

## עבודה 4: אי-כריעות ורדוקציות

### מועד הגשה

- 1) הגשה היא עד סוף יום ראשון 18.01.2026 עד השעה 23:59 באותו היום. אל תחכו לרגע האחרון. תכננו את זמנכם בהתאם. הגיעו לפני.
- 2) אישור במועד ההגשה יגרור הורדה של ציון, 5 נק' לכל יום אחר או חלק ממנו. בכל מקרה לא יהיה ניתן להגיש מעבר ל-2 ימי אישור ממועד ההגשה דלעיל כלומר עד יום שלישי 20.01.26 (עד השעה 23:59).

### אופן הגשה

- 1) קראו היטב את השאלות. עלייכם לענות על כל השאלות בעבודה זו.
- 2) הגשת העבודה תהיה דרך אתר הקורס במודול בלבד בלבד. הגשת העבודה היא ביחידים.
- 3) כיצד הגיע?
- א) יש לסרוק או להמיר את העבודה לקובץ pdf ולהגיש אותו (סיריקה לא ברורה או מוטשטשת לא תיבדק).
- ב) שם הקובץ שיוגש למערכת ההגשה יהיה מספר ת"ז המגיש. לדוגמה: 123456789.pdf.
- 4) בקובץ המוגש יש להוסיף את התיעוד הבא בעמוד הראשון (בערבית או באנגלית, לבחירתכם). יש לשנות את השם שלכם ואת תעודה זהה לתעודה הזהה שלכם. ובמקום סולמית יש לכתוב את מספר העבודה.
- Assignment: #  
Author: Israel Israeli, ID: 01234567
- 5) לאחר שהעליתם את הקבצים שלכם למודול, הורידו אותם מהמודול למחשב שלכם וודאו כי הקבצים תקין וכי העליתם את הקבצים הנכונים והמלאים. לאחר תום מועד ההגשה לא יתקבלו ערורים על כך שהעליתם קבצים לא תקין או שהעליתם בטעות קבצים אחרים / לא נכונים.

### שאלות

- 1) שאלות בנוגע לעבודה יש לשאול בפורום באתר המודול של הקורס או בשעות קבלה של המתרגל/ת האחראי/ת בלבד. אין לשאול שאלות במיל לא למתרגל האחראי ולא למתרגלים/מרצים אחרים.
- 2) ניתן לשאול שאלות הבקרה ומיקוד על המשימות שבעבודה במידה ומשימה מסויימת לא ברורה. לא ניתן לשאול על הਪתרונות שלכם. לדוגמה, לא ניתן לשאול האם הפתרון שלי נכון, לא ניתן לשאול למה הפתרון לא עובד, וכדומה.

### שונות

- 1) השאלות בעבודה זו הינו שות משקל. כלומר, משקל כל שאלה הוא 100 חלקים מספר השאלות בעבודה.
- 2) בשאלת מרובת סעיפים, הסעיפים הם שווים משקל. כלומר משקל כל סעיף הוא משקל השאלה כולה חלק מספר הסעיפים השאלה.

- המתרגל אחראי: צביקה שורץ.
- העודה מכילה 5 שאלות.
- **בצלחה!**

**שאלה 1** (10 נקודות) תהי  $ALL_{DFA}$  השפה הבאה:  $\{ \langle A \rangle \mid L(A) = \Sigma^* \text{ עבورو DFA} \}$  הוכיחו כי  $.ALL_{DFA} \in R$

