עבודה 4: אי-כריעות ורדוקציות

מועד הגשה

1) ההגשה היא עד סוף יום ראשון 18.01.2026 עד השעה 23:59 באותו היום. אל תחכו לרגע האחרון. תכננו את זמנכם בהתאם. הגישו לפני.

2) איחור במועד ההגשה יגרור הורדה של ציון, 5 נק' לכל יום איחור או חלק ממנו. בכל מקרה לא יהיה ניתן להגיש מעבר ל-2 ימי איחור ממועד ההגשה דלעיל כלומר עד יום שלישי 20.01.26 (עד השעה 23:59).

אופן הגשה

1) קראו היטב את השאלות. עליכם לענות על כל השאלות בעבודה זו.

2) הגשת העבודה תהיה דרך אתר הקורס במודל בלבד. הגשת העבודה היא ביחידים.

3) כיצד להגיש?

א) יש לסרוק או להמיר את העבודה לקובץ pdf ולהגיש אותו (סריקה לא ברורה או מטושטשת לא תיבדק).

ב) שם הקובץ שיוגש למערכת ההגשה יהיה מספר ת"ז המגיש. לדוגמה: 123456789.pdf.

4) בקובץ המוגש יש להוסיף את התיעוד הבא בעמוד הראשון (בעברית או באנגלית, לבחירתכם). יש לשנות את השם לשם שלכם ואת תעודת הזהות לתעודת הזהות שלכם. ובמקום סולמית יש לכתוב את מספר העבודה.

Assignment: #
Author: Israel Israeli, ID: 01234567

5) לאחר שהעליתם את הקבצים שלכם למודל, הורידו אותם מהמודל למחשב שלכם וודאו כי הקבצים תקינים וכי העליתם את הקבצים הנכונים והמלאים. לאחר תום מועד ההגשה לא יתקבלו ערעורים על כך שהעליתם קבצים לא תקינים או שהעליתם בטעות קבצים אחרים / לא נכונים.

שאלות

1) שאלות בנוגע העבודה יש לשאול בפורום באתר המודל של הקורס או בשעות קבלה של המתרגל/ת האחראי/ת בלבד. אין לשלוח שאלות במייל לא למתרגל האחראי ולא למתרגלים/מרצים אחרים.

2) ניתן לשאול שאלות הבהרה ומיקוד על המשימות שבעבודה במידה ומשימה מסוימת לא ברורה. לא ניתן לשאול על הפתרונות שלכם. לדוגמא, לא ניתן לשאול האם הפתרון שלי נכון, לא ניתן לשאול למה הפתרון לא עובד, וכדומה.

שונות

1) השאלות בעבודה זו הינן שוות משקל. כלומר, משקל כל שאלה הוא 100 חלקי מספר השאלות בעבודה.

2) בשאלה מרובת סעיפים, הסעיפים הם שווי משקל. כלומר משקל כל סעיף הוא משקל השאלה כולה חלקי מספר הסעיפים השאלה.

- המתרגל אחראי: צביקה שוורץ.
- העודה מכילה 5 שאלות.
- **בהצלחה!**

שאלה 1 **(10 נקודות)** תהי ALL_{DFA} השפה הבאה: $ALL_{DFA} = \left\{ \langle A \rangle \;\middle|\; \text{עבורו } L(A) = \Sigma^* \text{ הוא } DFA \text{ } A \right\}$.
הוכיחו כי $ALL_{DFA} \in R$.

שאלה 2 **(10 נקודות)** תהי L השפה הבאה: $L = \left\{ \langle M \rangle \;\middle|\; |L(M)| \geq 3 \right\}$.

א) הוכיחו כי $L_{\text{acc}} \leq L$.

הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

ב) $L \in RE$.

ג) $L \notin R$.

שאלה 3 **(10 נקודות)** נתונה השפה הבאה: $L = \left\{ \langle M_1, M_2, w \rangle \;\middle|\; w \in L\left(M_1\right) \cap L\left(M_2\right) \right\}$.

א) הוכיחו כי $L \in RE$.

ב) הוכיחו כי $\bar{L} \notin RE$.

