

עבודה עצמית 2

שאלה 1 מצאו את כל ווקטורי האסטרטגיות הרציונליים במשחקים הבאים:

(א)

$I \backslash II$	L	R
T	9, 5	5, 3
B	8, 6	8, 4

(ב)

$I \backslash II$	a	b	c	d
T	6, 2	5, 3	7, 6	2, 8
B	8, 5	6, 9	4, 6	4, 7

(ג)

$I \backslash II$	a	b	c	d
T	-1, -20	-7, -7	-1, 2	-5, 8
M	27, 20	13, -2	21, 2	13, -1
B	-5, 20	-3, 5	7, -1	3, -4

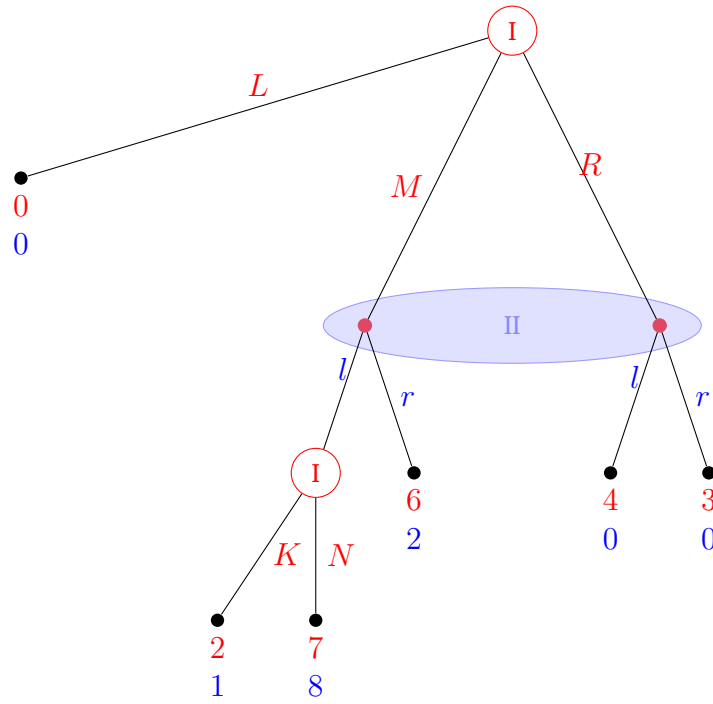
(ד)

$I \backslash II$	a	b	c	d
α	3, 7	0, 13	4, 5	5, 3
β	5, 3	4, 8	4, 3	3, 7
γ	4, 5	3, 7	4, 5	5, 3
δ	4, -1	2, 5	1, 2	3, 2

