

## תרגילים 1 - שיווי משקל ואסטרטגיות שולטות

**שאלה 1** משה ואהרון משתתפים במשחק טלויזיה, שבו על כל אחד מהם להגיש בכתב בתוך מעטפה סגורה אחת משתי הבקשות הבאות והבקשות של שניהם תתבצענה:

• תן לי 1,000 ₪.

• תן לו 4,000 ₪.

(א) רשמו את המשחק בצורה אסטרטגית.

(ב) כיצד השחקנים ינהגו במשחק ומדוע? ו

**שאלה 2** האם במשחקים הבאים סילוק חוזר של אסטרטגיות נשלטות חזק מסתיים בווקטור אסטרטגיות יחיד? אם כן, מה הוא ווקטור זה?

(א)

		שחקן II	
		L	R
שחקן I	H	4, 2	0, 1
	T	3, 3	1, 1

(ב)

		שחקן II	
		L	R
שחקן I	H	2, 3	1, 4
	T	0, 2	0, 4

(ג)

		שחקן II		
		a	b	c
שחקן I	$\alpha$	1, 0	3, 0	2, 1
	$\beta$	3, 1	0, 1	1, 2
	$\gamma$	2, 1	1, 6	0, 2

**שאלה 3** מצאו את כל ווקטורי האסטרטגיות הרציונליים במשחקים הבאים.

(א)

תורת המשחקים

תשפ"ה סמסטר א'

$\begin{array}{c c} II \\ I \end{array}$	$L$	$R$
$T$	9, 5	5, 3
$B$	8, 6	8, 4

(ב)

$\begin{array}{c c} II \\ I \end{array}$	$a$	$b$	$c$	$d$
$T$	6, 2	6, 3	7, 6	2, 8
$B$	8, 5	6, 9	4, 6	4, 7

(ג)

$\begin{array}{c c} II \\ I \end{array}$	$a$	$b$	$c$	$d$
$T$	-1, 20	-7, -7	-1, 2	-5, 8
$M$	27, 20	13, -1	21, 2	13, -1
$B$	-5, 20	-3, 5	7, -1	3, -4

(ד)

$\begin{array}{c c} II \\ I \end{array}$	$a$	$b$	$c$	$d$
$\alpha$	3, 7	0, 13	4, 5	5, 3
$\beta$	5, 3	4, 5	4, 5	3, 7
$\gamma$	4, 5	3, 7	4, 5	5, 3
$\delta$	4, 5	4, 5	4, 5	4, 5

**שאלה 4** במשחקים הבאים, מצאו את השיווי משקל נאש של המשחק.

(א)

$\begin{array}{c c} II \\ I \end{array}$	$L$	$R$
$H$	4, 8	5, 10
$T$	3, 7	6, 20

(ב)

תורת המשחקים

תשפ"ה סמסטר א'

$\begin{array}{c c} II \\ I \end{array}$	$L$	$R$
$H$	2, 3	1, 5
$T$	0, 0	4, 1

(ג)

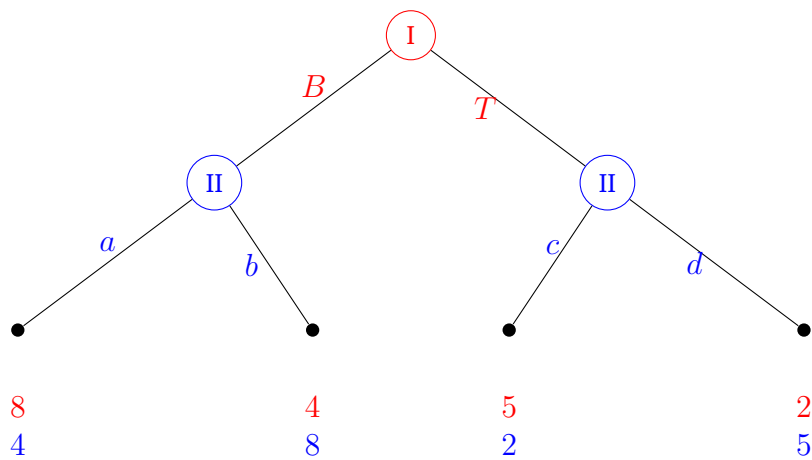
$\begin{array}{c c} II \\ I \end{array}$	$a$	$b$	$c$	$d$
$\alpha$	2, 13	4, 8	6, 5	8, 2
$\beta$	6, 4	2, 3	3, 8	8, 4
$\gamma$	0, 9	7, 7	2, 7	14, 10
$\delta$	4, 0	0, 4	4, 6	6, 0

(ד)

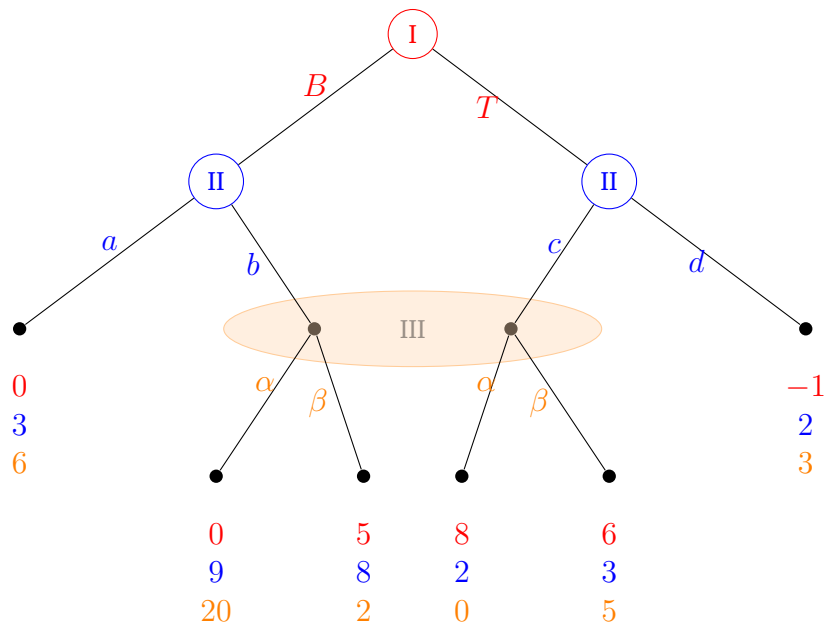
$\begin{array}{c c} II \\ I \end{array}$	$a$	$b$	$c$	$d$
$\alpha$	-5, 5	-4, 4	-5, 1	0, 4
$\beta$	-4, 1	-3, 3	-2, 2	1, 1
$\gamma$	0, 0	1, -1	-4, 4	-3, 3
$\delta$	-1, 6	2, -2	7, 11	5, 2

