

המחלקה למדעי המחשב

כ"א באלול תשפ"ד 24/09/2024
09 : 00 – 12 : 00

חדו"א 2

מועד ב'

מרצים: ד"ר זהבה צבי, ד"ר ירמיהו מילר.

תשפ"ד סמסטר ב'

השאלון מכיל 12 עמודים (כולל עמוד זה וכולל דף נוסחאות).

בהצלחה!

הנחיות למדור בחינות שאלוני בחינה

- לשאלון הבחינה יש לצרף מחברת.
- ניתן להשתמש במחשבון מדעי לא גרפי עם צג קטן.

חומר עזר

- דפי נוסחאות של הקורס (7 עמודים בפורמט A4), מצורפים לשאלון.

אחר / הערות

יש לענות על השאלות באופן הבא:

- יש לנמק היטב כל שלב של פתרון. תשובה ללא הסבר וללא נימוק, אפילו נכונה, לא תתקבל.
- שאלות 1,2 - יש לענות על **כל** השאלות!
- שאלות 3,4,5,6 - יש לענות **שלוש** שאלות בלבד מתוך **ארבע**.
- שאלות 7,8 - יש לענות על שאלה **אחת** בלבד מתוך **שתיים**.

שאלות 1 – 2 חובה

שאלה 1 (20 נקודות) נתונה הפונקציה $f(x, y) = 2xy^2 - 3x^2 - 2y^2 + 5$.

(א) (10 נק') מצאו ומיינו את כל נקודות האקסטרים (נקודות קיצון ואוכף) המקומיות של הפונקציה.

(ב) (10 נק') מצאו את הערך הקטן ביותר ואת הערך הגדול ביותר של $f(x, y)$ בתחום החסום על ידי הקווים

$$x + y = 0, \quad x = -1, \quad y = -1.$$

שאלה 2 (22 נקודות)

(א) (16 נק') מצאו את תחום ההתכנסות של הטור $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{2n + \ln(n+1)}$.

(ב) (6 נק') הוכיחו שהטור $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\cos x} \right)^n$ מתבדר לכל x ממשי.

תענו על 3 מתוך 4 השאלות 3 – 6

שאלה 3 (16 נקודות)

(א) (12 נק') חשבו את המסה של הגוף החסום על ידי הקווים

$$y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y = x, \quad x^2 + y^2 = 4, \quad x^2 + y^2 = 16,$$

כאשר הצפיפות מסה היא $\rho(x, y) = xy$.

(ב) (4 נק') תהי $f(x, y, z) = 3x^2 + 4xz + yz + 10$ הפונקציה. הוכיחו או הפריכו את הטענה הבאה: קיים ווקטור a כך שהנגזרת המכוונת $\frac{df(P)}{da} = 10$ כאשר P הנקודה $(1, 1, 1)$.

שאלה 4 (16 נקודות)

(א) (10 נק') מצאו את הנפח הגוף החסום על ידי המשטחים:

$$z = 16 - x^2 - y^2, \quad z = 7.$$

(ב) (6 נק') עבור אילו ערכי x הטור $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{2/x}}$ מתכנס?

שאלה 5 (16 נקודות)

(א) (10 נק') נתון המישור $3x - 2y + 4z - 10 = 0$ והנקודה $P(1, 2, 3)$. מצאו את נקודת השיקוף של P ביחס למישור הזה, ומצאו את המרחק של הנקודת שיקוף מהמישור.

(ב) (6 נק') מצאו את משוואת הישר שחותך את המשטח $x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 36 = 0$ בנקודה $M(1, 2, 3)$, ומאונך למשטח.

שאלה 6 (16 נקודות) שנו את סדר האינטגרלים, שררטו את תחום האינטגרציה וחשבו:

$$\int_1^3 \int_{x-2}^{\sqrt{x-2}} xy \, dy \, dx .$$

פתור אחת מבין השאלות 7 – 8

שאלה 7 (10 נקודות) נתון הישר אשר מקביל לווקטור $(4, -3, 0)$ שעובר דרך הנקודה $(1, 2, 3)$. מצאו את הנקודות הקרובות ביותר על הישר הזה ועל ציר ה- z .

שאלה 8 (10 נקודות) הוכיחו כי הטור $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \alpha^n}{\alpha^n + 1}$ מתבדר לכל $\alpha > 1$.

פתרונות

שאלה 1

שאלה 2

שאלה 3 (16 נקודות)

שאלה 4 (16 נקודות)

שאלה 5 (16 נקודות)

שאלה 6 (16 נקודות)

שאלה 7

שאלה 8