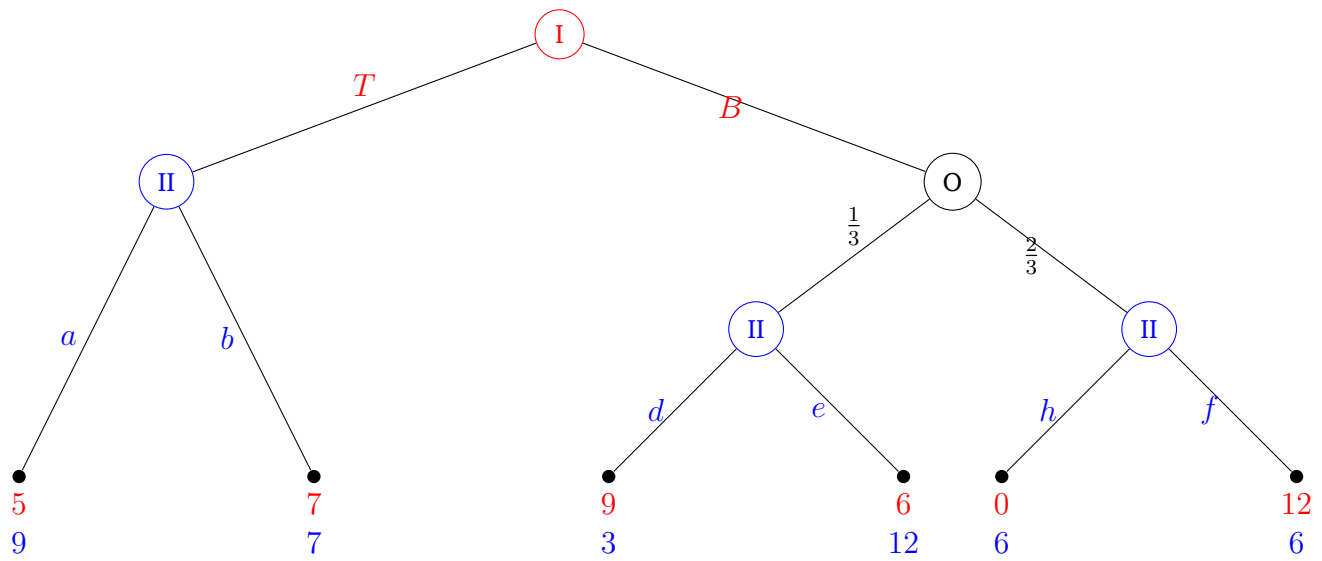
שאלה 2

מצאו את שיווי משקל במשחק הבאים:

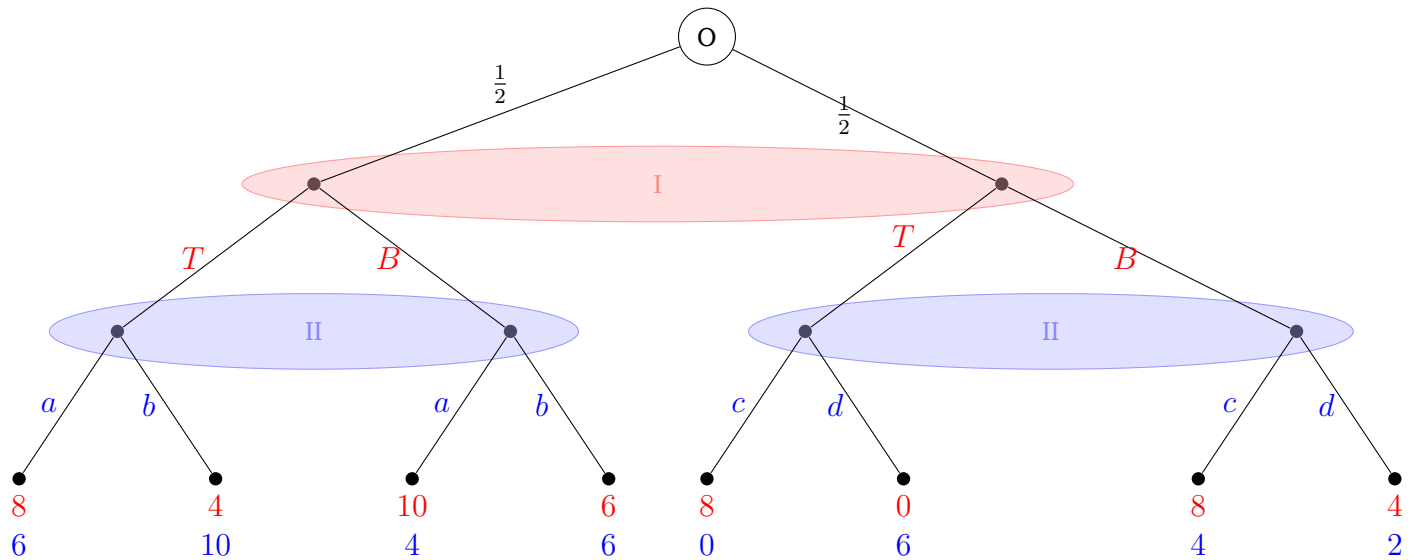
(א)



(ב)

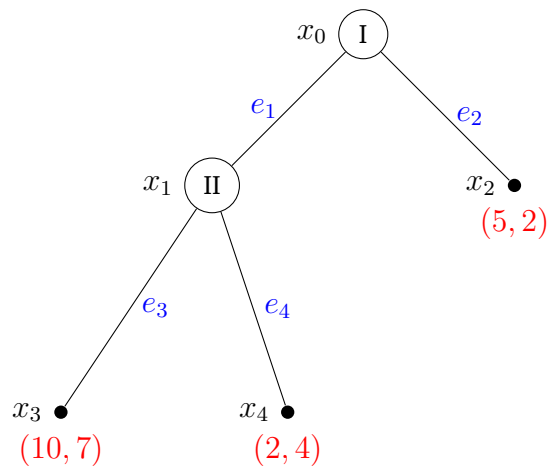


(ג)



