

### עבודה עצמית 3

#### שאלה 1

- (א) רשמו את טבלאות הכפל וחיבור של  $\mathbb{Z}_7$ .
- (ב) רשמו את האיברים ההופכיים של 2, 3, 4, 5, 6 ב-  $\mathbb{Z}_7$  וב-  $\mathbb{Z}_{11}$ .

#### שאלה 2

- (א) מצאו הפתרונות של המשוואות (1)  $3x = 2$  (2)  $-3x = 2$   
 (1) בשדה  $\mathbb{Z}_5$   
 (2) בשדה  $\mathbb{Z}_7$   
 (3) בשדה  $\mathbb{Z}_{97}$
- (ב) יהי  $\mathbb{F}$  שדה. הוכיחו כי לכל  $a, b \in \mathbb{F}$  כך ש  $a \neq 0$  למשוואה  $ax = b$  ישנו פתרון יחיד.
- (ג) מצאו את כל הפתרונות של המשוואות  $x + ay = b$  בשדה  $\mathbb{F}$  הגדרתם בשאלה 2 סעיף ג.

#### שאלה 3

פתרו את המערכת הבאה מעל  $\mathbb{Z}_5$ . כמה פתרונות יש למערכת?

$$\begin{aligned} x + 3y + z &= 1 \\ 3x + y + 4z &= 2 \\ 2x + 4y + 4z &= 3 \end{aligned}$$

#### שאלה 4

יהי  $\mathbb{F}$  שדה, הוכיחו את הטענות הבאות:

- (א) לכל מספר טבעי  $k$ , ולכל  $a_1, \dots, a_k, b \in \mathbb{F}$  מתקיים
- $$(a_1 + \dots + a_k)b = a_1b + \dots + a_kb.$$

רמז: אינדוקציה על  $k$ .

- (ב) לכל  $a \in \mathbb{F}$  פרט ל- 0 יש  $b \in \mathbb{F}$  יחיד כך ש-  $ab = 1$ .
- (ג) יהי  $a \in \mathbb{F}$ . אם  $a + a = a$  אז  $a = 0$ .
- (ד) יהיו  $a, b \in \mathbb{F}$ . אם  $ab = 0$  אז  $a = 0$  או  $b = 0$ .
- (ה) לכל  $a, b \in \mathbb{F}$  מתקיים  $-(ab) = (-a)b$ .