

המחלקה למדעי המחשב

23 – 05 – 17 כ"ו באייר תשפ"ג  
12 : 10 – 13 : 40

## חדו"א 1 למדעי המחשב

בוחן אמצע סמסטר

מרצים: ד"ר ירמיהו מילר    ד"ר יבגניה אקרמן

תשפ"ג סמסטר ב'

השאלון מכיל עמודים (כולל עמוד זה וכולל דף נוסחאות).

**בהצלחה!**

### הנחיות למדור בחינות שאלוני בחינה

- לשאלון הבחינה יש לצרף מחברת.
- ניתן להשתמש במחשבון מדעי לא גרפי עם צג קטן.

### חומר עזר

- דפי נוסחאות של הקורס ( עמודים בפורמט A4 ), מצורפים לשאלון.
- אחר / הערות יש לענות על השאלות באופן הבא:
- יש לנמק היטב כל שלב של פתרון. תשובה ללא הסבר וללא נימוק, אפילו נכונה, לא תתקבל.
- יש לענות על שאלות 1-3.

## שאלה 1 (40 נקודות)

נתונה פונקציה  $f(x) = \frac{x}{x-2}$ .

(א) (2 נק') מצאו את תחום ההגדרה.

(ב) (2 נק') מצאו את סימני הפונקציה.

(ג) (6 נק') קבעו את התנהגות הפונקציה סביב נקודות אי הגדרה ובדקו אם יש אסימפטוטה אנכית.

(ד) (6 נק') קבעו את התנהגות הפונקציה בתהליכים  $x \rightarrow \infty$  ו-  $x \rightarrow -\infty$  ומצאו את האסימפטוטות האופקיות.

(ה) (8 נק') מצאו את התחומי עלייה וירידה של הפונקציה וקבעו אם יש נקודות קיצון.

(ו) (8 נק') קבעו את התחומי קמירות של הפונקציה וקבעו אם יש נקודות פיתול.

(ז) (8 נק') ציירו את סקיצת הגרף של הפונקציה על סמך התוצאות של הסעיפים הקודמים.

## שאלה 2 (30 נקודות)

(א) (20 נק') חשבו את הגבולות הבאים:

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2}{x^2 + 5x + 6} \right)^x \quad (10 נק')$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3 \sin(2x) + 4 \tan(3x)}{x + \sin(2x)} \right) \quad (10 נק')$$

(ב) (10 נק')

מצאו את הגבולות החד-צדדיים של הפונקציה  $f(x) = \frac{2x}{(x-5)^3}$  בנקודה  $x = 5$ . האם קיים  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ ? נמקו את תשובתכם.

## שאלה 3 (30 נקודות)

(א) (15 נק') נתונה הפונקציה  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(ax)}{x} & x > 0 \\ b & x = 0 \\ x + 6 & x < 0 \end{cases}$  עבור אילו ערכי  $a, b$  הפונקציה רציפה בנקודה  $x = 0$ ?

(ב) (15 נק') הוכיחו: אם  $f(x)$  פונקציה אי-זוגית ו-  $g(x)$  פונקציה אי-זוגית אז הפונקציה  $(f \cdot g)(x)$  זוגית.

## פתרונות

### שאלה 1

$$f(x) = \frac{x}{x-2}$$

א) (2 נק') תחום ההגדרה:  $\{x \neq 2\}$ .

ב) (2 נק')

נקודות חיתוך עם ציר ה- $x$ :

$$f(x) = \frac{x}{x-2} \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow x = 0.$$

נקודות חיתוך עם ציר ה- $y$ :

$$f(0) = 0.$$

חכן יש רק נקודת חיתוך אחת ב- $(0,0)$ .

$x$	$x < 0$	$0 < x < 2$	$x > 2$
$f(x)$	+	-	+

ג) (6 נק')

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{x-2} = \frac{2}{0^-} = -\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{x-2} = \frac{2}{0^+} = \infty.$$

ד) (6 נק')

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x-2} = 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x-2} = 1.$$

$y = 1$  אסימפטוטה אופקית ב- $x = \infty$  וב- $x = -\infty$ .