**שאלה 2** (10 נקודות) תהי  $L$  השפה הבאה:  $.L = \{ \langle M \rangle \mid |L(M)| \geq 3 \}$

(א) הוכיחו כי  $.L_{\text{acc}} \leq L$

הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

(ב)  $.L \in RE$

(ג)  $.L \notin R$

**שאלה 3** (10 נקודות) נתונה השפה הבאה:  $.L = \{ \langle M_1, M_2, w \rangle \mid w \in L(M_1) \cap L(M_2) \}$

(א) הוכיחו כי  $.L \in RE$

(ב) הוכיחו כי  $.L \notin RE$

**שאלה 4** (10 נקודות) נתונה השפה הבאה:  $.L = \{ \langle M_1, M_2, w \rangle \mid w \in L(M_1) \cap w \notin L(M_2) \}$

(א) הוכיחו כי:  $.L_{\text{acc}} \leq L$

(ב) הוכיחו כי:  $.L \notin RE$

**שאלה 5** (10 נקודות) תהי  $L$  השפה הבאה:  $.L = \{ \langle M \rangle \mid \varepsilon \in L(M) \}$

(א) הוכיחו כי  $.L_{\text{halt}} \leq L$

(ב) הוכיחו כי  $.L \in RE$

(ג) הוכיחו כי  $.L \notin R$

**שאלה 6 (10 נקודות)** תהי  $L$  השפה הבאה:  $L = \{\langle M_1, M_2 \rangle \mid |L(M_1) \cup L(M_2)| = 2\}$ . הוכיחו כי  $L_E \leq L$ .

**שאלה 7 (10 נקודות)** תהיינה  $L_1, L_2, L_3$  שפות. הוכיחו את הטענה הבאה:  $L_1 \setminus L_3 \in R$ ,  $L_2 \setminus L_3 \in R$  וגם  $L_1 \setminus L_2 \in R$ ,  $L_3 \subset L_2 \subset L_1$  אם

**שאלה 8 (10 נקודות)** תהי  $L$  השפה הבאה:  $L = \{\langle M \rangle \mid L(M) \text{ סופי}\}$ . כמובן, זהי שפת כל קידודי מכונות הטיריניג המקבילות במספר סופי של מילים. הוכיחו או הפריכו:  $L \in RE$ .

**שאלה 9 (10 נקודות)** תהיינה  $L_3, L_6$  השפות הבאות:

$$L_3 = \{\langle M \rangle \mid |L(M)| \geq 3\}, \quad L_6 = \{\langle M \rangle \mid |L(M)| \geq 6\}.$$

当然是,  $L_3$  היא שפת קידודי מכונות הטיריניג המקבילות לפחות 3 מילים, ו-  $L_6$  היא שפת קידודי מכונות הטיריניג המקבילות לפחות 6 מילים. הוכיחו:

$$L_3 \leq L_6.$$

**שאלה 10 (10 נקודות)** תהי  $L$  השפה הבאה:  $L = \{\langle M_1, M_2 \rangle \mid L(M_1) \cap L(M_2) \neq \emptyset\}$ . כמובן,  $L$  היא שפת קידודי זוגות מכונות הטיריניג שהיתוך השפות שהן מקבילות אינו ריק. הוכיחו:  $L_{\text{acc}} \leq L$ .

## פתרונות

**שאלה 1** נבנה מכונת טיורינג  $M$  שמכירה את  $.ALL_{DFA}$  שimeo לב: אם  $\bar{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q \setminus F)$  הוא DFA אז ה- DFA  $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  המשלימים מוגדר

כמפורטה מכך אם השפה של  $A$  היא  $L(A)$  אז השפה של  $\bar{A}$  תהיה המשלימה של  $L(A)$ :  

$$L(\bar{A}) = \overline{L(A)}.$$
  

$$L(\bar{A}) = \Sigma^* \setminus \overline{\Sigma^*} = \emptyset \text{ אזי } L(A) = \Sigma^*$$

### בנייה מכונה מכירעה

نبנה מכונת טיורינג  $M$  המכירעה את  $.ALL_{DFA}$  באופן הבא.

$x$  על קלט :

**1)** בודקת אם  $x = \langle A \rangle$  DFA תקין של  $A$ .

- אם לא  $\Leftarrow$  דוחה.

**2)** בונה את ה- DFA המשלימים  $\bar{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q \setminus F)$

**3)** מתחילה את הקבוצה המ מצבים החדש:  $.R_0 = \{q_0\}$

**4)** לכל  $0 \leq i \leq |Q| - 1$  מחשבת

$$R_{i+1} = R_i \cup \{p \mid p = \delta(q, \sigma), q \in R_i, \sigma \in \Sigma\} .$$

**5)** מגדירה  $R = R_{|Q|}$

• אם  $M \Leftarrow R \cap (Q \setminus F) \neq \emptyset$  דוחה.

