תרגילים 7: אי-כריעות

שאלה 1 מכילה קידודים של מכונות שמקבלות . $L=\left\{\langle M\rangle\ \middle|\ |L(M)|\geq 3\right\}$ נתונה השפה הבאה: $L=\{L(M), |L(M)|\geq 3\}$ ע"י רדוקציה מ- גלים שונות. הוכיחו כי $L\notin R$ ע"י רדוקציה מ-

שאלה לבעיה שקולה לבעיה נכונה, לא נכונה או שקולה לבעיה פתוחה: $L_1 \leq (L_2 \cap L_3)$ אזי $L_1 \leq L_2$ אם L_1, L_2, L_3 אזי לכל שלוש שפות

תשובות

שאלה 1

פונקצית הרדוקציה:

$$f(x) = \begin{cases} \langle M' \rangle & x = \langle M, w \rangle \\ \langle M_{\emptyset} \rangle & x \neq \langle M, w \rangle \end{cases}$$

w כאשר M_\emptyset היא מ"ט הדוחה כל קלט ו- M' היא מ"ט שעל כל קלט y, מתעלמת מ- y ומריצה את M על w ועונה מ"ט הדוחה כל קלט ו- M' היא מ"ט שעל כל קלט איז מ"ט הדוחה כל קלט ו- M' היא מ"ט שעל כל קלט איז מ"ט הדוחה כל קלט ו- M' היא מ"ט שעל כל קלט איז מ"ט הדוחה כל קלט ו- M' היא מ"ט שעל כל קלט איז מ"ט הדוחה כל קלט ו- M' היא מ"ט שעל כל קלט איז מ"ט הדוחה כל קלט ו- M' היא מ"ט הדוחה כל קלט ו- M' היא מ"ט הדוחה כל קלט ו- M' היא מ"ט שעל כל קלט איז מ"ט הדוחה כל קלט ו- M' היא מ"ט שעל כל קלט ו- M' היא מ"ט הדוחה ביש היא מ"ט מ"ט היא מ

אבחנה:

$$L\left(M'\right) = \begin{cases} \Sigma^* & w \in L(M) \\ \emptyset & w \notin L(M) \end{cases}$$

נכונות הרדוקציה:

נוכיח כי

$$x \in L_{\mathrm{acc}} \Leftrightarrow f(x) \in L_{>3}$$
.

ולכן $L\left(M'
ight)=\Sigma^*$ ולכן $f(x)=\langle M'
angle$ \iff $w\in L(M)$ -1 $x=\langle M,w
angle$ \iff $x\in L_{\mathrm{acc}}$ אם $f(x)=\langle M'
angle$ \Leftrightarrow $f(x)\in L_{\geq 3}$ \iff $|L\left(M'
ight)|=\infty$

אם אם $\Leftarrow x \notin L_{\mathrm{acc}}$ אם

$$f(x)
otin L_{\geq 3} \quad \Leftarrow \quad |L\left(M_{\emptyset}
ight)| = 0 \quad \Leftarrow \quad f(x) = \langle M_{\emptyset}
angle \quad \Leftarrow \quad x
otin \langle M, w
angle \quad \underline{:}$$
 מקרה ב

 $|L\left(M'\right)|=0\quad \Leftarrow\quad L\left(M'\right)=\emptyset$ ולפי האבחנה $f(x)=\langle M'\rangle\quad \Leftarrow\quad w\notin L(M)$ ולפי האבחנה בינ בינ האבחנה $f(x)=\langle M'\rangle$ ולפי האבחנה בינ בינ האבחנה בינ האבחנ

 $L_{\geq 3}
otin R$ מתקיים, מרדוקציה, מכיוון ש- בולכן ממשפט ולכן ולכן מתקיים ולכן לסיכום, הוכחנו רדוקציה ולכן ממשפט הרדוקציה, מרדוקציה אולכן מתקיים

שאלה 2

הטענה לא נכונה. דוגמה נגדית:

$$L_1 = L_{\text{halt}} \; , \qquad L_2 = L_{\text{acc}} \; , \qquad L_3 = \overline{L_{\text{acc}}} \; .$$

 $L_1 \leq L_2$ מתקיים לכן $L_{\mathsf{halt}} \leq L_{\mathsf{acc}}$ מתקיים

$$L_1 \leq L_3$$
 לכן לכן $L_{\mathsf{halt}} \leq \overline{L_{\mathsf{acc}}}$ בנוסף

-מצד שני: $\emptyset\in R$ אזי $L_{
m halt}\in \mathcal{L}$ ומכיוון ש- $L_{
m halt}\in \mathcal{L}$ אזי בסתירה לכך בסתירה לכך ש- $L_{
m halt}\in \mathcal{L}$ ולכן $L_{
m halt}\notin R$