

## שיעור 4

### הצפנים הבסיסיים (המשך)

#### 4.1 צפני זרם

עד כה דיברנו על צפנים המבוססים על מפתח  $k$  אילו הטקסט מוצפן  $y$  מתקבל על ידי הכלל מצפין

$$y = y_1 y_2 \cdots = e_k(x_1) e_k(x_2) \cdots .$$

צפנים מסוג זה נקראים צפני בלוק.

כעת נדבר על צפני זרם. להתחיל נגדיר **צופן זרם סינכרוני**.

##### הגדרה 4.1 צופן זרם סינכרוני

צופן זרם סינכרוני (synchronized stream cipher) מוצג באמצעות קבוצה  $(P, C, K, L, E, D)$  יחד עם פונקציה כאשר:

(1)  $E$  מסמן קבוצה של טקסטים גלויים (plaintexts),

(2)  $C$  מסמן קבוצה של טקסטים מוצפנים (ciphertexts),

(3)  $K$  מסמן קבוצה של המפתחות אפשריים (keyspace),

(4)  $L$  מסמן את האלפיבית של המפתח הפנימי (key-stream alphabet).

(5)  $g$  מסמן את ה **מחולל הפנימי** (keystream generator).  $g$  מקבלת מפתח  $k$  ומחזירה רצף אותיות אינסופי  $z_1 z_2 \cdots$  כאשר  $z_i \in L$  לכל  $i \geq 1$ .

(6) לכל  $z \in L$  יש כלל מצפין  $e_z \in E$  וכלל מפענח  $d_z \in D$ :

$$e_z : P \rightarrow C, \quad d_z : C \rightarrow P,$$

כך ש-

$$d_z(e_z(x)) = x$$

לכל איבר של מרחב הטקסט גלוי  $x \in P$ .

##### הגדרה 4.2 צופן אוטו מפתח (Autokey cipher)

נניח כי  $P = C = K = L = \mathbb{Z}_{26}$ . נגדיר מפתח הפנימי

$$g : \quad z_1 = k, \quad z_i = x_{i-1} \quad \forall i \geq 2.$$

לכל  $z \in \mathbb{Z}_{26}$  נגדיר כלל מצפין

$$e_z(x) = (x + z) \mod 26$$

לכל  $x \in \mathbb{Z}_{26}$  ונגדיר כלל מפענח

$$d_z(y) = (y - z) \mod 26$$

לכל  $y \in \mathbb{Z}_{26}$ .

## דוגמה 4.1 (צופן אוטו-מפתח)

נתון צופן אוטו-מפתח עם מפתח  $k = 8$ .

(1) מצאו את הטקסט מוצפן של המילה

rendezvous .

(2) פענחו את הטקסט מוצפן המתקבל וודאו שקיבלתם את הטקסט הגלוי.

## פתרון:

סעיף 1) נרשום את האותיות של הטקסט גלוי ב-  $\mathbb{Z}_{26}$ :

$x \in P$	r	e	n	d	e	z	v	o	u	s
$x \in \mathbb{Z}_{26}$	17	4	13	3	4	25	21	14	20	18

המפתח הפנימי הוא

$x_i \in \mathbb{Z}_{26}$	17	4	13	3	4	25	21	14	20	18
$z_i \in \mathbb{Z}_{26}$	8	17	4	13	3	4	25	21	14	20

על פי המפתח הפנימי נפעיל את הכלל מצפין

$$e_z(x_i) = x_i + z_i \mod 26$$

על הטקסט גלוי ונחשב את ה-  $x_i$  של הטקסט מצפון באמצעות הכלל מצפין:

$$\begin{aligned} y_1 = e_8(17) &= (8 + 17) \mod 26 = 25, \\ y_2 = e_{17}(4) &= (17 + 4) \mod 26 = 21, \\ y_3 = e_4(13) &= (4 + 13) \mod 26 = 17, \\ y_4 = e_{13}(3) &= (13 + 3) \mod 26 = 16, \\ y_5 = e_3(4) &= (3 + 4) \mod 26 = 7, \\ y_6 = e_4(25) &= (4 + 25) \mod 26 = 3, \\ y_7 = e_{25}(21) &= (25 + 21) \mod 26 = 20, \\ y_8 = e_{21}(14) &= (21 + 14) \mod 26 = 9, \\ y_9 = e_{14}(20) &= (14 + 20) \mod 26 = 8, \\ y_{10} = e_{20}(18) &= (20 + 18) \mod 26 = 12. \end{aligned}$$

$x \in P$	r	e	n	d	e	z	v	o	u	s
$x_i \in \mathbb{Z}_{26}$	17	4	13	3	4	25	21	14	20	18
$z_i \in \mathbb{Z}_{26}$	8	17	4	13	3	4	25	21	14	20
$y_i = e_{z_i}(x_i)$	25	21	17	16	7	3	20	9	8	12

נמיר את האיברים  $y_i$  של  $\mathbb{Z}_{26}$  לתווים של הטקסט מוצפן:

$x \in P$	r	e	n	d	e	z	v	o	u	s
$x_i \in \mathbb{Z}_{26}$	17	4	13	3	4	25	21	14	20	18
$z_i \in \mathbb{Z}_{26}$	8	17	4	13	3	4	25	21	14	20
$y_i = e_{z_i}(x_i)$	25	21	17	16	7	3	20	9	8	12
$y \in C$	Z	V	R	Q	H	D	U	J	I	M

סעיף 2) נתחיל עם הטקסט מוצפן:

ZVRQHDUJIM

$y \in C$	Z	V	R	Q	H	D	U	J	I	M
$y_i = \mathbb{Z}_{26}$	25	21	17	16	7	3	20	9	8	12

נחשב את ה-  $x_i$  של הטקסט גלוי באמצעות הכלל מפענח:

$$\begin{aligned}x_1 &= d_8(25) = (25 - 8) \bmod 26 = 17, \\x_2 &= d_{17}(21) = (21 - 17) \bmod 26 = 4, \\x_3 &= d_4(17) = (17 - 4) \bmod 26 = 13, \\x_4 &= d_{13}(16) = (16 - 13) \bmod 26 = 3, \\x_5 &= d_3(7) = (7 - 3) \bmod 26 = 4, \\x_6 &= d_4(3) = (3 - 4) \bmod 26 = 25, \\x_7 &= d_{25}(20) = (20 - 25) \bmod 26 = 21, \\x_8 &= d_{21}(9) = (9 - 21) \bmod 26 = 14, \\x_9 &= d_{14}(8) = (8 - 14) \bmod 26 = 20, \\x_{10} &= d_{20}(12) = (12 - 20) \bmod 26 = 18.\end{aligned}$$

$y \in C$	Z	V	R	Q	H	D	U	J	I	M
$y_i = \mathbb{Z}_{26}$	25	21	17	16	7	3	20	9	8	12
$x_i = d_{z_i}(y_i)$	17	4	13	3	4	25	21	14	20	18

לבסוף נעבור מאיברים של  $\mathbb{Z}_{26}$  דתווים של טקסט גלוי:

$y \in C$	Z	V	R	Q	H	D	U	J	I	M
$y_i = \mathbb{Z}_{26}$	25	21	17	16	7	3	20	9	8	12
$x_i = d_{z_i}(y_i)$	17	4	13	3	4	25	21	14	20	18
x	r	e	n	d	e	z	v	o	u	s

