

תרגילים 1 - שיווי משקל ואסטרטגיות שולטות

שאלה 1 משה ואהרון משתתפים במשחק טלויזיה, שבו על כל אחד מהם להגיש בכתב בתוך מעטפה סגורה אחת משתי הבקשות הבאות והבקשות של שניהם תתבצעה:

- תן לי 1,000 ₪.
- תן לו 4,000 ₪.

(א) רשמו את המשחק בצורה אסטרטגית.

(ב) כיצד השחקנים ינהגו במשחק ומדוע? ו

שאלה 2 האם במשחקים הבאים סילוק חוזר של אסטרטגיות נשלטות חזק מסתיים בווקטור אסטרטגיות יחיד? אם כן, מה הוא ווקטור זה?

(א)

		שחקן II	
		L	R
שחקן I	H	4, 2	0, 1
	T	3, 3	1, 1

(ב)

		שחקן II	
		L	R
שחקן I	H	2, 3	1, 4
	T	0, 2	0, 4

(ג)

		שחקן II		
		a	b	c
שחקן I	α	1, 0	3, 0	2, 1
	β	3, 1	0, 1	1, 2
	γ	2, 1	1, 6	0, 2

שאלה 3 מצאו את כל ווקטורי האסטרטגיות הרציונליים במשחקים הבאים.

(א)

I \ II	L	R
T	9, 5	5, 3
B	8, 6	8, 4

(ב)

$I \backslash II$	a	b	c	d
T	6, 2	6, 3	7, 6	2, 8
B	8, 5	6, 9	4, 6	4, 7

(ג)

$I \backslash II$	a	b	c	d
T	-1, 20	-7, -7	-1, 2	-5, 8
M	27, 20	13, -1	21, 2	13, -1
B	-5, 20	-3, 5	7, -1	3, -4

(ד)

$I \backslash II$	a	b	c	d
α	3, 7	0, 13	4, 5	5, 3
β	5, 3	4, 5	4, 5	3, 7
γ	4, 5	3, 7	4, 5	5, 3
δ	4, 5	4, 5	4, 5	4, 5

שאלה 4 במשחקים הבאים, מצאו את השיווי משקל נאש של המשחק.

(א)

$I \backslash II$	L	R
H	4, 8	5, 10
T	3, 7	6, 20

(ב)

$I \backslash II$	L	R
H	2, 3	1, 5
T	0, 0	4, 1

(ג)

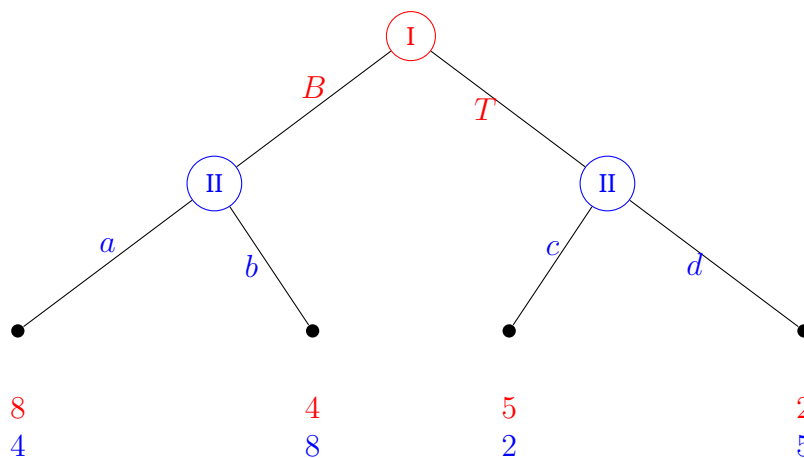
$\begin{array}{c c} II \\ I \end{array}$	a	b	c	d
α	2, 13	4, 8	6, 5	8, 2
β	6, 4	2, 3	3, 8	8, 4
γ	0, 9	7, 7	2, 7	14, 10
δ	4, 0	0, 4	4, 6	6, 0

(ד)

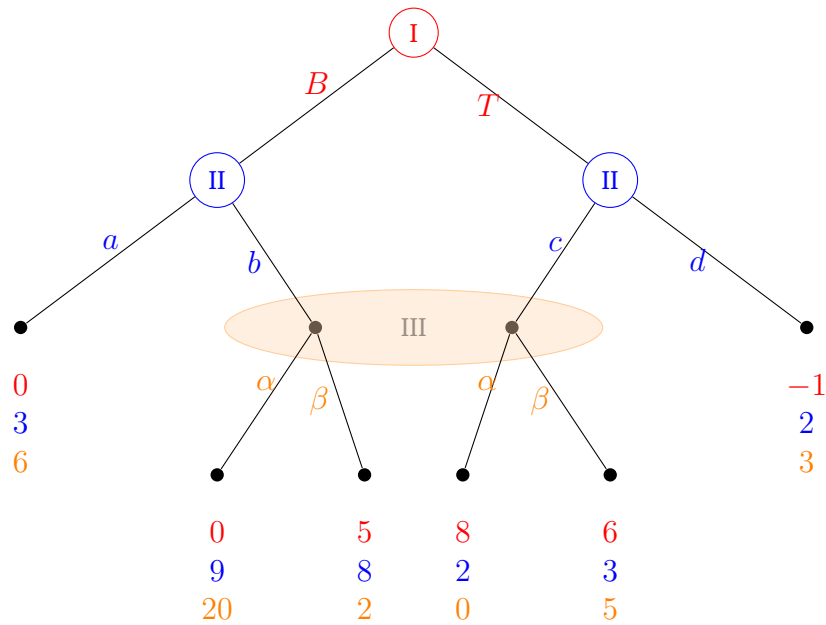
$\begin{array}{c c} II \\ I \end{array}$	a	b	c	d
α	-5, 5	-4, 4	-5, 1	0, 4
β	-4, 1	-3, 3	-2, 2	1, 1
γ	0, 0	1, -1	-4, 4	-3, 3
δ	-1, 6	2, -2	7, 11	5, 2

