שעור 5 משפטים של אסטרטגיות, ערך מקסמין ומשחק סכום אפס

5.1 הגדרות: שיווי משקל נאש ותושבה טובה ביותר של שחקן

הגדרה 5.1 שיווי משקל נאש במשחקים עם שני שחקנים

נתון משחק עם שני שחקנים 1 ו- 2. נניח כי S_1 מסמן קבוצת האסטרטגיות האפשריות של S_2 ו- S_2 מסמן קבוצת האסטרטגיות האפשריות של S_2 .

(מתקיימים: באים מתקיימים הבאים אסטרטגיות שיווי שיווי שיווי שיווי $s^*=(s_1^*,s_2^*)$ אם התנאים קבוצת אסטרטגיות

$$u_1\left(s_1^*, s_2^*\right) \geq u_1\left(s_1, s_2^*\right) \qquad s_1 \in S_1$$
 לכל

$$u_2\left(s_1^*, s_2^*\right) \geq u_2\left(s_1^*, s_2\right) \qquad s_2 \in S_2$$
 לכל

הגדרה 5.2 שיווי משקל נאש במשחקים עם שלוש שחקנים

נתון משחק עם שלוש שחקנים 1, 2 ו- 3. נניח כי S_1 מסמן קבוצת האסטרטגיות האפשריות של 1, S_2 מסמן קבוצת האסטרטגיות האפשריות של 2 ו- S_3 מסמן קבוצת האסטרטגיות האפשריות של 3.

קבוצת אסטרטגיות $s^*=(s_1^*,s_2^*,s_3^*)$ נקראת שיווי משקל נאש אם התנאים הבאים מתקיימים:

$$u_1\left(s_1^*, s_2^*, s_3^*\right) \geq u_1\left(s_1, s_2^*, s_3^*\right) \qquad s_1 \in S_1$$
 לכל

$$u_2\left(s_1^*, s_2^*, s_3^*\right) \geq u_2\left(s_1^*, s_2, s_3^*\right) \qquad s_2 \in S_2$$
 לכל

$$u_3\left(s_1^*, s_2^*, s_3^*\right) \ge u_3\left(s_1^*, s_2^*, s_3\right) \qquad s_3 \in S_3$$
 לכל

הגדרה 5.3 תשובה הטובה ביותר במשחקים עם שני שחקנים

2 -ו 1 נתון משחק עם שני שחקנים

נניח כי S_1 מסמן קבוצת האסטרטגיות האפשריות של 1, ו- S_2 מסמן קבוצת האסטרטגיות האפשריות של 2.

אם (t_1,s_2) אם נקראת אסטרטגיות שובה שובה ביותר של שחקן נקראת נקראת נקראת $t_1\in S_1$ אסטרטגייה •

$$u_1(t_1, s_2) = \max_{s_1 \in S_1} u_1(s_1, s_2)$$
.

אם (s_1,t_2) אם לווקטור אסטרטגיות שובה ביותר של שחקן $t_2 \in S_2$ אסטרטגיות $t_2 \in S_2$

$$u_2(s_1, t_2) = \max_{s_2 \in S_2} u_2(s_1, s_2)$$
.

הגדרה 5.4 תשובה הטובה ביותר במשחקים עם שלוש שחקנים

3 -ו 1,2 ו- נתון משחק עם שני שחקנים

 S_1 מסמן קבוצת האסטרטגיות האפשריות של S_2 מסמן קבוצת האסטרטגיות האפשריות של S_1 מסמן קבוצת האסטרטגיות האפשריות של S_3

אם (t_1,s_2,s_3) אם אסטרטגיה $t_1\in S_1$ אסטרטגיה שובה טובה ביותר של שחקן שחקן ו

$$u_1(t_1, s_2, s_3) = \max_{s_1 \in S_1} u_1(s_1, s_2, s_3)$$
.

אם (s_1,t_2,s_3) אם לווקטור אסטרטגייה $t_2\in S_2$ אסטרטגייה שובה טובה ביותר של פותר אסטרטגייה \bullet

$$u_2(s_1, t_2, s_3) = \max_{s_2 \in S_2} u_2(s_1, s_2, s_3)$$
.

אם (s_1,s_2,t_3) אם אסטרטגייה $t_3\in S_3$ אם שחקן $t_3\in S_3$ אם \bullet

$$u_3(s_1, s_2, t_3) = \max_{s_3 \in S_3} u_3(s_1, s_2, s_3)$$
.