• אחרת  $M$  מקבלת.

### הוכחת הנכונות

$x \in ALL_{DFA}$  אם

$L(A) = \Sigma^*$  ו  $x = \langle A \rangle \Leftarrow$

$L(\bar{A}) = \emptyset \Leftarrow$

$\Leftarrow$  לא קיימת  $w \in \Sigma^*$  ש-  $A$  מקבלת.

$\Leftarrow$  לא קיימים מצבים קבלה נגשים של  $\bar{A}$ .

$R \cap (Q \setminus F) = \emptyset \Leftarrow$

$M \Leftarrow$  מקבלת.

$x \notin ALL_{DFA}$  אם

$L(A) \neq \Sigma^*$  ו  $x = \langle A \rangle \Leftarrow$

$L(\bar{A}) \neq \emptyset \Leftarrow$

קיימת  $w \in \Sigma^*$  ש-  $\bar{A}$  מקבלת.

קיימים לפחות מצב קבלה נגיש אחד של  $\bar{A}$ .

$R \cap (Q \setminus F) \neq \emptyset \Leftarrow$

$M$  דוחה.

. $ALL_{DFA} \in R$  לכן  $ALL_{DFA}$  את  $ALL_{DFA}$  לפיכך קיימת מכונת טיריניג המכירה את  $ALL_{DFA}$

## שאלה 2

פונקציית הבדיקה:

$$f(x) = \begin{cases} \langle M' \rangle & x = \langle M, w \rangle \\ \langle M_\emptyset \rangle & x \neq \langle M, w \rangle \end{cases}$$

כאשר  $M_\emptyset$  היא מ"ט הדוחה כל קלט ו-  $M'$  היא מ"ט שעלה כל קלט  $y$ , מתעלמת מ-  $y$  ומריצה את  $M$  על  $w$  ועונה כמוותה.

אבחנה:

$$L(M') = \begin{cases} \Sigma^* & w \in L(M) \\ \emptyset & w \notin L(M) \end{cases}$$

nocionot haredukzit:

nocich ci

$x \in L_{\text{acc}} \iff f(x) \in L_{\geq 3}$  .  
 $L(M') = \Sigma^*$  ולפי האבחנה  $f(x) = \langle M' \rangle \iff w \in L(M)$  ו-  $x = \langle M, w \rangle \iff x \in L_{\text{acc}}$  ואם  $f(x) \in L_{\geq 3} \iff |L(M')| = \infty$

אם שני מקרים:  $\Leftarrow x \notin L_{\text{acc}}$

מקרה 1:  $f(x) \notin L_{\geq 3} \iff |L(M_\emptyset)| = 0 \iff f(x) = \langle M_\emptyset \rangle \iff x \neq \langle M, w \rangle$

מקרה 2:  $|L(M')| = 0 \iff L(M') = \emptyset$  ולפי האבחנה  $f(x) = \langle M' \rangle \iff w \notin L(M)$  ו-  $x \neq \langle M, w \rangle$  .  
 $f(x) \notin L_{\geq 3} \iff$

לסיום, הוכחנו רדוקציה  $L_{\geq 3} \notin R$  ולכן משפט הרדוקציה, מכיוון ש-  $L_{\text{acc}} \leq L_{\geq 3}$ , מתקיים  $R \leq L_{\geq 3}$

### שאלה 3

**a)** נראה שקיימת מכונת טיורינג  $M$  המקבלת את השפה  $L$ .

= על כל קלט  $x$ :

**1)** בודקת אם  $x = \langle M_1, M_2, w \rangle$ . אם לא  $\Leftarrow M$  דוחה.

**2)** מריצה  $M_1$  על  $w$ .

- אם  $M_1$  דוחה  $M \Leftarrow$  דוחה.

- אם  $M_1$  מקבלת אז  $M$  עוברת לשלב 3).

**3)** מריצה  $M_2$  על  $w$ .

- אם  $M_2$  דוחה  $\Leftarrow q_{\text{rej}}$

- אם  $M_2$  מקבלת  $M \Leftarrow$  מקבלת.