שאלה 4 **(10 נקודות)** נתונה השפה הבאה: $L = \left\{ \langle M_1, M_2, w \rangle \;\middle|\; w \in L\left(M_1\right) \cap w \notin L\left(M_2\right) \right\}$.

א) הוכיחו כי: $\overline{L_{\text{acc}}} \leq L$.

ב) הוכיחו כי: $L \notin RE$.

שאלה 5 **(10 נקודות)** תהי L השפה הבאה: $L = \left\{ \langle M \rangle \;\middle|\; \varepsilon \in L(M) \right\}$.

א) הוכיחו כי $L_{\text{halt}} \leq L$.

ב) הוכיחו כי $L \in RE$.

ג) הוכיחו כי $L \notin R$.

שאלה 6 **(10 נקודות)** תהי L השפה הבאה: $L = \left\{ \langle M_1, M_2 \rangle \;\middle|\; |L(M_1) \cup L(M_2)| = 2 \right\}$.
הוכיחו כי $L_E \leq L$.

שאלה 7 **(10 נקודות)** תהיינה L_1, L_2, L_3 שפות. הוכיחו את הטענה הבאה:
אם $L_3 \subset L_2 \subset L_1$, וכן $L_1 \backslash L_2 \in R$ וגם $L_2 \backslash L_3 \in R$, אז $L_1 \backslash L_3 \in R$.

שאלה 8 **(10 נקודות)** תהי L השפה הבאה: $L = \left\{ \langle M \rangle \;\middle|\; \text{סופי } L(M) \right\}$. כלומר, זוהי שפת כל קידודי מכונות הטיורינג המקבלות מספר סופי של מילים. הוכיחו או הפריכו: $L \in RE$.

שאלה 9 **(10 נקודות)** תהיינה L_3, L_6 השפות הבאות:

$$L_3 = \left\{ \langle M \rangle \;\middle|\; |L(M)| \geq 3 \right\} \;, \qquad L_6 = \left\{ \langle M \rangle \;\middle|\; |L(M)| \geq 6 \right\} \;.$$

כלומר, L_3 היא שפת קידודי מכונות הטיורינג המקבלות לפחות 3 מילים, ו- L_6 היא שפת קידודי מכונות הטיורינג המקבלות לפחות 6 מילים. הוכיחו:

$$L_3 \leq L_6 \;.$$

שאלה 10 **(10 נקודות)** תהי L השפה הבאה: $L = \left\{ \langle M_1, M_2 \rangle \;\middle|\; L(M_1) \cap L(M_2) \neq \emptyset \right\}$. כלומר, L היא שפת קידודי זוגות מכונות הטיורינג שחיתוך השפות שהן מקבלות אינו ריק. הוכיחו:

$$L_{\text{acc}} \leq L \;.$$

פתרונות

שאלה 1 נבנה מכונת טיורינג M שמכריה את ALL_{DFA}.

שימו לב: אם $A=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ הוא DFA אז ה- DFA המשלים מוגדר $\bar{A}=(Q,\Sigma,\delta,q_0,Q\backslash F)$.

כתוצאה מכך אם השפה של A היא $L(A)$ אזי השפה של $\bar{A}$ תהיה המשלימה של $L(A)$:

$$L\left(\bar{A}\right)=\overline{L(A)}\ .$$

לפיכך אם $L(A)=\Sigma^*$ אזי $L\left(\bar{A}\right)=\Sigma^*\backslash\Sigma^*=\emptyset$.

בניית מכונה מכריעה

נבנה מכונת טיורינג M המכריעה את ALL_{DFA} באופן הבא.

$M=$ על קלט x:

1) בודקת אם $x=\langle A\rangle$ קידוד תקין של DFA, $A=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$.

- אם לא $\Leftarrow$ דוחה.

2) בונה את ה- DFA המשלים $\bar{A}=(Q,\Sigma,\delta,q_0,Q\backslash F)$.

3) מאתחלת את הקבוצת המצבים החדשה: $R_0=\{q_0\}$.

4) לכל $0\leq i\leq |Q|-1$ מחשבת

$$R_{i+1}=R_i\cup\left\{p\ \middle|\ p=\delta(q,\sigma),q\in R_i,\sigma\in\Sigma\right\}\ .$$

5) מגדירה $R=R_{|Q|}$.

