

16/07/2023
09 : 00 – 12 : 00

חדו"א 1 למדעי המחשב

מועד ב'

מרצה: ד"ר ירמיהו מילר

תשע"ג סמסטר ב'

השאלון מכיל עמודים (כולל עמוד זה וכולל דף נוסחאות).

בהצלחה!

הנחיות למדור בחינות שאלוני בחינה

- לשאלון הבחינה יש לצרף מחברת.
- ניתן להשתמש במחשבון מדעי לא גרפי עם צג קטן.

חומר עזר

- דף נוסחאות מצורף לשאלון (עמודים בפורמט A4).

אחר / הערות

יש לענות על השאלות באופן הבא:

- יש לנמק היטב כל שלב של פתרון. תשובה ללא הסבר וללא נימוק, אפילו נכונה, לא תתקבל.
- שאלות 1,2 - יש לענות על כל השאלות!
- שאלות 3,4,5,6 - יש לענות **שלוש** שאלות בלבד מתוך **ארבע**.
- שאלות 7,8 - יש לענות על שאלה **אחת** בלבד מתוך **שתיים**.

שאלות 1 ו-2 - חובה!

שאלה 1 (21 נקודות)

(א) (18 נק') חקרו באופן מלא את הפונקציה $f(x) = e^{-x/2}(x^2 - 1)$ (תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, סימני הפונקציה, זוגיות, אסימפטוטות, תחומי עליה וירידה, נקודות קיצון, תחומי קמירות ונקודות פיתול) וציירו את סקיצת הגרף של הפונקציה.

(ב) (3 נק') שרטטו את גרף הפונקציה $|f(x)|$.

שאלה 2 (24 נקודות)

פתרו 2 מתוך 3 האינטגרלים הבאים:

(א) (12 נק') $\int \cos^4 x \sin^3 x \, dx$

(ב) (12 נק') $\int \frac{2x + 2}{x^3 + 2x^2 + 2x} \, dx$

(ג) (12 נק') $\int_1^e \frac{1}{x [1 + (\ln x)^2]} \, dx$

ענו על 3 מתוך 4 השאלות 3 – 6

שאלה 3 (15 נקודות)

(א) (12 נק')

חשבו את פולינום מקלורן מסדר 2 של הפונקציה הפרמטרית הבאה:

$$x(t) = e^{3t} - 8, \quad y(t) = t^2 + 7t + 12.$$

(ב) (3 נק') עבור אילו ערכים של a תהיה לפונקציה $f(x) = 3^{\frac{a}{|x|}}$ נקודת אי רציפות סליקה?

שאלה 4 (15 נקודות)

(א) (10 נק') חשבו את הגבולות הבאים:

(1) (5 נק') $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (1 + 3 \cot x)^{4 \tan x}$

(2) (5 נק') $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \sqrt{e^x}}{x + e^x}$

(ב) (5 נק') הוכיחו כי $x^5 > 5 \ln x - 1$.

שאלה 5 (15 נקודות)

(א) (10 נק')

מצאו את משוואות המשיק והנומרל של הפונקציה $e^{-7x}y(x) + xe^{-3x} - (x-2)^3 = 0$ בנקודה $x = 2$.

(ב) (5 נק') הוכיחו כי האינטגרל $\int_{\pi}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2} dx$ מתכנס. נמקו את התשובה שלכם.

שאלה 6 (15 נקודות)

(א) (5 נק')

חשבו על סמך המשמעות הגיאומטרית את

$$\int_{-2}^6 dx |\min(x, 4x)|.$$

(ב) (5 נק')

חשבו את הנפח של הגוף המתקבל ע"י סיבוב סביב ציר ה- x של הגרף של הפונקציה $y = |x^2 - x|$ בקטע $x \in [0, 2]$.

(ג) (5 נק') הוכיחו כי למשוואה $2 \sin^{13} x + 8x^7 = -100x$ קיים פתרון יחיד.

ענו על 1 מתוך 2 השאלות 7 – 8

שאלה 7 (10 נקודות)

הנקודה P נמצאת על הקו של הפונקציה $y = 9 - x^2$ בתחום $x > 0$. המשיק לגרף של הפונקציה הזאת חותך את ציר ה- x בנקודה A ואת ציר ה- y בנקודה B . ראשית הצירים מסומן ב- O . מצאו את הקואורדינטות של הנקודה P כך שהשטח של המשולש OAB יהיה מינימלי וחשבו את השטח.

שאלה 8 (10 נקודות)

הוכיחו כי לכל $x > 0$ מתקיים

$$1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} < \sqrt{1+x} < 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{16}.$$

פתרונות

שאלה 1

שאלה 2

שאלה 3

שאלה 4

שאלה 5

שאלה 6

(א)

שאלה 7

שאלה 8