

## חדו"א 2

מועד מיוחד

מרצה: ד"ר ירמיהו מילר.

תשפ"ד סמסטר ב'

השאלון מכיל 10 עמודים (כולל עמוד זה וכולל דף נוסחאות).

**בהצלחה!**

### הנחיות למדור בחינות שאלוני בחינה

- לשאלון הבחינה יש לצרף מחברת.
- ניתן להשתמש במחשבון מדעי לא גרפי עם צג קטן.

### חומר עזר

- דפי נוסחאות של הקורס (7 עמודים בפורמט A4), מצורפים לשאלון.

### אחר / הערות

יש לענות על השאלות באופן הבא:

- יש לנמק היטב כל שלב של פתרון. תשובה ללא הסבר וללא נימוק, אפילו נכונה, לא תתקבל.
- שאלות 1,2 - יש לענות על **כל** השאלות!
- שאלות 3,4,5,6 - יש לענות **שלוש** שאלות בלבד מתוך **ארבע**.
- שאלות 7,8 - יש לענות על שאלה **אחת** בלבד מתוך **שתיים**.

**שאלות 2 – 1 חובה**

**שאלה 1** (20 נקודות) נתונה הפונקציה  $f(x, y) = 2x^3 + y^2 - 2xy - 4x + 3$ .

(א) (10 נק') מצאו ומיינו את כל נקודות האקסטרים (נקודות קיצון ואוכף) המקומיות של הפונקציה.

(ב) (10 נק') מצאו את הערך הקטן ביותר ואת הערך הגדול ביותר של  $f(x, y)$  בתחום החסום על ידי הקווים הנקודות  $A(0, 0), B(2, 0), C(0, 3)$ .

**שאלה 2** (22 נקודות)

(א) (11 נק') ציירו את התחום האינטגרציה, שנו את סדר האינטגרציה וחשבו:

$$\int_0^1 dy y \int_{y-1}^{1-y} dx .$$

(ב) (11 נק') מצאו את תחום ההתכנסות של הטור

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2 \cdot 2^{2n}} .$$

האם הטור מתכנס ב-  $x = -4$ ? נמקו את תשובתכם.

**תענו על 3 מתוך 4 השאלות 3 – 6**

**שאלה 3** (16 נקודות)

(א) (8 נק') החליפו את סדר האינטגרציה:  $\int_0^4 dy \int_{\frac{3y}{4}}^{\sqrt{25-y^2}} dx f(x, y)$ .

(ב) (8 נק') פתרו את המשוואה הדיפרנציאלית  $x^2(1-y)y' = -y^2(1+x)$ .

**שאלה 4** (16 נקודות) נתונה הפונקציה  $z = \ln \left( \frac{x + \sqrt{y} - 1}{2y\sqrt{x}} \right)$

(א) מצאו את הנגזרת הכיוונית  $\frac{\partial z}{\partial MO}$  בנקודה  $M(4, 1)$  כאשר  $O(0, 0)$ .

(ב) מצאו נקודה  $M \neq P \in \mathbb{R}^2$  כך ש-  $\left. \frac{\partial z}{\partial MP} \right|_M = 0$

(ג) מצאו את הכיוון בו הנגזרת הכיוונית בנקודה  $M(4, 1)$  מקבלת את ערכה המקסימלי וחשבו את הנגזרת המקסימלית.

## שאלה 5 (16 נקודות)

(א) (12 נק') שרטטו את גוף החסום על ידי המשטחים

$$z = y^2 + 1, \quad z = 0, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad 2x + 3y = 6.$$

ומצאו את נפחו.

(ב) (4 נק') קבעו התכנסות בהחלט, בתנאי או התבדרות של הטור  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + 1}$  בנקודה  $M(1, 2, 2)$ .

## שאלה 6 (16 נקודות)

(א) (8 נק') הוכיחו כי הישר  $\left. \begin{aligned} 5x - 3y + 2z - 5 &= 0 \\ 2x - y - z - 1 &= 0 \end{aligned} \right\}$  נמצא על המישור  $4x - 3y + 7z - 7 = 0$

(ב) (8 נק') מצאו את ההיטל של הנקודה  $P(6, -\frac{1}{3}, 8)$  על המישור  $4x - 3y + 7z - 7 = 0$ .

## פתור אחת מבין השאלות 7 – 8

## שאלה 7 (10 נקודות)

מצאו את תחום ההתכנסות של הטור  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3^n + (-2)^n}{n} \right) (x + 1)^n$

## שאלה 8 (10 נקודות)

נתונות הנקודות  $A(1, 0, 2)$ ,  $B(3, 4, 4)$ . על הישר העובר דרך הנקודות  $A, B$  מצאו את הנקודה הקרובה ביותר למשטח  $x^2 + y^2 = 1$