- אם $R\cap(Q\backslash F)\neq\emptyset$ $\Leftarrow$ M דוחה.
- אחרת M מקבלת.

הוכחת הנכונות

אם $x\in ALL_{DFA}$

$\Leftarrow$ $x=\langle A\rangle$ ו- $L(A)=\Sigma^*$

$\Leftarrow$ $L(\bar{A})=\emptyset$

$\Leftarrow$ לא קיימת $w\in\Sigma^*$ ש- A מקבלת.

$\Leftarrow$ לא קיימים מצבי קבלה נגישים של $\bar{A}$.

$\Leftarrow$ $R\cap(Q\backslash F)=\emptyset$

$\Leftarrow$ M מקבלת.

אם $x \notin ALL_{DFA}$

$\Leftarrow$ $x = \langle A \rangle$ ו- $L(A) \neq \Sigma^*$

$\Leftarrow$ $L(\bar{A}) \neq \emptyset$

$\Leftarrow$ קיימת $w \in \Sigma^*$ ש- $\bar{A}$ מקבלת.

$\Leftarrow$ קיים לפחות מצב קבלה נגיש אחד של $\bar{A}$.

$\Leftarrow$ $R \cap (Q \backslash F) \neq \emptyset$

$\Leftarrow$ M דוחה.

לפיכך קיימת מכונת טיורינג המכריעה את ALL_{DFA} לכן $ALL_{DFA} \in R$.

שאלה 2

פונקצית הרדוקציה:

$$f(x) = \begin{cases} \langle M' \rangle & x = \langle M, w \rangle \\ \langle M_\emptyset \rangle & x \neq \langle M, w \rangle \end{cases}$$

כאשר $M_\emptyset$ היא מ"ט הדוחה כל קלט ו- M' היא מ"ט שעל כל קלט y, מתעלמת מ- y ומריצה את M על w ועונה כמוה.

אבחנה:

$$L(M') = \begin{cases} \Sigma^* & w \in L(M) \\ \emptyset & w \notin L(M) \end{cases}$$

נכונות הרדוקציה:

נוכיח כי

$$x \in L_{\text{acc}} \iff f(x) \in L_{\geq 3} .$$

אם $x \in L_{\text{acc}}$ $\Leftarrow$ $x = \langle M, w \rangle$ ו- $w \in L(M)$ $\Leftarrow$ $f(x) = \langle M' \rangle$ ולפי האבחנה $L(M') = \Sigma^*$ ולכן $|L(M')| = \infty$ $\Leftarrow$ $f(x) \in L_{\geq 3}$.

אם $x \notin L_{\text{acc}}$ $\Leftarrow$ שני מקרים:

מקרה 1: $x \neq \langle M, w \rangle$ $\Leftarrow$ $f(x) = \langle M_\emptyset \rangle$ $\Leftarrow$ $|L(M_\emptyset)| = 0$ $\Leftarrow$ $f(x) \notin L_{\geq 3}$.

מקרה 2: $x \neq \langle M, w \rangle$ ו- $w \notin L(M)$ $\Leftarrow$ $f(x) = \langle M' \rangle$ ולפי האבחנה $L(M') = \emptyset$ $\Leftarrow$ $|L(M')| = 0$ $\Leftarrow$ $f(x) \notin L_{\geq 3}$.

לסיכום, הוכחנו רדוקציה $L_{\text{acc}} \le L_{\ge 3}$ ולכן ממשפט הרדוקציה, מכיוון ש- $L_{\text{acc}} \notin R$, מתקיים $L_{\ge 3} \notin R$.

שאלה 3

א) נראה שקיימת מכונת טיורינג M המקבלת את השפה L.

$M =$ "על כל קלט x:

1) בודקת אם $x = \langle M_1, M_2, w \rangle$. אם לא $\Leftarrow$ M דוחה.

2) מריצה M_1 על w.

- אם M_1 דוחה $\Leftarrow$ M דוחה.
- אם M_1 מקבלת אז M עוברת לשלב 3).

3) מריצה M_2 על w.

