

עבודה עצמית 1

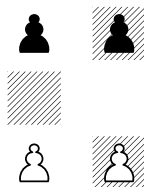
שאלה 1 שלמה מציע לאבשלום לבחור "עץ" או "פלי". אחרי שאבשלום בוחר, שלמה מטיל מטבע. אם המטבע מראה את בחירתו של אבשלום, אבשלום מנצח ולא – מנצח שלמה. שרטטו את עץ המשחק.

שאלה 2 שתי ערמות גפרורים מונחות על השולחן. באחת גפרור אחד, בשנייה שני גפרורים. שני שחקנים מסלקים גפרורים לפי התור. כל שחקן, בתורו, חייב לסלק גפרורים אך ורק מערמה אחת והוא חייב לסלק לפחות גפרור אחד. מי שמסלק את הגפרור האחרון מפסיד.

(א) תארו את המשחק הבא בצורה רחבה.

(ב) רשמו את כל מסלולי המשחק שמבטיחים לשחקן I ניצחון ולשחקן II ניצחון.

שאלה 3 במשחק מיני-שחמט 3×2 , ללבן יש 2 רגלים ולשחור יש 2 רגלים. המצב ההתחלתי של הלוח מתואר למטה.



(א) רשמו את הצורה רחבה של המשחק.

(ב) רשמו את מסלולי המשחק שמבטיח ללבן ניצחון.

(ג) רשמו את מסלולי המשחק שמבטיח לשחור ניצחון.

(ד) האם קיימת אסטרטגיה המבטיחה ללבן ניצחון בלי קשר לשום אסטרטגיה של שחור?

(ה) האם קיימת אסטרטגיה המבטיחה לשחור ניצחון בלי קשר לשום אסטרטגיה של לבן?

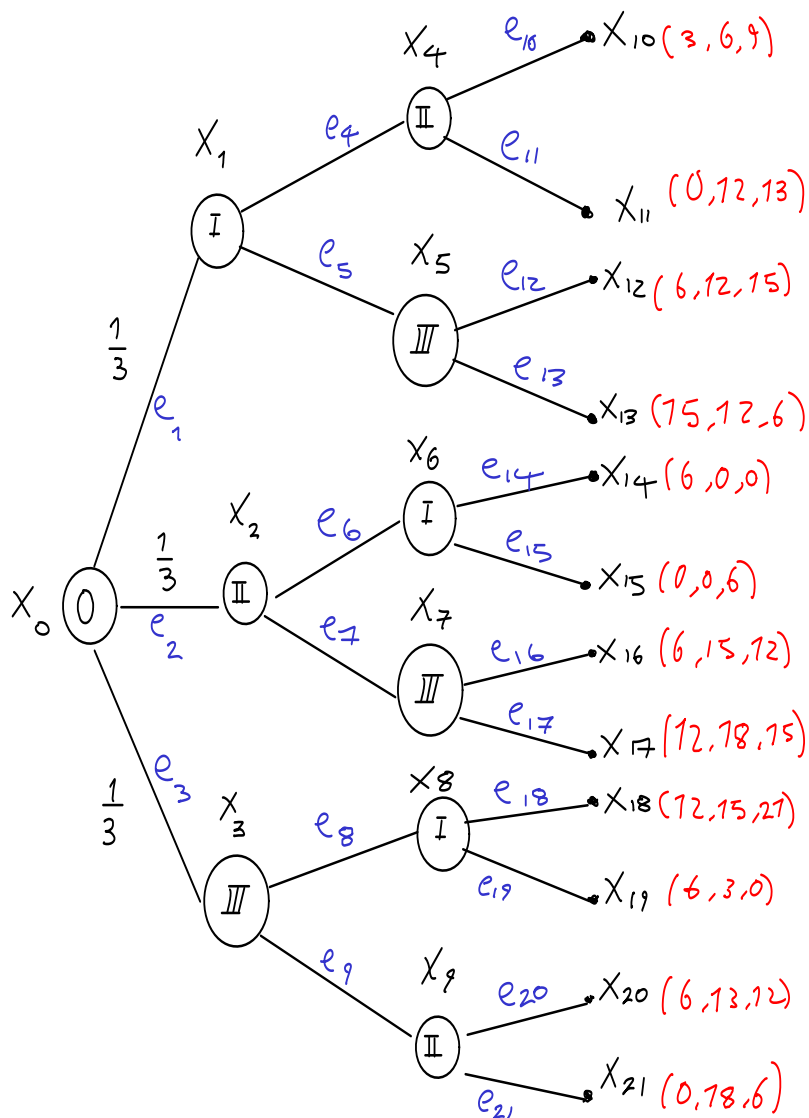
שאלה 4 שרטטו את המשחק הבא בצורה רחבה.

