

שיעור 7

הבעית הפירוק של מספרים וצופן רבין

7.1 הבעית פירוק מספרים

7.2 צופן רבין

$$\lambda(n) \stackrel{(\#1)}{=} \frac{(p-1)(q-1)}{\binom{p-1}{p'}} = p'(q-1) . \Leftrightarrow d = \frac{p-1}{p'} . \quad (1*)$$

$$\lambda(n) \stackrel{(\#2)}{=} \frac{(p-1)(q-1)}{\binom{q-1}{q'}} = q'(p-1) . \Leftrightarrow d = \frac{p-1}{p'} . \quad (2*)$$

שלב 4) נתנו $ab \equiv 1 \pmod{\lambda(n)}$ לכן קיים t שולם כך ש-

$$ab = 1 + t\lambda(n) \stackrel{(2*)}{=} 1 + t(p-1)q' .$$

לכן

$$ab - 1 = t(p-1)q' .$$

מכאן

$$x^{ab-1}x^{tq'(p-1)} = y^{p-1} \stackrel{\text{פרמי}}{\equiv} 1 \pmod{p}$$

כאשר $y = x^{tq'}$ והשווינו השני מתקיים בغالל ש- p מספר ראשוני. לפיכך

$$x^{ab-1} \equiv 1 \pmod{p} .$$

שלב 5) נתנו $ab \equiv 1 \pmod{\lambda(n)}$ לכן קיים t שולם כך ש-

$$ab = 1 + t\lambda(n) \stackrel{(1*)}{=} 1 + t(q-1)p' .$$

לכן

$$ab - 1 = t(q-1)p' .$$

מכאן

$$x^{ab-1}x^{tp'(q-1)} = z^{q-1} \stackrel{\text{פרמי}}{\equiv} 1 \pmod{q}$$

כאשר $z = x^{tp'}$ והשווינו השני מתקיים בغالל ש- q מספר ראשוני. לפיכך

$$x^{ab-1} \equiv 1 \pmod{q} .$$

שלב 6) מכיוון ש- q, p ראשוניים אז

$$\left. \begin{array}{l} x^{ab-1} \equiv 1 \pmod{q} \\ x^{ab-1} \equiv 1 \pmod{p} \end{array} \right\} \Rightarrow x^{ab-1} \equiv 1 \pmod{pq}$$

לפיכך

$$x^{ab-1} \equiv 1 \pmod{n} \Rightarrow (x^b)^a \equiv x \pmod{n}$$

כנדרש.