נכונות:

$w \in L(M_1) \cap L(M_2)$  ו-  $x = \langle M_1, M_2, w \rangle$  אם  
 $w \Leftarrow$  בשלב 2) מקבלת  $M_1$   
 $w \Leftarrow$  בשלב 3) מקבלת  $M_2$   
 $w \Leftarrow$  מקבלת  $x$ .

**b)** נראה כי  $L \notin R$  על ידי רדוקציה מ-  $L_{\text{acc}}$  ואז נוכיח כי  $\bar{L} \notin RE$  משפט הרדוקציה.

תהי  $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$  הfonקציה הבאה:

$$f(x) = \begin{cases} \langle M, M^*, w \rangle : & x = \langle M, w \rangle \\ \langle M^*, M_\emptyset, \varepsilon \rangle : & x \neq \langle M, w \rangle \end{cases}$$

כאשר  $M^*$  המכונה שמקלט כל קלט ו-  $M_\emptyset$  המכונה שדוחה כל קלט.

### הוכחת נכונות

nociah

$$x \in L_{\text{acc}} \iff f(x) \in L .$$

אם  $x \in L_{\text{acc}}$

$$.w \in L(M) \text{ ו- } x = \langle M, w \rangle \Leftarrow$$

$$w \in L(M) \cap L(M^*) \Leftarrow$$

$$.f(x) \in L \Leftarrow$$

אם  $x \notin L_{\text{acc}}$  ⇐ שני מקרים:

**מקרה 1** אם  $x \neq \langle M, w \rangle$

$$f(x) = \langle M, M_\emptyset, w \rangle \Leftarrow$$

. $f(x) \notin L$  או  $\varepsilon \notin L(M^*) \cap L(M_\emptyset)$  ⇐

**מקרה 2** אם  $x = \langle M, w \rangle$

$$w \notin L(M) \text{ או } f(x) \notin L \Leftarrow$$

$$w \notin L(M) \cap L(M^*) \Leftarrow$$

$$.f(x) \notin L \Leftarrow$$

הוכחנו שקיימות רדוקציה חשיבה

$$L_{\text{acc}} \leq L$$

מכיוון ש-  $L \notin R$ , ממשט הרדוקציה  $L_{\text{acc}} \notin R$

כעת נניח בשלילה ש-  $\bar{L} \in RE$

. $L \in RE$  הוכחנו בסעיף א) כי

. $L \in RE \wedge \bar{L} \notin RE$  ז"א

כל שפה שyiict ל-  $RE$  וגם משלימה שyiict ל-  $RE$  אם ורק אם השפה שוחכת ל-  $R$ .  
זאת בסתירה לכך ש-  $\bar{L} \notin RE$ .

לכן  $\bar{L} \notin RE$

## שאלה 4

(א)

### בנייה הרדוקטיבית

הfonקציית הרדוקציה היא:

$$f(x) = \begin{cases} \langle M^*, M, w \rangle & : x = \langle M, w \rangle \\ \langle M^*, M_\emptyset, w \rangle & : x \neq \langle M, w \rangle \end{cases}$$

כאשר

•  $M^*$  היא מ"ט שמקבלת כל קלט

•  $M_\emptyset$  היא מ"ט שדוחה כל קלט.

### הוכחת הנכונות

נראה כי  $x \in \overline{L_{\text{acc}}} \iff f(x) \in L$

ראשית,  $f$  חסיבה כי ניתן לבנות מ"ט שתבדוק האם  $\langle M, w \rangle = x$ . אם לא, תחזיר קידוד קבוע  $\langle M_\emptyset, \varepsilon \rangle$ .  
ואם כן, תחזיר קידוד  $\langle M^*, M, w \rangle$ .