שרון רוזן ושלושת ילדיה, אליה, יעקב וגילי, מנהלים את חברת "קפה רוזן". אליה היא הבת הבכורה, יעקב השני, וגילי היא צעירת הילדים. משרת רואה החשבון התפנתה, ושני מועמדים מתחרים על התפקיד. דרך הבחירה נעשית כך:

- תחילה שרון בוחרת שניים משלושת ילדיה.
- שני אלה דנים במעלותיו וחסרונותיו של כל אחד משני המועמדים.
- המבוגר מבין שני הילדים מציע מועמד, והשני יכול להסכים לבחירה או להתנגד.
- מועמד יזכה בבחירה רק אם שני הילדים תומכים במועמדותו.

- אם לא, שני המועמדים יידחו, ותהליך החיפוש יימשך.
- אם מועמד התקבל שרון מרוויחה 100 ₪ וכל אחד של הילדים מרוויחים 50 ₪.
- אם אף אחד לא התקבל שרון מפסידה 100 ₪ והילדים לא מרוויחים ולא מפסידים.

שאלה 5



השאלות הבאות מתייחסות למשחק, המופיע בתרשים הבא. תוצאת המשחק היא שלשה (x, y, z) המציינת את התשלום לכל אחד מהשחקנים (התשלום לשחקן I הוא x , התשלום לשחקן II הוא y , ותשלום לשחקן III הוא z).

(א) נתונה האסטרטגיה

$$s_I(x_1) = e_4, \quad s_I(x_6) = e_{14}, \quad s_I(x_8) = e_{18}.$$

$$s_{II}(x_4) = e_{11} , \quad s_{II}(x_2) = e_7 , \quad s_{II}(x_9) = e_{21} .$$

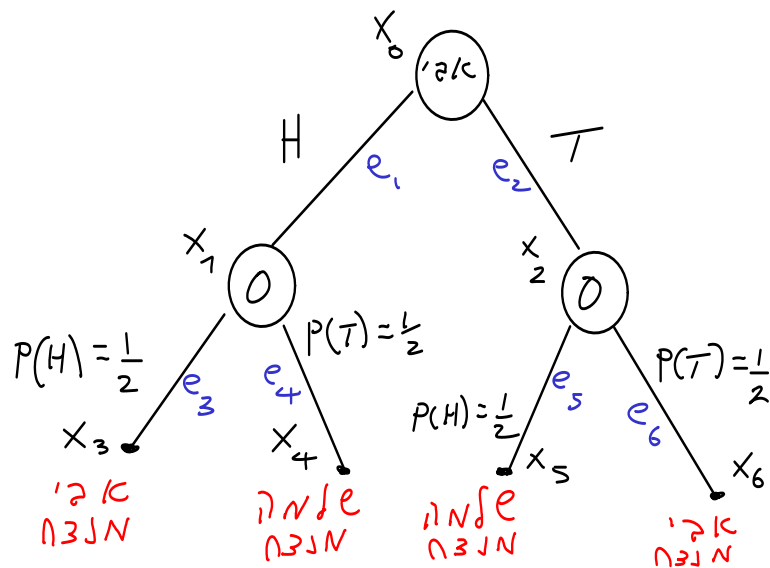
$$s_{III}(x_5) = e_{12} , \quad s_{III}(x_7) = e_{17} , \quad s_{III}(x_3) = e_8 .$$

מצאו את מסלול המשחק וחשבו את תוחלת התשלום של כל אחד של השחקנים.