**שאלה 5** רשמו את המשחקים הבאים כמשחקים בצורה אסטרטגית (במשחקי שלושה שחקנים, שחקן  $I$  בוחר שורה, שחקן  $II$  בוחר עמודה, ושחקן  $III$  בוחר במטריצה). בכל משחק מצאו את השיווי משקל אם יש.

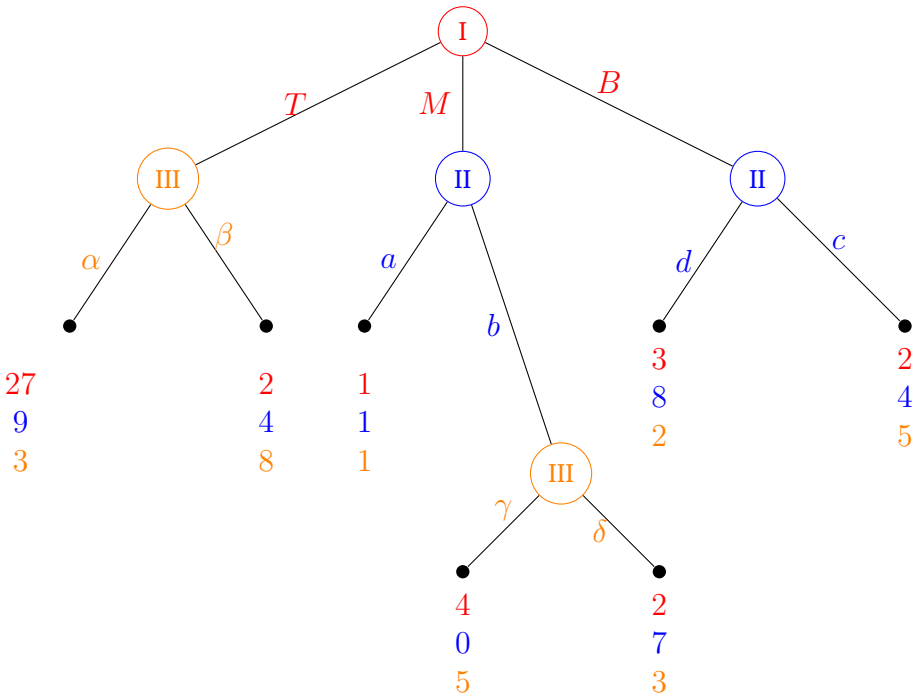
(א)



ב)

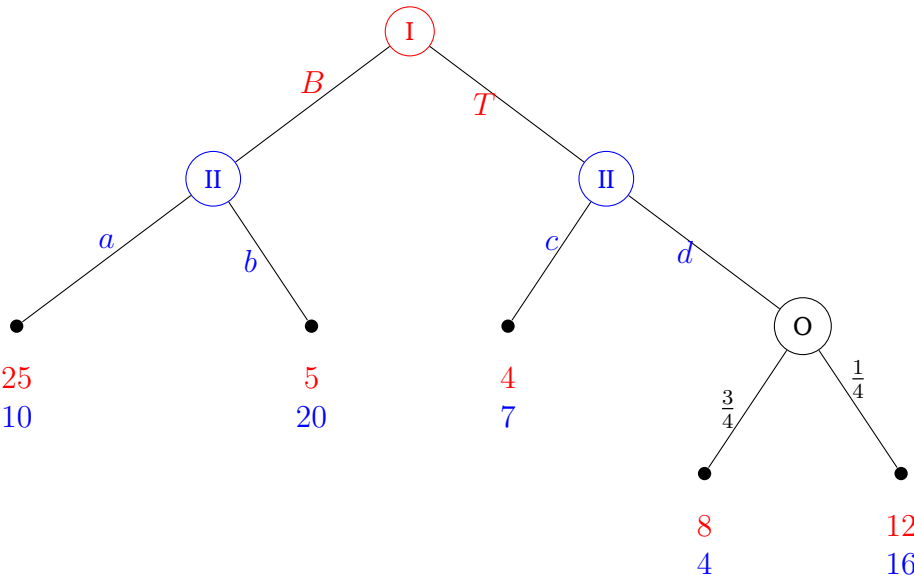


ג)