שאלה 5 רשמו את המשחקים הבאים כמשחקים בצורה אסטרטגית (במשחקי שלושה שחקנים, שחקן I בוחר שורה, שחקן II בוחר עמודה, ושחקן III בוחר במטריצה). בכל משחק מצאו את השיווי משקל אם יש.

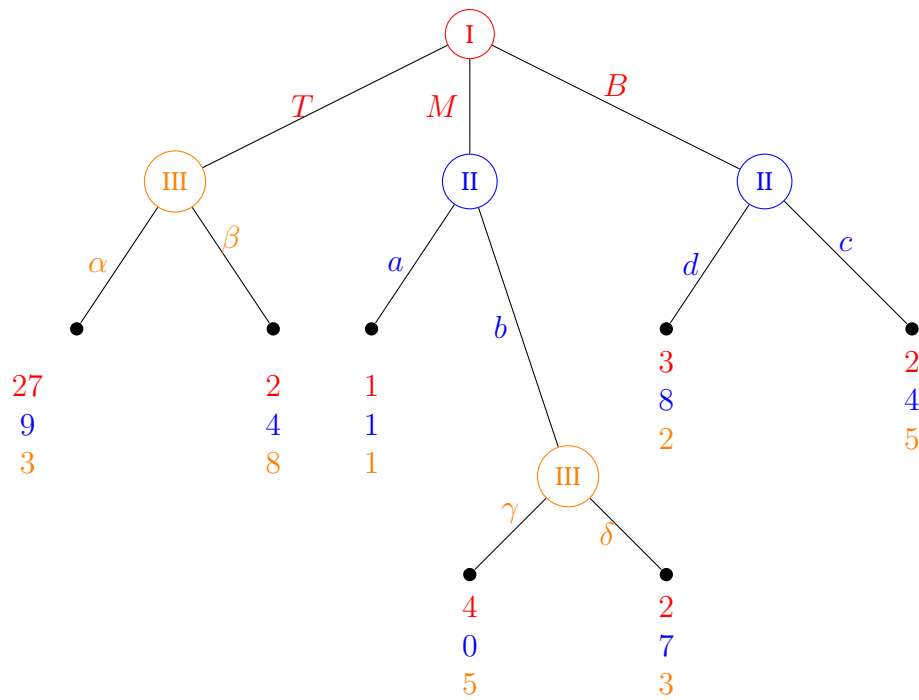
(א)



(ב)

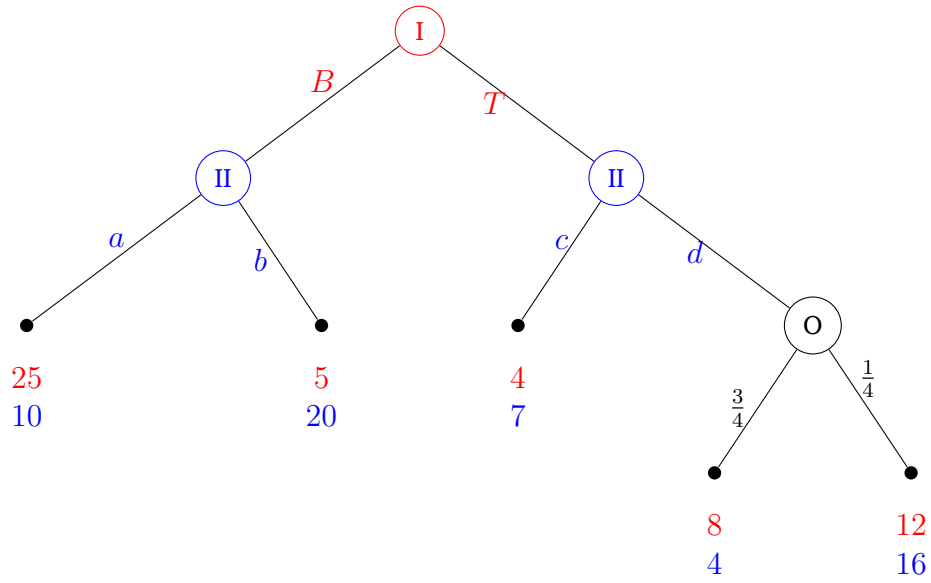


(ג)