(ב) מצאו את האסטרטגיה הכי כדאית בשביל כל שחקן.

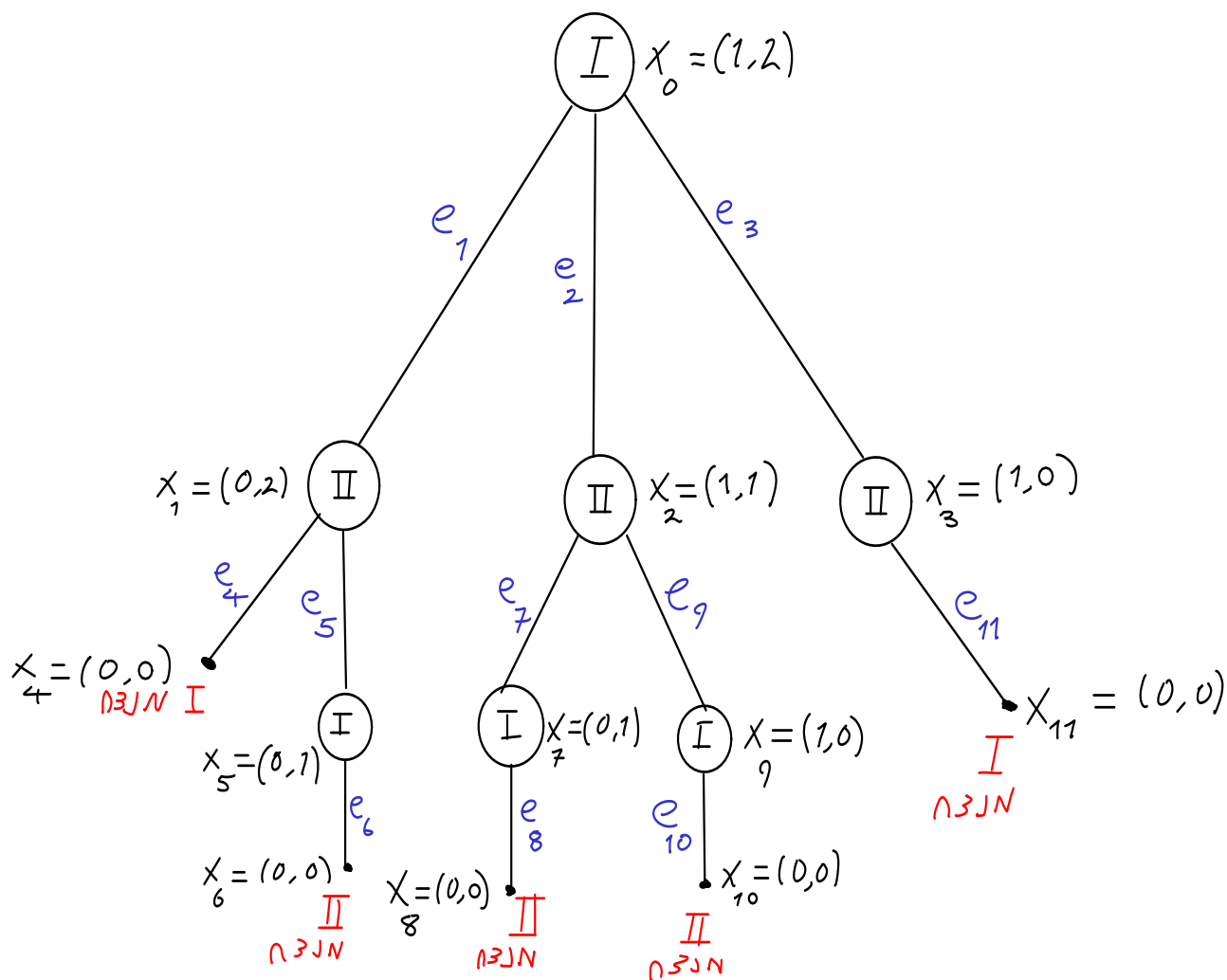
פתרונות

שאלה 1



שאלה 2

(א) נסמן את מצב המשחק x_i עם (j, k) כאשר j מספר גפרורים בערמה ראשונה ו k מספר גפרורים בערמה השנייה.