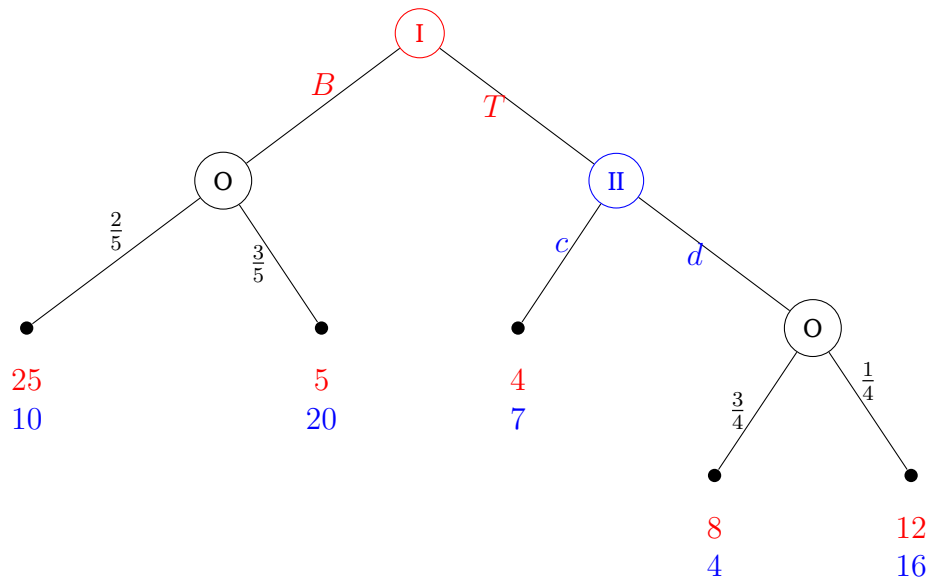


שאלה 6 מצאו את השיווי משקל נאש במשחקים הבאים:

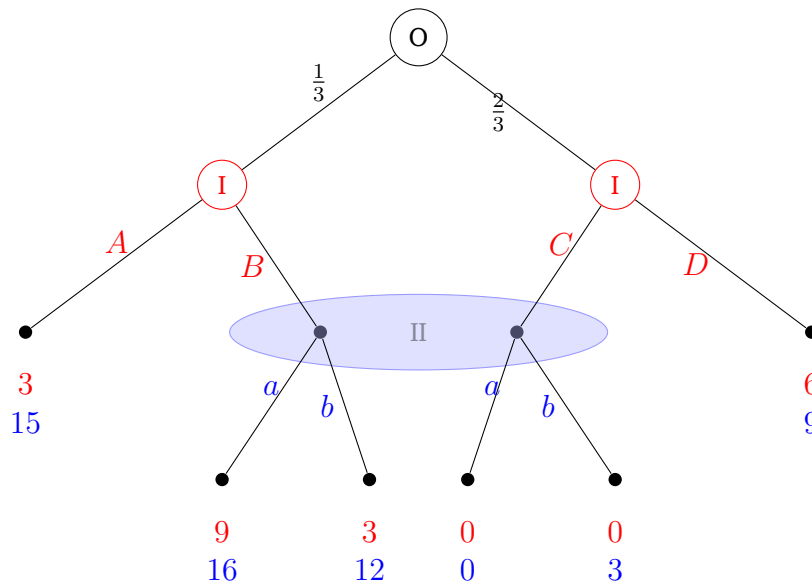
(א)



(ב)



**שאלה 7** מצאו את השייך משקל נאש במשחק הבא:



**שאלה 8** יהי

$$G = (N, (S_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$$

משחק בצורה אסטרטגית ויהי

$$\hat{G} = (N, (\hat{S}_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$$

משחק המתקבל מ- $G$  על ידי השמטת חלק מהאסורוגיות של השחקנים.

$$\hat{S}_i \subseteq S_i \text{ לכל שחקן } i.$$

הוכיחו:

אם  $s^*$  הוא שיווי משקל במשחק  $G$ , ואם  $s_i^* \in \hat{S}_i$  לכל שחקן  $i$ , אזי  $s^*$  הוא שיווי משקל במשחק  $\hat{G}$ .

**שאלה 9** משחק שני שחקנים נקרא משחק סימטרי אם לשני השחקנים אותה קבוצת אסטרטגיות  $S_1 = S_2$

ופונקצית התשלומים מתקיימים  $u_1(s_1, s_2) = u_2(s_2, s_1)$  לכל  $s_1, s_2 \in S_1$ .

הוכיחו שקבוצת שיווי המשקל במשחק סימטרי היא קבוצת סימטרי, כלומר אם  $(s_1 = s_1^*, s_2 = s_2^*)$  היא שיווי משקל, אז גם  $(s_1 = s_2^*, s_2 = s_1^*)$  הוא שיווי משקל.

## פתרונות

## שאלה 1

(א) נקרא משה שחקן  $I$  ונקרא אהרון שחקן  $II$ . המשחק בצורה אסטרטגית הינה:

		שחקן $II$	
		$A$	$B$
שחקן $I$	$A$	(1000, 1000)	(5000, 0)
	$B$	(0, 5000)	(4000, 4000)

(ב)

$$1000 = u_I(A, A) > u_I(B, A) = 0,$$

$$5000 = u_I(A, B) > u_I(B, B) = 4000$$

לכן האסטרטגיה  $s_I = A$  שולטת חזק.

$$1000 = u_{II}(A, A) > u_{II}(A, B) = 0,$$

$$5000 = u_{II}(B, A) > u_{II}(B, B) = 4000$$

לכן האסטרטגיה  $s_{II} = A$  שולטת חזק.

על פי ההנחות של שני השחקנים רציונלים, אז שניהם ישחקו לפי אסטרטגיה  $A$ .

## שאלה 2

(א)

		שחקן $II$	
		$L$	$R$
שחקן $I$	$H$	4, 2	0, 1
	$T$	3, 3	1, 1

 $\xrightarrow{R < L}$ 

		שחקן $II$	
		$L$	
שחקן $I$	$H$	4, 2	
	$T$	<del>3, 3</del>	

 $\xrightarrow{T < H}$ 

		שחקן $II$	
		$L$	
שחקן $I$	$H$	4, 2	

תשלום סופי: (4, 2).