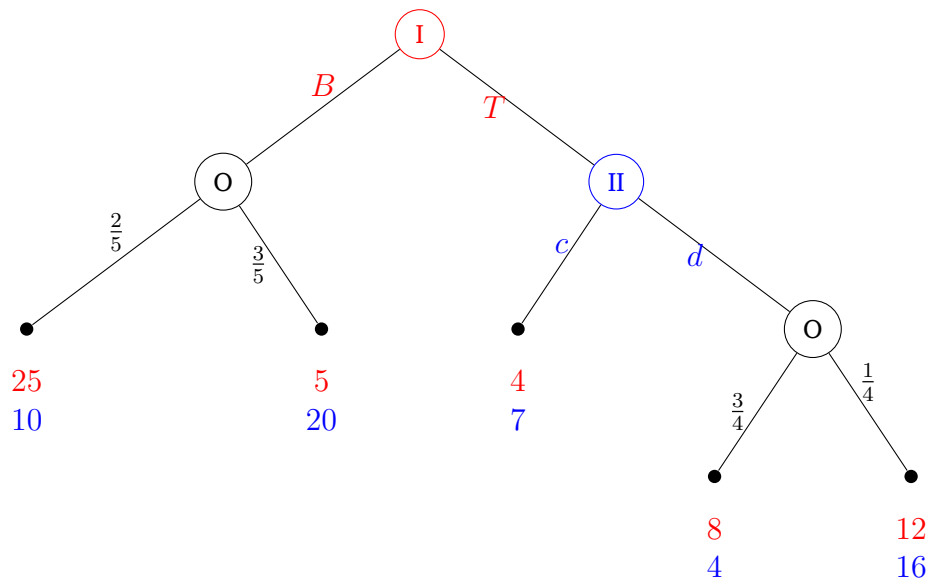


שאלה 6 מצאו את השיווי משקל נאש במשחקים הבאים:

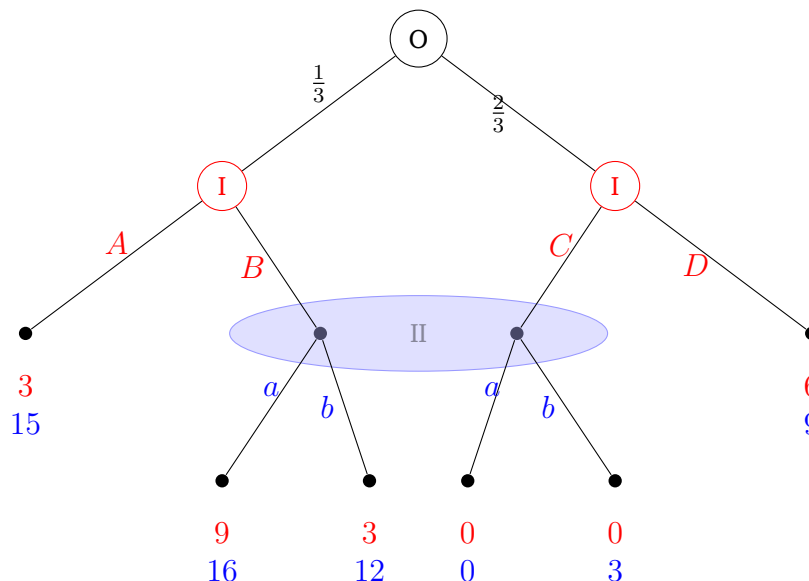
(א)



(ב)



שאלה 7 מצאו את השייך משקל נאש במשחק הבא:



שאלה 8 יהי

$$G = (N, (S_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$$

משחק בצורה אסטרטגית ויהי

$$\hat{G} = (N, (\hat{S}_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$$

משחק המתקבל מ- G על ידי השמטת חלק מהאסטרטגיות של השחקנים.

$\hat{S}_i \subseteq S_i$ לכל שחקן i .

הוכיחו:

אם s^* הוא שיווי משקל במשחק G , ואם $s_i^* \in \hat{S}_i$ לכל שחקן i , אזי s^* הוא שיווי משקל במשחק \hat{G} .

שאלה 9 משחק שני שחקנים נקרא משחק סימטרי אם לשני השחקנים אותה קבוצת אסטרטגיות $S_1 = S_2$

ופונקצית התשלומים מתקיימים $u_1(s_1, s_2) = u_2(s_2, s_1)$ לכל $s_1, s_2 \in S_1$.

הוכיחו שקבוצת שיווי המשקל במשחק סימטרי היא קבוצת סימטרי, כלומר אם $(s_1 = s_1^*, s_2 = s_2^*)$ היא שיווי משקל, אז גם $(s_1 = s_2^*, s_2 = s_1^*)$ היא שיווי משקל.

פתרונות

שאלה 1

(א) נקרא משה שחקן I ונקרא אהרון שחקן II . המשחק בצורה אסטרטגית הינה:

		שחקן II	
		A	B
שחקן I	A	(1000, 1000)	(5000, 0)
	B	(0, 5000)	(4000, 4000)

(ב)

$$1000 = u_I(A, A) > u_I(B, A) = 0,$$

$$5000 = u_I(A, B) > u_I(B, B) = 4000$$

לכן האסטרטגיה $s_I = A$ שולטת חזק.

$$1000 = u_{II}(A, A) > u_{II}(A, B) = 0,$$

$$5000 = u_{II}(B, A) > u_{II}(B, B) = 4000$$

לכן האסטרטגיה $s_{II} = A$ שולטת חזק.