שאלה 3

נתון המשחק בעל עץ המשחק



נניח כי לשחקן I יש אסטרטגיות T ו-B שמוגדרות

$$T(x_0) = e_2, B(x_0) = e_1$$

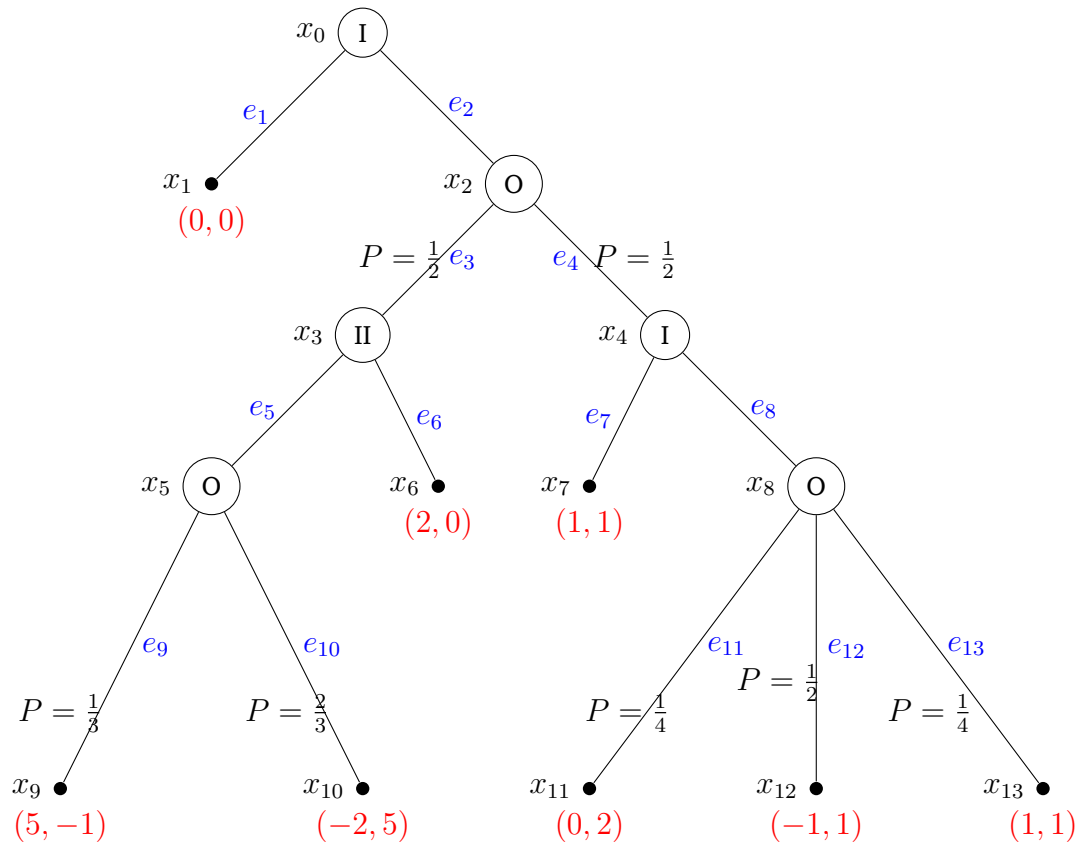
ונניח כי ולשחקן II יש אסטרטגיות t ו-b שמוגדרות

$$t(x_1) = e_3, b(x_1) = e_4.$$

רשמו את המשחק בצורה אסטרטגית.

שאלה 4

נתון המשחק הבא בצורה רחבה:



ונתונים האסטרטגיות הבאות:

$$\begin{aligned}
 s_{I,0}(x_0) &= e_1, \\
 s_{I,1}(x_0) &= e_2, & s_{I,1}(x_4) &= e_7 \\
 s_{I,2}(x_0) &= e_2, & s_{I,2}(x_4) &= e_8 \\
 s_{II,1}(x_3) &= e_5, \\
 s_{II,2}(x_3) &= e_6.
 \end{aligned}$$

רשמו אותו בצורה אסטרטגית.