פתרון באסטרטגיות שולטות חזק:  $(H, L)$ .

(ב)

		שחקן $II$	
		$L$	$R$
שחקן $I$	$H$	2, 3	1, 4
	$T$	0, 2	0, 4

 $\xrightarrow{T < H}$ 

		שחקן $II$	
		$L$	$R$
שחקן $I$	$H$	2, 3	1, 4

 $\xrightarrow{L < R}$ 

		שחקן $II$	
		$R$	
שחקן $I$	$H$	1, 4	

תשלום סופי: (1, 4).

פתרון באסטרטגיות שולטות חזק:  $(H, R)$ .



ג

I \ II			
	a	b	c
$\alpha$	1, 0	3, 0	2, 1
$\beta$	3, 1	0, 1	1, 2
$\gamma$	2, 1	1, 6	0, 2

 $\xrightarrow{a < c}$ 

I \ II		
	b	c
$\alpha$	3, 0	2, 1
$\beta$	0, 1	1, 2
$\gamma$	1, 6	0, 2

 $\xrightarrow{\begin{smallmatrix} \beta < \alpha \\ \gamma < \alpha \end{smallmatrix}}$ 

I \ II		
	b	c
$\alpha$	3, 0	2, 1

  
 $\xrightarrow{b < c}$ 

I \ II		
	c	
$\alpha$	2, 1	

תשלום סופי: (2, 1).  
פתרון באסטרטגיות שולטות חזק:  $(\alpha, c)$ .

### שאלה 3

א

I \ II		
	L	R
T	9, 5	5, 3
B	8, 6	8, 4

 $\xrightarrow{R < L}$ 

I \ II		
	L	
T	9, 5	
B	8, 6	

 $\xrightarrow{B < T}$ 

I \ II		
	L	
T	9, 5	

פתרון באסטרטגיות שולטות חזק:  $(T, L)$ .

ב

I \ II				
	a	b	c	d
T	-1, 20	-7, -7	-1, 2	-5, 8
M	27, 20	13, -1	21, 2	13, -1
B	-5, 20	-3, 5	7, -1	3, -4

 $\xrightarrow{\begin{smallmatrix} b < a \\ c < a \\ d < a \end{smallmatrix}}$ 

I \ II				
	a			
T	-1, 20			
M	27, 20			
B	-5, 20			

 $\xrightarrow{\begin{smallmatrix} T < M \\ B < M \end{smallmatrix}}$ 

I \ II				
	a			
M	27, 20			

פתרון באסטרטגיות שולטות חזק:  $(M, a)$ .

ג

$\begin{array}{c ccc} II & a & b & c & d \\ \hline I & & & & \\ \alpha & 3, 7 & 0, 13 & 4, 5 & 5, 3 \\ \beta & 5, 3 & 4, 5 & 4, 5 & 3, 7 \\ \gamma & 4, 5 & 3, 7 & 4, 5 & 5, 3 \\ \delta & 4, 5 & 4, 5 & 4, 5 & 4, 5 \end{array}$	$\xrightarrow{c \preceq b}$	$\begin{array}{c ccc} II & a & b & d \\ \hline I & & & \\ \alpha & 3, 7 & 0, 13 & 5, 3 \\ \beta & 5, 3 & 4, 5 & 3, 7 \\ \gamma & 4, 5 & 3, 7 & 5, 3 \\ \delta & 4, 5 & 4, 5 & 4, 5 \end{array}$	$\xrightarrow{\alpha \preceq \gamma}$	$\begin{array}{c ccc} II & a & b & d \\ \hline I & & & \\ \beta & 5, 3 & 4, 5 & 3, 7 \\ \gamma & 4, 5 & 3, 7 & 5, 3 \\ \delta & 4, 5 & 4, 5 & 4, 5 \end{array}$
	$\xrightarrow{a \preceq b}$	$\begin{array}{c cc} II & b & d \\ \hline I & & \\ \beta & 4, 5 & 3, 7 \\ \gamma & 3, 7 & 5, 3 \\ \delta & 4, 5 & 4, 5 \end{array}$	$\xrightarrow{\beta \preceq \delta}$	$\begin{array}{c cc} II & b & d \\ \hline I & & \\ \gamma & 3, 7 & 5, 3 \\ \delta & 4, 5 & 4, 5 \end{array}$
	$\xrightarrow{b \preceq d}$	$\begin{array}{c c} II & d \\ \hline I & \\ \gamma & 5, 3 \\ \delta & 4, 5 \end{array}$	$\xrightarrow{\delta \preceq \gamma}$	$\begin{array}{c c} II & d \\ \hline I & \\ \gamma & 5, 3 \end{array}$

פתרון באסטרטגיות שולטות חלש:  $(\gamma, d)$ .

