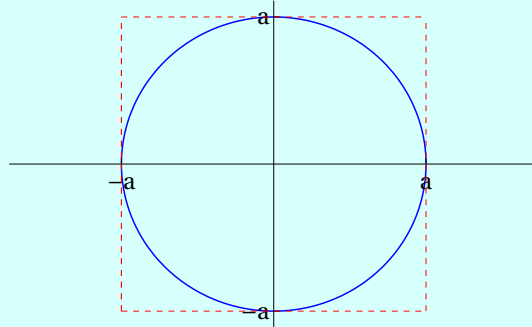


שיעור 7

חתכי חרוט, משטחים וקווי גובה

הגדרה 7.1 מעגל

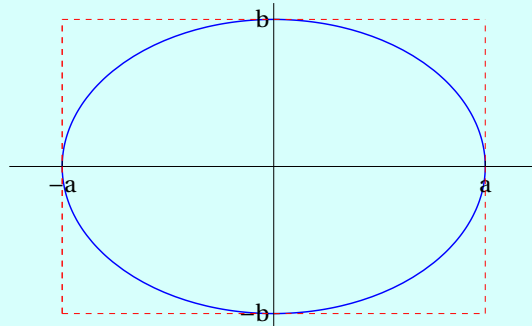


תחום הגדרה:

$$x^2 + y^2 = a^2 .$$

$$-\infty \leq x \leq \infty \quad -\infty \leq y \leq \infty$$

הגדרה 7.2 אליפסה

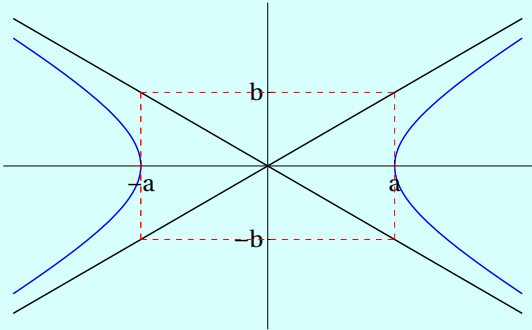


תחום הגדרה:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 .$$

$$-\infty \leq x \leq \infty \quad -\infty \leq y \leq \infty$$

הגדרה 7.3 היפרבולה 1

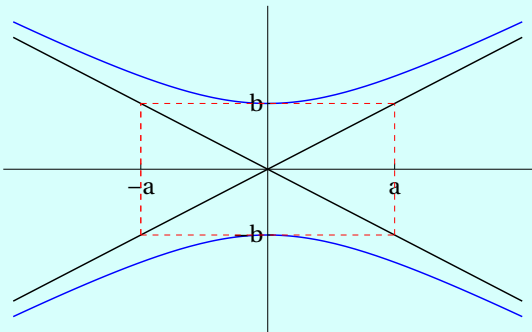


$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 .$$

תחום הגדרה:

$$x \geq a , \quad x \leq -a , \quad -\infty \leq y \leq \infty$$

הגדרה 7.4 היפרבולה 2



$$-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 .$$

תחום הגדרה:

$$-\infty \leq x \leq \infty \quad y \geq b , \quad y \leq -b .$$

הגדרה 7.5 קווי גובה

קו גובה הינו קו החתך של המשטח ע"י המישור האופקי $z = c$ כאשר $c \in \mathbb{R}$ מספר קבוע. מבחינה אנליטית: קו גובה $L_{f,c}$ של $f(x,y)$ הינו עקום המוגדר במישור xy ע"י המשוואה

$$f(x,y) = c .$$

דוגמה 7.1 פרבולויד של סיבוב מסביב ציר z

שרטטו את המשטח של הפונקציה

$$z = x^2 + y^2 .$$

פתרון:

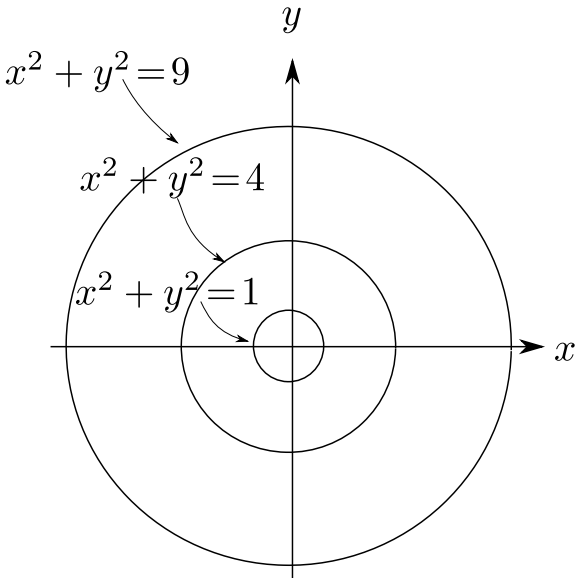
שלב 1. תחום הגדרה

$z \geq 0, \quad -\infty \leq x \leq \infty, \quad -\infty \leq y \leq \infty.$

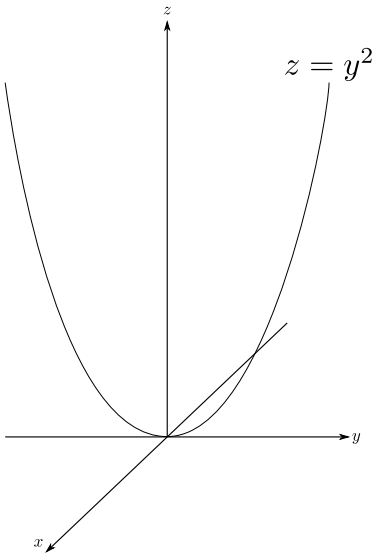
כלומר המשטח מוגדר רק מעל המישור $z = 0$.

שלב 2. קווי הגובה

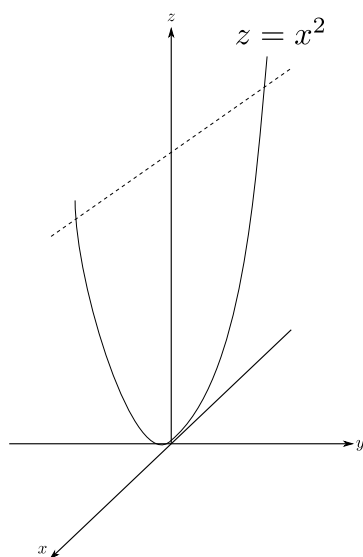
$z = c$	$f(x, y) = c$
$z = 0$	$x^2 + y^2 = 0$
$z = 1$	$x^2 + y^2 = 1$
$z = 4$	$x^2 + y^2 = 4$
$z = 9$	$x^2 + y^2 = 9$
$z = 16$	$x^2 + y^2 = 16$



שלב 3. שרטוט במישור $x = 0$.