5.2 הקשר בין שיווי משקל נאש ואסטרטגיה שולטת חזק

משפט 5.1

 $G = \left(\left(S_1, S_2 \right), \left(u_1, u_2 \right) \right)$ נתון משחק של 2 שחקנים בצורה אסטרטגית

אם הווקטור אסטרטגיות (s_1^*,s_2^*) הוא שיווי משקל נאש היחיד של המשחק, אז הוא פתרון באסטרטגיות השולטות חזק.

הוכחה:

המשפט הזה אומר שאם הווקטור אסטרטגיות (s_1^*,s_2^*) הוא שיווי משקל נאש היחיד, אז הוא ישרוד תהליך סילוק חוזר של אסטרטגיות הנשלטות חזק.

נוכיח את הטענה דרך השלילה.

נניח כי (s_1^*,s_2^*) שיווי משקל נאש, אבל הוא לא פתרון באסטרטגיות שולטות חזק. נניח כי s_1^* האסטרטגיה הראשונה לרדת בתהליך סילוק חוזר.

. כלומר , s_1^* ב- t_1 אשר שולטת אסטרטגיה, כלומר אם כן אז קיימת אסטרטגיה אם א

$$u_1(s_1^*, s_2) < u_1(t_1, s_2)$$
 (#1)

לכל אסטרטגיה s_2 אשר עדיין לא ירדה.

,(#1) פפרט, לכן , נמקחה. לכן אחרי אפילו אחרי אפילו (דער לפי ג s_2^{\ast} עדיין אפילו אפילו אפילו אפילו

$$u_1(s_1^*, s_2^*) < u_1(t_1, s_2^*)$$
 (#2)

. בסתירה לכך ש $s^*=(s_1^*,s_2^*)$ הוא תשובה טובה ביותר לכל שחקן

משפט 5.2

 $G = ((S_1, S_2), (u_1, u_2))$ נתון משחק של 2 שחקנים בצורה אסטרטגית

אם היחיד משקל נאש היחיד של המשחק. אז הוא השיווי השולטות באסטרטגיות אם (s_1^*,s_2^*)

הוכחה: נוכיח את הטענה דרך השלילה.

נניח כי (s_1^*,s_2^*) הוא הווקטור אסטרטגיות היחיד להישאר אחרי סילוק חוזר אבל הוא לא שיווי משקל נאש. אז ב אסטרטגיה הווקטור אסטרטגיות היחיד להישאר אחרי אז ב אסטרטגיה הווקטור אסטרטגיות היחיד להישאר אחרי איז ב אסטרטגיה הווקטור אסטרטגיות היחיד להישאר אחרי היחיד להישאר אחרי היחיד לא שיווי משקל נאש.

$$u_1\left(s_1^*, s_2^*\right) < u_1\left(s_1, s_2^*\right)$$
 (#3)

עבורה אסטרטגיה אחרת אסטרטגיה קיימת חוזק, לכן ההכרח חוזק, שיחוק בהליך אחרת נמחק אסטרטגיה s_1

$$u_1(s_1, s_2) < u_1(s'_1, s_2)$$
 (#4)

לכל האסטרטגיות מתוך מתוך האסטרטגיות מתול הנשארות s_2 מתוך לכל האסטרטגיות עדיין עדיין אדיין שארת, לכן לפי (#4), s_2^{\star} עדיין נשארת, לכן לפי

$$u_1(s_1, s_2^*) < u_1(s_1', s_2^*)$$
 (#5)

.(#3) אם $s_1'=s_1^*$ אז אז $s_1'=s_1^*$

. אחרת, קיימת $s_1^{\prime\prime}$ אשר שולטת חזק ב- $s_1^{\prime\prime}$ בגלל ש $s_1^{\prime\prime}$ לא שורדת ההליך סילוק חוזר. $s_1^{\prime\prime}$ בקום ($s_1^{\prime\prime}$) ($s_1^{\prime\prime}$) (קבל במקום ($s_1^{\prime\prime}$) ($s_1^{\prime\prime}$) (קבל

$$u_1(s_1', s_2) < u_1(s_1'', s_2)$$
 . (#4')

$$u_1(s_1', s_2^*) < u_1(s_1'', s_2^*)$$
 (#5')

