הגדרה 1:

יהיו a, b מספרים שלמים. אומרים כי b מחלק את a אם קיים מספר שלם q כך ש-

$$a = qb \ .$$

כלומר $\frac{a}{b}$ שווה למספר שלם q.

הסימון $b \mid a$ אומר כי b מחלק את a.

משפט 1: קיימים אינסוף מספרים ראשוניים

קיימים אינסוף מספרים ראשוניים.

הוכחה: נוכיח הטענה דרך השלילה.
נניח כי $\{p_1, \ldots, p_n\}$ הוא הקבוצה של כל הראשוניים שקיימים וקבוצה זו נוצרת סופי.
נגדיר השלם $M = (p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_n) + 1$.
לפי משפט הפירוק לראשוניים (ראו משפט **??** למעלה או משפט **??** למטה) M הוא מספר ראשוני או שווה למכפלה של ראשוניים.
M לא מספר ראשוני בגלל ש- $M > p_i$ לכל $1 \leq i \leq n$.
גם לא קיים מספק ראשוני p_i אשר מחלק את M. הרי

$$M \ \% \ p_i = 1 \quad \Rightarrow \quad p_i \nmid M \ .$$

הגענו לסתירה של המשפט הפירוק לראשוניים, לכן קיימים אינסוף מספרים ראשוניים. ■