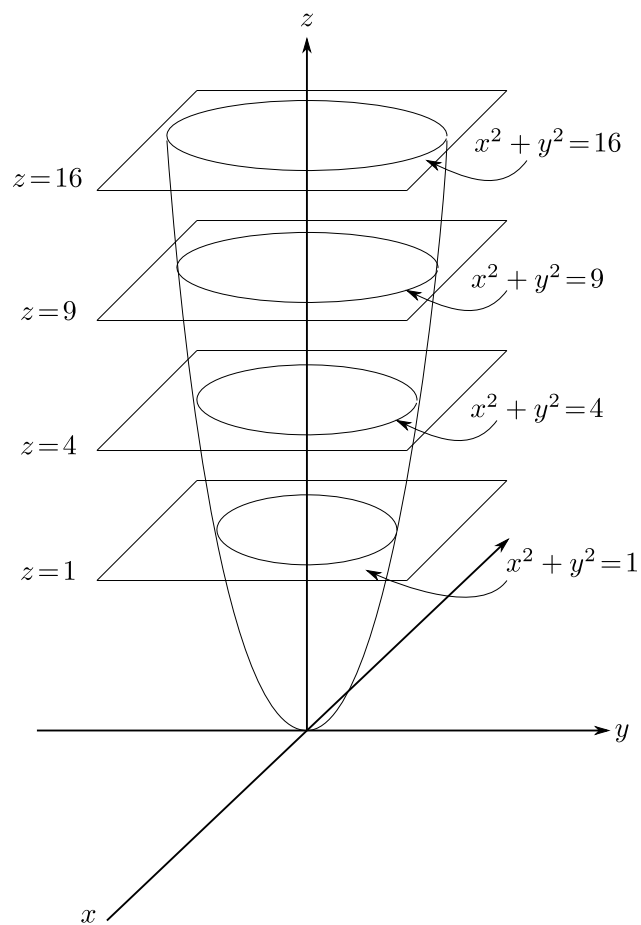


שלב 4. שרטוט במישור $y = 0$.



שלב 5. שרטוט של כל המשטח במערכת xyz

בסך הכל ניתן לשרטט את המשטח ע"י להשתלב את השרטוטים:



דוגמה 7.2 מעשנה כפולה

שרטטו את המשטח של הפונקציה

$$z = \sqrt{x^2 + y^2 - 9}, \quad z \geq 0.$$

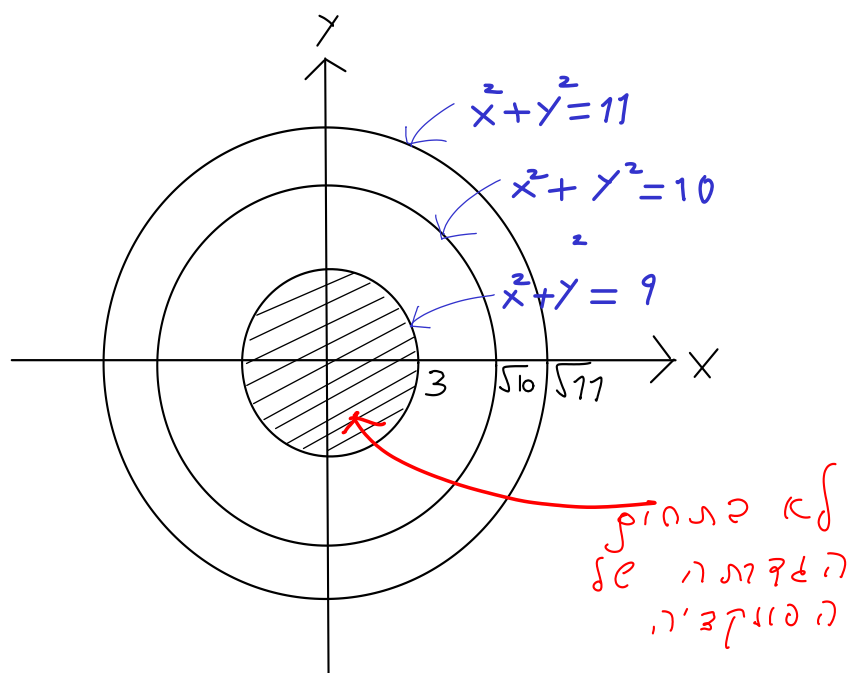
פתרון:

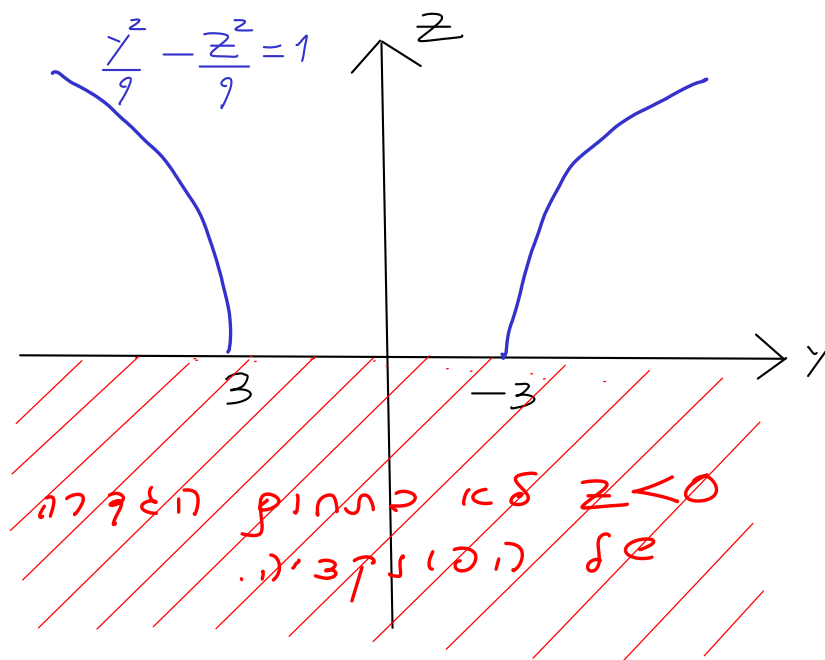
שלב 1. תחום הגדרה

$$x^2 + y^2 \geq 9$$

שלב 2. קווי הגובה

$z = c$	$f(x, y) = c$
$z = 0$	$x^2 + y^2 = 9$
$z = 1$	$x^2 + y^2 = 10$
$z = 2$	$x^2 + y^2 = 11$

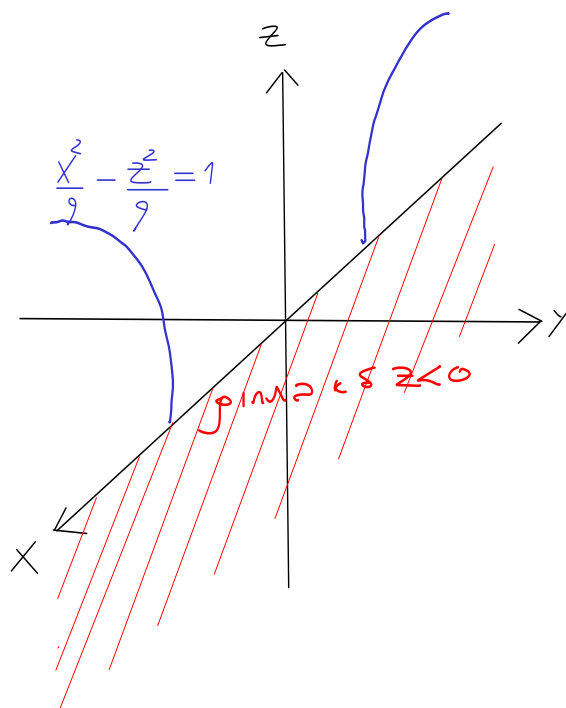
שלב 3. שרטוט במישור $x = 0$.



$$\frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{9} = 1$$

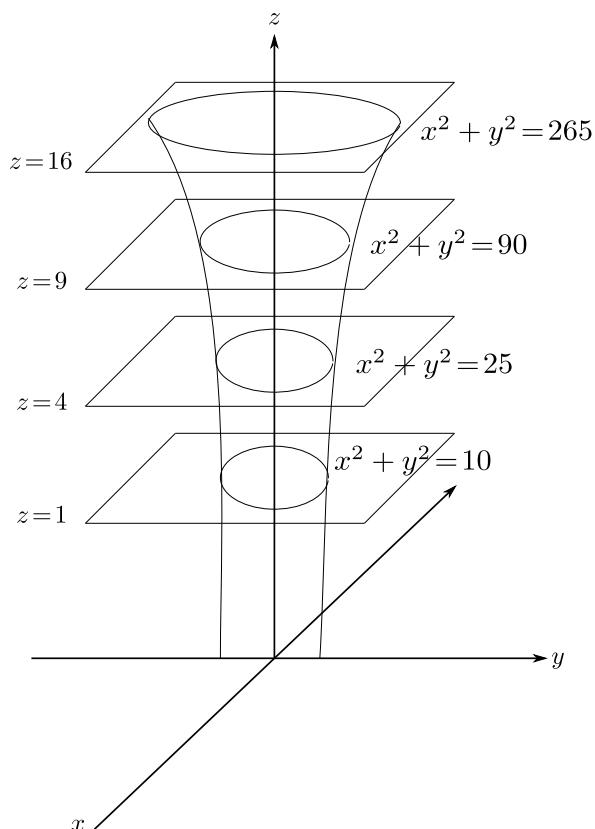
שלב 4. שרטוט במישור $y = 0$.