#### שאלה 4

(א)

$\begin{array}{c cc} II & L & R \\ \hline I & & \\ H & 4, 8 & 5, 10 \\ T & 3, 7 & 6, 20 \end{array}$
--

שיווי משקל נאש:

$$(s_I^*, s_{II}^*) = (T, R) .$$

(ב)

$I \backslash II$	$L$	$R$
$H$	2, 3	1, 5
$T$	0, 0	4, 1

שיווי משקל נאש:

$$(s_I^*, s_{II}^*) = (T, R) .$$

(ג)

$I \backslash II$	$a$	$b$	$c$	$d$
$\alpha$	2, 13	4, 8	6, 5	8, 2
$\beta$	6, 4	2, 3	3, 8	8, 4
$\gamma$	0, 9	7, 7	2, 7	14, 10
$\delta$	4, 0	0, 4	4, 6	6, 0

שיווי משקל נאש:

$$(s_I^*, s_{II}^*) = (\gamma, d) .$$

(ד)

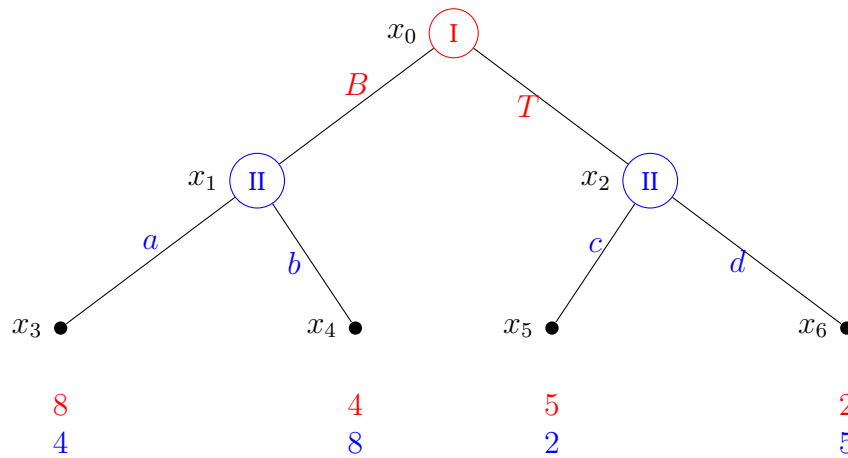
$I \backslash II$	$a$	$b$	$c$	$d$
$\alpha$	-5, 5	-4, 4	-5, 1	0, 4
$\beta$	-4, 1	-3, 3	-2, 2	1, 1
$\gamma$	0, 0	1, -1	-4, 4	-3, 3
$\delta$	-1, 6	2, -2	7, 11	5, 2

שיווי משקל נאש:

$$(s_I^*, s_{II}^*) = (\delta, c) .$$

**שאלה 5**

(א)



קבוצת אסטרטגיות של שחקן  $I$ :

$$S_I = (B, T)$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן  $II$ :

$$S_{II} = (a/c, a/d, b/c, b/d) .$$

צורת אסטרטגיה של המשחק:

$I \backslash II$	$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$B$	8, 4	8, 4	4, 8	4, 8
$T$	5, 2	2, 5	5, 2	2, 5

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן  $I$  לכל אסטרטגיה של שחקן  $II$ :

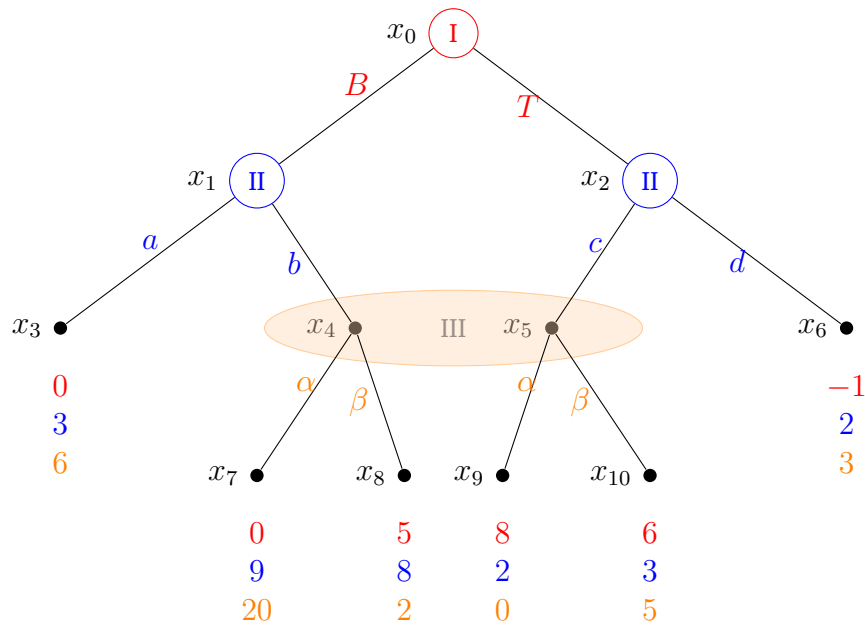
$I \backslash II$	$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$B$	8, 4	8, 4	4, 8	4, 8
$T$	5, 2	2, 5	5, 2	2, 5

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן  $II$  לכל אסטרטגיה של שחקן  $I$ :

$I \backslash II$	$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$B$	8, 4	8, 4	4, 8	4, 8
$T$	5, 2	2, 5	5, 2	2, 5

שיווי משקל נאש:

$$s^* = (B, b/d) .$$



קבוצת אסטרטגיות של שחקן  $I$ :

$$S_I = (B, T)$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן  $II$ :

$$S_{II} = (a/c, a/d, b/c, b/d) .$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן  $III$ :

$$S_{III} = (\alpha, \beta) .$$

צורת אסטרטגיה של המשחק:

		$\alpha$			
$I$	$II$	$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
	$B$	0, 3, 6	0, 3, 6	0, 9, 20	0, 9, 20
	$T$	8, 2, 0	-1, 2, 3	8, 2, 0	-1, 2, 3

		$\beta$			
$I$	$II$	$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
	$B$	0, 3, 6	0, 3, 6	5, 8, 2	5, 8, 2
	$T$	6, 3, 5	-1, 2, 3	6, 3, 5	-1, 2, 3

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן  $I$  לכל אסטרטגיה של שחקן  $II$  ולכל אסטרטגיה של שחקן  $III$ :