- אם M_2 דוחה $\Leftarrow$ q_{rej}.
- אם M_2 מקבלת $\Leftarrow$ M מקבלת."

<u>נכונות:</u>

אם $x = \langle M_1, M_2, w \rangle$ ו- $w \in L(M_1) \cap L(M_2)$

$\Leftarrow$ בשלב 2) M_1 מקבלת w

$\Leftarrow$ בשלב 3) M_2 מקבלת w

$\Leftarrow$ M מקבלת x.

ב) נראה כי $L \notin R$ על ידי רדוקציה מ- L_{acc} ואז נוכיח כי $\bar{L} \notin RE$ ממשפט הרדוקציה.

תהי $f : \Sigma^* \to \Sigma^*$ הפונקציה הבאה:

$$f(x) = \begin{cases} \langle M, M^*, w \rangle : & x = \langle M, w \rangle \\ \langle M^*, M_\emptyset, \varepsilon \rangle : & x \neq \langle M, w \rangle \end{cases}$$

כאשר M^* המכונה שמקלת כל קלט ו- $M_\emptyset$ המכונה שדוחה כל קלט.

<u>הוכחת נכונות</u>

נוכיח

$$x \in L_{\text{acc}} \iff f(x) \in L \ .$$

אם $x \in L_{\text{acc}}$

$\Leftarrow$ $x = \langle M, w \rangle$ ו- $w \in L(M)$.

$\Leftarrow$ $w \in L(M) \cap L(M^*)$

$\Leftarrow$ $f(x) \in L$.

אם $x \notin L_{\text{acc}}$ ⇐ שני מקרים:

מקרה 1) אם $x \neq \langle M, w\rangle$

⇐ $f(x) = \langle M, M_{\emptyset}, w\rangle$

⇐ מכיוון ש- $L(M^*) \cap L(M_{\emptyset})$ $\varepsilon \notin$ אז $f(x) \notin L$.

מקרה 2) אם $x = \langle M, w\rangle$ ו- $w \notin L(M)$

⇐ $w \notin L(M) \cap L(M^*)$

⇐ $f(x) \notin L$.

הוכחנו שקיימת רדוקציה חשיבה

$$L_{\text{acc}} \leq L$$

מכיוון ש- $L_{\text{acc}} \notin R$, ממשט הרדוקציה $L \notin R$.

כעת נניח בשלילה ש- $\bar{L} \in RE$.

הוכחנו בסעיף א) כי $L \in RE$.

ז"א $L \in RE \wedge \bar{L} \notin RE$.

כל שפה שייכת ל- RE וגם משלימה שייכת ל- RE אם ורק אם השפה שחחכת ל- R.

זאת בסתירה לכך ש- $L \notin R$.

לכן $\bar{L} \notin RE$.

שאלה 4

א)

בניית הרדוקציה

הפונקצית הרדוקציה היא:

$$f(x) = \begin{cases} \langle M^*, M, w\rangle & : x = \langle M, w\rangle \\ \langle M^*, M_{\phi}, w\rangle & : x \neq \langle M, w\rangle \end{cases}$$

כאשר

- M^* היא מ"ט שמקבלת כל קלט
- $M_{\emptyset}$ היא מ"ט שדוחה כל קלט.

הוכחת הנכונות

נראה כי $f(x) \in L \iff x \in \overline{L_{\text{acc}}}$.

ראשית, f חשיבה כי ניתן לבנות מ"ט שתבדוק האם $x = \langle M, w\rangle$. אם לא, תחזיר קידוד קבוע $\langle M^*, M_{\emptyset}, \varepsilon\rangle$ ואם כן, תחזיר קידוד $\langle M^*, M, w\rangle$.

נוכיח כי

$$x \in \overline{L_{\text{acc}}} \quad \iff \quad f(x) \in L\ .$$

הוכחה לכיוון $\Leftarrow$

אם $x \in \overline{L_{\text{acc}}}$ $\Leftarrow$ שני מקרים:

מקרה 1:

$x \neq \langle M, w \rangle$

$\Leftarrow$ $f(x) = \langle M^*, M_\emptyset, \varepsilon \rangle$ וגם $\varepsilon \in L\left(M^*\right)$ וגם $\varepsilon \notin L\left(M_\emptyset\right)$

$\Leftarrow$ $f(x) \in \bar{L}$.

