# חישוביות וסיבוכיות

# מועד א'

ד"ר יוחאי טוויטו, ד"ר ירמיהו מילר .

סמסטר א, תשפ"ו'

מספר העמוד הנוכחי ומספר העמודים הכולל בשאלון מופיעים בתחתית כל עמוד. בהצלחה!

## <u>הנחיות למדור בחינות</u>

### <u>שאלוני בחינה</u>

- ☑ לשאלון הבחינה יש לצרף מחברת.
- ☐ לשאלון הבחינה יש לצרף כריכה בלבד.
- ☐ יש להחזיר את השאלון ביחד עם המחברת/כריכה.

### <u>שימוש במחשבונים</u>

- ☐ ניתן להשתמש במחשבון.
- ☑ לא ניתן להשתמש במחשבון.

### <u>חומר עזר</u>

- ☑ לא ניתן להשתמש בחומר עזר כלל.
- ☐ ניתן להשתמש בחומר עזר/דף נוסחאות, כמפורט:
- ☐ הבחינה עם חומר פתוח  מותר להשתמש בכל חומר עזר מודפס או כתוב.

# הנחיות

נא קראו בעיון את ההנחיות הבאות בטרם תתחילו לפתור את הבחינה. מומלץ לקרוא בקצרה את כלל השאלות לפני שמתחילים לפתור את הבחינה. ניתן לענות על השאלות בכל סדר שתרצו.

1. המבחן כולל 5 שאלות. יש לענות על כולן.
2. שאלות הבחינה שוות משקל - כל שאלה 20 נקודות.
3. כתבו הוכחות מלאות ומפורטות. אל תדלגו על שלבים.
4. המבחן כולל נספחים, לשימושכם. הסתייעו בהם במידת הצורך.
5. הקפידו על כתב יד ברור וקריא.
6. הקפידו לרשום בגדול ובבירור את מספר השאלה / סעיף בראש העמוד.
7. כתבו את פתרונותיכם במחברות שקיבלתם. רק הן נבדקות !
8. ניתן לקחת את השאלון כאשר הבחינה מסתיימת.

**בהצלחה!**



המכללה האקדמית להנדסה סמי שמעון
**קמפוס באר שבע** ביאליק פינת בזל 84100 | **קמפוס אשדוד** ז'בוטינסקי 84, 77245 | **www.sce.ac.il** | **חייג:**

# הבחינה

## שאלה 1: מכונות טיורינג (20 נקודות)

**סעיף א' (10 נקודות)**

**סעיף ב' (10 נקודות)**

## שאלה 2: וריאציות על מכונות טיורינג (20 נקודות)

## שאלה 3: אי כריעות (20 נקודות)

**סעיף א' (12 נקודות)**

**סעיף ב' (8 נקודות)**

## שאלה 4: אי-כריעות

**סעיף א' (10 נקודות)**

נתונה השפה הבאה:

$$L = \left\{ \langle M_1, M_2, M_3 \rangle \;\middle|\; L(M_1) \subset L(M_2) \subset L(M_3) \right\} \ .$$

הוכיחו כי $L \notin R$.

**סעיף ב' (10 נקודות)**

נתונה השפה הבאה:

$$L = \left\{ \langle M \rangle \;\middle|\; \text{עוצרת על } \langle M \rangle \ M \right\} \ .$$

הוכיחו כי $L \in RE$.

# שאלה 5: סיבוכיות זמן (20 נקודות)

נתונה קבוצה $S=\{S_1,\ldots,S_m\}$, כאשר לכל $1\leqslant i\leqslant m$, $S_i$ קבוצה סופית של איברים. האיחוד של הקבוצות, מסומן $U=S_1\cup\ldots\cup S_m$, נקרא היקום של האיברים. **כיסוי קבוצות** בגודל $k$ הוא אוסף $k$ קבוצות מתוך $\{S_i\}$ כך שהאיחוד שלהן הוא $U$.
לדוגמה, תהי $S=\{S_1,S_2,S_3,S_4\}$ כאשר:

$$S_1=\{1,3,4\}\ ,\quad S_2=\{1,3,5\}\ ,\quad S_3=\{2,4\}\ ,\quad S_4=\{2,3\}\ .$$

היקום של האיברים הוא $U=S_1\cup S_2\cup S_3\cup S_4=\{1,2,3,4,5\}$. אזי $S$ מיכלה כיסוי קבוצות בגודל $k=2$:

$$S_2\cup S_3=\{1,2,3,4,5\}=U\ .$$

הבעיית כיבוי קבוצות, מסומנת $SC$, מוגדרת באופן הבא.

קלט: אוסף של $m$ קבוצות סופיות, $S=\{S_1,\ldots,S_m\}$ עבורן האיחוד הוא $U=S_1\cup\ldots\cup S_m$, ומספר טבעי $k$.

פלט: האם קיים כיסוי קבוצות בגודל $k$?

אפשר להגדיר את $SC$ כשפה פורמלית:

$SC=\{\langle S,k\rangle \mid$ $S$ אוסף קבוצות שמכיל כיסוי קבוצות בגודל $k$ לכל היותר. $\}$ .

בהינתן גרף לא מכוון $G=(V,E)$. קבוצת קדקודים $U\subseteq V$ תקרא **כיסוי קדקודים** ב- $G$ אם לכל צלע $(u_1,u_2)\in E$, מתקיים ש: $u_2\in U \quad\vee\quad u_1\in U$.
הבעיית $VC$ מוגדרת באופן הבא:

$VC=\{\langle G,k\rangle \mid$ $G$ גרף לא מכוון המכיל כיסוי קודקודים בגודל $k$ לכל היותר.$\}$

הוכיחו כי קיימת רדוקציה פולינומיאלית מ- $VC$ ל- $SC$. כלומר, הוכיחו כי:

$$VC\leqslant_P SC\ .$$