

חישוביות וסיבוכיות

מועד ג'

ד"ר ירמיהו מילר,

סמסטר ב, תשפ"ה

מספר העמוד הנוכחי ומספר העמודים הכולל בשאלון מופיעים בתחתית כל עמוד. בהצלחה!

הנחיות למדור בחינות

שאלוני בחינה

- ☒ לשאלון הבחינה יש לצרף מחברת.
- ☐ לשאלון הבחינה יש לצרף כריכה בלבד.
- ☐ יש להחזיר את השאלון ביחד עם המחברת/כריכה.

שימוש במחשבוני

- ☐ ניתן להשתמש במחשבון.
- ☒ לא ניתן להשתמש במחשבון.

חומר עזר

- ☒ לא ניתן להשתמש בחומר עזר כלל.
- ☐ ניתן להשתמש בחומר עזר/דף נוסחאות, כמפורט:
- ☐ הבחינה עם חומר פתוח ☑ מותר להשתמש בכל חומר עזר מודפס או כתוב.

עמוד 1 מתוך ??

הנחיות רגילות

נא קראו בעיון את ההנחיות הבאות בטרם תתחילו לפתור את הבחינה. מומלץ לקרוא בקצרה את כלל השאלות לפני שמתחילים לפתור את הבחינה. ניתן לענות על השאלות בכל סדר שתרצו.

1. המבחן כולל 5 שאלות. יש לענות על כולן.
2. שאלות הבחינה שוות משקל - כל שאלה 20 נקודות.
3. כתבו הוכחות מלאות ומפורטות. אל תדלגו על שלבים.
4. המבחן כולל נספחים, לשימושכם. הסתייעו בהם במידת הצורך.
5. הקפידו על כתב יד ברור וקריא.
6. הקפידו לרשום בגדול ובבירור את מספר השאלה / סעיף בראש העמוד.
7. כתבו את פתרונותיכם במחברות שקיבלתם. רק הן נבדקות!
8. ניתן לקחת את השאלון כאשר הבחינה מסתיימת.

בהצלחה!

הנחיות פרטניות למילואימניקים

נא קראו בעיון את ההנחיות הבאות בטרם תתחילו לפתור את הבחינה. מומלץ לקרוא בקצרה את כלל השאלות לפני שמתחילים לפתור את הבחינה. ניתן לענות על השאלות בכל סדר שתרצו.

1. המבחן כולל 5 שאלות. יש לענות על 4 מתוך ה-5 שאלות.
2. שאלות הבחינה שוות משקל - כל שאלה 25 נקודות.
3. מילואימניק יכתוב בדפים שנסרקים - "משויך למתווה המילואים".
4. כתבו הוכחות מלאות ומפורטות. אל תדלגו על שלבים.
5. המבחן כולל נספחים, לשימושכם. הסתייעו בהם במידת הצורך.
6. הקפידו על כתב יד ברור וקריא.
7. הקפידו לרשום בגדול ובבירור את מספר השאלה / סעיף בראש העמוד.
8. כתבו את פתרונותיכם במחברות שקיבלתם. רק הן נבדקות!
9. ניתן לקחת את השאלון כאשר הבחינה מסתיימת.

בהצלחה!

עמוד 2 מתוך ??

הבחינה

שאלה 1: מכונות טיורינג (20 נקודות)

סעיף א' (10 נקודות)

