

המחלקה למתמטיקה

22 – 08 – 24 כ"ו באייר תשפ"ג
16 : 10 – 17 : 40

חדו"א 1

בוחן אמצע סמסטר

מרצים: ד"ר ירמיהו מילר ד"ר יבגניה אקרמן

תשפ"ב סמסטר קיץ'

השאלון מכיל עמודים (כולל עמוד זה וכולל דף נוסחאות).

בהצלחה!

הנחיות למדור בחינות שאלוני בחינה

- לשאלון הבחינה יש לצרף מחברת.
- ניתן להשתמש במחשבון מדעי לא גרפי עם צג קטן.

חומר עזר

- דפי נוסחאות של הקורס (עמודים בפורמט A4), מצורפים לשאלון.
- אחר / הערות יש לענות על השאלות באופן הבא:
- יש לנמק היטב כל שלב של פתרון. תשובה ללא הסבר וללא נימוק, אפילו נכונה, לא תתקבל.
- יש לענות על שאלות 1-3.

שאלה 1 (30 נקודות)

נתונה פונקציה $f(x) = \sqrt{9x + 25} + 3$.

- (1) (4 נק') מצאו את תחום ההגדרה ואת התמונה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) (8 נק') מצאו את הפונקציה ההפוכה ל- $f(x)$.
- (3) (4 נק') מצאו את תחום ההגדרה והתמונה של הפונקציה ההפוכה.
- (4) (8 נק') שרטטו את סקיצות הגרפים של שתי הפונקציות (פונקציה $f(x)$ והפונקציה ההפוכה).
- (5) (6 נק') שרטטו את הגרף של הפונקציה $f(|x|)$.

שאלה 2 (35 נקודות)

עבור הפונקציה $f(x) = \frac{4x - 7}{x(x - 5)}$

- (1) (5 נק') מצאו את תחום ההגדרה, החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים, סימני הפונקציה.
- (2) (10 נק') בררו את התנהגות הפונקציה באינסוף. האם קיימת אסימפטוטה אופקית? נמקו את תשובתכם.
- (3) (10 נק') בררו את התנהגות הפונקציה סביב נקודות אי הגדרה. האם קיימת אסימפטוטה אנכית? נמקו את תשובתכם.
- (4) (10 נק') ציירו את הסקיצה של גרף הפונקציה על סמך התוצאות של הסעיפים הקודמים.

שאלה 3 (35 נקודות)

(1) (20 נק')

חשבו את הגבולות הבאים

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x + 2 \sin x}{\tan x} \quad \text{(ב) (10 נק')} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 3}{2x + 1} \right)^{x+1} \quad \text{(א) (10 נק')}$$

(2) (15 נק') מצאו את הגבולות החד צדדיים של הפונקציה

$$f(x) = \frac{4x}{(x - 3)^3}$$

בנקודה $x = 3$. האם קיים $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$? נמקו את תשובתך.

פתרונות

שאלה 1 (35 נקודות)

(1) (4 נק')

$x \geq -\frac{25}{9}$	תחום הגדרה
$\{y \in \mathbb{R} y \geq 3\}$	תמונה

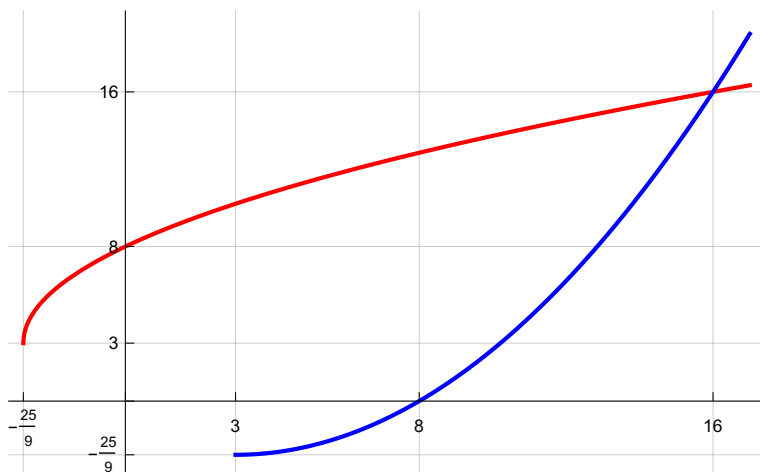
(2) (8 נק')

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{9}(x^2 - 6x - 16) = \frac{1}{9}(x - 8)(x + 2).$$

(3) (4 נק')