פתרונות

שאלה 1

(א)

$\begin{array}{c c} II & \\ \hline I & \end{array}$	L	R
T	9, 5	5, 3
B	8, 6	8, 4

 $\xrightarrow{R \prec L}$

$\begin{array}{c c} II & \\ \hline I & \end{array}$	L
T	9, 5
B	8, 6

 $\xrightarrow{B \prec T}$

$\begin{array}{c c} II & \\ \hline I & \end{array}$	L
T	9, 5

פתרון באסטרטגיות שולטות חזק: TL .

(ב)

$\begin{array}{c c} II & \\ \hline I & \end{array}$	a	b	c	d
T	6, 2	5, 3	7, 6	2, 8
B	8, 5	6, 9	4, 6	4, 7

 $\xrightarrow{\begin{array}{l} c \prec d \\ a \prec d \end{array}}$

$\begin{array}{c c} II & \\ \hline I & \end{array}$	b	d
T	5, 3	2, 8
B	6, 9	4, 7

 $\xrightarrow{T \prec B}$

$\begin{array}{c c} II & \\ \hline I & \end{array}$	b	d
B	6, 9	4, 7

 $\xrightarrow{d \prec b}$

$\begin{array}{c c} II & \\ \hline I & \end{array}$	b
B	6, 9

פתרון באסטרטגיות שולטות חזק: Bb .

(ג)

$\begin{array}{c c} II & \\ \hline I & \end{array}$	a	b	c	d
T	-1, 20	-7, -7	-1, 2	-5, 8
M	27, 20	13, -2	21, 2	13, -1
B	-5, 20	-3, 5	7, -1	3, -4

 $\xrightarrow{\begin{array}{l} b \prec a \\ c \prec a \\ d \prec a \end{array}}$

$\begin{array}{c c} II & \\ \hline I & \end{array}$	a
T	-1, 20
M	27, 20
B	-5, 20

 $\xrightarrow{\begin{array}{l} T \prec M \\ B \prec M \end{array}}$

$\begin{array}{c c} II & \\ \hline I & \end{array}$	a
M	27, 20

פתרון באסטרטגיות שולטות חזק: Ma .

(ד)

$\begin{array}{c c} II & \\ \hline I & \end{array}$	a	b	c	d
α	3, 7	0, 13	4, 5	5, 3
β	5, 3	4, 8	4, 3	3, 7
γ	4, 5	3, 7	4, 5	5, 3
δ	4, -1	2, 5	1, 2	3, 2

 $\xrightarrow{\begin{array}{l} c \prec b \\ d \prec b \\ a \prec b \end{array}}$

$\begin{array}{c c} II & \\ \hline I & \end{array}$	b
α	0, 13
β	4, 8
γ	3, 7
δ	2, 5

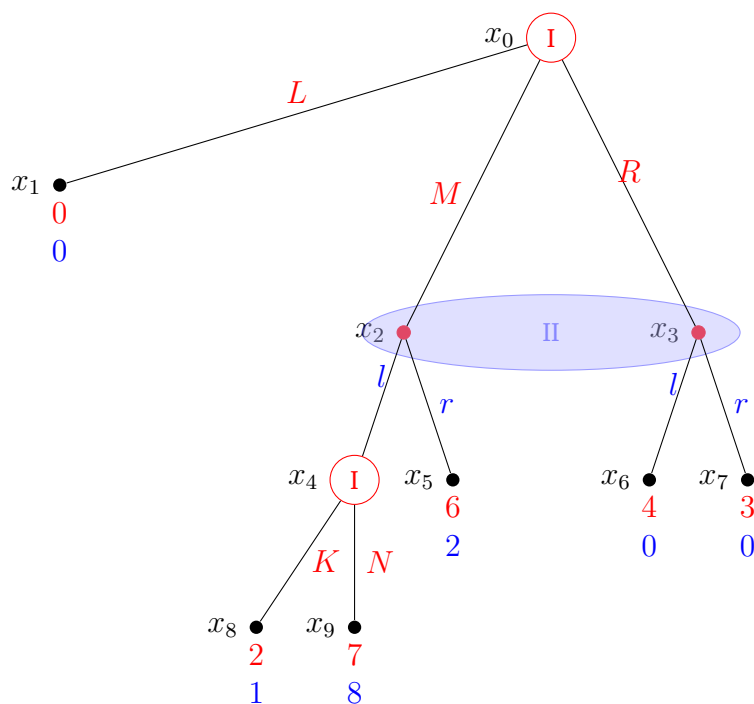
 $\xrightarrow{\alpha \preceq \gamma}$

$\begin{array}{c c} II & \\ \hline I & \end{array}$	b
β	4, 8

פתרון באסטרטגיות שולטות חלש: βb .