על פי ההנחות של שני השחקנים רציונלים, אז שניהם ישחקו לפי אסטרטגיה A .

שאלה 2

(א)

		שחקן II	
		L	R
שחקן I	H	4, 2	0, 1
	T	3, 3	1, 1

 $\xrightarrow{R < L}$

		שחקן II	
		L	
שחקן I	H	4, 2	
	T	3, 3	

 $\xrightarrow{T < H}$

		שחקן II	
		L	
שחקן I	H	4, 2	

תשלום סופי: (4, 2).

פתרון באסטרטגיות שולטות חזק: (H, L) .

(ב)

		שחקן II	
		L	R
שחקן I	H	2, 3	1, 4
	T	0, 2	0, 4

 $\xrightarrow{T < H}$

		שחקן II	
		L	R
שחקן I	H	2, 3	1, 4

 $\xrightarrow{L < R}$

		שחקן II	
		R	
שחקן I	H	1, 4	

תשלום סופי: (1, 4).

פתרון באסטרטגיות שולטות חזק: (H, R) .

(ג)

		II		
		a	b	c
I	α	1, 0	3, 0	2, 1
	β	3, 1	0, 1	1, 2
	γ	2, 1	1, 6	0, 2

 $\xrightarrow{a < c}$

		II	
		b	c
I	α	3, 0	2, 1
	β	0, 1	1, 2
	γ	1, 6	0, 2

 $\xrightarrow{\beta < \alpha, \gamma < \alpha}$

		II	
		b	c
I	α	3, 0	2, 1

 $\xrightarrow{b < c}$

		II	
		c	
I	α	2, 1	

תשלום סופי: (2, 1).
פתרון באסטרטגיות שולטות חזק: (α, c) .

שאלה 3

(א)

		II	
		L	R
I	T	9, 5	5, 3
	B	8, 6	8, 4

 $\xrightarrow{R < L}$

		II	
		L	
I	T	9, 5	
	B	8, 6	

 $\xrightarrow{B < T}$

		II	
		L	
I	T	9, 5	

פתרון באסטרטגיות שולטות חזק: (T, L) .

(ב)

		II			
		a	b	c	d
I	T	-1, 20	-7, -7	-1, 2	-5, 8
	M	27, 20	13, -1	21, 2	13, -1
	B	-5, 20	-3, 5	7, -1	3, -4

 $\xrightarrow{\begin{matrix} b < a \\ c < a \\ d < a \end{matrix}}$

		II	
		a	
I	T	-1, 20	
	M	27, 20	
	B	-5, 20	

 $\xrightarrow{\begin{matrix} T < M \\ B < M \end{matrix}}$

		II	
		a	
I	M	27, 20	

פתרון באסטרטגיות שולטות חזק: (M, a) .

(ג)

$\begin{array}{c c} II & \\ \hline I & \end{array}$	a	b	c	d
α	3, 7	0, 13	4, 5	5, 3
β	5, 3	4, 5	4, 5	3, 7
γ	4, 5	3, 7	4, 5	5, 3
δ	4, 5	4, 5	4, 5	4, 5

$\xrightarrow{c \preceq b}$

$\begin{array}{c c} II & \\ \hline I & \end{array}$	a	b	d
α	3, 7	0, 13	5, 3
β	5, 3	4, 5	3, 7
γ	4, 5	3, 7	5, 3
δ	4, 5	4, 5	4, 5

$\xrightarrow{\alpha \preceq \gamma}$

$\begin{array}{c c} II & \\ \hline I & \end{array}$	a	b	d
β	5, 3	4, 5	3, 7
γ	4, 5	3, 7	5, 3
δ	4, 5	4, 5	4, 5

$\xrightarrow{a \preceq b}$

$\begin{array}{c c} II & \\ \hline I & \end{array}$	b	d
β	4, 5	3, 7
γ	3, 7	5, 3
δ	4, 5	4, 5

$\xrightarrow{\beta \preceq \delta}$

$\begin{array}{c c} II & \\ \hline I & \end{array}$	b	d
γ	3, 7	5, 3
δ	4, 5	4, 5

$\xrightarrow{b \preceq d}$

$\begin{array}{c c} II & \\ \hline I & \end{array}$	d
γ	5, 3
δ	4, 5

$\xrightarrow{\delta \preceq \gamma}$

$\begin{array}{c c} II & \\ \hline I & \end{array}$	d
γ	5, 3

פתרון באסטרטגיות שולטות חלש: (γ, d) .