5.3 אסטרטגיות נשלטות חלש

הגדרה 5.5 אסטרטגיה נשלטת חלש במשחק 2 שחקנים

הגדרה $\, 2 \,$ אסטרטגיה נשלטת חלש במשחק $\, 2 \,$ שחקנים

נתון משחק עם שני שחקנים 1 ו- 2. נניח כי S_1 מסמן קבוצת האסטרטגיות האפשריות של 1,

- 2 מסמן קבוצת האסטרטגיות של S_2 -ו
- אם א שחקן $t_1 \in S_1$ אסטרטגיה אסטרטגיה ושלטת נשלטת נשלטת $\sigma_1 \in S_1$ אסטרטגיה $\sigma_1 \in S_1$

$$u_1(\sigma_1, s_2) \le u_1(t_1, s_2)$$

 $.s_2 \in S_2$ לכל

אם ע"י שחקן אם אחקן אם אחקן אם אחקן אחקן אחקן אחקן אחקן אסטרטגיה \bullet שחקן שחקן אחקן אחקן אסטרטגיה אסטרטגיה שחקן אחקן א

$$u_2(s_1, \sigma_2) \le u_2(s_1, t_2)$$

 $.s_1 \in S_1$ לכל

הגדרה 5.7 אסטרטגיה נשלטת חלש במשחק 3 שחקנים

נתון משחק עם שלוש שחקנים 1, 2 ו- 3. נניח כי

1 מסמן קבוצת האסטרטגיות האפשריות של S_1

על של האפשריות האסטרטגיות מסמן קבוצת אסטרטגיות אסטרטגיות S_2

3 ו- מסמן קבוצת האסטרטגיות האפשריות של או- S_3

אם אחקן $t_1 \in S_1$ של אסטרטגיה ושלטת על נשלטת שחקן של שחקן של $\sigma_1 \in S_1$ אסטרטגיה \bullet

$$u_1(\sigma_1, s_2, s_3) \le u_1(t_1, s_2, s_3)$$

 $.s_3 \in S_3$ לכל $s_2 \in S_2$ ולכל

אם על שחקן $t_2 \in S_2$ אסטרטגיה אסטרטגיה נשלטת לשלטת נשלטת פשלטת שחקן אסטרטגיה ס $\sigma_2 \in S_2$

$$u_2(s_1, \sigma_2, s_3) < u_2(s_1, t_2, s_3)$$

 $s_3 \in S_3$ ולכל $s_1 \in S_1$

אם אחקן $t_3 \in S_3$ של שחקן $t_3 \in S_3$ אסטרטגיה שחקן $t_3 \in S_3$ של שחקן $\sigma_3 \in S_3$

$$u_3(s_1, s_2, \sigma_3) \le u_3(s_1, s_2, t_3)$$

 $s_2 \in S_2$ ולכל $s_1 \in S_1$

דוגמה 5.1 ()

נתון משחק בצורה אסטרטגית הבאה:

MI	L	R
T	1, 2	2,3
B	2,2	2,0

I	II	L	R					_		
				$T \preceq B$	MI	T.	R	DIT	MI	I.
l	T	1 2	2	$\xrightarrow{T \preceq B}$	$I \sim$	L	16	$R \prec L$	I^{\sim}	L
l	1	1, 4	2, 0		R	22	$\frac{2,0}{2}$		R	2.2
	R	2.2	2,0]	D	2,2	$\frac{2}{2}$, 0			2,2
١	D	4,4	$ \Delta, 0 \rangle$							

דוגמה 5.2 (השפעת סדר הסילוק של אסטרטגיות נשלטות חלש)

I^{II}	L	C	R
T	1, 2	2,3	0,3
M	2, 2	2, 1	3, 2
B	2, 1	0,0	1,0

פתרון:

I^{II}	L	C	R		> II	I	C	R]	711	I	C		711	I	C
T	1, 2	2, 3	0, 3	$T \preceq M$	$\frac{I}{M}$	$\frac{L}{2}$	2 1	2.0	$R \preceq L$	$\frac{I}{M}$	$\frac{L}{2}$	2 1	$L \preceq R$	$\frac{I}{M}$	$\frac{L}{2}$	$\frac{0}{2}$
M	2, 2	2, 1	3, 2		M D	$\frac{2,2}{2}$	2, 1	3, 4		M	2, 2	2, 1		IVI D	2, 4	$\frac{2}{0}$
B	2.1	0.0	1.0		D	Z, 1	0,0	1,0		D	Z, 1	0,0		D	\angle , 1	0,0

ML :תוצאת התהליך

.(2,2) .תשלום:

I^{II}	L	C	R		711	I	C	R	I Z D	711	R				_
T	1, 2	2, 3	0, 3	$B \preceq M$	$\frac{I}{T}$	1 2	2 3	0.3	$C \stackrel{L \subseteq R}{\leq R}$	$\frac{I}{T}$	0.3	$T \prec M$	I^{II}	R	
M	2, 2	2, 1	3, 2		M	2 2	$\frac{2}{9}$ 1	3 9		M	3 2		M	3,2	
В	2, 1	0,0	1,0		IVI	2,2	۷, 1	3, 2		IVI	3, 2				

.MR :תוצאת התהליך

(3,2) תשלום:

5.4 קשר בין אסטרטגית שולטת ואסטרטגית מקסמין

משפט 5.3

אז שלו, אז אסטרטגיות האחרות שלו, אול שחקן שני שחקנים, אם אסטרטגיה של שחקן שלו שחקנים, אם אסטרטגיה שלו שלו שחקנים, או

- אטרטגית מקסמין שלו. היא אסטרטגית σ_1
- . היא תשובה טובה ביותר לכל ווקטור אסטרטגיות של שאר השחקנים. σ_1

הוכחה:

.1 נניח כי σ_1 היא אסטרטגית שולטת ל נניח כי (א

-ש כך 2 בד שחקן אסטרטגיה של אסטרט $t_2 \in S_2$ יהת תהי

$$u_1(\sigma_1, t_2) = \min_{s_2 \in S_2} u_1(\sigma_1, s_2)$$

מכאן

$$\min_{s_2 \in S_2} u_1(\sigma_1, s_2) = u_1(\sigma_1, t_2) \geq u_1(s_1, t_2) \geq \min_{s_2 \in S_2} u_1(s_1, s_2)$$

כלומר

$$\min_{s_2 \in S_2} u_1(\sigma_1, s_2) \ge \min_{s_2 \in S_2} u_1(s_1, s_2) \ .$$

לפיכד

$$\min_{s_2 \in S_2} u_1(\sigma_1, s_2) = \max_{s_1 \in S_1} \min_{s_2 \in S_2} u_1(s_1, s_2) .$$

.1 אבל שחקן מקסמין מקסמין היא לכן . $\max_{s_1 \in S_1} \min_{s_2 \in S_2} u_1(s_1,s_2) = \underline{\mathbf{v}}_1$ אבל

בא מתקיים $s_2 \in S_2$ מתקיים

$$u_1(s_1, s_2) \le u_1(\sigma_1, s_2)$$
,

1 שחרן של האסטרטגיות ביותר של האסטרטגיות אחרות אחרות σ_1 של שחקן אולטת האסטרטגיות האסטרטגיות האחרות אחרות s_1 של שחרות ביותר של השחקן אחרות לכל אסטרטגיה של השחקן ביותר של האחרות אחרות האחרות של האחרות אחרות של האחרות של האחרות האחרות של האחרות האחרות של האחרות של האחרות האחרות של האחרות של האחרות האחרות האחרות של האחרות הודת האחרות האחרות האחרות האח

5.4 משפט

2 במשחק שני שחקנים, אם לשחקן 1 יש אסטרטגיה s_1^* השולטת חלש על שאר האסטרטגיות שלו, ולשחקן ולשחקן s_2^* השולטת חלש על כל שאר האסטרטגיות שלו, אז

- א) שיווי משקל, אסטרטגיות (s_1^*,s_2^*) שיווי משקל,
- .2 היא אסטרטגית מקסמין לשחקן 1 ו- s_2^* היא אסטרטגית מקסמין לשחקן s_1^*

הוכחה:

 s_2^* -ו 1 ווקטור אסטרטגיות עבורו s_1^* שולטת חלש על כל שאר האסטרטגיות אסטרטגיות של נניח כי (s_1^*, s_2^*) ווקטור אסטרטגיות של שחקן שולטת חלש על כל שאר האסטרטגיות של שחקן

אם כן אז לפי משפט 5.3 (חלק 2) למעלה, s_1^* תשובה טובה ביותר של שחקן 1 ו- s_2^* תשובה טובה ביותר של שחקן 2, כלומר

$$u_1(s_1^*, s_2^*) \ge u_1(s_1, s_2^*)$$

לכל $s_1 \in S_1$ לכל

$$u_2(s_1^*, s_2^*) \ge u_2(s_1^*, s_2)$$

לכל שיווי משקל. $s^* = (s_1^*, s_2^*)$ הוא נקודת שיווי משקל. $s_2 \in S_2$ לכל לכל

ב) לפי משפט 5.3 (חלק 1), s_1^* היא אסטרטגית מקסמין של שחקן s_2^* ו- s_2^* היא אסטרטגית מקסמין של שחקן לפיכך הווקטור $s^*=(s_1^*,s_2^*)$ הוא ווקטור אסטרטגיות מקסמין.