נוכיח כי

$$x \in \overline{L_{\text{acc}}} \iff f(x) \in L .$$

הוכחה לכיוון

אם  $x \in \overline{L_{\text{acc}}}$  שני מקרים:

מקרה 1:

$$\begin{aligned} x &\neq \langle M, w \rangle \\ \varepsilon &\notin L(M_\emptyset) \text{ וגם } \varepsilon \in L(M^*) \text{ וגם } f(x) = \langle M^*, M_\emptyset, \varepsilon \rangle \Leftarrow \\ &.f(x) \in \bar{L} \Leftarrow \end{aligned}$$

מקרה 2:

$$\begin{aligned} w &\notin L(M) \text{ ו } x = \langle M, w \rangle \\ w &\notin L(M) \text{ וגם } w \in L(M^*) \text{ וגם } f(x) = \langle M^*, M, w \rangle \Leftarrow \\ &.f(x) \in L \Leftarrow \end{aligned}$$

הוכחה לכיוון

$x \notin \overline{L_{\text{acc}}}$  אם

$$\begin{aligned} w &\in L(M) \text{ וגם } x = \langle M, w \rangle \Leftarrow \\ w &\notin L(M) \text{ וגם } w \in L(M^*) \text{ וגם } f(x) = \langle M^*, M, w \rangle \Leftarrow \\ &.f(x) \notin L \Leftarrow \end{aligned}$$

לסיכום, הוכחנו רדוקציה מתקיים  $\overline{L_{\text{acc}}} \leq L$ , ומכיון ש-  $\overline{L_{\text{acc}}} \notin RE$  ממשפט הרדוקציה מתקיים  $L \notin RE$ .

שאלה 5

(א)

בנייה הרדוקציה

בנייה פונקציית הרדוקציה  $f$  מ-  $L$  ל-  $L_{\text{Halt}}$ , העומדת בתנאי  $x \in L_{\text{Halt}} \iff f(x) \in L$ .

$$L_{\text{Halt}} = \{\langle M, w \rangle \mid w \text{ עצרת על } M\}$$

$$f(x) = \begin{cases} \langle M' \rangle & : x = \langle M, w \rangle \\ M_\emptyset & : x \neq \langle M, w \rangle \end{cases}$$

על כל קלט  $y = M'$

**1)** בודקת אם  $\varepsilon = y$ .

\* אם לא  $\Leftarrow$  דוחה.

**2)** מרים  $M$  על  $w$ .

• אם  $M$  עוצרת  $M' \Leftarrow M$  מקבלת.

### הוכחת הנכונות

. $\langle M \rangle \in L \Leftarrow L(M) = \varepsilon \Leftarrow w$  עוצרת על  $M$  ו-  $x = \langle M, w \rangle \Leftarrow x \in L_{\text{Halt}}$  •

: שני מקרים:  $\Leftarrow x \notin L_{\text{Halt}}$  •

. $f(x) \notin L \Leftarrow \varepsilon$  ולא מקבלת  $M_\emptyset$   $f(x) = M_\emptyset \Leftarrow x \neq \langle M, w \rangle$  (1)

. $f(x) \notin L \Leftarrow \langle M' \rangle \notin L \Leftarrow L(M') = \emptyset \Leftarrow w$  לא עוצרת על  $M$  ו-  $x = \langle M, w \rangle$  (2)

**ב)** בניית מ"ט  $M_L$  שמקבלת את  $L$ .

: $\langle M \rangle = M_L$  על כל קלט

• מרים  $M$  על  $\varepsilon$  ועונה כמוות.

### הוכחת הנכונות

אם  $\langle M \rangle \in M_L$  מקבלת  $M_L \Leftarrow \varepsilon \in L(M)$ .

. $\varepsilon \in L(M)$  מקבלת כל קלט  $\langle M \rangle$  שעבורו

. $\langle M \rangle \in L$  מקבלת כל  $M_L$

. $L \in RE$  ⇐

## שאלה 6

### בנייה הרדוקציה

נוכיח  $L$  כאשר  $L_E \leq L$

$$f(x) = \begin{cases} \langle M_1, M_2 \rangle & : x = \langle M \rangle \\ \langle M_\emptyset, M_\emptyset \rangle & : x \neq \langle M \rangle \end{cases}$$

כאשר המוכנות  $M_1, M_2$  מוגדרות כך:  
 $y = M_1$  על כל קלט

• אם  $y = a \Leftarrow$  מקבלת.

"על כל קלט  $y = M_2$

• אם  $b \Leftarrow y = b$  מקבלת.

