

תרגילים: אי-כריעות

שאלה 1 נתונה השפה הבאה: $L = \{\langle M \rangle \mid |L(M)| \geq 3\}$. כלומר L מכילה קידודים של מכונות שמקבלות לפחות 3 מילים שונות. הוכיחו כי $L \notin R$ ע"י רדוקציה מ- L_{acc} .

תשובות

שאלה 1

פונקצית הרדוקציה:

$$f(x) = \begin{cases} \langle M' \rangle & x = \langle M, w \rangle \\ \langle M_\emptyset \rangle & x \neq \langle M, w \rangle \end{cases}$$

כאשר M_\emptyset היא מ"ט הדוחה כל קלט ו- M' היא מ"ט שעל כל קלט y , מתעלמת מ- y ומריצה את M על w ועונה כמוה.

אבחנה:

$$L(M') = \begin{cases} \Sigma^* & w \in L(M) \\ \emptyset & w \notin L(M) \end{cases}$$

נכונות הרדוקציה:

נוכיח כי

$$x \in L_{\text{acc}} \Leftrightarrow f(x) \in L_{\geq 3}.$$

$$\begin{aligned} \text{אם } x \in L_{\text{acc}} &\Leftrightarrow x = \langle M, w \rangle \text{ ו- } w \in L(M) \Leftrightarrow f(x) = \langle M' \rangle \text{ ולפי האבחנה } L(M') = \Sigma^* \text{ ולכן} \\ &\Leftrightarrow f(x) \in L_{\geq 3} \Leftrightarrow |L(M')| = \infty. \end{aligned}$$

$$\text{אם } x \notin L_{\text{acc}} \Leftrightarrow \text{שני מקרים:}$$

$$\text{מקרה 1: } x \neq \langle M, w \rangle \Leftrightarrow f(x) = \langle M_\emptyset \rangle \Leftrightarrow |L(M_\emptyset)| = 0 \Leftrightarrow f(x) \notin L_{\geq 3}.$$

$$\text{מקרה 2: } x \neq \langle M, w \rangle \text{ ו- } w \notin L(M) \Leftrightarrow f(x) = \langle M' \rangle \text{ ולפי האבחנה } L(M') = \emptyset \Leftrightarrow |L(M')| = 0 \Leftrightarrow f(x) \notin L_{\geq 3}.$$

לסיכום, הוכחנו רדוקציה $L_{\text{acc}} \leq L_{\geq 3}$ ולכן ממשפט הרדוקציה, מכיוון ש- $L_{\text{acc}} \notin R$, מתקיים $L_{\geq 3} \notin R$.