משפט 5.5

 $G = ((S_1, \ldots, S_n), (u_1, \ldots, u_n))$ נתון משחק של שחקנים בצורה אסטרטגית

אם הווקטור אסטרטגיות s^* פתרון משקל איווי משקל $s^*=(s_1^*,\dots,s_n^*)$ אם הווקטור אסטרטגיות השולטות איווי משקל משקל איווי משקל איזק.

הוכחה:

משפט זו אומר שאם הווקטור אסטרטגיות $s^*=(s_1^*,\dots,s_n^*)$ הוא שיווי משקל נאש, אז אז ישרוד תהליך סילוק חוזר של אסטרטגיות הנשלטות חזק.

נוכיח את הטענה דרך השלילה.

נניח כי (s_1^*,\dots,s_n^*) שיווי משקל נאש אבל הוא לא פתרון באסטרטגיות שולטות חזק. אם כן אז תהי s_i^* האסטרטגיה הראשונה שנמחקה בתהליך סילוק חוזר. ז"א קיימת אסטרטגיה $t_i\in S_i$ אשר שולטת חזק ב- s_i^* , כלומר

$$u_i(s_1, \dots, s_i^*, \dots, s_n) < u_i(s_1, \dots, t_i, \dots, s_n)$$
 (#1)

לכל $s_1,\ldots,s_{i-1},s_{i+1},\ldots,s_n$ לכל

, לכן, s_i^* בפרט, האסטרטגיות $s_i^*,\dots,s_{i-1}^*,s_{i+1}^*,\dots,s_n^*$ עדיין נשארים בתהליך אחרי שנמקחה אסטרטגיה s_i^* לפי (#1),

$$u_i(s_1^*, \dots, s_i^*, \dots, s_n^*) < u_i(s_1^*, \dots, t_i, \dots, s_n^*)$$
 (#2)

בסתירה לכך ש (s_1^*,\dots,s_n^*) הוא תשובה טובה ביותר לכל שחקן.

משפט 5.6

 $G = \left(\left(S_1,\ldots,S_n
ight),\left(u_1,\ldots,u_n
ight)
ight)$ נתון משחק של שחקנים בצורה אסטרטגית

אם ווקטור אסטרטגיות s^* הוא פתרון באסטרטגיות השיווי משקל $s^*=(s_1^*,\dots,s_n^*)$ הוא השיווי משקל היחיד של המשחק.

הוכחה: נוכיח את הטענה דרך השלילה.

נניח כי (s_1^*,\dots,s_n^*) הוא הווקטור אסטרטגיות היחיד שנשארת אחרי סילוק חוזר, אבל הוא לא שיווי משקל. אם כן אז בהכרח קיימת אשטרטגיה s_i של שחקן i עבורה

$$u_i(s_1^*, \dots, s_i^*, \dots, s_n^*) < u_i(s_1^*, \dots, s_i, \dots, s_n^*)$$
 (#3)

 s_i -האסטרטגיה s_i ממחקה במהלך התהליך סילוק חוזר. לכן בהכרח קיימת אסטרטגיה אשר שולטת חזק ב האסטרטגיה כלומר

$$u_i(s_1, \dots, s_i, \dots, s_n) < u_i(s_1, \dots, s_i', \dots, s_n)$$
 (#4)

. חוזר. בתהליך סילוק אשר נשארות $s_1,\ldots,s_{i-1},s_{i+1},\ldots s_n$ לכל

,(#4) נפארות שהורדנו s_i^* אחרי שהורדנו ($s_1^*,\dots,s_{i-1}^*,s_{i+1}^*,\dots,s_n^*$ לכן, לפי (אם בפרט, האסטרטגיות

$$u_i(s_1^*, \dots, s_i, \dots, s_n^*) < u_i(s_1^*, \dots, s_i', \dots, s_n^*)$$
 (#5)

