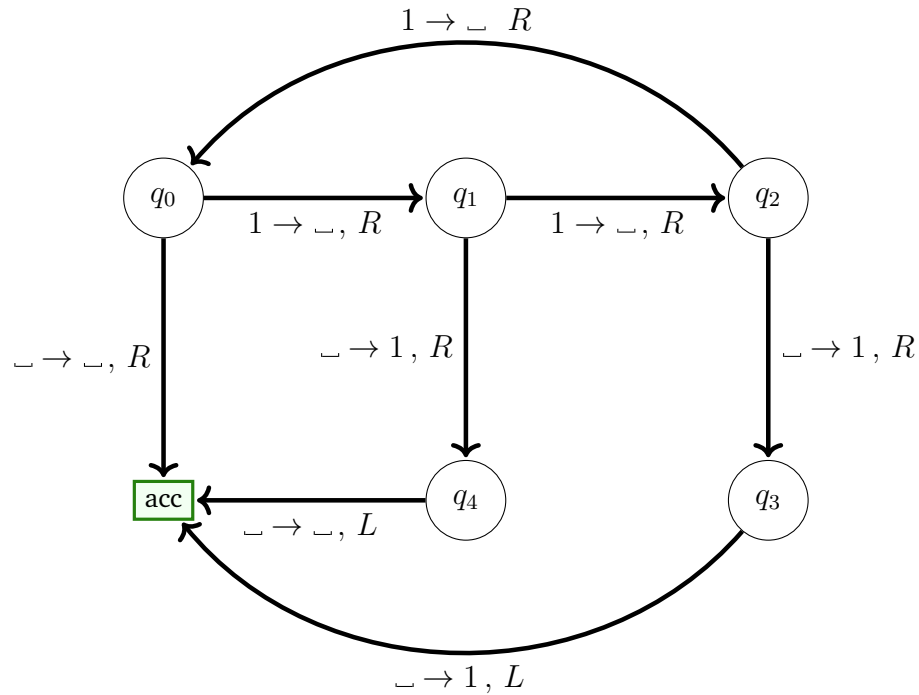


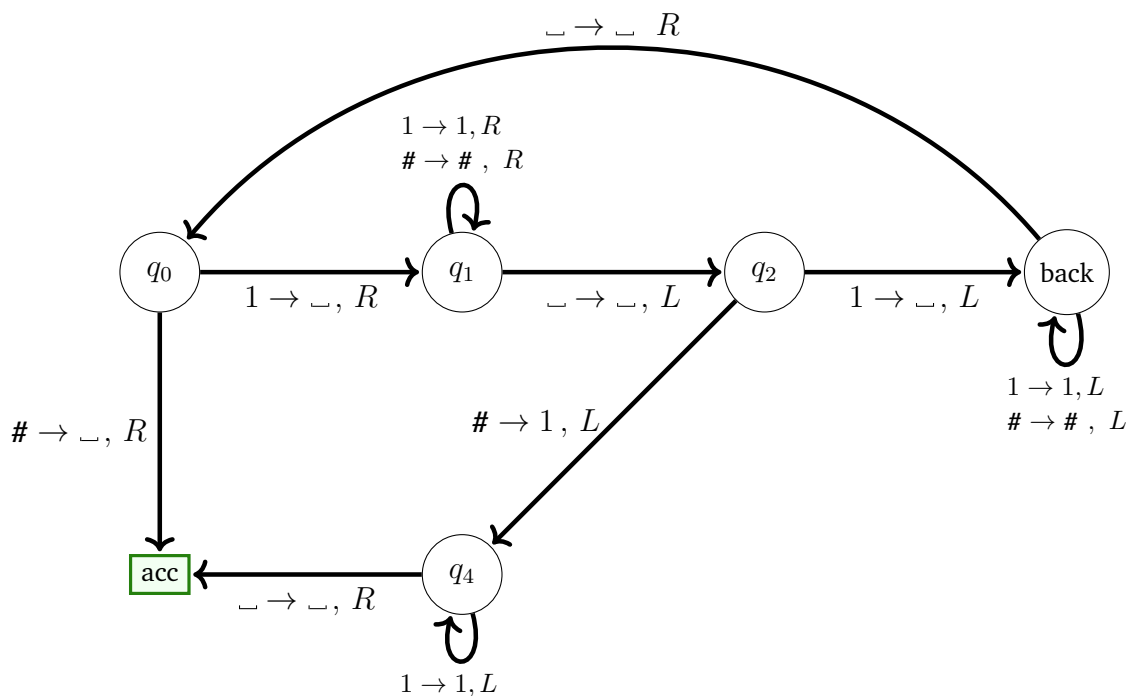
תרגילים 1ב': חישוב פונקציות עי מכונות טיורינג