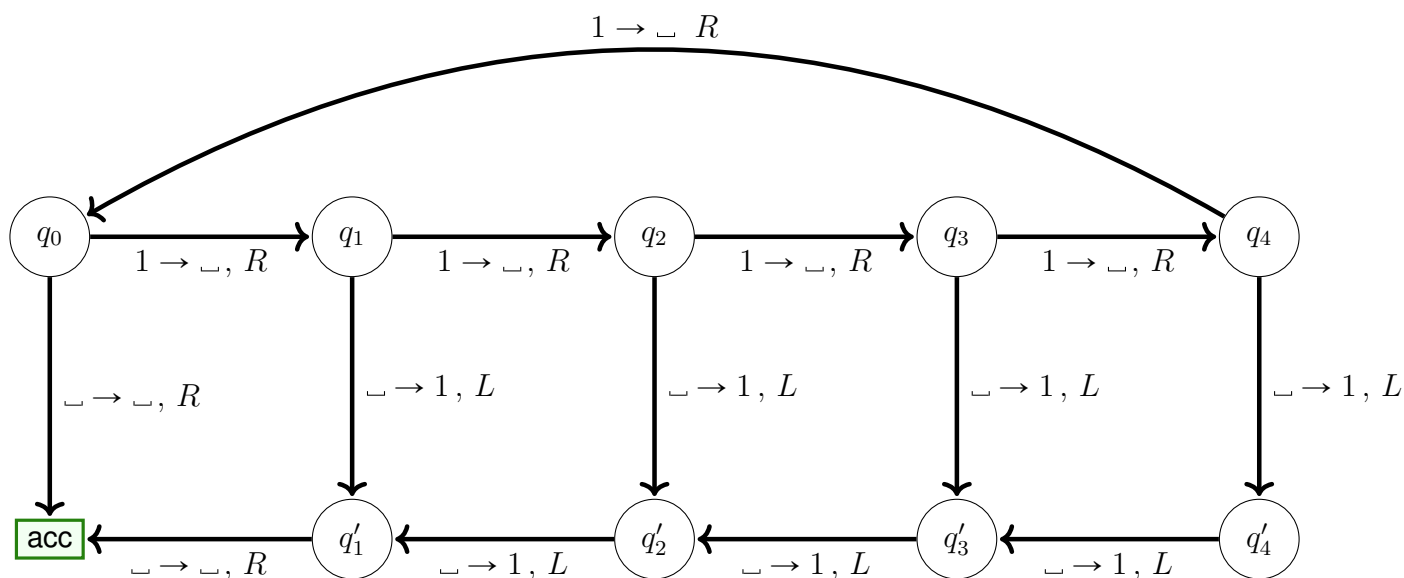
נתונה השפה הבאה:

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#a_w \neq \#b_w\}$$

תארו מכונת טיורינג עם סרט יחיד שמכריעה את השפה בעזרת תרשים מצבים בלבד ולא בדרכים אחרות.

סעיף ב' (10 נקודות)

בתרשים הבא, נתונה מכונת טיורינג M . המכונה מקבלת כקלט מספר בבסיס אונרי. בהינתן קלט 1^i , כאשר $i \in \mathbb{N}$, מהי הפונקציה f שהמכונה מחשבת? כל המעברים שאינם מצויינים בתרשים עוברים למצב דחיה.



שאלה 2: סגירות של שפות כריעות (20 נקודות)

תהי L שפה. הוכיחו או הפריכו ע"י דוגמה את כל הטענות הבאות:

עמוד 3 מתוך ??

סעיף א' (10 נקודות)
אם $L \in R$ אזי גם $\bar{L} \in R$, כשאר \bar{L} היא השפה המשלימה של L .

סעיף ב' (10 נקודות)
אם $L \in R$ אזי גם $L^* \in R$, כשאר L^* היא הוכב-קליני של L .

שאלה 3: אי כריעות (20 נקודות)

סעיף א' (12 נקודות)

נתונה השפה הבאה:

$$\hat{L} = \{ \langle M \rangle \mid |L(M)| \text{ סופי} \}$$

הוכיחו כי $\hat{L} \notin RE$.

סעיף ב' (8 נקודות)

הוכיחו או הפריכו ע"י דוגמה נגדית את הטענה הבאה:
תהי L שפה. אם $L \in RE$ וגם $\bar{L} \notin RE$ אזי $L \in RE \setminus R$.

שאלה 4: NP - שלמות (20 נקודות)

לכל אחת מהטענות הבאות, הוכיחו או הפריכו ע"י דוגמה נגדית:

סעיף א' (5 נקודות)

אם $L_{acc} \notin NP$ אזי $L_{halt} \notin NP$.

סעיף ב' (5 נקודות)

קיים אלגוריתם המקבל כקלט נוסחה ϕ מצורת $3-CNF$ מעל המשתנים x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 ומכריע בזמן פולינומיאלי האם ϕ ספיקה.

סעיף ג' (5 נקודות)

לכל שתי בעיות NP -שלמות A ו- B , מתקיים $A \leq_P B$.

סעיף ד' (5 נקודות)

תהי L שפה. אם $L \leq \bar{L}$ אזי $L \in R$ או $L \notin RE$.

שאלה 5: סיבוכיות זמן (20 נקודות)

בהינתן גרף $G = (V, E)$ לא מכוון. אומרים כי הגרף G הוא k -צביע אם ניתן לצבוע את הקודקודים שלו ב- k צבעים (או פחות) כך ששני קודקודים סמוכים אינם צבועים באותו צבע. נגדיר את השפות הבאות:

$$kCOLOR = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ גרף לא מכוון } k\text{-צביע} \}$$
$$(k+1)COLOR = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ גרף לא מכוון } (k+1)\text{-צביע} \}$$

הוכיחו:

$$kCOLOR \leq_P (k+1)COLOR.$$

עמוד 5 מתוך ??