		$\alpha$			
$I$	$II$	$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
	$B$	0, 3, 6	0, 3, 6	0, 9, 20	0, 9, 20
	$T$	8, 2, 0	-1, 2, 3	8, 2, 0	-1, 2, 3

		$\beta$			
$I$	$II$	$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
	$B$	0, 3, 6	0, 3, 6	5, 8, 2	5, 8, 2
	$T$	6, 3, 5	-1, 2, 3	6, 3, 5	-1, 2, 3

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן II לכל אסטרטגיה של שחקן I ולכל אסטרטגיה של שחקן III:

$\alpha$					$\beta$				
$I \backslash II$	$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$	$I \backslash II$	$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$B$	0, 3, 6	0, 3, 6	0, 9, 20	0, 9, 20	$B$	0, 3, 6	0, 3, 6	5, 8, 2	5, 8, 2
$T$	8, 2, 0	-1, 2, 3	8, 2, 0	-1, 2, 3	$T$	6, 3, 5	-1, 2, 3	6, 3, 5	1, 2, 3

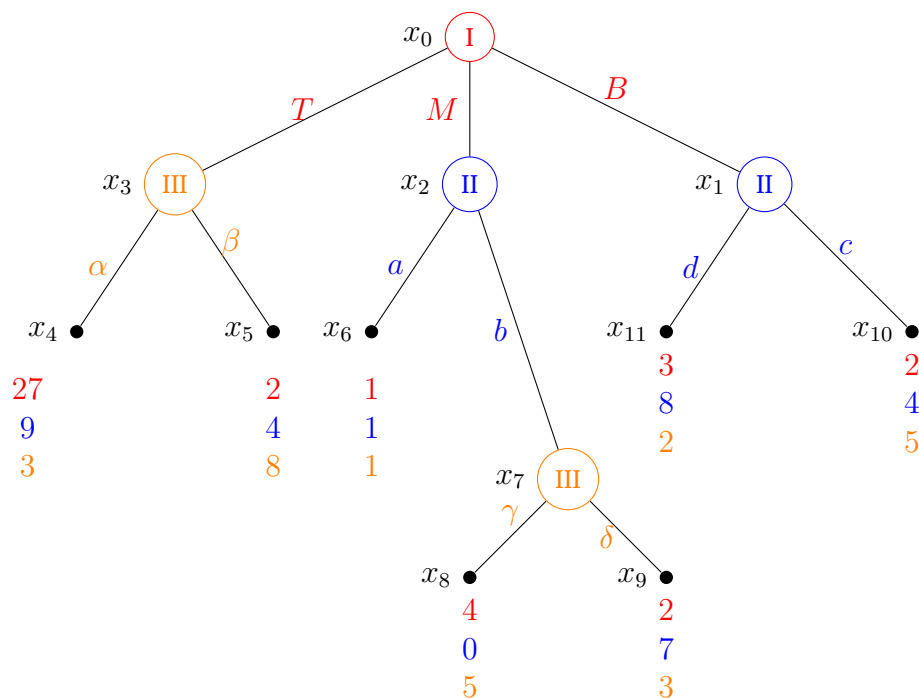
נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן III לכל אסטרטגיה של שחקן I ולכל אסטרטגיה של שחקן II:

$\alpha$					$\beta$				
$I \backslash II$	$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$	$I \backslash II$	$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$B$	0, 3, 6	0, 3, 6	0, 9, 20	0, 9, 20	$B$	0, 3, 6	0, 3, 6	5, 8, 2	5, 8, 2
$T$	8, 2, 0	-1, 2, 3	8, 2, 0	-1, 2, 3	$T$	6, 3, 5	-1, 2, 3	8, 2, 5	-1, 2, 3

שיווי משקל נאש:

$$s^* = (T, a/c, \beta) .$$

ג



קבוצת אסטרטגיות של שחקן  $I$ :

$$S_I = (T, B, M)$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן  $II$ :

$$S_{II} = (a/c, a/d, b/c, b/d) .$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן  $III$ :

$$S_{III} = (\alpha/\gamma, \alpha/\delta, \beta/\gamma, \beta/\delta) .$$

צורת אסטרטגיה של המשחק:

		$\alpha/\gamma$			
$I \backslash II$		$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$T$		27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3
$M$		1, 1, 1	1, 1, 1	4, 0, 5	4, 0, 5
$B$		2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

		$\alpha/\delta$			
$I \backslash II$		$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$T$		27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3
$M$		1, 1, 1	1, 1, 1	2, 7, 3	2, 7, 3
$B$		2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

		$\beta/\gamma$			
$I \backslash II$		$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$T$		2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8
$M$		1, 1, 1	1, 1, 1	4, 0, 5	4, 0, 5
$B$		2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

		$\beta/\delta$			
$I \backslash II$		$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$T$		2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8
$M$		1, 1, 1	1, 1, 1	2, 7, 3	2, 7, 3
$B$		2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן  $I$  לכל אסטרטגיה של שחקן  $II$  ולכל אסטרטגיה של שחקן  $III$ :

		$\alpha/\gamma$			
$I \backslash II$		$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$T$		27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3
$M$		1, 1, 1	1, 1, 1	4, 0, 5	4, 0, 5
$B$		2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

		$\alpha/\delta$			
$I \backslash II$		$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$T$		27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3
$M$		1, 1, 1	1, 1, 1	2, 7, 3	2, 7, 3
$B$		2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

		$\beta/\gamma$			
$I \backslash II$		$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$T$		2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8
$M$		1, 1, 1	1, 1, 1	4, 0, 5	4, 0, 5
$B$		2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