**שאלה 1** נתון אלפבית הקלט  $\Sigma = \{1\}$ . בתרשים הבא, נתונה מכונת טיורינג  $M$ . המכונה מקבלת כקלט מספר בבסיס אונרי. מהי הפונקציה  $f$  שהמכונה מחשבת?



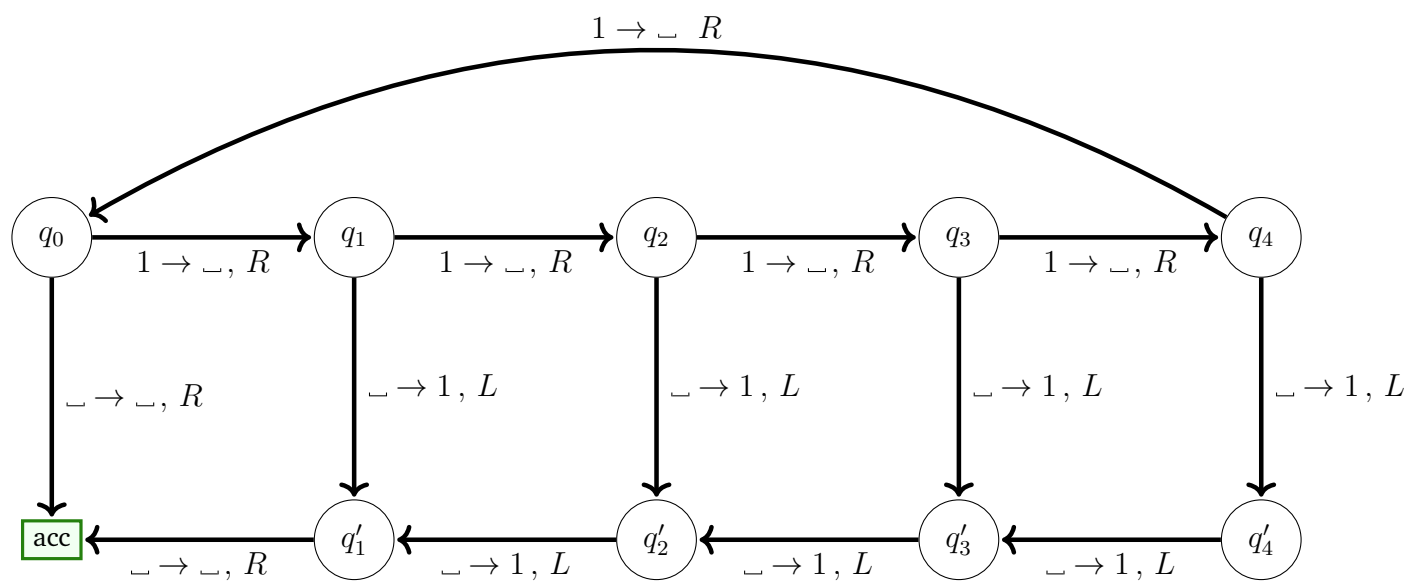
כל המעברים שאינם מופיעים בתרשים עוברים ל- $rej$ .