מקרה 2:

$x = \langle M, w \rangle$ ו- $w \notin L(M)$

$\Leftarrow$ $f(x) = \langle M^*, M, w \rangle$ וגם $w \in L\left(M^*\right)$ וגם $w \notin L\left(M\right)$

$\Leftarrow$ $f(x) \in L$.

הוכחה לכיוון $\Rightarrow$

אם $x \notin \overline{L_{\text{acc}}}$

$\Leftarrow$ $x = \langle M, w \rangle$ וגם $w \in L(M)$

$\Leftarrow$ $f(x) = \langle M^*, M, w \rangle$ וגם $w \in L\left(M^*\right)$ וגם $w \notin L\left(M\right)$

$\Leftarrow$ $f(x) \notin L$.

לסיכום, הוכחנו רדוקציה $\overline{L_{\text{acc}}} \leq L$, ומכיוון ש- $\overline{L_{\text{acc}}} \notin RE$ ממשפט הרדוקציה מתקיים $L \notin RE$.

שאלה 5

א)

בניית הרדוקציה

נבנה פונקצית הרדוקציה f מ- L_{Halt} ל- L, העומדת בתנאי

$$x \in L_{\text{Halt}} \iff f(x) \in L\ .$$

כשאר $L_{\text{Halt}} = \left\{ \langle M, w \rangle \ \middle|\ M \text{ עוצרת על } w \right\}$.

8

$$f(x) = \begin{cases} \langle M' \rangle & : x = \langle M, w \rangle \\ M_\emptyset & : x \neq \langle M, w \rangle \end{cases}$$

$M' =$ על כל קלט y:

1) בודקת אם $y = \varepsilon$.

* אם לא $\Leftarrow$ דוחה.

2) מריצה M על w.

- אם M עוצרת $\Leftarrow M'$ מקבלת.

<u>הוכחת הנכונות</u>

- $x \in L_{\text{Halt}} \Leftarrow x = \langle M, w \rangle$ ו- M **עוצרת על** $w \Leftarrow L(M) = \varepsilon \Leftarrow \langle M \rangle \in L$.
- $x \notin L_{\text{Halt}} \Leftarrow$ שני מקרים:

1) $x \neq \langle M, w \rangle \Leftarrow f(x) = M_\emptyset$ ו- $M_\emptyset$ **לא מקבלת** $\varepsilon \Leftarrow f(x) \notin L$.

2) $x = \langle M, w \rangle$ ו- M **לא עוצרת על** $w \Leftarrow L(M') = \emptyset \Leftarrow \langle M' \rangle \notin L \Leftarrow f(x) \notin L$.

ב) נבנה מ"ט M_L שמקבלת את L.

$M_L =$ על כל קלט $\langle M \rangle$:

- מריצה M על ε ועונה כמוה.

<u>הוכת הנכונות</u>

אם $\varepsilon \in L(M) \Leftarrow M_L$ מקבלת $\langle M \rangle$.

$\Leftarrow M_L$ מקבלת כל קלט $\langle M \rangle$ שעבורו $\varepsilon \in L(M)$.
$\Leftarrow M_L$ מקבלת כל $\langle M \rangle \in L$.
$\Leftarrow L \in RE$.

<u>שאלה 6</u>

<u>בניית הרדוקציה</u>

נוכיח $L_E \leq L$ כאשר $L_E = \{\langle M \rangle \mid L(M) = \emptyset\}$.

$$f(x) = \begin{cases} \langle M_1, M_2 \rangle & : x = \langle M \rangle \\ \langle M_\emptyset, M_\emptyset \rangle & : x \neq \langle M \rangle \end{cases}$$

כאשר המכונות M_1, M_2 מוגדרות כך:

$M_1 =$ "על כל קלט y:

- אם $y = a \Leftarrow$ מקבלת."

$M_2 =$ "על כל קלט y:

- אם $y = b \Leftarrow$ מקבלת.
- אחרת מריצה M על y ועונה כמוה."