שאלה 2

(א)



קבוצות ידיעה של שחקן I :

$$x_0 : (L, M, R) , \quad x_4 : (K, N) .$$

קבוצות אסטרטגיות של שחקן I :

$$S_I = (L/K, M/K, R/K, L/N, M/N, R/N) .$$

קבוצות ידיעה של שחקן II :

$$x_2 x_3 : (l, r) .$$

קבוצות אסטרטגיות של שחקן II :

$$S_{II} = (l, r) .$$

צורה אסטרטגית של המשחק:

$I \backslash II$	l	r
L/K	0, 0	0, 0
M/K	2, 1	6, 2
R/K	4, 0	3, 0
L/N	0, 0	0, 0
M/N	7, 8	6, 2
R/N	4, 0	3, 0

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן I לכל אסטרטגיה של שחקן II :

$I \backslash II$	l	r
L/K	0,0	0,0
M/K	2,1	6,2
R/K	4,0	3,0
L/N	0,0	0,0
M/N	7,8	6,2
R/N	4,0	3,0

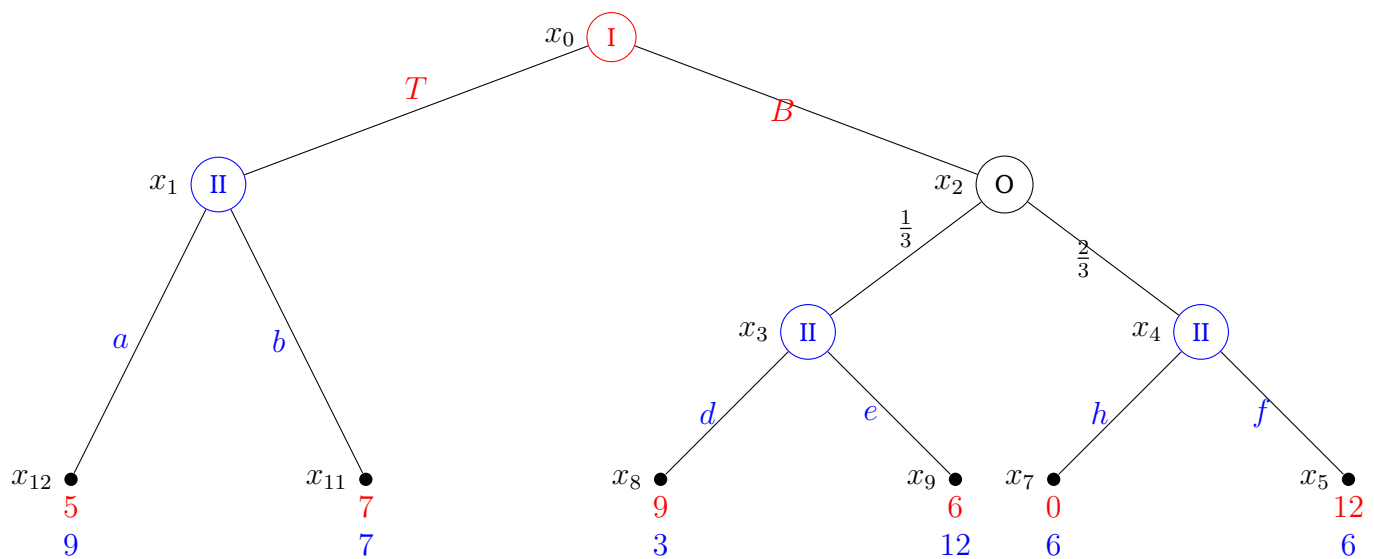
נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן II לכל אסטרטגיה של שחקן I :