**שאלה 2** בתרשים הבא, נתונה מכונת טיורינג  $M$ . המכונה מקבלת כקלט שני מספרים בבסיס אונרי, מופרדים ע"י האות  $\#$ . בהינתן קלט מהצורה  $1^i \# 1^j$  כאשר  $1, j \in \mathbb{N}$ , מהי הפונקציה  $f$  שהמכונה מחשבת?



כל המעברים שאינם מופיעים בתרשים עוברים ל- $\text{rej}$ .

**שאלה 3** נתון אלפבית הקלט  $\Sigma = \{1\}$ . בתרשים הבא, נתונה מכונת טיורינג  $M$ . המכונה מקבלת כקלט מספר בבסיס אונרי. מהי הפונקציה  $f$  שהמכונה מחשבת?



כל המעברים שאינם מופיעים בתרשים עוברים ל- $\text{rej}$ .

## תשובות

שאלה 1

$$f(x) = x \mod 3 .$$

שאלה 2

$$q_0 1 \# 1 \vdash q_1 \# 1 \vdash_* \# 1 q_1 \vdash \# q_2 1 \vdash_* q_{\text{back}} \sqcup \# \vdash q_0 \# \vdash \text{acc} .$$

$$\text{לכן } f(1 \# 1) = 0$$

$$\begin{array}{l} q_0 11 \# 1 \vdash q_1 1 \# 1 \vdash_* 1 \# 1 q_1 \vdash 1 \# q_2 1 \vdash_* q_{\text{back}} \sqcup 1 \# \vdash q_0 1 \# \\ \vdash q_1 \# \vdash \# q_1 \sqcup \vdash q_2 \# \sqcup \vdash q_4 \sqcup 1 \vdash \sqcup \text{acc } 1 \end{array}$$

$$\text{לכן } f(11 \# 1) = 1$$

נסתכל על קלט כללי  $1^i \# 1^j$  כאשר  $i \geq j$

$$\begin{array}{l} q_0 1^i \# 1^j \vdash_* 1^{i-1} \# q_1 1^j \vdash_* 1^{i-1} \# 1^j q_1 \sqcup \vdash 1^{i-1} \# 1^{j-1} q_2 1 \vdash 1^{i-1} \# 1^{j-2} q_{\text{back}} 1 \sqcup \\ \vdash_* q_{\text{back}} \sqcup 1^{i-1} \# 1^{j-1} \vdash q_0 1^{i-1} \# 1^{j-1} \end{array}$$

$\vdots$

$$\begin{array}{l} \vdash_* q_0 1^{i-j} \# \sqcup \vdash_* 1^{i-j-1} \# q_1 \sqcup \vdash 1^{i-j-1} q_2 \# \vdash 1^{i-j-2} q_4 11 \vdash_* q_4 \sqcup 1^{i-j} \\ \vdash \text{acc } 1^{i-j} \end{array}$$

לכן

$$f(1^i \# 1^j) = 1^{i-j} , \quad i \geq j . \quad (*)$$

נסתכל על קלט כללי  $1^i \# 1^j$  כאשר  $i < j$

$$\begin{array}{l} q_0 1^i \# 1^j \vdash_* 1^{i-1} \# q_1 1^j \vdash_* 1^{i-1} \# 1^j q_1 \sqcup \vdash 1^{i-1} \# 1^{j-1} q_2 1 \vdash 1^{i-1} \# 1^{j-2} q_{\text{back}} 1 \sqcup \\ \vdash_* q_{\text{back}} \sqcup 1^{i-1} \# 1^{j-1} \vdash q_0 1^{i-1} \# 1^{j-1} \end{array}$$

$\vdots$

$$\vdash_* q_0 \# 1^{j-i} \sqcup \vdash \text{acc } 1^{j-i} \sqcup$$

לכן

$$f(1^i \# 1^j) = 1^{j-i} , \quad i < j . \quad (**)$$

המשוואות (\*1) ו- (\*2) אומרות ש:

$$f(1^i \# 1^j) = 1^{|i-j|} . \quad (*3)$$

### שאלה 3

$$f(x) = x \pmod{5} .$$