

**1 דוגמא.** בהצגה לכבוד פורים מככבים אסתר, מרדכי והמן הרשע. לכל אחד מכוכבי ההצגה יש שחקן מחליף למקרה של היעדרות. אסתר נעדרת ב- 40% מההופעות, מרדכי ב- 50% מההופעות והמן ב- 35% מההופעות. ידוע שכל שניים מהכוכבים נעדרים יחדיו ב- 15% מההופעות וכולם ביחד נעדרים ב- 5%. מההופעות. חשבו את ההסתברות שבהצגה אליה קניתם כרטיסים לא יהיה אף שחקן מחליף.

**פיתרון.** נסמן:

$A$  = אסתר נעדרת

$B$  = מרדכי נעדר

$C$  = המן נעדר

נתון כי

$$P(A) = 0.4,$$

$$P(B) = 0.5,$$

$$P(C) = 0.35,$$

$$P(A \cap B) = P(B \cap C) = P(C \cap A) = 0.15, P(A \cap B \cap C) = 0.05.$$

המאורע שלא יהיה אף שחקן הוא  $\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$ .

**חוקי דה מורגן**

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B},$$

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B},$$

$$\overline{\bigcup_{i=1}^n A_i} = \bigcap_{i=1}^n \bar{A}_i,$$

$$\overline{\bigcap_{i=1}^n A_i} = \bigcup_{i=1}^n \bar{A}_i.$$

לפי חוקי דה מורגן

$$\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C} = \overline{A \cup B \cup C}.$$

לכן

$$P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = P(\overline{A \cup B \cup C}) = 1 - P(A \cup B \cup C).$$

לפי (??),

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C) \\ &= 0.4 + 0.5 + 0.35 - 0.15 - 0.15 - 0.15 + 0.05 \\ &= 0.85. \end{aligned}$$

לכן

$$P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = 1 - 0.85 = 0.15.$$

■

**2 דוגמא.** בסקר שנערך בעיר מסוימת נמצא ש- 60% מהתושבים מגדלים כלב. בנוסף, 30% מהתושבים מגדלים חתולים ו- 15% מגדלים גם כלב וגם חתול. חפשו את ההסתברות שתושב מקרי

1. מגדל לפחות בעל חיים אחד

3. מגדל כלב, אך לא חתול

4. מגדל חתול, אך לא כלב.

**פיתרון.**

$C =$  המאורע של בעלי כלבים,

$D =$  המאורע של בעלי חתולים.

1.

$$\begin{aligned} P(C \cup D) &= P(C) + P(D) - P(C \cap D) \\ &= 0.6 + 0.3 - 0.15 \\ &= 0.75. \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} P(\overline{C \cap D}) &= 1 - P(C \cap D) \\ &= 1 - 0.15 \\ &= 0.85. \end{aligned}$$

3. יש צורך להשתמש בהחוקים

$$P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A}), \quad (0.1)$$

$$P(B \cap \bar{A}) = P(B) - P(B \cap A). \quad (0.2)$$

אזי

$$\begin{aligned} P(C \cap \bar{D}) &= P(C) - P(C \cap D) \\ &= 0.6 - 0.15 \\ &= 0.45. \end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned} P(\bar{C} \cap D) &= P(D) - P(C \cap D) \\ &= 0.3 - 0.15 \\ &= 0.15. \end{aligned}$$

■

**3 דוגמא. (מרחב מדגם אחיד)** לדוגמא לניסוי הטלת קוביה הוגנת יש מרחב מדגם  $\Omega$  כאשר  $\Omega = \{1, \dots, 6\}$  ומתקיים כי  $P(\omega \in \Omega) = \frac{1}{6}$ . על כן  $\Omega$  הוא מרחב מדגם אחיד.

**פיתרון.** ■

**4 דוגמא. (מרחב מדגם לא סימטרי)** בכד נמצא 12 כדורים: שחור אחת, לבן 2, כחול 3, אדום 4 וירוק-5. המרחב מדגם הוא

$$\Omega = \{bk, w, r, bl, g\}.$$

ומתקיים כי

$$P(bk) = \frac{1}{12}, \quad P(w) = \frac{2}{12}, \quad P(r) = \frac{3}{12}, \quad P(bl) = \frac{4}{12}, \quad P(g) = \frac{5}{12}.$$

על כן  $\Omega$  הוא מרחב מדגם אי-סימטרי.

**פיתרון.** ■