		$\beta/\delta$			
$I \backslash II$		$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$T$		2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8
$M$		1, 1, 1	1, 1, 1	2, 7, 3	2, 7, 3
$B$		2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן  $II$  לכל אסטרטגיה של שחקן  $I$  ולכל אסטרטגיה של שחקן  $III$ :

$$\alpha/\gamma$$

$I \backslash II$	$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$T$	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3
$M$	1, 1, 1	1, 1, 1	4, 0, 5	4, 0, 5
$B$	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

$$\alpha/\delta$$

$I \backslash II$	$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$T$	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3
$M$	1, 1, 1	1, 1, 1	2, 7, 3	2, 7, 3
$B$	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

$$\beta/\gamma$$

$I \backslash II$	$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$T$	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8
$M$	1, 1, 1	1, 1, 1	4, 0, 5	4, 0, 5
$B$	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

$$\beta/\delta$$

$I \backslash II$	$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$T$	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8
$M$	1, 1, 1	1, 1, 1	2, 7, 3	2, 7, 3
$B$	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן  $III$  לכל אסטרטגיה של שחקן  $I$  ולכל אסטרטגיה של שחקן  $II$ :

$$\alpha/\gamma$$

$I \backslash II$	$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$T$	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3
$M$	1, 1, 1	1, 1, 1	4, 0, 5	4, 0, 5
$B$	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

$$\alpha/\delta$$

$I \backslash II$	$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$T$	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3	27, 9, 3
$M$	1, 1, 1	1, 1, 1	2, 7, 3	2, 7, 3
$B$	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

$$\beta/\gamma$$

$I \backslash II$	$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$T$	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8
$M$	1, 1, 1	1, 1, 1	4, 0, 5	4, 0, 5
$B$	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

$$\beta/\delta$$

$I \backslash II$	$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$T$	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8	2, 4, 8
$M$	1, 1, 1	1, 1, 1	2, 7, 3	2, 7, 3
$B$	2, 4, 5	3, 8, 2	2, 4, 5	3, 8, 2

שיווי משקל נאש:

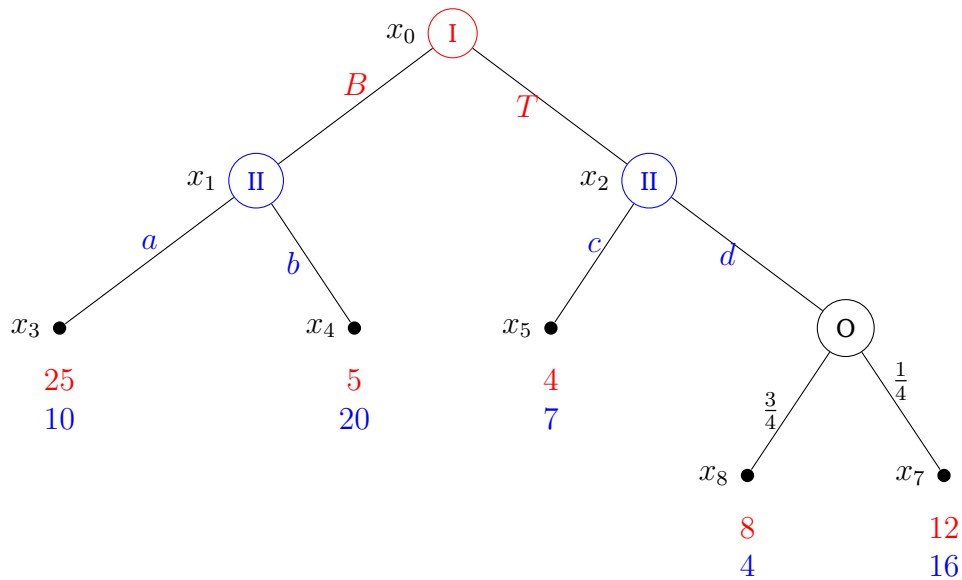
$$s^* = (T, a/c, \beta/\gamma) \quad s^* = (T, a/c, \beta/\delta), \quad s^* = (B, a/d, \beta/\gamma) \quad s^* = (B, a/d, \beta/\delta), \quad s^* = (B, b/d, \beta/\gamma).$$

ג

## שאלה 6

(א)





קבוצת אסטרטגיות של שחקן  $I$ :

$$S_I = (T, B)$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן  $II$ :

$$S_{II} = (a/c, a/d, b/c, b/d) .$$

$I \backslash II$	$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$T$	4, 7	9, 7	4, 7	9, 7
$B$	25, 10	25, 10	5, 20	5, 20

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן  $I$  לכל אסטרטגיה של שחקן  $II$ :

$I \backslash II$	$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$T$	4, 7	9, 7	4, 7	9, 7
$B$	25, 10	25, 10	5, 20	5, 20