שאלה 4

(א)

$\begin{array}{c c} II & \\ \hline I & \end{array}$	L	R
H	4, 8	5, 10
T	3, 7	6, 20

שיווי משקל נאש:

$$(s_I^*, s_{II}^*) = (T, R) .$$

(ב)

$I \backslash II$	L	R
H	2, 3	1, 5
T	0, 0	4, 1

שיווי משקל נאש:

$$(s_I^*, s_{II}^*) = (T, R) .$$

(ג)

$I \backslash II$	a	b	c	d
α	2, 13	4, 8	6, 5	8, 2
β	6, 4	2, 3	3, 8	8, 4
γ	0, 9	7, 7	2, 7	14, 10
δ	4, 0	0, 4	4, 6	6, 0

שיווי משקל נאש:

$$(s_I^*, s_{II}^*) = (\gamma, d) .$$

(ד)

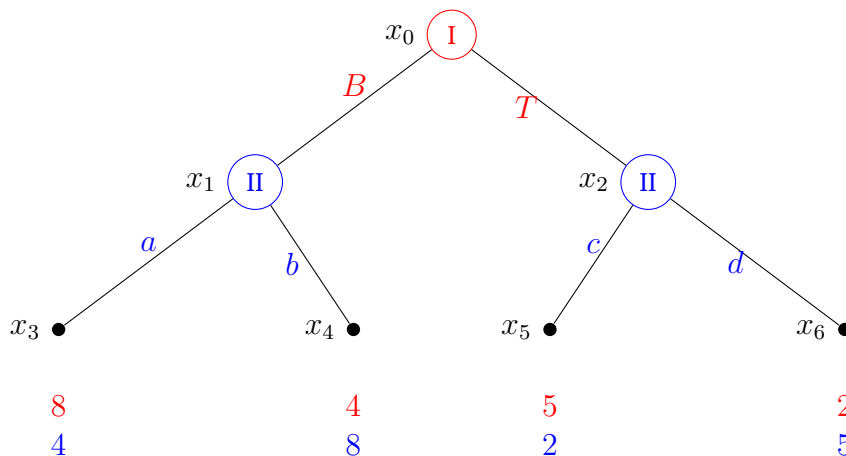
$I \backslash II$	a	b	c	d
α	-5, 5	-4, 4	-5, 1	0, 4
β	-4, 1	-3, 3	-2, 2	1, 1
γ	0, 0	1, -1	-4, 4	-3, 3
δ	-1, 6	2, -2	7, 11	5, 2

שיווי משקל נאש:

$$(s_I^*, s_{II}^*) = (\delta, c) .$$

שאלה 5

(א)



קבוצת אסטרטגיות של שחקן I :

$$S_I = (B, T)$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן II :

$$S_{II} = (a/c, a/d, b/c, b/d) .$$

צורת אסטרטגיה של המשחק:

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
B	8, 4	8, 4	4, 8	4, 8
T	5, 2	2, 5	5, 2	2, 5

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן I לכל אסטרטגיה של שחקן II :

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
B	8, 4	8, 4	4, 8	4, 8
T	5, 2	2, 5	5, 2	2, 5

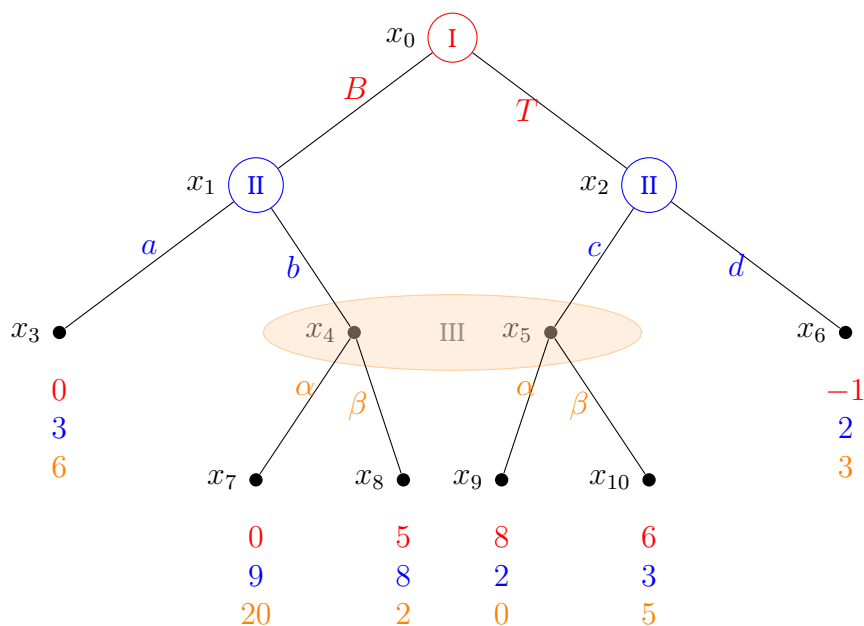
נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן II לכל אסטרטגיה של שחקן I :

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
B	8, 4	8, 4	4, 8	4, 8
T	5, 2	2, 5	5, 2	2, 5

שיווי משקל נאש:

$$s^* = (B, b/d) .$$

(ב)

קבוצת אסטרטגיות של שחקן I :

$$S_I = (B, T)$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן II :

$$S_{II} = (a/c, a/d, b/c, b/d) .$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן III :

$$S_{III} = (\alpha, \beta) .$$

צורת אסטרטגיה של המשחק:

		α			
I	II	a/c	a/d	b/c	b/d
	B	0, 3, 6	0, 3, 6	0, 9, 20	0, 9, 20
	T	8, 2, 0	-1, 2, 3	8, 2, 0	-1, 2, 3