ה) (8 נק')

$$f = \frac{u}{v}, \quad u = x, \quad v = x-2, \quad u' = 1, \quad v' = 1.$$

$$f' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} = \frac{x-2-x}{(x-2)^2} = \frac{-2}{(x-2)^2}.$$

לא קיימת  $x$  שבה  $f' = 0$ .

$x$	$x < 2$	$x > 2$
$f'(x)$	—	—
$f(x)$	↘	↘

(ו) (8 נק')

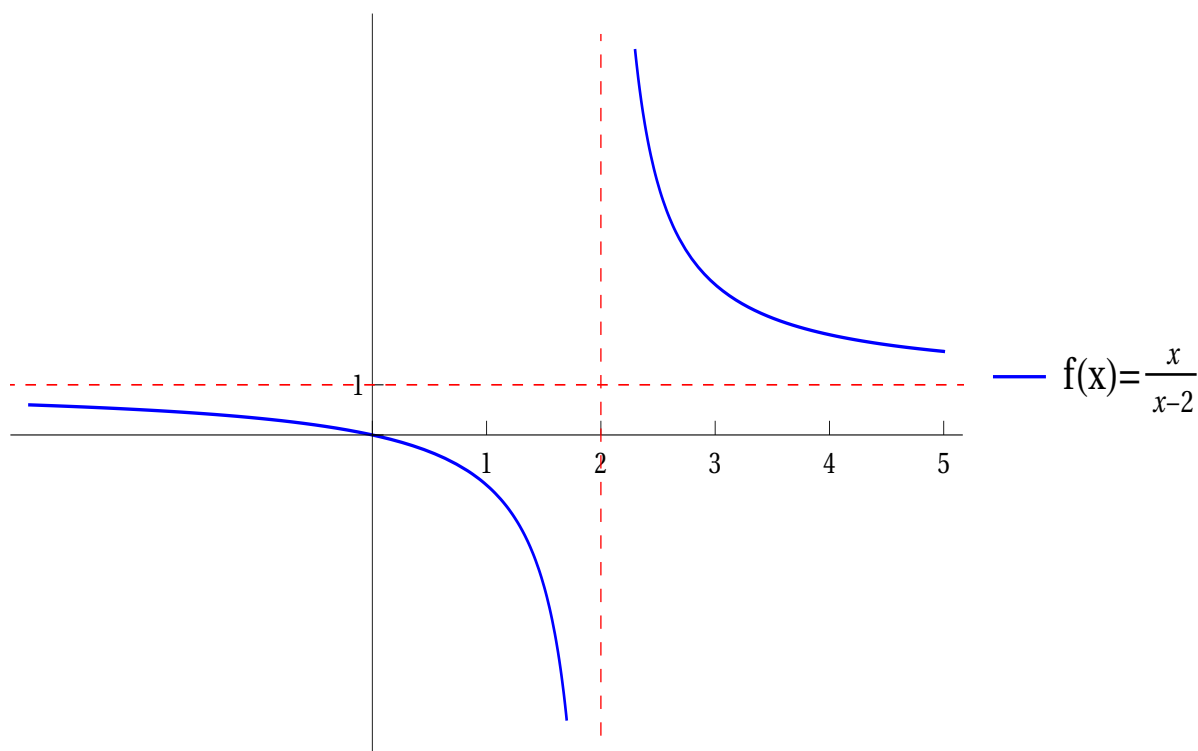
(ז) (8 נק') ציירו את סקיצת הגרף של הפונקציה על סמך התוצאות של הסעיפים הקודמים.

$$f' = \frac{u}{v}, \quad u = -2, \quad v = (x-2)^2, \quad u' = 0, \quad v' = 2(x-2).$$

$$f'' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} = \frac{4(x-2)}{(x-2)^4} = \frac{4}{(x-2)^3}.$$

לא קיימת  $x$  שבה  $f'' = 0$ .

