

המחלקה למדעי המחשב

י"ט בתמוז תשפ"ד 25/07/24
15 : 10 – 16 : 40

אלגברה ליניארית 1 למדמ"ח

בוחן מגן

דר' מרינה ברשדסקי, מר' אמיר גוריון.

תשפ"ד סמסטר ב'

שאלה 1. (40 נקודות) פתרו בשיטת גאוס את המערכת הבאה: $A \cdot \vec{x} = \vec{b}$, כאשר

$$A = \begin{pmatrix} a & a-1 & 2a \\ -a & 2-a & 2-2a \\ a & a+1 & 2+a \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} a \\ a+1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

א' (7 נק') דרגו מטריצה מורחבת וצינו ערכים מובילים שלה.

ב' (6 נק') יש לציין עבור איזה ערך של a למערכת יש פתרון יחיד. נמקו היטב.

ג' (6 נק') במקרה של אינסוף פתרונות מצאו את הפתרון הכללי.

ד' (6 נק') עבור איזה ערך של a אין פתרון? נמקו היטב.

ה' (15 נק') פתרו את המערכת כאשר $a = -1$ בעזרת המטריצה ההופכית A^{-1} או בעזרת כלל קרמר. יש להשתמש באחת משתי השיטות. פתרון אחר לא יתקבל.

שאלה 2 (30 נקודות)

א' (24 נק') עבור כל אחד מהקבוצות הבאות עם פעולות הרגילות, קבעו האם היא מהווה שדה. במידה וכן - ציינו זאת, במידה ולא - ציינו תכונה אחת של שדה שאינה מתקיימת.

1 המספרים הטבעיים

2 המספרים השלמים

3 המספרים הרציונליים

4 המספרים הממשיים

5 המספרים המרוכבים

6 קבוצת השאריות בחלוקה ב- p

7 קבוצת המטריצות בגודל $n \times n$

8 קבוצת המטריצות לכסניות בגודל $n \times n$

ב' (6 נק') עבור מספר מרוכב $z = a + bi$, הוכיחו ש-

$$|z|^2 = z \cdot \bar{z}$$

שאלה 3. (30 נקודות)

א' (10 נק') פתרו את משוואה הבאה:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

מעל Z_3 .ב' (10 נק') נתונה מטריצה S סימטרית ($S = S^T$) כלשהי. הראו כי המטריצה הבאה היא סימטרית:

$$M = AB^T SBA^T$$

ג' (10 נק') נתונות מטריצה A מגודל 6×6 ומטריצה B מגודל 6×12 . מצאו גודל של מטריצה

$$C = B^T AB$$