1^{j-1} \vdash q_0 1^{i-1}\#1^{j-1} \\ \vdots \\ \vdash_* q_0 1^{i-j}\#\leftarrow \vdash_* 1^{i-j-1}\#q_1 \leftarrow \vdash 1^{i-j-1} q_2\# \vdash 1^{i-j-2} q_4 11 \vdash_* q_4 \leftarrow 1^{i-j} \\ \vdash \text{acc } 1^{i-j} \end{aligned}$$

לכן

$$f(1^i\#1^j) = 1^{i-j}, \quad i \geq j . \quad (*1)$$

נסתכל על קלט כללי $1^i\#1^j$ כאשר $i < j$

$$\begin{aligned} q_0 1^i\#1^j \vdash_* 1^{i-1}\#q_11^j \vdash_* 1^{i-1}\#1^j q_1 \leftarrow \vdash 1^{i-1}\#1^{j-1} q_21 \vdash 1^{i-1}\#1^{j-2} q_{\text{back}} 1 \leftarrow \\ \vdash_* q_{\text{back}} \leftarrow 1^{i-1}\#1^{j-1} \vdash q_0 1^{i-1}\#1^{j-1} \\ \vdots \\ \vdash_* q_0 \#\leftarrow \vdash \text{acc } 1^{j-i} \leftarrow \end{aligned}$$

לכן

$$f(1^i\#1^j) = 1^{j-i}, \quad i < j . \quad (*2)$$

המשוואות (*1) ו-(*2) אומראות ש:

$$f(1^i \# 1^j) = 1^{|i-j|} . \quad (*3)$$

 שאלה 3

$$f(x) = x \mod 5 .$$