עבודה עצמית 7

שאלה 1 לכל אחד של המשחקים שני שחקנים סכום אפב הבאים. מצאו את הערך של המשחק והאסטרטגיות האופטימליות.

א)

II \ I	L	R
T	-1	-4
B	-3	3

ב)

II \ I	L	R
T	5	8
B	5	1

ג)

II \ I	L	R
T	5	4
B	2	3

ד)

II \ I	L	R
T	4	2
B	2	9

ה)

II \ I	L	R
T	5	4
B	5	6

ו)

II \ I	L	R
T	7	7
B	3	10

שאלה 2 נתון המשחק הבא בצורה אסטרטגית.

II \ I	L	R
T	$1,0$	$-1,1$
B	$0,1$	$0,0$

הוכיחו כי השיווי משקל היחיד של המשחק הוא $\left[\frac{1}{2}(T),\frac{1}{2}(B)\right]$, $\left[\frac{1}{2}(L),\frac{1}{2}(R)\right]$.

פתרונות

<u>שאלה 1</u>

א) ערך של המשחק באסטרטגיות מעורבות: $\mathrm{v} = -\frac{5}{3}$.

אסטרטגיות אופטימלית של שחקן 1: $\left[\frac{2}{3}(T), \frac{1}{3}(B)\right]$.

אסטרטגיות אופטימלית של שחקן 2: $\left[\frac{7}{9}(L), \frac{2}{9}(R)\right]$.

ב) ערך של המשחק באסטרטגיות מעורבות: $\mathrm{v} = 5$.

אסטרטגיות אופטימלית של שחקן 1: $\left[x^*(T), (1-x^*)(B) | x^* \in \left[\frac{4}{7}, 1\right]\right]$.

אסטרטגיות אופטימלית של שחקן 2: L.

ג)

ערך של המשחק באסטרטגיות מעורבות: $\mathrm{v} = 4$.

אסטרטגיות אופטימלית של שחקן 1: T.

אסטרטגיות אופטימלית של שחקן 2: R.

ד)

ערך של המשחק באסטרטגיות מעורבות: $\mathrm{v} = \frac{32}{9}$.

אסטרטגיות אופטימלית של שחקן 1: $\left[\frac{7}{9}(T), \frac{2}{9}(B))\right]$.

אסטרטגיות אופטימלית של שחקן 2: $\left[\frac{7}{9}(L), \frac{2}{9}(R))\right]$.

ה)

ערך של המשחק באסטרטגיות מעורבות: $\mathrm{v} = 5$.

אסטרטגיות אופטימלית של שחקן 1: $\left[x^*(T), (1-x^*)(B) | x^* \in [0, \frac{1}{2}]\right]$.

אסטרטגיות אופטימלית של שחקן 2: L.

ו)

ערך של המשחק באסטרטגיות מעורבות: $\mathrm{v} = 7$.

אסטרטגיות אופטימלית של שחקן 1: T.

אסטרטגיות אופטימלית של שחקן 2: $\left[y^*(L),(1-y^*)(R)|y^*\in[\frac{3}{7},1]\right]$.

שאלה 2 פונקצית הועלת של שחקן 1:

$$U_1(x,y)=xy-x(1-y)=2xy-x\ .$$

$$U_2(x,y)=x(1-y)+(1-x)y=-2xy+x+y\ .$$

$$s_1^*(y)=\left\{x\in[0,1]\middle|U_1(x,y)\geq U_1(z,y)\forall z\in[0,1]\right\}\ .$$

$U_1(x,y)=x(2y-1)$.

לכל y קבוע כפונקציה ליניארית של x:

אם $y>\frac{1}{2}$ $\Leftarrow$ השיפוע חיובי $\Leftarrow$ לפונקציה יש מקסימום ב- $x=1$.

אם $y<\frac{1}{2}$ $\Leftarrow$ השיפוע שלילי $\Leftarrow$ לפונקציה יש מקסימום ב- $x=0$.

אם $y=\frac{1}{2}$ $\Leftarrow$ השיפוע שווה אפס $\Leftarrow$ לפונקציה יש מקסימום בכל $x\in[0,1]$.