$x \geq 3$	תחום הגדרה
$y \geq -\frac{25}{9}$	תמונה

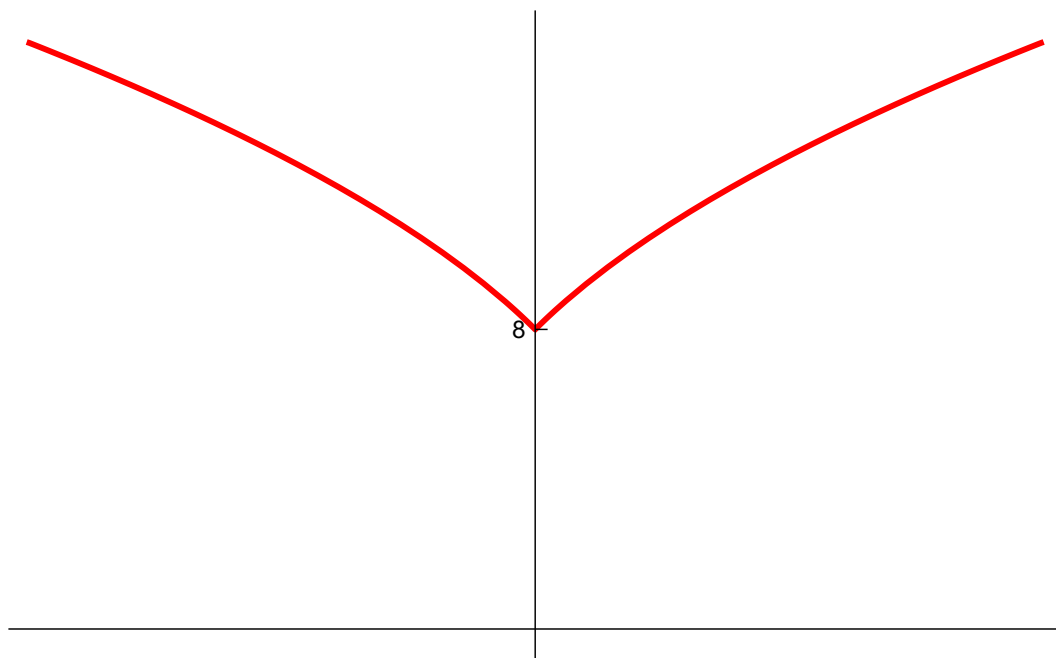
(4) (8 נק')



$$f(x) = \sqrt{9x + 25} + 3$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{9}(x-8)(x+2)$$

(5) (6 נק') $f(|x|)$



שאלה 2 (35 נקודות)

(1) 5 נק' תחום הגדרה: $x \neq 0, 5$.

נקודות חיתוך: $\left(\frac{7}{4}, 0\right)$.

סימני הפונקציה:

x	$x < 0$	$0 < x < \frac{7}{4}$	$\frac{7}{4} < x < 5$	$x > 5$
$f(x)$	-	+	-	+

(2) 10 נק'

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x - 7}{x(x - 5)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4(x - 5) + 20 - 7}{x(x - 5)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4(x - 5)}{x(x - 5)} + \frac{13}{x(x - 5)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x} + \frac{13}{x(x - 5)} = 0^+$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x} + \frac{13}{x(x - 5)} = 0^-$$

המכללה האקדמית להנדסה סמי שמעון

קמפוס באר שבע ביאליק פינת בזל 84100 | קמפוס אשדוד ז'בוטינסקי 77245,84 | www.sce.ac.il | חייג: *מפחפח

(3) (10 נק')

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4x - 7}{x(x - 5)} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4x - 7}{x(x - 5)} = +\infty$$

לכן קיימת אסימפטוטה אנכית ב $x = 0$.

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{4x - 7}{x(x - 5)} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{4x - 7}{x(x - 5)} = +\infty$$

לכן קיימת אסימפטוטה אנכית ב $x = 5$.

(4) (10 נק')

שאלה 3 (35 נקודות)

(1) (20 נק')

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x + 2 \sin x}{\tan x} = 6 \quad \text{ב) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 3}{2x + 1} \right)^{x+1} = e \quad \text{א)}$$

(2) (15 נק')

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{4x}{(x - 3)^3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{4 \cdot 3}{(x - 3)^3} = 12 \cdot \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{(x - 3)^3} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{4x}{(x - 3)^3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{4 \cdot 3}{(x - 3)^3} = 12 \cdot \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{(x - 3)^3} = +\infty.$$

הגבול $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ לא קיים בגלל שהגבולות החד צדדים לא קיימים, כך ש $x = 3$ נקודת אי-רציפות מסוג שני.