ז"א $L(M_1) = \{a\}$ ו- $L(M_2) = \{b\} \cup L(M)$.

הוכחת הנכונות

אם $x \in L_E \Leftarrow L(M) = \emptyset \Leftarrow L(M_1) \cup L(M_2) = \{a, b\} \Leftarrow |L(M_1) \cup L(M_2)| = 2 \Leftarrow f(x) \in L$.

אם $x \notin L_E \Leftarrow$ שני מקרים:

1) $x \neq \langle M \rangle \Leftarrow f(x) = \langle M_\emptyset, M_\emptyset \rangle$ ו- $L(M_\emptyset) \cup L(M_\emptyset) = \emptyset \Leftarrow |L(M_\emptyset) \cup L(M_\emptyset)| = 0 \Leftarrow f(x) \notin L$.

2) $x = \langle M \rangle$ וגם $L(M) \neq \emptyset$

$\Leftarrow$ קיימת לפחות מילה אחת w שמתקבלת ע"י M

$\Leftarrow$ $L(M_1) = \{a\}$ וגם $L(M_2) = \{b\} \cup L(M)$

$\Leftarrow$ $|L(M_1) \cup L(M_2)| > 2$

$\Leftarrow$ $\langle M_1, M_2 \rangle \notin L$

$\Leftarrow$ $f(x) \notin L$.

שאלה 7

$(L_1 \backslash L_2) \cup (L_2 \backslash L_3) = L_1 \backslash L_3$.

לכן אם $L_1 \backslash L_2 \in R$ וגם $L_2 \backslash L_3 \in R$ אז $(L_1 \backslash L_2) \cup (L_2 \backslash L_3) \in R$.

לכן $L_1 \backslash L_3 \in R$.

שאלה 8

הפשה L מוגדרת: $L = \{\langle M \rangle \mid L(M) \text{ סופי}\}$. אפשר לרשום את L כך:

$L = \{\langle M \rangle \mid \text{קיים טבעי } k \text{ עבורו: } |L(M)| \leq k\}$

כעת נגדיר רדוקציה f מ- $\overline{L_{\text{acc}}}$ ל- L העומדת בתנאי:

$$x \in \overline{L_{\text{acc}}} \iff f(x) \in L\ .$$

בניית הרדוקציה

$$f(x) = \begin{cases} \langle M' \rangle & : x = \langle M, w \rangle \\ \langle M_\emptyset \rangle & : x \neq \langle M, w \rangle \end{cases}$$

כאשר:

$M' =$ "על קלט y:

1) מתעלמת מ- y ומריצה M על x ועונה כמוה.“

אבחנה

$$L(M') = \begin{cases} \Sigma^* & : w \in L(M) \\ \emptyset & : w \notin L(M) \end{cases}$$

הוכחת הנכונות

הוכחה לכיוון $\Leftarrow$

אם $x \in \overline{L_{\text{acc}}}$ אז שני מקרים:

מקרה 1: $x \neq \langle M, w\rangle \Leftarrow f(x) = \langle M_\emptyset \rangle$ ו- $|L(M_\emptyset)| = 0 \Leftarrow f(x) \in L$.

מקרה 2: $x = \langle M, w\rangle$ ו- $w \notin L(M)$. $\Leftarrow$ $f(x) = \langle M' \rangle$ ולפי האבחנה $L(M') = \emptyset$. $\Leftarrow$ $|L(M')| = 0$
$\Leftarrow$ $f(x) \in L$.

הוכחה לכיוון $\Rightarrow$

אם $x \notin \overline{L_{\text{acc}}}$

$\Leftarrow$ $x = \langle M, w\rangle$ וגם $w \in L(M)$.

$\Leftarrow$ $f(x) = \langle M' \rangle$ ולפי האבחנה $L(M') = \Sigma^*$.

$\Leftarrow$ $|L(M')| = \infty$.

$\Leftarrow$ $f(x) \notin L$.