		β			
I	II	a/c	a/d	b/c	b/d
	B	0, 3, 6	0, 3, 6	5, 8, 2	5, 8, 2
	T	6, 3, 5	-1, 2, 3	6, 3, 5	-1, 2, 3

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן I לכל אסטרטגיה של שחקן II ולכל אסטרטגיה של שחקן III :

		α			
I	II	a/c	a/d	b/c	b/d
	B	0, 3, 6	0, 3, 6	0, 9, 20	0, 9, 20
	T	8, 2, 0	-1, 2, 3	8, 2, 0	-1, 2, 3

		β			
I	II	a/c	a/d	b/c	b/d
	B	0, 3, 6	0, 3, 6	5, 8, 2	5, 8, 2
	T	6, 3, 5	-1, 2, 3	6, 3, 5	-1, 2, 3

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן II לכל אסטרטגיה של שחקן I ולכל אסטרטגיה של שחקן III :

$$\alpha$$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
B	0, 3, 6	0, 3, 6	0, 9, 20	0, 9, 20
T	8, 2, 0	-1, 2, 3	8, 2, 0	-1, 2, 3

$$\beta$$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
B	0, 3, 6	0, 3, 6	5, 8, 2	5, 8, 2
T	6, 3, 5	-1, 2, 3	6, 3, 5	1, 2, 3

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן III לכל אסטרטגיה של שחקן I ולכל אסטרטגיה של שחקן II:

$$\alpha$$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
B	0, 3, 6	0, 3, 6	0, 9, 20	0, 9, 20
T	8, 2, 0	-1, 2, 3	8, 2, 0	-1, 2, 3

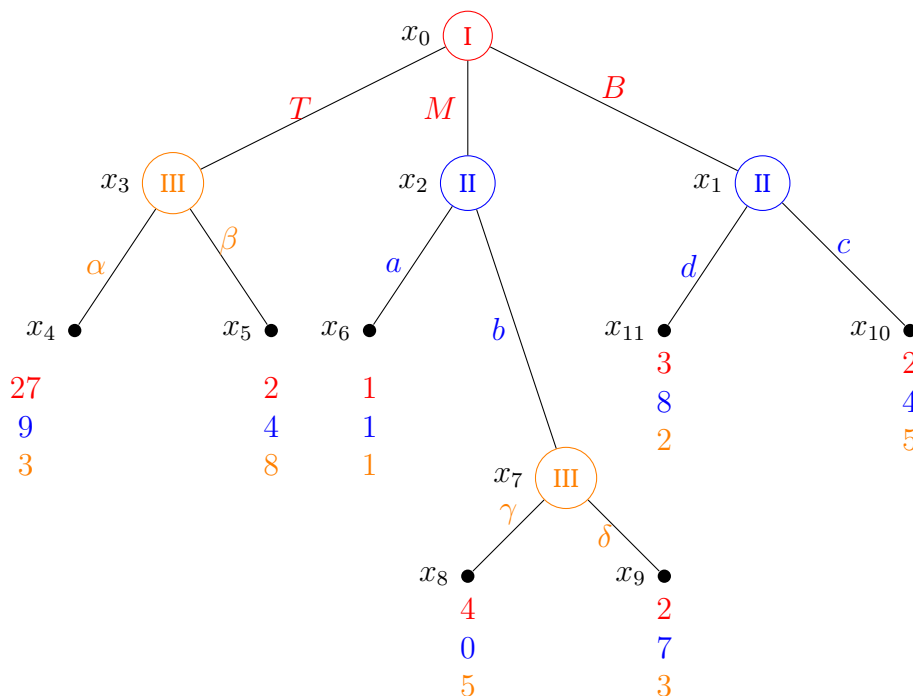
$$\beta$$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
B	0, 3, 6	0, 3, 6	5, 8, 2	5, 8, 2
T	6, 3, 5	-1, 2, 3	8, 2, 5	-1, 2, 3

שיווי משקל נאש:

$$s^* = (T, a/c, \beta) .$$

ג



קבוצת אסטרטגיות של שחקן I:

$$S_I = (T, B, M)$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן II:

$$S_{II} = (a/c, a/d, b/c, b/d) .$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן III:

$$S_{III} = (\alpha/\gamma, \alpha/\delta, \beta/\gamma, \beta/\delta) .$$

צורת אסטרטגיה של המשחק:

$$\alpha/\gamma$$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3
M	1, 1, 1	1, 1, 1	4, 0, 5	4, 0, 5
B	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

$$\alpha/\delta$$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3
M	1, 1, 1	1, 1, 1	2, 7, 3	2, 7, 3
B	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

$$\beta/\gamma$$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8
M	1, 1, 1	1, 1, 1	4, 0, 5	4, 0, 5
B	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

$$\beta/\delta$$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8
M	1, 1, 1	1, 1, 1	2, 7, 3	2, 7, 3
B	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן I לכל אסטרטגיה של שחקן II ולכל אסטרטגיה של שחקן III:

$$\alpha/\gamma$$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3
M	1, 1, 1	1, 1, 1	4, 0, 5	4, 0, 5
B	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

$$\alpha/\delta$$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3
M	1, 1, 1	1, 1, 1	2, 7, 3	2, 7, 3
B	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

