

25/01/2023  
09 : 00 – 12 : 00

# חדו"א 1

מועד א'

מרצה:

תשע"ג סמסטר א'

השאלון מכיל עמודים (כולל עמוד זה וכולל דף נוסחאות).

**בהצלחה!**

## הנחיות למדור בחינות שאלוני בחינה

- לשאלון הבחינה יש לצרף מחברת.
- ניתן להשתמש במחשבון מדעי לא גרפי עם צג קטן.

## חומר עזר

- דף נוסחאות מצורף לשאלון ( עמודים בפורמט A4).

## אחר / הערות

יש לענות על השאלות באופן הבא:

- יש לנמק היטב כל שלב של פתרון. תשובה ללא הסבר וללא נימוק, אפילו נכונה, לא תתקבל.
- שאלות 1,2 - יש לענות על כל השאלות!
- שאלות 3,4,5,6 - יש לענות **שלוש** שאלות בלבד מתוך **ארבע**.
- שאלות 7,8 - יש לענות על שאלה **אחת** בלבד מתוך **שתיים**.

## שאלות 1 ו-2 חובה!

### שאלה 1 (21 נקודות)

חקרו באופן מלא את הפונקציה  $f(x) = (x^2 - 7)e^{x/3}$  (תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, סימני הפונקציה, אסימפטוטות, תחומי עליה וירידה, נקודות קיצון, תחומי קמירות ונקודות פיתול) וציירו את סקיצת הגרף של הפונקציה.

### שאלה 2 (24 נקודות)

פתרו 2 מתוך 3 האינטגרלים הבאים:

$$\int_0^{\pi/2} 8x \sin^2 x \, dx \quad (1)$$

$$\int \frac{1}{1 + \sin x + \cos x} \, dx \quad (2)$$

$$\int \frac{x-2}{x^3 + 4x^2} \, dx \quad (3)$$

ענו על 3 מתוך 4 השאלות 3-6:

### שאלה 3 (15 נקודות)

(א) (7 נק') רשמו את פולינום מקלורן מסדר 2 של הפונקציה  $\begin{cases} x = e^{2t} - 1 \\ y = t^2 + 2t + 2 \end{cases}$  בנקודה שבה  $x = 1$ .

(ב) (8 נק') הוכיחו כי למשוואה  $3x + \arctan(x) = 2$  קיים שורש ממשי יחיד.

### שאלה 4 (15 נקודות)

(א) (12 נק') חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 3} \right)^x \quad (2) \quad (6 \text{ נק'})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right) \quad (1) \quad (6 \text{ נק'})$$

(ב) (3 נק') הוכיחו כי אם  $f(x)$  פונקציה אי-זוגית ו  $g(x)$  פונקציה אי-זוגית אז הפונקציה  $(f \cdot g)(x)$  פונקציה זוגית.

## שאלה 5 (15 נקודות)

- (א) (7 נק') חשבו את השטח התחום החסום ע"י  $y = 3x$  ו  $y = 4 - x^2$ .
- (ב) (8 נק') חשבו את נפחו של גוף סיבוב המתקבל של התחום החסום ע"י הקווים  $y = 2x$  ו  $y = 2\sqrt{x}$  סביב ציר ה  $x$ .

## שאלה 6 (15 נקודות)

- (א) (10 נק') מצאו את משוואת המשיק ומשוואת הנורמל של הפונקציה  $x^2 + y^2 = 4$  בנקודה  $x = 1$ .
- (ב) (5 נק') חשבו, לפי הגדרה, את הנגזרת של  $\frac{1}{x}$ .

ענו על 1 מתוך 2 השאלות 7-8:

## שאלה 7 (10 נקודות)

הוכיחו שלכל  $x > 0$ ,

$$\frac{x}{1+x^2} < \arctan x < x$$

מתקיים.

## שאלה 8 (10 נקודות)

מצאו את הנקודה על האליפסה  $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$  הקרובה ביותר לנקודה  $A(1, 1)$ .