לכן

$$s_1^*(y)=\begin{cases}1 & y>\frac{1}{2}\\ 0 & y<\frac{1}{2}\\ [0,1] & y=\frac{1}{2}\end{cases}\ .$$

$$s_2^*(x)=\left\{y\in[0,1]\middle|U_2(x,y)\geq U_2(x,z)\forall z\in[0,1]\right\}\ .$$

$U_2(x,y)=-2xy+x+y=y(-2x+1)+x$.

לכל x קבוע כפונקציה ליניארית של y:

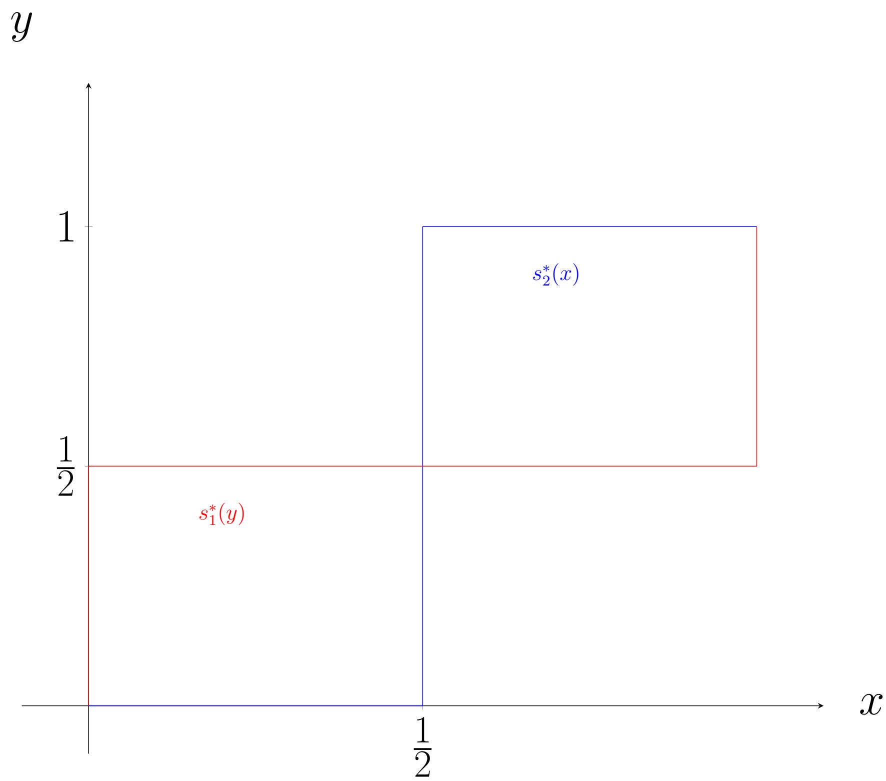
אם $x<\frac{1}{2}$ $\Leftarrow$ השיפוע חיובי $\Leftarrow$ לפונקציה יש מקסימום ב- $y=1$.

אם $x>\frac{1}{2}$ $\Leftarrow$ השיפוע שלילי $\Leftarrow$ לפונקציה יש מקסימום ב- $y=0$.

אם $x=\frac{1}{2}$ $\Leftarrow$ השיפוע שווה אפס $\Leftarrow$ לפונקציה יש מקסימום בכל $y\in[0,1]$.

לכן

$$s_2^*(x)=\begin{cases}1 & x>\frac{1}{2}\\ 0 & x<\frac{1}{2}\\ [0,1] & x=\frac{1}{2}\end{cases}\ .$$



(x^*, y^*) שיווי משקל אם ורק אם $x^* \in s_1^*(y)$ ו- $y^* \in s_2^*(x)$. הרי, לי הגרף, $x^* = \frac{1}{2} \in s_1^*(y)$ ו- $y^* = \frac{1}{2} \in s_2^*(x)$ לכן $s^* = (x^* = \frac{1}{2}, y^* = \frac{1}{2})$ נקודת שיווי משקל.