$$\beta/\gamma$$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8
M	1, 1, 1	1, 1, 1	4, 0, 5	4, 0, 5
B	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

$$\beta/\delta$$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8
M	1, 1, 1	1, 1, 1	2, 7, 3	2, 7, 3
B	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן II לכל אסטרטגיה של שחקן I ולכל אסטרטגיה של שחקן III:

$$\alpha/\gamma$$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3
M	1, 1, 1	1, 1, 1	4, 0, 5	4, 0, 5
B	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

$$\alpha/\delta$$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3
M	1, 1, 1	1, 1, 1	2, 7, 3	2, 7, 3
B	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

$$\beta/\gamma$$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8
M	1, 1, 1	1, 1, 1	4, 0, 5	4, 0, 5
B	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

$$\beta/\delta$$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8
M	1, 1, 1	1, 1, 1	2, 7, 3	2, 7, 3
B	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן III לכל אסטרטגיה של שחקן I ולכל אסטרטגיה של שחקן II :

$$\alpha/\gamma$$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3
M	1, 1, 1	1, 1, 1	4, 0, 5	4, 0, 5
B	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

$$\alpha/\delta$$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3
M	1, 1, 1	1, 1, 1	2, 7, 3	2, 7, 3
B	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

$$\beta/\gamma$$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8
M	1, 1, 1	1, 1, 1	4, 0, 5	4, 0, 5
B	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

$$\beta/\delta$$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8
M	1, 1, 1	1, 1, 1	2, 7, 3	2, 7, 3
B	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

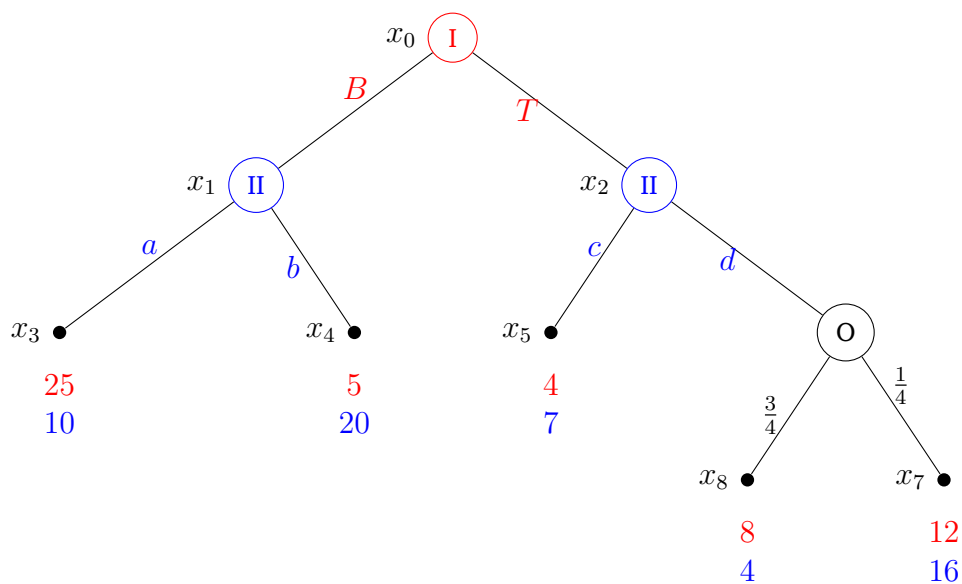
שיווי משקל נאש:

$$s^* = (T, a/c, \beta/\gamma) \quad s^* = (T, a/c, \beta/\delta), \quad s^* = (B, a/d, \beta/\gamma) \quad s^* = (B, a/d, \beta/\delta), \quad s^* = (B, b/d, \beta/\gamma).$$

ו-

שאלה 6

(א)



קבוצת אסטרטגיות של שחקן I :

$$S_I = (T, B)$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן II :

$$S_{II} = (a/c, a/d, b/c, b/d) .$$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	4, 7	9, 7	4, 7	9, 7
B	25, 10	25, 10	5, 20	5, 20

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן I לכל אסטרטגיה של שחקן II :

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	4, 7	9, 7	4, 7	9, 7
B	25, 10	25, 10	5, 20	5, 20

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן II לכל אסטרטגיה של שחקן I :