• אחרת מריצה  $M$  על  $y$  ועונה כמוות."

$$.L(M_2) = \{b\} \cup L(M) \text{ ו- } L(M_1) = \{a\}$$

### הוכחת הנכונות

$f(x) \in L \Leftarrow |L(M_1) \cup L(M_2)| = 2 \Leftarrow L(M_1) \cup L(M_2) = \{a, b\} \Leftarrow L(M) = \emptyset \Leftarrow x \in L_E$  ואם

אם  $x \notin L_E \Leftarrow$  שני מקרים:

$.f(x) \notin L \Leftarrow |L(M_\emptyset) \cup L(M_\emptyset)| = 0 \Leftarrow L(M_\emptyset) \cup L(M_\emptyset) = \emptyset \text{ ו- } f(x) = \langle M_\emptyset, M_\emptyset \rangle \Leftarrow x \neq \langle M \rangle$  (1)

$L(M) \neq \emptyset \text{ וגם } x = \langle M \rangle$  (2)

$\Leftarrow$  קיימת לפחות מילה אחת  $w$  שמתකבלת ע"י  $M$

$L(M_2) = \{b\} \cup L(M) \text{ וגם } L(M_1) = \{a\} \Leftarrow$

$|L(M_1) \cup L(M_2)| > 2 \Leftarrow$

$\langle M_1, M_2 \rangle \notin L \Leftarrow$

$.f(x) \notin L \Leftarrow$

### שאלה 7

$$.(L_1 \setminus L_2) \cup (L_2 \setminus L_3) = L_1 \setminus L_3$$

לכן אם  $(L_1 \setminus L_2) \cup (L_2 \setminus L_3) \in R$   $L_2 \setminus L_3 \in R$   $L_1 \setminus L_2 \in R$   $L_1 \setminus L_3 \in R$

**שאלה 8** הפעה  $L$  מוגדרת:  $L = \{\langle M \rangle \mid L(M) \text{ סופי}\}$ .

אפשר לרשום את  $L$  כך:

כעת נגדיר רזוקציה  $f$  מ-  $\overline{L_{\text{acc}}}$  ל-  $L$  העומדת בתנאי:  
 $x \in \overline{L_{\text{acc}}} \iff f(x) \in L$ .

### בנייה הרזוקציה

$$f(x) = \begin{cases} \langle M' \rangle & : x = \langle M, w \rangle \\ \langle M_\emptyset \rangle & : x \neq \langle M, w \rangle \end{cases}$$

כאשר:

"על קלט  $y = M'$ :

**1)** מתעלמת מ-  $y$  ומריצה  $M$  על  $x$  ועונה כמוות.

### אבחנה

$$L(M') = \begin{cases} \Sigma^* & : w \in L(M) \\ \emptyset & : w \notin L(M) \end{cases}$$

### הוכת הנכונות

#### הוכחה לפיוון $\Leftarrow$

אם  $x \in \overline{L_{\text{acc}}}$  אז שני מקרים:

מקרה 1:  $f(x) \in L \Leftarrow |L(M_\emptyset)| = 0 \wedge f(x) = \langle M_\emptyset \rangle \Leftarrow x \neq \langle M, w \rangle$

מקרה 2:  $|L(M')| = 0 \Leftarrow L(M') = \emptyset$  ולפי האבחנה  $f(x) = \langle M' \rangle \Leftarrow w \notin L(M) \wedge x = \langle M, w \rangle$   
 $.f(x) \in L \Leftarrow$

#### הוכחה לפיוון $\Rightarrow$

אם  $x \notin \overline{L_{\text{acc}}}$

$w \in L(M) \wedge x = \langle M, w \rangle \Leftarrow$

$L(M') = \Sigma^*$  ולפי האבחנה  $f(x) = \langle M' \rangle \Leftarrow$

$|L(M')| = \infty \Leftarrow$

$.f(x) \notin L \Leftarrow$

הוכחנו כי  $L \notin RE$  ולכן משפט הרדוקציה  $\overline{L_{\text{acc}}} \notin RE$ . בנוסך  $\overline{L_{\text{acc}}} \leq L$

### שאלה 9

### בנייה הרדוקציה

$$f(x) = \begin{cases} \langle M' \rangle & : x = \langle M \rangle \\ \langle M_\emptyset \rangle & : x \neq \langle M \rangle \end{cases}$$

$:x = M'$  על קלט "

**1)** בודקת אם  $x = \langle M \rangle$  קידוד תקין של מכונת טיורינג  $M$ .

• אם לא דוחה.