$$\Gamma = (N, V, E, x_0, \{V_I, V_{II}\}, O, u)$$

שחקנים: $N = \{I, II\}$

קדקודים: $V = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_{11}\}$

קשתות: $E = \{e_1, e_2, \dots, e_{11}\}$

מצב המשחק ההתחלתי: $x_0 = (1, 2)$

קדקודים:

$$V_I = \{x_0, x_4, x_5, x_7, x_9, x_{11}\}, \quad V_{II} = \{x_1, x_2, x_3, x_6, x_8, x_{10}\}.$$

תוצאות אפשריות:

$$O = \{\text{I מנצח}, \text{II מנצח}\}.$$

פונקציית התשלום:

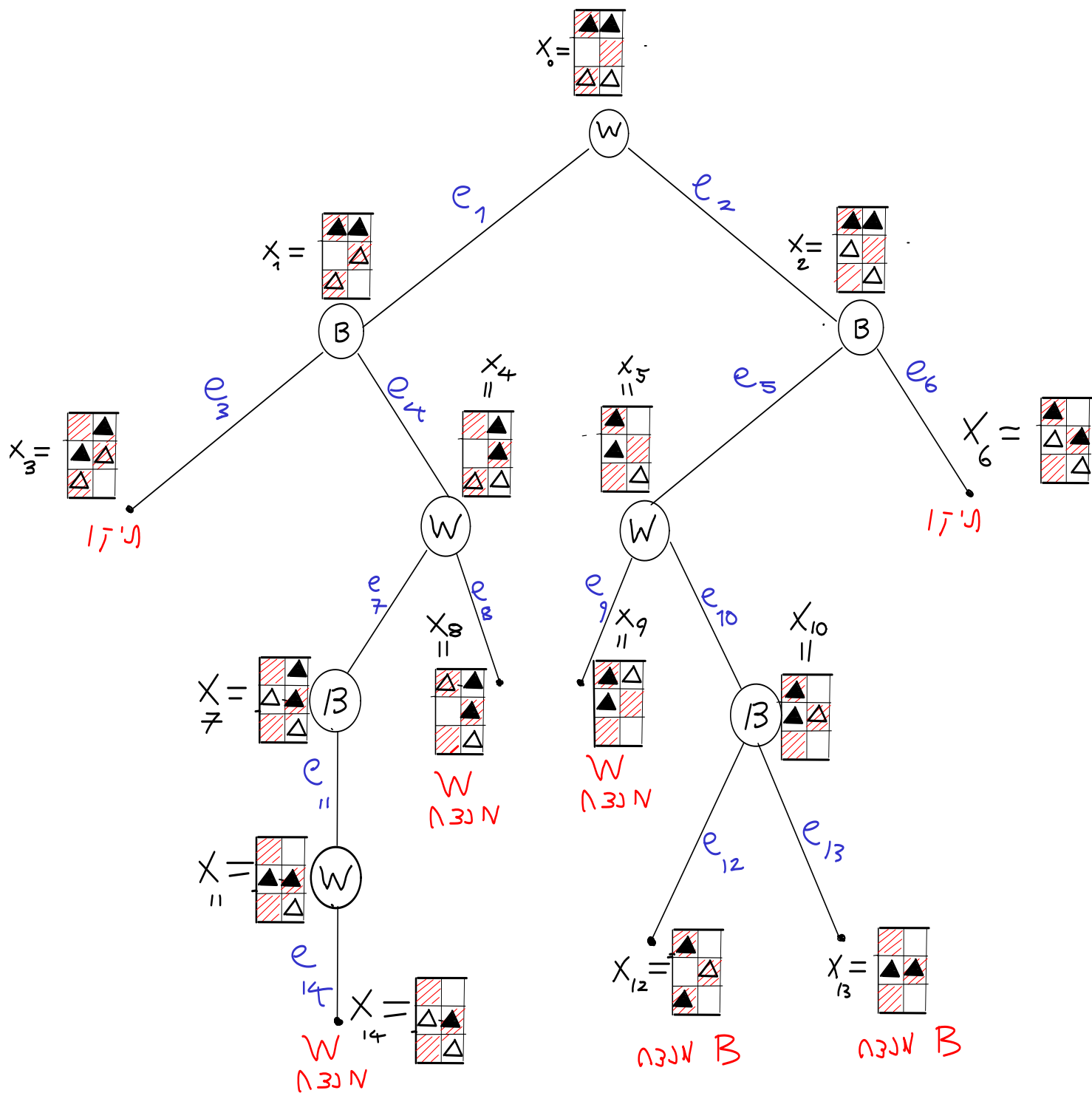
$$u(x_4) = u(x_{11}) = \text{I מנצח}, \quad u(x_6) = u(x_8) = u(x_{10}) = \text{II מנצח}.$$