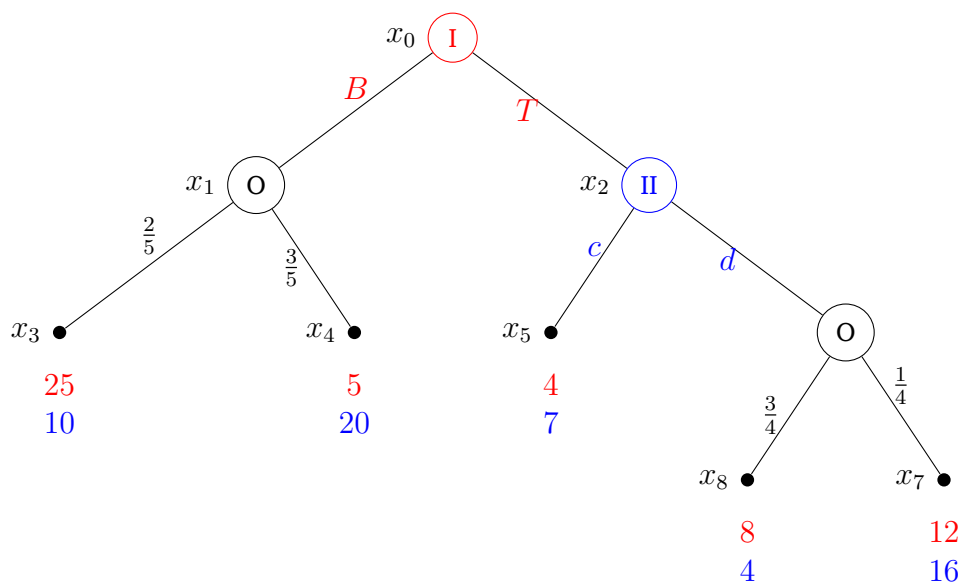
$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	4, 7	9, 7	4, 7	9, 7
B	25, 10	25, 10	5, 20	5, 20

שיווי משקל נאש:

$$s^* = (T, b/d) \quad s^* = (B, b/c) .$$

-1

(ב)



קבוצת אסטרטגיות של שחקן I :

$$S_I = (T, B)$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן II :

$$S_{II} = (c, d) .$$

$I \backslash II$	c	d
T	4, 7	9, 7
B	13, 16	13, 16

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן I לכל אסטרטגיה של שחקן II :

$I \backslash II$	c	d
T	4, 7	9, 7
B	13, 16	13, 16

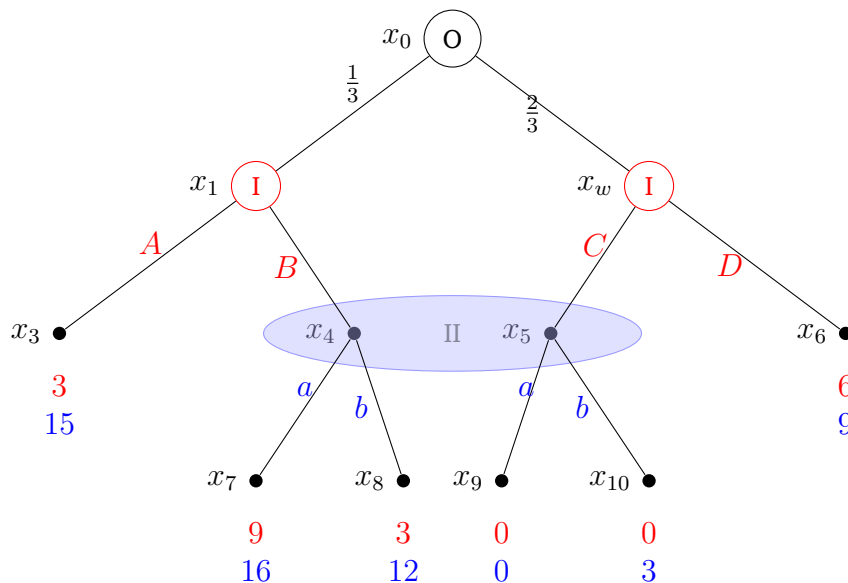
נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן II לכל אסטרטגיה של שחקן I :

$I \backslash II$	c	d
T	4, 7	9, 7
B	13, 16	13, 16

שיווי משקל נאש:

$$s^* = (B, c) , \quad s^* = (B, d) .$$

שאלה 7



קבוצת אסטרטגיות של שחקן I :

$$S_I = (A/C, A/D, B/C, B/D)$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן II :

$$S_{II} = (a, b) .$$

$I \backslash II$	a	b
	a	b
A/C	1, 5	1, 7
A/D	5, 11	5, 11
B/C	3, $\frac{16}{3}$	1, 6
B/D	13, 16	5, 10

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן I לכל אסטרטגיה של שחקן II :

$I \backslash II$	a	b
	a	b
A/C	1, 5	1, 7
A/D	5, 11	5, 11
B/C	3, $\frac{16}{3}$	1, 6
B/D	13, 16	5, 10

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן II לכל אסטרטגיה של שחקן I :

$I \backslash II$	a	b
	a	b
A/C	1, 5	1, 7
A/D	5, 11	5, 11
B/C	3, $\frac{16}{3}$	1, 6
B/D	13, 16	5, 10

שיווי משקל נאש:

$$s^* = (A/D, b) , \quad s^* = (B/D, a) .$$

שאלה 8 s^* שיווי משקל במשחק G . לכן לכל שחקן $i \in N$ מתקיים

$$u_i(s_i, s_{-i}^*) \leq u_i(s^*) \quad \forall s_i \in S_i .$$

מכיוון שלכל שחקן i , $\hat{S}_i \subseteq S_i$, בפרט מתקיים גם

$$u_i(s_i, s_{-i}^*) \leq u_i(s^*) \quad \forall s_i \in \hat{S}_i .$$

מכיוון ש- s^* ווקטור אסטרטגיות במשחק \hat{G} , נובע מכאן כי הוא שיווי משקל במשחק זה.

שאלה 9