

עבודה עצמית 9

שאלה 1 שני יצרנים 1 ו-2 מייצרים אותו מוצר ומתרחים על שוק הקונים הפוטנציאליים. היצרנים מחליטים על הכמות שהם ייצרו, וההיצע הכולל קובע את מחיר המוצר, שהוא זהה לשני היצרנים. נסמן ב- q_1 וב- q_2 את הכמויות שמייצרים היצרנים 1 ו-2 בהתאמה. אזי הכמות הכוללת של המוצרים בשוק הוא $q_1 + q_2$. נניח כי המחיר של יחידה שווה ל- $P = a - q_1 - q_2$ כאשר $a = 2$ פרמטר הביקוש. עלות הייצור של יחידה ליצרן הראשון הוא ידיעה משותפת בין שני היצרנים ושווה ל- $c_1 = 1$. עלות הייצור של יחידה ליצרן השני ידוע ליצרן השני אך אינה ידוע ליצרן הראשון. כל שיצרן זה יודע הוא שהעלות שווה ל- $c_2^L = \frac{3}{4}$ (עלות יצור נמוך) בהסתברות $\theta = \frac{1}{2}$ או $c_2^H = \frac{5}{4}$ (עלות יצור גבוהה) בהסתברות $1 - \theta = \frac{1}{2}$.

האם קיים שיווי משקל בייסיאני במשחק זה? אם כן, מה הוא?

פתרונות

שאלה 1 כמות של יצרן 1: q_1 כמות של יצרן 2: q_2 .

מחיר ליחידה אחת של המוצר: $P = a - q_1 - q_2$.

עלות ליחידה לשחקן 1: $c_1 = 1$ והוא ידיעה משותפת.

עלות ליחידה לשחקן 2: $c_2 = c_2^H$ או $c_2 = c_2^L$ והוא ידוע לשחקן 2 ולא לשחקן 1.

עבור שחקן 1: $c_2 = c_2^L$ בהסתברות θ ו- $c_2 = c_2^H$ בהסתברות $1 - \theta$.

צורה בייסיאנית של המשחק:

$$\bullet N = \{1, 2\}$$

$$\bullet T_2 = \{c_2^H, c_2^L\}, T_1 = \{1\}$$

$$\bullet p_I(t_2 = c_2^L | t_1 = 1) = p_I(t_2 = c_2^L) = \theta$$

$$\bullet p_I(t_2 = c_2^H | t_1 = 1) = p_I(t_2 = c_2^H) = 1 - \theta$$

$$\bullet A_2 = \{q_2^H, q_2^L\}, A_1 = \{q_1\}$$

• פורנצית תשלום לשחקן 1:

$$u_1(s_1(t_1), s_2(t_2), t_1 = 1)$$

פורנצית תשלום לשחקן 2:

$$u_2(s_1(t_1), s_2(t_2), t_2)$$

•

$$s_1(t = 1) = q_1, \quad s_2(t_2 = c_2^L) = q_2^L, \quad s_2(t_2 = c_2^H) = q_2^H.$$

לשחקן 1, $s_2(t_2 = c_2^L) = q_2^L$ בהסתברות θ ו- $s_2(t_2 = c_2^H) = q_2^H$ בהסתברות $1 - \theta$.

$$u_1(s_1(t_1), s_2(t_2), t_1 = 1) = u_1(q_1, q_2^H, q_2^L) = q_1(a - q_1 - \theta q_2^L - (1 - \theta)q_2^H - c_1)$$

לשחקן 2, אם $c_2 = c_2^L$:

$$u_2(s_1(t_1), s_2(t_2 = c_2^L), t_2 = c_2^L) = u_2(q_1, q_2^L) = q_2^L(a - q_1 - q_2^L - c_2^L).$$

אם $c_2 = c_2^H$:

$$u_2(s_1(t_1), s_2(t_2 = c_2^H), t_2 = c_2^H) = u_2(q_1, q_2^H) = q_2^H(a - q_1 - q_2^H - c_2^H).$$

$$q_2^{H*} = \arg \max_{q_2^H \in [0, \infty)} u_2(q_1^*, q_2^H)$$

$$(u_2)'_{q_2^H} = a - c_2^H - q_1^* - 2q_2^H \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow q_2^{H*} = \frac{a - c_2^H - q_1^*}{2}.$$

$$(u_2)'_{q_2^L} = a - c_2^L - q_1^* - 2q_2^L \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow q_2^{L*} = \frac{a - c_2^L - q_1^*}{2}.$$

$$(u_1)'_{q_1} = a - 2q_1 - \theta q_2^{L*} - (1 - \theta)\theta q_2^{H*} - c_1 \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow q_1^* = \frac{a - \theta q_2^{L*} - (1 - \theta)\theta q_2^{H*} - c_1}{2}.$$

נציב $a = 2$, $c_2^L = \frac{3}{4}$, $c_2^H = \frac{5}{4}$ ו- $c_1 = 1$ במערכת זו ונקבל

$$q_1^* = \frac{1}{3}, \quad q_2^{H*} = \frac{5}{24}, \quad q_2^{L*} = \frac{11}{24}.$$

התשלומים הם:

$$\begin{aligned} u_1 \left(q_1^* = \frac{1}{3}, q_2^{H*} = \frac{5}{24}, q_2^{L*} = \frac{11}{24} \right) &= \frac{1}{9}, \\ u_2^H \left(q_1^* = \frac{1}{3}, q_2^{H*} = \frac{5}{24}, q_2^{L*} = \frac{11}{24} \right) &= \left(\frac{5}{24} \right)^2, \\ u_2^L \left(q_1^* = \frac{1}{3}, q_2^{H*} = \frac{5}{24}, q_2^{L*} = \frac{11}{24} \right) &= \left(\frac{11}{24} \right)^2. \end{aligned}$$