$I \backslash II$	l	r
L/K	0,0	0,0
M/K	2,1	6,2
R/K	4,0	3,0
L/N	0,0	0,0
M/N	7,8	6,2
R/N	4,0	3,0

שיווי משקל נאש:

$$s^* = (M/N, l) , \quad s^* = (M/K, r) .$$

(ב)



קבוצות ידיעה של שחקן I :

$$x_0 : (T, B) .$$

קבוצות אסטרטגיות של שחקן I :

$$S_I = (T, B) .$$

קבוצות ידיעה של שחקן II:

$$x_1 : (a, b) , \quad x_3 : (d, e) , \quad x_4 : (h, f) .$$

קבוצות אסטרטגיות של שחקן II:

$$S_{II} = (a/d/h , a/d/f , a/e/h , a/e/f , b/d/h , b/d/f , b/e/h , b/e/f) .$$

$I \backslash II$	$a/d/h$	$a/d/f$	$a/e/h$	$a/e/f$
T	5, 9	5, 9	5, 9	5, 9
B	$\frac{1}{3}(9, 3) + \frac{2}{3}(0, 6)$	$\frac{1}{3}(9, 3) + \frac{2}{3}(12, 6)$	$\frac{1}{3}(6, 12) + \frac{2}{3}(0, 6)$	$\frac{1}{3}(6, 12) + \frac{2}{3}(12, 6)$

$I \backslash II$	$b/d/h$	$b/d/f$	$b/e/h$	$b/e/f$
T	7, 7	7, 7	7, 7	7, 7
B	$\frac{1}{3}(9, 3) + \frac{2}{3}(0, 6)$	$\frac{1}{3}(9, 3) + \frac{2}{3}(12, 6)$	$\frac{1}{3}(6, 12) + \frac{2}{3}(0, 6)$	$\frac{1}{3}(6, 12) + \frac{2}{3}(12, 6)$

$I \backslash II$	$a/d/h$	$a/d/f$	$a/e/h$	$a/e/f$	$b/d/h$	$b/d/f$	$b/e/h$	$b/e/f$
T	5, 9	5, 9	5, 9	5, 9	7, 7	7, 7	7, 7	7, 7
B	3, 5	11, 5	2, 8	10, 8	3, 5	11, 5	2, 8	10, 8

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן I לכל אסטרטגיה של שחקן II :

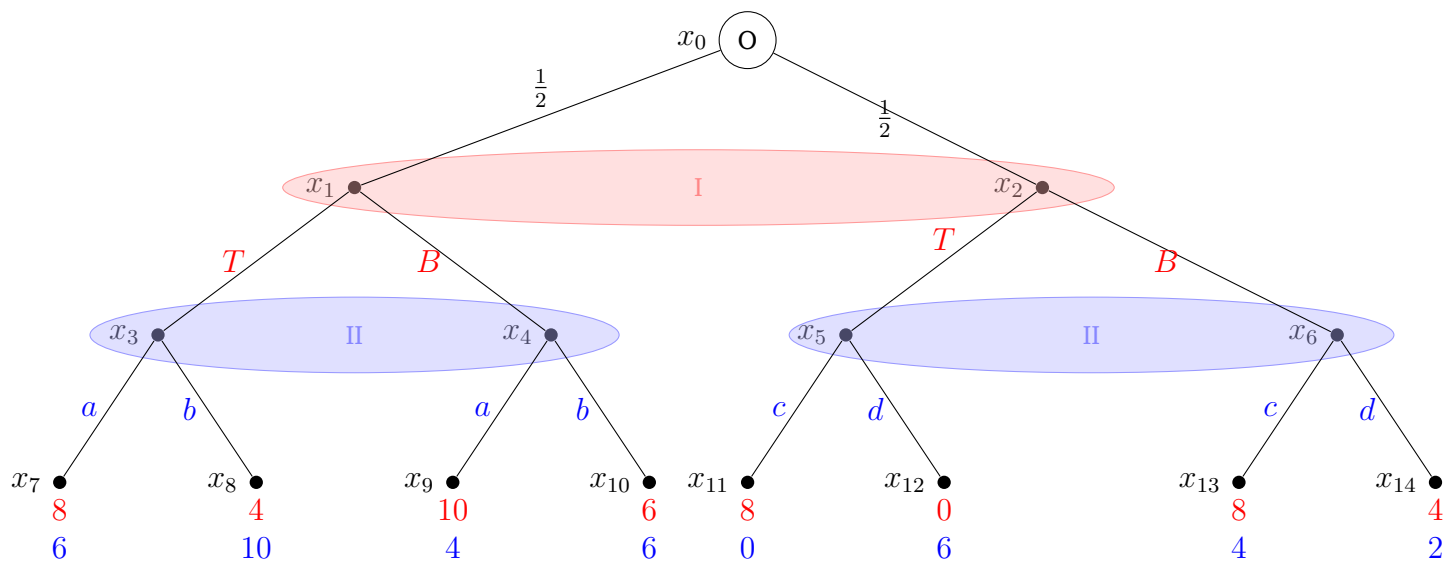
$I \backslash II$	$a/d/h$	$a/d/f$	$a/e/h$	$a/e/f$	$b/d/h$	$b/d/f$	$b/e/h$	$b/e/f$
T	5, 9	5, 9	5, 9	5, 9	7, 7	7, 7	7, 7	7, 7
B	3, 5	11, 5	2, 8	10, 8	3, 5	11, 5	2, 8	10, 8