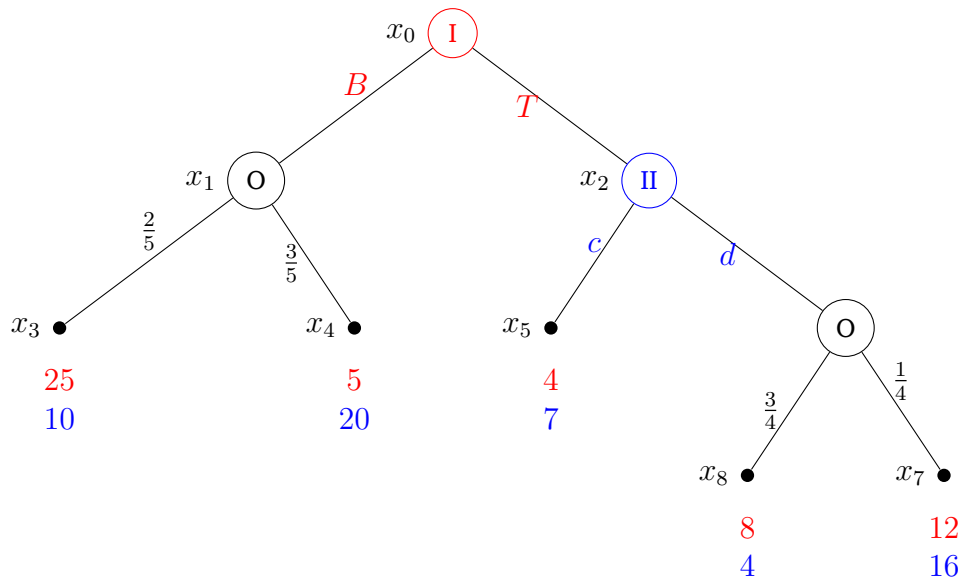
נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן  $II$  לכל אסטרטגיה של שחקן  $I$ :

$I \backslash II$	$a/c$	$a/d$	$b/c$	$b/d$
$T$	4, 7	9, 7	4, 7	9, 7
$B$	25, 10	25, 10	5, 20	5, 20

שיווי משקל נאש:

$$s^* = (T, b/d) \quad s^* = (B, b/c) .$$

(ב)



קבוצת אסטרטגיות של שחקן  $I$ :

$$S_I = (T, B)$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן  $II$ :

$$S_{II} = (c, d) .$$

$I \backslash II$	$c$	$d$
$T$	4, 7	9, 7
$B$	13, 16	13, 16

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן  $I$  לכל אסטרטגיה של שחקן  $II$  :

$I \backslash II$	$c$	$d$
$T$	4, 7	9, 7
$B$	13, 16	13, 16

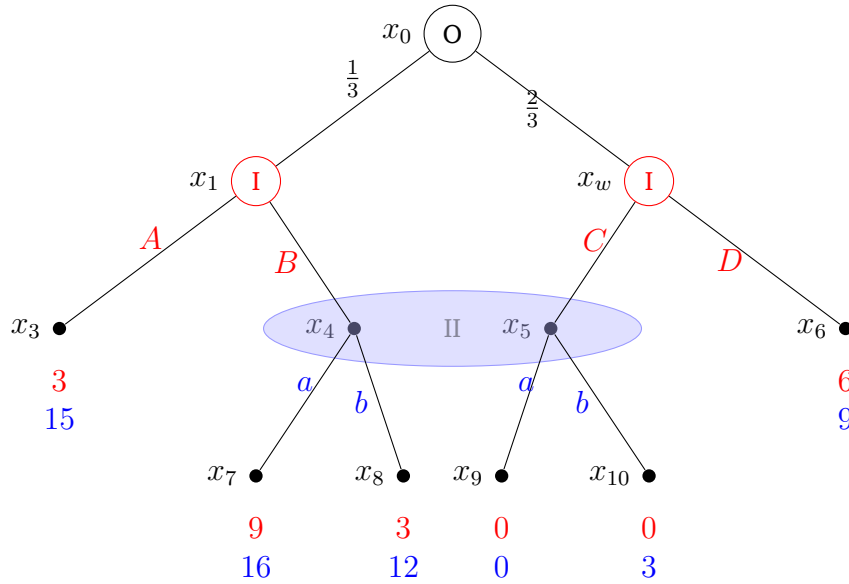
נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן  $II$  לכל אסטרטגיה של שחקן  $I$  :

$I \backslash II$	$c$	$d$
$T$	4, 7	9, 7
$B$	13, 16	13, 16

שיווי משקל נאש:

$$s^* = (B, c) , \quad s^* = (B, d) .$$

שאלה 7



קבוצת אסטרטגיות של שחקן  $I$ :

$$S_I = (A/C, A/D, B/C, B/D)$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן  $II$ :

$$S_{II} = (a, b) .$$

$I \backslash II$	$a$	$b$
$A/C$	1, 5	1, 7
$A/D$	5, 11	5, 11
$B/C$	$3, \frac{16}{3}$	1, 6
$B/D$	13, 16	5, 10

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן  $I$  לכל אסטרטגיה של שחקן  $II$ :

$I \backslash II$	$a$	$b$
$A/C$	1, 5	1, 7
$A/D$	5, 11	<b>5</b> , 11
$B/C$	$3, \frac{16}{3}$	1, 6
$B/D$	<b>13</b> , 16	<b>5</b> , 10

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן  $II$  לכל אסטרטגיה של שחקן  $I$ :

$I \backslash II$	$a$	$b$
$A/C$	1, 5	1, 7
$A/D$	5, 11	5, 11
$B/C$	3, $\frac{16}{3}$	1, 6
$B/D$	13, 16	5, 10

שיווי משקל נאש:

$$s^* = (A/D, b), \quad s^* = (B/D, a).$$

**שאלה 8**  $s^*$  שיווי משקל במשחק  $G$ . לכן לכל שחקן  $i \in N$  מתקיים

$$u_i(s_i, s_{-i}^*) \leq u_i(s^*) \quad \forall s_i \in S_i.$$

מכיוון שלכל שחקן  $i, \hat{S}_i \subseteq S_i$  בפרט מתקיים גם

$$u_i(s_i, s_{-i}^*) \leq u_i(s^*) \quad \forall s_i \in \hat{S}_i.$$

מכיוון ש-  $s^*$  ווקטור אסטרטגיות במשחק  $\hat{G}$ , נובע מכאן כי הוא שיווי משקל במשחק זה.

**שאלה 9**