.(#3) אם $s_i'=s_i^*$ אז (#5) אם $s_i'=s_i^*$

 s_i' -ם אז קיימת עוד אסטרטגיה s_i'' אשר שולטת חזק ב- אם לא אז קיימת (4#) ו- (5#) נקבל

$$u_i(s_1, \dots, s'_i, \dots, s_n) < u_i(s_1, \dots, s''_i, \dots, s_n)$$
 (#4')

$$u_i(s_1^*, \dots, s_i', \dots, s_n^*) < u_i(s_1^*, \dots, s_i'', \dots, s_n^*)$$
 (#5')

.(#3) אס ליד שנגיע עד שנגיע אז התהליך אם (#3). אם אס סותר את (#3) אס (#5') אז $s_i''=s_i^*$ אס אס אס אס איז (#3).

הוכחת המשפט: במשחק n שחקנים \star 5.6 אסטרטגיה השולטת על שאר אסטרטגיות של שחקן היא אסטרטגית מקסמין

5.7 משפט

במשחק n שלו, אז שלו, אם אסטרטגיות אם אחקנים, אם שחקן σ_i של שחקן שלו, אז במשחק ח

- אטרטגית מקסמין שלו. היא אסטרטגית σ_i
- . היא תשובה טובה ביותר לכל ווקטור אסטרטגיות של שאר השחקנים σ_i

הוכחה:

i נניח כי σ_i היא אסטרטגית השולטת על כל שאר האסטרטגיות אסטרטגית נניח יהי $t_{-i} \in S_{-i}$ ווקטור אסטרטגיות כך ש

$$u_i(\sigma_i, t_{-i}) = \min_{s_{-i} \in S_{-i}} u_i(\sigma_i, s_{-i})$$

מכאן

$$\min_{s_{-i} \in S_{-i}} u_i(\sigma_i, s_{-i}) = u_i(\sigma_i, t_{-i}) \ge u_i(s_i, t_{-i}) \ge \min_{s_{-i} \in S_{-i}} u_i(s_i, s_{-i})$$

כלומר

$$\min_{s_{-i} \in S_{-i}} u_i(\sigma_i, s_{-i}) \ge \min_{s_{-i} \in S_{-i}} u_i(s_i, s_{-i}) .$$

לפיכד

$$\min_{s_{-i} \in S_{-i}} u_i(\sigma_i, s_{-i}) = \max_{s_i \in S_i} \min_{s_{-i} \in S_{-i}} u_i(s_i, s_{-i}) \ .$$

i אבל σ_i אבל .max $\min_{s_i \in S_i} u_i(s_i, s_{-i}) = \underline{\mathbf{v}}_i$ אבל אסטרטגית אסטרטגית אסטרטגית אסטרטגית אבל

ב) לכל $s_{-i} \in S_{-i}$ מתקיים

$$u_i(s_i, s_{-i}) \le u_i(\sigma_i, s_{-i}) ,$$

לכל i שחרן של ביותר טובה טובה האסטרטגיות לכן אין. לכן σ_i של שחקן אחרן אסטרטגיות של שאר אסטרטגיות של שאר השחקנים. ווקטור אסטרטגיות של שאר השחקנים.

משפט 5.8

במשחק n שחקנים, אם לכל שחקן יש אסטרטגיה s_i^st ששולטת חלש כל האסטרטגיות האחרות שלו, אז

- , שיווי משקל, שיווי אסטרטגיות (s_1^*,\cdots,s_n^*) שיווי משקל,
 - .i היא אסטרטגית מקסמין לכל אחקן s_i^*

הוכחה:

i נניח כי (s_1^*,\cdots,s_n^*) ווקטור אסטרטגיות עבורו ווקטור s_i^* שולטת עבורו אסטרטגיות ווקטור אסטרטגיות אז לפי משפט 5.7 (חלק 2) למעלה, s_i^* תשובה טובה ביותר של שחקן s_i^* , כלומר

$$u_i(s_1^*, \dots, s_i^*, \dots, s_n^*) \ge u_i(s_1^*, \dots, s_i, \dots, s_n^*)$$

. לכל $s^*=(s_1^*,\cdots,s_n^*)$ הוא נקודת שיווי משקל. $s_i\in S_i$ לכל

הוא $s^*=(s_1^*,\cdots,s_n^*)$ הוא לפיכך הווקטור היא אסטרטגית מקסמין של שחקן היא אסטרטגית היא אסטרטגית מקסמין. לפי משפט 1.7 ווקטור אסטרטגיות מקסמין.