

## חישוביות וסיבוכיות

### מועד א'

ד"ר ירמיהו מילר,

סמסטר ב, תשפ"ה

מספר העמוד הנוכחי ומספר העמודים הכולל בשאלון מופיעים בתחתית כל עמוד. בהצלחה!

### הנחיות למדור בחינות

### שאלוני בחינה

- ☒ לשאלון הבחינה יש לצרף מחברת.
- ☐ לשאלון הבחינה יש לצרף כריכה בלבד.
- ☐ יש להחזיר את השאלון ביחד עם המחברת/כריכה.

### שימוש במחשבוני

- ☐ ניתן להשתמש במחשבון.
- ☒ לא ניתן להשתמש במחשבון.

### חומר עזר

- ☒ לא ניתן להשתמש בחומר עזר כלל.
- ☐ ניתן להשתמש בחומר עזר/דף נוסחאות, כמפורט:
- ☐ הבחינה עם חומר פתוח ☒ מותר להשתמש בכל חומר עזר מודפס או כתוב.

עמוד 1 מתוך 5

## הנחיות רגילות

נא קראו בעיון את ההנחיות הבאות בטרם תתחילו לפתור את הבחינה. מומלץ לקרוא בקצרה את כלל השאלות לפני שמתחילים לפתור את הבחינה. ניתן לענות על השאלות בכל סדר שתרצו.

1. המבחן כולל 5 שאלות. יש לענות על כולן.
2. שאלות הבחינה שוות משקל - כל שאלה 20 נקודות.
3. כתבו הוכחות מלאות ומפורטות. אל תדלגו על שלבים.
4. המבחן כולל נספחים, לשימושכם. הסתייעו בהם במידת הצורך.
5. הקפידו על כתב יד ברור וקריא.
6. הקפידו לרשום בגדול ובבירור את מספר השאלה / סעיף בראש העמוד.
7. כתבו את פתרונותיכם במחברות שקיבלתם. רק הן נבדקות!
8. ניתן לקחת את השאלון כאשר הבחינה מסתיימת.

בהצלחה!

## הנחיות פרטניות למילואימניקים

נא קראו בעיון את ההנחיות הבאות בטרם תתחילו לפתור את הבחינה. מומלץ לקרוא בקצרה את כלל השאלות לפני שמתחילים לפתור את הבחינה. ניתן לענות על השאלות בכל סדר שתרצו.

1. המבחן כולל 5 שאלות. יש לענות על 4 מתוך ה-5 שאלות.
2. שאלות הבחינה שוות משקל - כל שאלה 25 נקודות.
3. מילואימניק יכתוב בדפים שנסרקים - "משויך למתווה המילואים".
4. כתבו הוכחות מלאות ומפורטות. אל תדלגו על שלבים.
5. המבחן כולל נספחים, לשימושכם. הסתייעו בהם במידת הצורך.
6. הקפידו על כתב יד ברור וקריא.
7. הקפידו לרשום בגדול ובבירור את מספר השאלה / סעיף בראש העמוד.
8. כתבו את פתרונותיכם במחברות שקיבלתם. רק הן נבדקות!
9. ניתן לקחת את השאלון כאשר הבחינה מסתיימת.

בהצלחה!

עמוד 2 מתוך 5

## הבחינה

### שאלה 1: מכונות טיורינג (20 נקודות)

#### סעיף א' (10 נקודות)

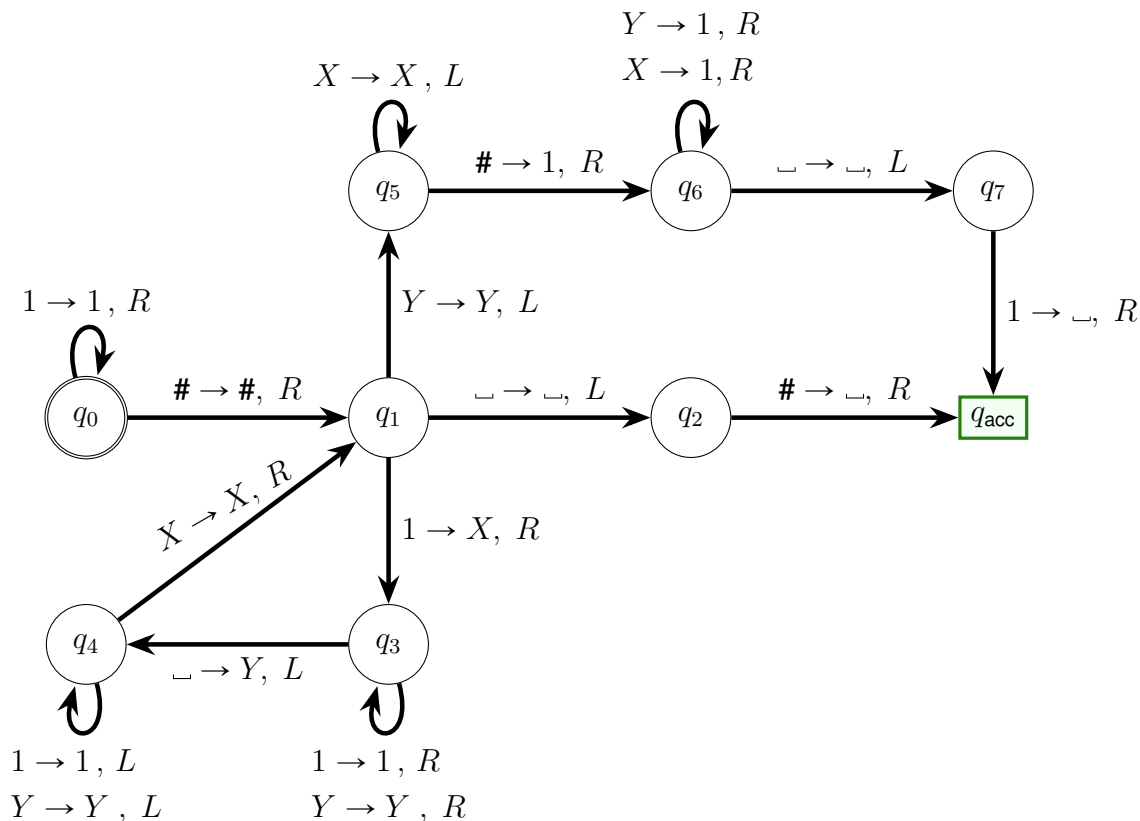
נתונה השפה הבאה:

$$L = \{\sigma w \sigma \mid \sigma \in \{a, b\}^*, w \in \{a, b\}^*\}$$

תארו מכונת טיורינג עם סרט יחיד שמכריעה את השפה בעזרת תרשים מצבים בלבד ולא בדרכים אחרות.

#### סעיף ב' (10 נקודות)

בתרשים הבא, נתונה מכונת טיורינג  $M$ . המכונה מקבלת כקלט שני מספרים בבסיס אונרי, מופרדים  $\#$ . בהינתן קלט  $1^i \# 1^j$ , כאשר  $i, j \in \mathbb{N}$ , מהי הפונקציה  $f$  שהמכונה מחשבת? כל המעברים שאינם מצויינים בתרשים עוברים למצב דחיה.



## שאלה 2: סגירות של שפות כריעות (20 נקודות)

בהינתן השפה  $L$ . השפה  $L^*$  מוגדרת:

$$L^* = \{\varepsilon\} \cup \{w = w_1 w_2 \cdots w_k \mid \forall 1 \leq i \leq k, w_i \in L\}$$

בהינתן מכונת טיורינג  $M$  המכריעה שפה  $L$ . בנו מכונת טיורינג אי דטרמיניסטית  $M^*$  המכריעה את השפה  $L^*$ .

## שאלה 3: אי כריעות (20 נקודות)

סעיף א' (12 נקודות)

תהי  $\hat{L}$  השפה

$$\hat{L} = \{ \langle M_1, M_2, M_3 \rangle \mid L(M_1) \subset L(M_2) \subset L(M_3) \}$$

הוכיחו כי  $\hat{L} \notin R$ .

סעיף ב' (8 נקודות)

קבעו אם הטענה הבאה נכונה, לא נכונה או שקולה לבעיה פתוחה:  
לכל שלוש שפות  $L_1, L_2, L_3$  אם  $L_1 \leq L_2$  וגם  $L_1 \leq L_3$  אזי  $L_1 \leq (L_2 \cap L_3)$ .

## שאלה 4: $NP$ - שלמות (20 נקודות)

לכל אחת מהטענות הבאות, קבעו אם הטענה נכונה, לא נכונה, או שקולה לבעיה פתוחה.

סעיף א' (5 נקודות)

אם  $L_{\text{Halt}} \in P$  אזי  $L_{\text{acc}} \in P$ .

סעיף ב' (5 נקודות)

אם  $B$  היא בעיה  $NP$ -קשה וגם  $A$  היא בעיה  $NP$ -קשה, אזי קיימת רדוקציה  $A \leq_P B$ .

סעיף ג' (5 נקודות)

לכל שפה  $L \in R$  כך ש- $L \neq \Sigma^*$  וגם  $L \neq \emptyset$ , קיימת רדוקציה  $\bar{L} \leq L$ .

סעיף ד' (5 נקודות)

אם  $A \leq_P B$  ו- $B \leq_P C$  אזי  $A \leq_P C$ .

## שאלה 5: סיבוכיות זמן (20 נקודות)

בעיית  $HAMCYCLE$  (מעגל המילטוני) מוגדרת באופן הבא:  
בהינתן גרף מכוון  $G = (V, E)$ , האם  $G$  מכיל מעגל שעובר בכל קודקוד בגרף פעם אחת בדיוק?

בעיית  $HAMPATH$  (מסלול המילטוני) מוגדרת באופן הבא:  
בהינתן גרף מכוון  $G = (V, E)$  ושני קודקודים  $s, t \in V$ , האם  $G$  מכיל מסלול המילטוני מ- $s$  ל- $t$ ?

### סעיף א' (8 נקודות)

בנו מכונת טיורינג אי דטרמיניסטית המכריעה את  $HAMCYCLE$  בזמן פולינומיאלי.

### סעיף ב' (12 נקודות)

הוכיחו כי  $HAMPATH \leq_p HAMCYCLE$ .