

## דפי עזר

### 1 מחלקות החישוביות

$R$  = קבוצת כל השפות הכריעות.  
 $RE$  = קבוצת כל השפות הקבילות.  
 $CoRE$  = קבוצת כל השפות שהמשלימה שלהן קבילה.

### 2 משפטים בתורת החישוביות

• תכונות של מחלקות החישוביות:

1.  $RE \cap CoRE = R$ .
2. אם  $L \in RE$  וגם  $\bar{L} \in RE$  אזי  $L \in R$ .
3. אם  $L \in RE \setminus R$  אזי  $\bar{L} \notin RE$  (כי  $\bar{L} \in CoRE \setminus R$ ).

• משפט הרדוקציה: אם  $L_1 \leq L_2$  אזי:

- אם  $L_2 \in R$  אזי  $L_1 \in R$ .
- (באופן שקול: אם  $L_1 \notin R$  אזי  $L_2 \notin R$ ).
- אם  $L_2 \in RE$  אזי  $L_1 \in RE$ .
- (באופן שקול: אם  $L_1 \notin RE$  אזי  $L_2 \notin RE$ ).
- אם  $L_2 \in CoRE$  אזי  $L_1 \in CoRE$ .
- (באופן שקול: אם  $L_1 \notin CoRE$  אזי  $L_2 \notin CoRE$ ).

תכונות של רדוקציה: (מתקיים גם עבור רדוקציה חישובית  $\leq$  וגם עבור רדוקציה פולינומאלית  $\leq_p$ )

- לכל שפה  $L$  מתקיים:  $L \leq L$ .
- אם  $L_1 \leq L_2$  אזי  $\bar{L}_1 \leq \bar{L}_2$ .
- אם  $L_1 \leq L_2$  וגם  $L_2 \leq L_3$  אזי  $L_1 \leq L_3$ .
- לכל  $L \in R$  ולכל  $L'$  שאינה  $\emptyset, \Sigma^*$  מתקיים  $L \leq L'$ .

• משפט רייס: עבור כל תכונה  $S$  של שפות שאינה טריויאלית מתקיים:  $L_S \notin R$

- תכונה  $S$  לא טריויאלית היא קבוצה של שפות ב  $RE$  כך ש  $S \neq RE$  וגם  $S \neq \emptyset$ .
- $L_S = \{ \langle M \rangle \mid L(M) = S \}$

### 3 מחלקות הסיבוכיות

$P$  = קבוצת כל השפות שיש להן מ"ט דטרמיניסטית המכריעה אותן בזמן פולינומי.  
 $NP$  = קבוצת כל השפות שיש להן מ"ט אי-דטרמיניסטית המכריעה אותן בזמן פולינומי.  
 $CoRE$  = קבוצת כל השפות שהמשלימה שלהן שייכת ל-  $NP$ .

## 4 משפטים בתורת הסיבוכיות

- משפט הרדוקציה: אם  $L_1 \leq_P L_2$  אזי
  - אם  $L_2 \in P$  אזי  $L_1 \in P$ .
  - (באופן שקול: אם  $L_1 \notin P$  אזי  $L_2 \notin P$ ).
  - אם  $L_2 \in NP$  אזי  $L_1 \in NP$ .
  - (באופן שקול: אם  $L_1 \notin NP$  אזי  $L_2 \notin NP$ ).
- אם קיימת שפה  $L \in NPC$  (  $NP$  שלמה) כך ש-  $L \in P$  אזי  $P = NP$ .
- לכל  $L \in P$  ולכל  $L'$  שאינה  $\emptyset, \Sigma^*$  מתקיים:  $L \leq_P L'$ .

## 5 סיווג שפות ידועות - חישוביות

### 5.1 שפות שהן $RE \setminus R$

- $L_{acc} = \{ \langle M, w \rangle \mid w \text{ מוכנת טיורינג המקבלת את } M \}$
- $L_{Halt} = \{ \langle M, w \rangle \mid w \text{ מוכנת טיורינג שעוצרת על } w \}$
- $L_M = \{ \langle M, w \rangle \mid \langle M \rangle \text{ מוכנת טיורינג המקבלת את } \langle M \rangle \}$

### 5.2 שפות שהן $CoRE \setminus R$

- $L_E = \{ \langle M \rangle \mid L(M) = \emptyset \}$

### 5.3 שפות שהן לא ב- $RE$ ולא ב- $CoRE$

- $L_{\Sigma^*} = \{ \langle M \rangle \mid L(M) = \Sigma^* \}$
- $L_{EQ} = \{ \langle M_1, M_2 \rangle \mid L(M_1) = L(M_2) \}$

## 6 סיווג שפות ידועות - סיבוכיות

### 6.1 שפות שהן ב- $NPC$

- $SAT = \{ \langle \phi \rangle \mid \phi \text{ השמה מספקת ויש ל-} \phi \text{ השמה מספקת} \}$
- $3SAT = \{ \langle \phi \rangle \mid \phi \text{ השמה מספקת ובכל פסוקית יש בדיוק 3 ליטרלים} \}$
- $IS = \{ \langle G, k \rangle \mid G \text{ גרף לא מכוון המכיל קליקה בגודל } k \}$
- $VC = \{ \langle G, k \rangle \mid G \text{ גרף לא מכוון המכיל כיסוי בקודקודים בגודל } k \}$
- $HAMPATH = \{ \langle G, s, t \rangle \mid G \text{ גרף מכוון המכיל מסלול המילטוני מקודקוד } s \text{ לקודקוד } t \}$
- $HAMCYCLE = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ גרף מכוון המכיל מעגל המילטוני} \}$

**7 בעיות פתוחות בתורת הסיבוכיות:**

- האם  $P = NP$ ?
- האם  $CoNP = NP$ ?
- האם  $CoNP \cap NP = P$ ?