הוכחנו כי $\overline{L_{\text{acc}}} \leq L$. בנוסף $\overline{L_{\text{acc}}} \notin RE$ ולכן ממשפט הרדוקציה $L \notin RE$

שאלה 9

בניית הרדוקציה

$$f(x) = \begin{cases} \langle M' \rangle & : x = \langle M \rangle \\ \langle M_\emptyset \rangle & : x \neq \langle M \rangle \end{cases}$$

$M' =$ " על קלט x:

1) בודקת אם $x = \langle M \rangle$ קידוד תקין של מכונת טיורינג M.

- אם לא דוחה.

2) אם $x = a \vee x = b \vee x = c$ אז M' מקבלת.

3) אחרת אם $x = ay$ כאשר $|y| \geq 1$, אז M' מריצה M על y ועונה כמוה.

4) אחרת M' דוחה."

<u>נכונות הרדוקציה</u>

אם $x \in L_3$

$\Leftarrow$ $x = \langle M \rangle$ וגם $|L(M)| \geq 3$

$\Leftarrow$ $f(x) = \langle M' \rangle$ וגם

$$L(M') = \{a\sigma | \sigma \in L(M)\} \cup \{a, b, c\}$$

$\Leftarrow$ $|L(M')| = |\{a\sigma | \sigma \in L(M)\}| + 3$

$\Leftarrow$ $|L(M')| \geq 3 + 3$

$\Leftarrow$ $|L(M')| \geq 6$

$\Leftarrow$ $\langle M' \rangle \in L_6$

$\Leftarrow$ $f(x) \in L_6$.

אם $x \notin L_3$ $\Leftarrow$ שני מקרים:

<u>מקרה 1:</u>

$x \neq \langle M \rangle$ $\Leftarrow$ $L(M') = \emptyset$ $\Leftarrow$ $|L(M')| = 0$ $\Leftarrow$ $f(x) \notin L_6$.

<u>מקרה 2:</u>

$x = \langle M \rangle$ וגם $|L(M)| < 3$

$\Leftarrow$ $f(x) = \langle M' \rangle$ ו-

$$L(M') = \{a\sigma | \sigma \in L(M)\} \cup \{a, b, c\}$$

$\Leftarrow$ $|L(M')| = |\{a\sigma | \sigma \in L(M)\}| + 3$

12

$\Leftarrow \ |L(M')| < 3+3$

$\Leftarrow \ |L(M')| < 6$

$\Leftarrow \ \langle M' \rangle \notin L_6$

$\Leftarrow \ f(x) \notin L_6$.

שאלה 10

בניית הרדוקציה

$$f(x) = \begin{cases} \langle M', M_\emptyset \rangle & : x = \langle M, w \rangle \\ \langle M_\emptyset, M_\emptyset \rangle & : x \neq \langle M, w \rangle \end{cases}$$

$M' =$ " על כל קלט y:

1. מתעלמת מ- y ומריצה M על w ועונה כמוה. "

אבחנה

$$L(M') = \begin{cases} \Sigma^* & : w \in L(M) \\ \emptyset & : w \notin L(M) \end{cases} .$$

הוכחת הנכונות

הוכחה לכיוון $\Leftarrow$

אם

$x \in L_{\text{acc}}$

$\Leftarrow \ x = \langle M, w \rangle$ ו- $w \in L(M)$

$\Leftarrow \ f(x) = \langle M', M_\emptyset \rangle$ ולפי האבחנה $L(M') = \Sigma^*$

$\Leftarrow \ L(M) \cap L(M') = L(M) \neq \emptyset$ בגלל ש- M מקבלת w.

$\Leftarrow \ \langle M' M_\emptyset \rangle \in L$

$\Leftarrow \ f(x) \in L$.

הוכחה לכיוון $\Rightarrow$

אם $x \notin L_{\text{acc}}$ אז שני מקרים:

1) $x \neq \langle M, w \rangle \Leftarrow f(x) = \langle M_\emptyset, M_\emptyset \rangle$ ו- $L(M_\emptyset) \cap L(M_\emptyset) = \emptyset \Leftarrow f(x) \in L$.

2) $x = \langle M, w \rangle$ וגם $w \notin L(M) \Leftarrow f(x) = \langle M', M_\emptyset \rangle$ ולפי האבחנה $L(M') = \emptyset \Leftarrow f(x) \notin L$.