

**1 דוגמא. (הסתברות ולוגיקה)** נסמן ב  $A$  המאורע שהמשתנה מקרי  $x \leq a$ , נסמן ב  $B$  המאורע שהמשתנה מקרי  $y \geq b$ , ונסמן ב  $C$  המאורע שהמשתנה מקרי  $y - x > b - a$ . יש להוכיח ש

$$P(A \cap B) = P(C \cap B) - P(C \cap \bar{A}). \quad (*)$$

**פיתרון.** ברור לנו ש

$$(A \cap B \cap C) \cup (\bar{A} \cap B \cap C) = B \cap C. \quad (1*)$$

אם  $A \cap B$  הוא אמת, אזי

$$y - x \geq b - x, \Rightarrow y - x \geq b + (-x) \geq b - a \quad (2*)$$

אבל זה דווקא המאורע  $C$ , על כן

$$A \cap B \Rightarrow C \quad (3*)$$

ולכן

$$A \cap B \cap C = A \cap B \quad (4*)$$

אם  $\bar{A} \cap C$  הוא אמת, אזי  $y - x > b - a$  ובאותו זמן  $x \geq a$ , כך ש

$$y > b - a + x \geq b, \quad (5*)$$

אבל זה דווקא המאורע  $B$ , על כן

$$\bar{A} \cap C \Rightarrow B \quad (6*)$$

ולכן

$$\bar{A} \cap C \cap B = \bar{A} \cap C \quad (7*)$$

את משווה (1\*), קרי

$$P(A \cap B \cap C) + P(C \cap \bar{A} \cap B) = P(C \cap B),$$

לפי (4\*) ו- (7\*) ניתן לכתוב את זה בצורה

$$P(A \cap B) + P(C \cap \bar{A}) = P(C \cap B),$$

אבל זו דווקא משוואה (\*), כנדרש. ■