תרגילים: רדוקציות

שאלה 1　　אי כריעות (20 נקודות)　　נתונה השפה הבאה:

$$L_{\geq 3} = \left\{ \langle M \rangle \;\middle|\; |L(M)| \geq 3 \right\}$$

$L_{\geq 3}$ מכילה קידודים של מכונות טיורינג שמקבלות לפחות k

א)　((10 נקודות))הוכיחו כי $L_{\geq 3}$ לא כריעה.

שאלה 2　　נתונה השפה הבאה:

$$L = \left\{ \langle M_1, M_2, w \rangle \;\middle|\; w \in L(M_1) \wedge w \notin L(M_2) \right\} \; .$$

הוכיחו כי L לא קבילה על ידי רדוקציה מ- $\bar{A}_{TM}$.

תשובות

שאלה 1

נבנה רדוקציה מ- A_{TM}.
הפונקצית הרדוקציה היא:

$$f(x) = \begin{cases} \langle M' \rangle & x = \langle M, w \rangle \\ \langle M_\emptyset \rangle & x \neq \langle M, w \rangle \end{cases}$$

כאשר $M_\emptyset$ היא מ"ט הדוחה כל קלט ו- M' היא מ"ט שעל כל קלט x מריצה את M ועונה כמוה.

<u>אבחנה</u>

$$L(M') = \begin{cases} \Sigma^* & w \in L(M) \\ \emptyset & w \notin L(M) \end{cases}$$

<u>נכונות הרדוקציה</u>

נניח ש- $x \in A_{TM}$.

$\Leftarrow$ $x = \langle M, w \rangle$ ו- $w \in L(M)$.

$\Leftarrow$ $f(x) = \langle M' \rangle$.

$\Leftarrow$ $L(M') = \Sigma^*$.

$\Leftarrow$ $|L(M')| = \infty$.

$\Leftarrow$ $f(x) \in L_{\geq 3}$.

נניח ש- $x \notin A_{TM}$.
אז יש שני מקרים:

מצב 1: $x \neq \langle M, w \rangle$.
$\Leftarrow$ $f(x) = \langle M_\emptyset \rangle$ ו- $|L(M_\emptyset)| = 0$
$\Leftarrow$ $f(x) \notin L_{\geq 3}$.

מצב 2: $x = \langle M, w \rangle$ ו- $w \notin L(M)$.
$\Leftarrow$ $f(x) = \langle M' \rangle$
$\Leftarrow$ $L(M') = \emptyset$.
$\Leftarrow$ $|L(M')| = 0$.
$\Leftarrow$ $f(x) \notin L_{\geq 3}$.

<u>שאלה 2</u> נוכיח כי קיימת רדוקציה חשיבה f שמוגדרת

$$f\left(\langle M,w\rangle\right)=\langle M_1,M_2,w\rangle$$

$$\begin{array}{lcl}\langle M,w\rangle\in\bar{A}_{TM} & \Rightarrow & f\left(\langle M,w\rangle\right)\in L\\ \langle M,w\rangle\notin\bar{A}_{TM} & \Rightarrow & f\left(\langle M,w\rangle\right)\notin L\end{array}$$

$M_1=$ " על כל קלט x: $M_1\leftarrow$ acc".

$M_2=$ " על כל קלט x:

1) M_2 מריצה M על w.

2) אם $M\leftarrow$ acc אז $M_2\leftarrow$ acc.

3) אם $M\leftarrow$ rej אז $M_2\leftarrow$ rej.

<u>נכונות הרדוקציה:</u>

$\Leftarrow\langle M,w\rangle\in\bar{A}_{TM}$

$\leftarrow$