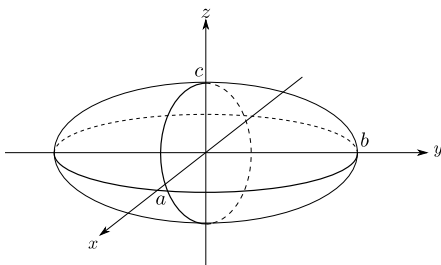
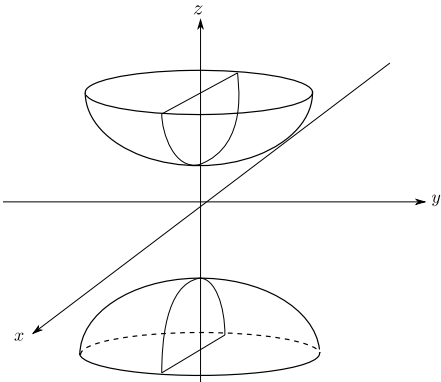
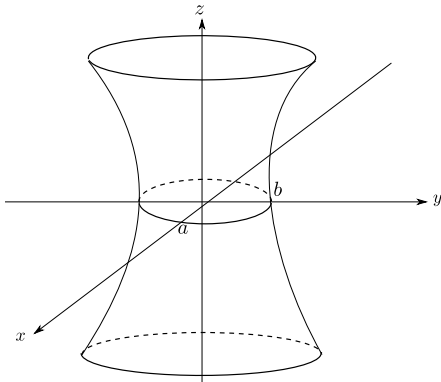
$$\frac{x^2}{9} - \frac{z^2}{9} = 1$$

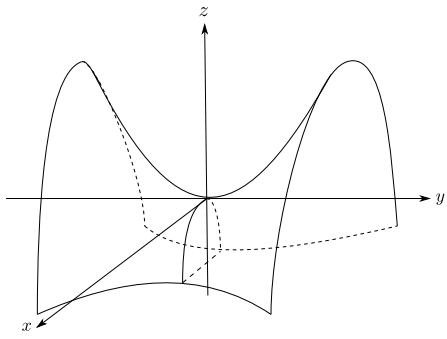
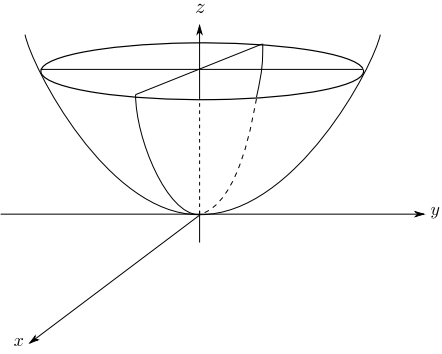
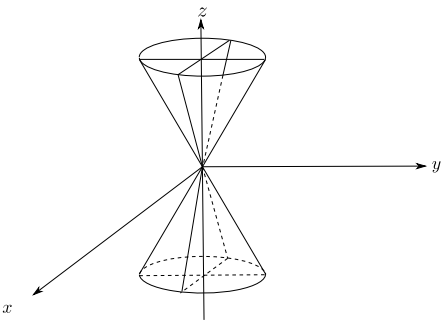


שלב 5. שרטוט של המשטח

בסך הכל ניתן לשרטט את המשטח ע"י להשתלב את השרטוטים:



<p>ספירה ($a = b = c = r$)</p>  $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$	<p>אליפסויד:</p> $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
<p>דו יריעת: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$</p> 	<p>חד יריעת: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$</p> 

<p>היפרבולי: $z = -\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$</p> 	<p>אליפטי: $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$</p> 	<p>פרבולויד:</p>
		<p>חרוט אליפטי: $z^2 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$</p>