(ב) המסלולים שמבטיחים נצחון לשחקן I:

$$w_{I,1} = x_0 e_1 x_1 e_4 x_4, \quad w_{I,2} = x_0 e_3 x_3 e_{11} x_{11}.$$

המסלולים שמבטיחים נצחון לשחקן II:

$$w_{II,1} = x_0 e_1 x_1 e_5 x_5 e_6 x_6, \quad w_{II,2} = x_0 e_2 x_2 e_7 x_7 e_8 x_8, \quad w_{II,3} = x_0 e_2 x_2 e_9 x_9 e_{10} x_{10}.$$



(ב)

$$w_{w,1} = x_0 \ e_1 \ x_1 \ e_4 \ x_4 \ e_8 \ x_8 ,$$

$$w_{w,2} = x_0 \ e_1 \ x_1 \ e_4 \ x_4 \ e_7 \ x_7 \ e_{11} \ x_{11} \ e_{14} \ x_{14} ,$$

$$w_{w,3} = x_0 \ e_2 \ x_2 \ e_5 \ x_5 \ e_9 \ x_9 .$$

(ג)

$$w_{b,1} = x_0 \ e_2 \ x_2 \ e_5 \ x_5 \ e_{10} \ x_{10} \ e_{12} \ x_{12} ,$$

$$w_{b,2} = x_0 \ e_2 \ x_2 \ e_5 \ x_5 \ e_{10} \ x_{10} \ e_{13} \ x_{13} .$$

(ד) לא.