$x$	$x < 2$	$x > 2$
$f'(x)$	—	+
$f(x)$	↓ קמורה	↑ קמורה



שאלה 2

המכללה האקדמית להנדסה סמי שמעון

קמפוס באר שבע ביאליק פינת בזל 84100 | קמפוס אשדוד ז'בוטינסקי 77245,84 | [www.sce.ac.il](http://www.sce.ac.il) | חייג: \*מפנסס

(א) (20 נק')  
(1) (10 נק')

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2}{x^2 + 5x + 6} \right)^x$$

$$\frac{x^2}{x^2 + 5x + 6} = 1 + \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \frac{x^2}{x^2 + 5x + 6} - 1 = \frac{1}{\alpha}$$

$$\frac{x^2 - (x^2 + 5x + 6)}{x^2 + 5x + 6} = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \frac{-5x - 6}{x^2 + 5x + 6} = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{x^2 + 5x + 6}{-5x - 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{\alpha} \right)^{\frac{x \cdot \alpha}{\alpha}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[ \left( 1 + \frac{1}{\alpha} \right)^{\alpha} \right]^{\frac{x}{\alpha}}$$

$$e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\alpha}} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x(-5x-6)}{x^2+5x+6} \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{-5x^2-6x}{x^2+5x+6} \right)} = e^{-5}$$

(2) (10 נק')

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3 \sin(2x) + 4 \tan(3x)}{x + \sin(2x)} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\frac{3 \sin(2x) + 4 \tan(3x)}{x}}{\frac{x + \sin(2x)}{x}} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\frac{3 \sin(2x) + 4 \tan(3x)}{x}}{\frac{x + \sin(2x)}{x}} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3 \cdot \frac{\sin(2x)}{x} + 4 \cdot \frac{\tan(3x)}{x}}{\frac{x}{x} + \frac{\sin(2x)}{x}} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3 \cdot \frac{2 \cdot \sin(2x)}{2x} + 4 \cdot \frac{3 \cdot \tan(3x)}{3x}}{1 + \frac{2 \cdot \sin(2x)}{2x}} \right)$$

$$= \frac{3 + 4}{1 + 1}$$

$$= 6$$

(ב) (10 נק')

מצאו את הגבולות החד-צדדיים של הפונקציה

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x}{(x-5)^3} = \frac{10}{(0^-)^3} = \frac{10}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2x}{(x-5)^3} = \frac{10}{(0^+)^3} = \frac{10}{0^+} = +\infty$$

גבול לא קיים כי הגבולות החד-צדדיים לא קיימות. נקודה  $x = 5$  היא נקודת אי הגדרה סוג שני.

**המכללה האקדמית להנדסה סמי שמעון**

קמפוס באר שבע ביאליק פינת בזל 84100 | קמפוס אשדוד ז'בוטינסקי 77245,84 | [www.sce.ac.il](http://www.sce.ac.il) | חייג: \*מפמפמ

### שאלה 3

א) (15 נק')

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \stackrel{!}{=} f(0) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} (x + 6) \stackrel{!}{=} b \Rightarrow b = 6 .$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \stackrel{!}{=} f(0) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{\sin(ax)}{x} \right) \stackrel{!}{=} b = 6 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( a \cdot \frac{\sin(ax)}{ax} \right) \stackrel{!}{=} 6 \Rightarrow a = 6 .$$

ב) (15 נק') נתון:  $f(-x) = -f(x)$  פונקציה אי-זוגית ו-  $g(-x) = g(x)$  פונקציה אי-זוגית.

צריך להוכיח: הפונקציה  $(f \cdot g)(x)$  היא פונקציה זוגית.

הוכחה:

$$(f \cdot g)(-x) = f(-x) \cdot g(-x) = [-f(x)] \cdot [g(x)] = -f(x) \cdot g(x) = -(f \cdot g)(x) .$$