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן II לכל אסטרטגיה של שחקן I :

$I \backslash II$	$a/d/h$	$a/d/f$	$a/e/h$	$a/e/f$	$b/d/h$	$b/d/f$	$b/e/h$	$b/e/f$
T	5, 9	5, 9	5, 9	5, 9	7, 7	7, 7	7, 7	7, 7
B	3, 5	11, 5	2, 8	10, 8	3, 5	11, 5	2, 8	10, 8

שיווי משקל נאש:

$$s^* = (T, a/d/h) , \quad s^* = (T, a/e/h) , \quad s^* = (B, a/e/f) , \quad s^* = (B, b/e/f) .$$



קבוצות ידיעה של שחקן I :

$$x_1 x_2 : (T, B) .$$

קבוצות אסטרטגיות של שחקן I :

$$S_I = (T, B) .$$

קבוצות ידיעה של שחקן II :

$$x_3 x_4 : (a, b) , \quad x_5 x_6 : (c, d) .$$

קבוצות אסטרטגיות של שחקן II :

$$S_{II} = (a/c , a/d , b/c , b/d) .$$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	$\frac{1}{2}(8, 6) + \frac{1}{2}(8, 0)$	$\frac{1}{2}(8, 6) + \frac{1}{2}(0, 6)$	$\frac{1}{2}(4, 10) + \frac{1}{2}(8, 0)$	$\frac{1}{2}(4, 10) + \frac{1}{2}(0, 6)$
B	$\frac{1}{2}(10, 4) + \frac{1}{2}(8, 4)$	$\frac{1}{2}(10, 4) + \frac{1}{2}(4, 2)$	$\frac{1}{2}(6, 6) + \frac{1}{2}(8, 4)$	$\frac{1}{2}(6, 6) + \frac{1}{2}(4, 2)$

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	(4, 3)	(4, 6)	(6, 5)	(2, 8)
B	(9, 6)	(7, 3)	(7, 5)	(5, 4)

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן I לכל אסטרטגיה של שחקן II :

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	(4, 3)	(4, 6)	(6, 5)	(2, 8)
B	(9, 6)	(9, 3)	(9, 5)	(5, 4)

נמצא את התשובה הטובה ביותר של שחקן II לכל אסטרטגיה של שחקן I :

$I \backslash II$	a/c	a/d	b/c	b/d
T	(4, 3)	(4, 6)	(6, 5)	(2, 8)
B	(9, 6)	(9, 3)	(9, 5)	(5, 4)

שיווי משקל נאש:

$$s^* = (B, a/c) .$$

שאלה 3

$I \backslash II$	t	t
T	5, 2	5, 2
B	10, 7	2, 4

שאלה 4

$$\underline{s_{I,0}}$$

תקבל מסלול המשחק

$$w = x_0 \ e_1 \ x_1 .$$

התשלומים לכל שחקן יהיו

$$u_I(s_{I,0}) = 0 , \quad u_{II}(s_{I,0}) = 0 .$$

בהסתברות $P = 1$.