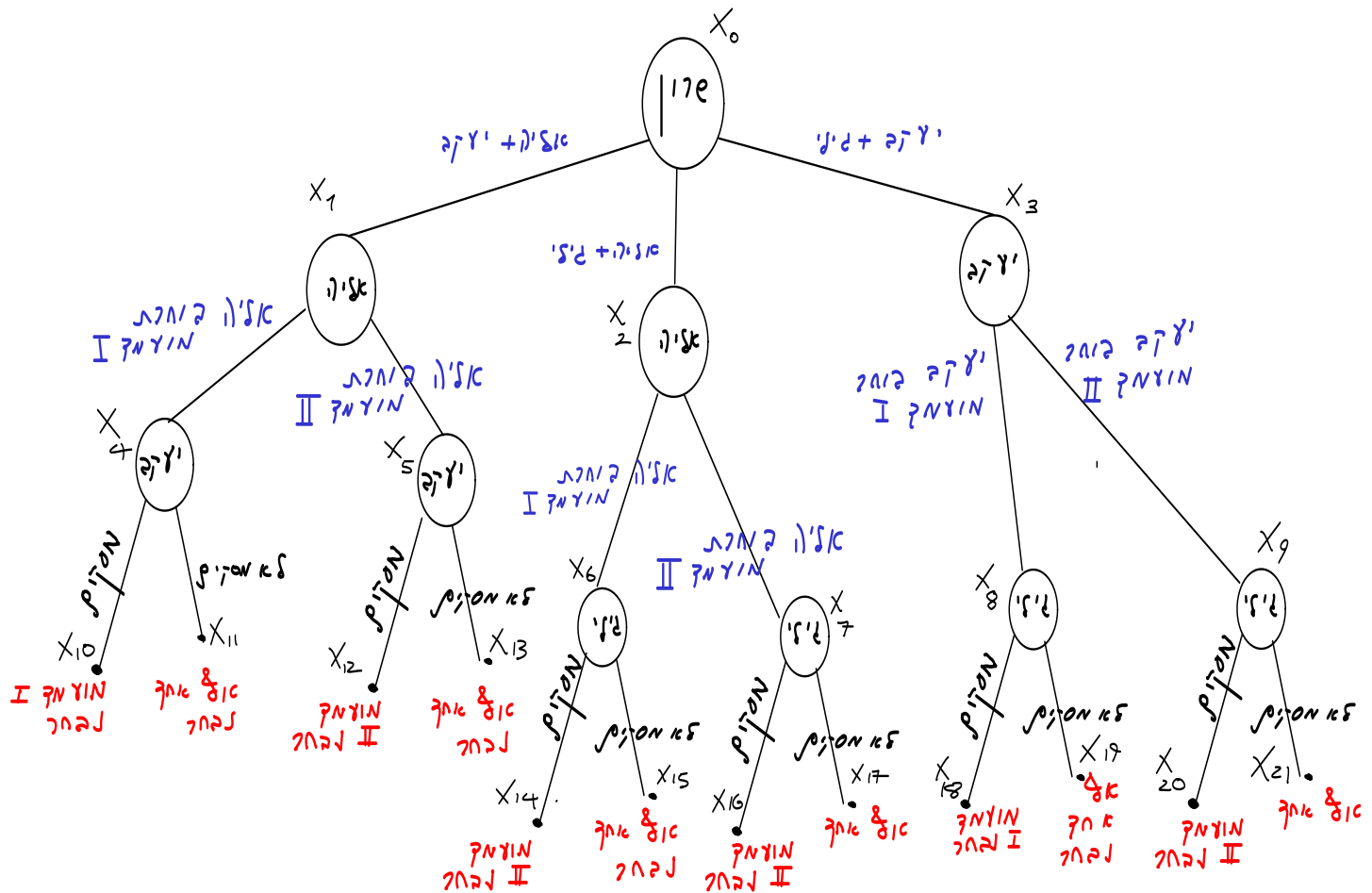
נניח האסטרטגיה של לבן $s(x_0) = e_1$. בקדקוד x_1 שחקן שחור יכול להכריח תירו ע"י האסטרטגיה $s_b(x_1) = e_3$.

נניח האסטרטגיה של לבן $s(x_0) = e_2$. בקדקוד x_2 שחקן שחור יכול להכריח תירו ע"י האסטרטגיה $s_b(x_2) = e_6$.

(ה) לא.

אם שחקן לבן מבצע האסטרטגיה $s(x_5) = e_9$ אז אין מצב ששחקן שחור יכול לנצח.

שאלה 4



$$\Gamma = (N, V, E, x_0, \{V_{\text{אליה}}, V_{\text{יעקב}}, V_{\text{גילי}}, V_{\text{שרון}}\}, O, (u_{\text{אליה}}, u_{\text{יעקב}}, u_{\text{גילי}}, u_{\text{שרון}}))$$