**2)** אם  $x = a \vee x = b \vee x = c$  מקבלת.

**3)** אחרת אם  $x = ay$  כאשר  $y$  מרצה  $M$  על  $ay$  ועונה כ莫וה.

**4)** אחרת  $M'$  דוחה.

### כוננות הרדוקציה

$x \in L_3$  אם

$|L(M)| \geq 3$  ומ  $x = \langle M \rangle \Leftarrow$

ומ  $f(x) = \langle M' \rangle \Leftarrow$

$$L(M') = \{a\sigma | \sigma \in L(M)\} \cup \{a, b, c\}$$

$|L(M')| = |\{a\sigma | \sigma \in L(M)\}| + 3 \Leftarrow$

$|L(M')| \geq 3 + 3 \Leftarrow$

$|L(M')| \geq 6 \Leftarrow$

$\langle M' \rangle \in L_6 \Leftarrow$

. $f(x) \in L_6 \Leftarrow$

אם שני מקרים:

### מקרה 1

. $f(x) \notin L_6 \Leftarrow |L(M')| = 0 \Leftarrow L(M') = \emptyset \Leftarrow x \neq \langle M \rangle$

### מקרה 2

$|L(M)| < 3$  ומ  $x = \langle M \rangle$

-1  $f(x) = \langle M' \rangle \Leftarrow$

$$L(M') = \{a\sigma | \sigma \in L(M)\} \cup \{a, b, c\}$$

$|L(M')| = |\{a\sigma | \sigma \in L(M)\}| + 3 \Leftarrow$

$$|L(M')| < 3 + 3 \Leftarrow$$

$$|L(M')| < 6 \Leftarrow$$

$$\langle M' \rangle \notin L_6 \Leftarrow$$

$$.f(x) \notin L_6 \Leftarrow$$

## שאלה 10

### בנית הרדוקציה

$$f(x) = \begin{cases} \langle M', M_\emptyset \rangle & : x = \langle M, w \rangle \\ \langle M_\emptyset, M_\emptyset \rangle & : x \neq \langle M, w \rangle \end{cases}$$

$y = M'$   
על כל קלט:

1. מתعلמת מ-  $y$  ומריצה  $M$  על  $w$  ועונה כמוות. "

### אבחנה

$$L(M') = \begin{cases} \Sigma^* & : w \in L(M) \\ \emptyset & : w \notin L(M) \end{cases}.$$

### הוכחת הנכונות

#### הוכחה לכיוון $\Leftarrow$

אם

$$x \in L_{\text{acc}}$$

$$w \in L(M) \text{ ו } x = \langle M, w \rangle \Leftarrow$$

$$L(M') = \Sigma^* \text{ ולפי האבחנה } f(x) = \langle M', M_\emptyset \rangle \Leftarrow$$

$$\text{בגלל ש- } M \text{ מקבלת } w. L(M) \cap L(M') = L(M) \neq \emptyset \Leftarrow$$

$$\langle M' M_\emptyset \rangle \in L \Leftarrow$$

$$.f(x) \in L \Leftarrow$$

#### הוכחה לכיוון $\Rightarrow$

אם  $x \notin L_{\text{acc}}$  אז שני מקרים:

$$.f(x) \in L \Leftarrow L(M_\emptyset) \cap L(M_\emptyset) = \emptyset \text{ ו } f(x) = \langle M_\emptyset, M_\emptyset \rangle \Leftarrow x \neq \langle M, w \rangle \quad (1)$$

$$.f(x) \notin L \Leftarrow L(M') = \emptyset \text{ ולפי האבחנה } f(x) = \langle M', M_\emptyset \rangle \Leftarrow w \notin L(M) \text{ וגם } x = \langle M, w \rangle \quad (2)$$