$$\underline{s_{I,1}, s_{II,1}}$$

$$w = \begin{cases} x_0 \ e_2 \ x_2 \ e_3 \ x_3 \ e_5 \ x_5 \ e_9 \ x_9 & P = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} & u = (5, -1) \\ x_0 \ e_2 \ x_2 \ e_3 \ x_3 \ e_5 \ x_5 \ e_{10} \ x_{10} & P = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} & u = (-2, 5) \\ x_0 \ e_2 \ x_2 \ e_4 \ x_4 \ e_7 \ x_7 & P = \frac{1}{2} & u = (1, 1) \end{cases} .$$

תוחלת התשלום:

$$E = \frac{1}{6}(5, -1) + \frac{1}{3}(-2, 5) + \frac{1}{2}(1, 1) = \left(\frac{2}{3}, 2\right) .$$

$$\underline{s_{I,2}, s_{II,1}}$$

$$w = \begin{cases} x_0 \ e_2 \ x_2 \ e_3 \ x_3 \ e_5 \ x_5 \ e_9 \ x_9 & P = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} & u = (5, -1) \\ x_0 \ e_2 \ x_2 \ e_3 \ x_3 \ e_5 \ x_5 \ e_{10} \ x_{10} & P = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} & u = (-2, 5) \\ x_0 \ e_2 \ x_2 \ e_4 \ x_4 \ e_8 \ x_8 \ e_{11} \ x_{11} & P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} & u = (0, 2) \\ x_0 \ e_2 \ x_2 \ e_4 \ x_4 \ e_8 \ x_8 \ e_{12} \ x_{12} & P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} & u = (-1, 1) \\ x_0 \ e_2 \ x_2 \ e_4 \ x_4 \ e_8 \ x_8 \ e_{13} \ x_{13} & P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} & u = (1, 1) \end{cases} .$$

תוחלת התשלום:

$$E = \frac{1}{6}(5, -1) + \frac{1}{3}(-2, 5) + \frac{1}{8}(0, 2) + \frac{1}{4}(-1, 1) + \frac{1}{8}(1, 1) = \left(\frac{1}{24}, \frac{17}{8} \right) .$$

 $s_{I,1}, s_{II,2}$

$$w = \begin{cases} x_0 \ e_2 \ x_2 \ e_3 \ x_3 \ e_6 \ x_6 & P = \frac{1}{2} & u = (2, 0) \\ x_0 \ e_2 \ x_2 \ e_4 \ x_4 \ e_7 \ x_7 & P = \frac{1}{2} & u = (1, 1) \end{cases} .$$

תוחלת התשלום:

$$E = \frac{1}{2}(2, 0) + \frac{1}{2}(1, 1) = \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right) .$$

 $s_{I,2}, s_{II,2}$

$$w = \begin{cases} x_0 \ e_2 \ x_2 \ e_3 \ x_3 \ e_6 \ x_6 & P = \frac{1}{2} & u = (2, 0) \\ x_0 \ e_2 \ x_2 \ e_4 \ x_4 \ e_8 \ x_8 \ e_{11} \ x_{11} & P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} & u = (0, 2) \\ x_0 \ e_2 \ x_2 \ e_4 \ x_4 \ e_8 \ x_8 \ e_{12} \ x_{12} & P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} & u = (-1, 1) \\ x_0 \ e_2 \ x_2 \ e_4 \ x_4 \ e_8 \ x_8 \ e_{13} \ x_{13} & P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} & u = (1, 1) \end{cases} .$$

תוחלת התשלום:

$$E = \frac{1}{2}(2, 0) + \frac{1}{8}(0, 2) + \frac{1}{4}(-1, 1) + \frac{1}{8}(1, 1) = \left(\frac{7}{8}, \frac{5}{8} \right) .$$

$I \backslash II$	$s_{II,1}$	$s_{II,2}$
$s_{I,0}$	0, 0	0, 0
$s_{I,1}$	$\frac{2}{3}, 2$	$\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$
$s_{I,2}$	$\frac{1}{24}, \frac{17}{8}$	$\frac{7}{8}, \frac{5}{8}$

המשחק בצורה אסטרטגית המתקבל מתואר בטבלה למטה.