$$N = \{\text{שרון}, \text{אליה}, \text{יעקב}, \text{גילי}\}.$$

$$V = \{x_0, x_1, \dots, x_{21}\}.$$

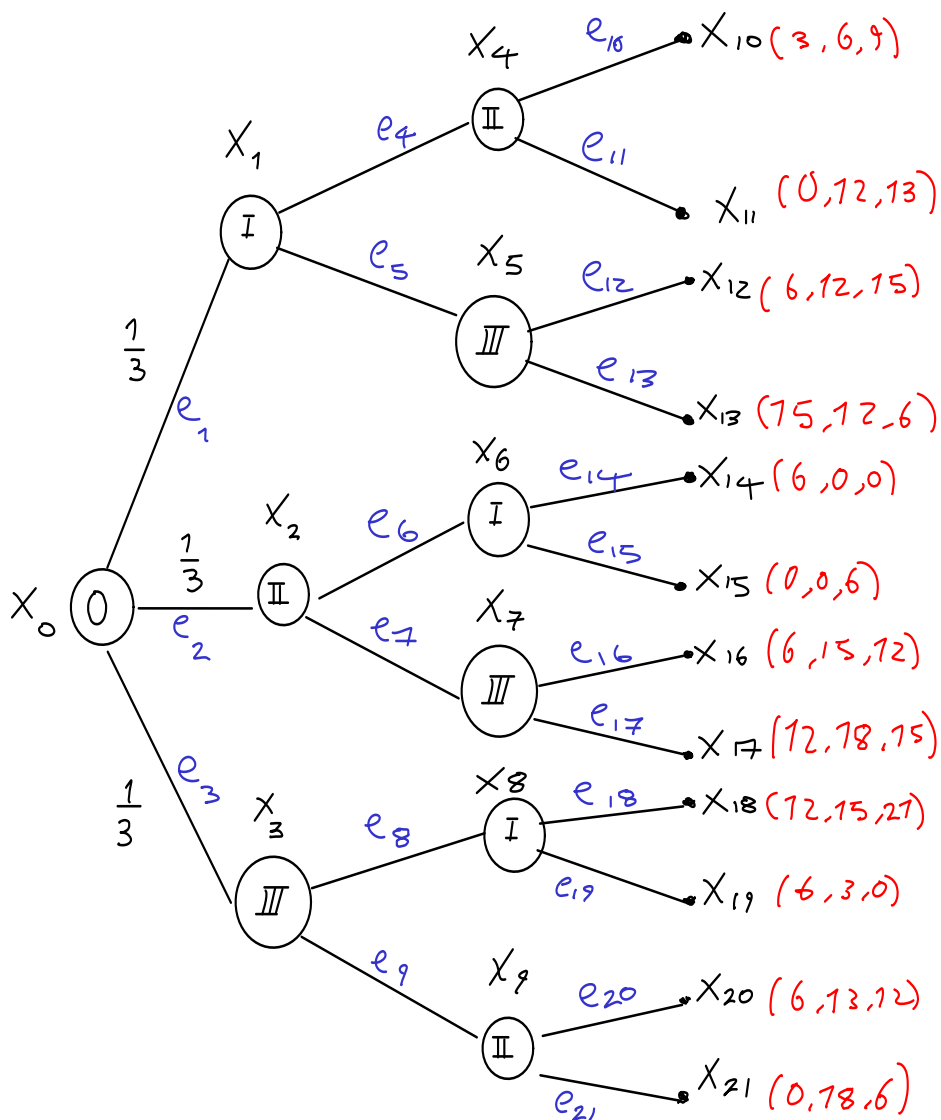
$$E = \{e_0, e_1, \dots, e_{21}\}.$$

$$O = \{ \text{אף אחד } I \text{ נבחר, מועמד } II \text{ נבחר, מועמד } I \text{ נבחר} \}.$$

$$u_{\text{שרון}}(x_i) = \begin{cases} 100 & i \in \{10, 12, 14, 16, 18, 20\} \\ -100 & i \in \{11, 13, 15, 17, 19, 21\} \end{cases}$$

$$u_{\text{יעקב}} = u_{\text{אליה}} = u_{\text{גילי}} = (x_i) = \begin{cases} 50 & i \in \{10, 12, 14, 16, 18, 20\} \\ 0 & i \in \{11, 13, 15, 17, 19, 21\} \end{cases}$$

שאלה 5



המסלולי המשחק הם

$$w_1 = x_0 e_1 x_1 e_4 e_{11} x_{11} ,$$

$$w_2 = x_0 e_2 x_2 e_6 x_6 e_{14} x_{14} ,$$

$$w_3 = x_0 e_3 x_3 e_8 x_8 e_{18} x_{18} .$$

ההסתברות של כל מסלול $P(w_1) = P(w_2) = P(w_3) = \frac{1}{3}$. התוחלת הינה

$$\frac{1}{3} (0, 12, 3) + \frac{1}{3} (12, 18, 15) + \frac{1}{3} (12, 15, 21) = (8, 15, 13) .$$