

חוبراַת תרגילים: אוטומטיים ושפות פורמליות

שאלה 1 נתונות השפות הבאות מעל הא"ב $\{0, 1\}$

$$L_1 = \{\varepsilon\} , \quad L_2 = \{110, 01\} , \quad L_3 = \emptyset , \quad L_4 = \{\varepsilon, 100\} , \quad L_5 = \{00, 11\} .$$

כתבו את הגדרת השפה לשפות הבאות:

$$L_1 L_2 \quad \text{(א)}$$

$$L_2 L_3 \quad \text{(ב)}$$

$$L_4 - L_1 \quad \text{(ג)}$$

$$L_2^2 \quad \text{(ד)}$$

$$L_5^R \quad \text{(ה)}$$

$$L_4^* \quad \text{(ו)}$$

$$L_1 \cup L_2^R \quad \text{(ז)}$$

$$(L_2 \cup L_5)^2 \quad \text{(ח)}$$

תשובות

שאלה 1

a) שרשור של L_1 (שפת המילה הריקה) עם L_2 . כיוון שרשור של כל מילה w עם ε נותן את w , השפה לא משתנה. לכן: $L_1L_2 = L_2 = \{110, 01\}$.

b) שרטור של שפה עם השפה הריקה (\emptyset). כיוון שאין אף מילה ב- L_3 שאפשר לשגרר למילות L_2 , התוצאה היא קבוצה ריקה: $L_2L_3 = \emptyset$.

c) הפרש קבוצות. אנחנו לוקחים את כל המילים ב- L_4 ומסירים מהן את המילים שנמצאות ב- L_1 (כלומר, מסירים את המילה הריקה ε): $\{100\} \setminus \{\varepsilon\} = \{100\}$.

d) שרטור של L_2 עם עצמה (L_2L_2). לוקחים כל מילה מ- L_2 ומשגררים לה כל מילה מ- :

$$110 + 110 = 110110 \bullet$$

$$110 + 01 = 11001 \bullet$$

$$01 + 110 = 01110 \bullet$$

$$01 + 01 = 0101 \bullet$$

$$\text{לכן: } L_2^2 = \{110110, 11001, 01110, 0101\}$$

e) היפוך (Reverse) של השפה L_5 . הופכים את סדר האותיות בכל מילה: 00 נשאר 1100 Nasar 11. $L_5^R = L_5 = \{00, 11\}$ (במקרה זה $L_5^R = L_5$).

f) סגור קליני (Kleene Star). זהה קבוצת כל השרטורים האפשריים (באורך כלשהו) של מילים מתוך L_4 . מכיוון ש- L_4 מכילה את המילה הריקה ואת "100", כל שרטור ביןיה ניב רצפים של "100" או את המילה הריקה עצמה.

$$L_4^* = \{\varepsilon, 100, 100100, 100100100, \dots\} = \{(100)^n \mid n \geq 0\}$$

g) איחוד של L_2 עם היפוך השפה:

$$L_1 = \{\varepsilon\} \bullet$$

$$L_2^R = \{011, 10\} \bullet$$

$$L_1 \cup L_2^R = \{\varepsilon, 011, 10\} \bullet$$

h) קודם נאיחוד את השפות ואז נשגרר את התוצאה עם עצמה:

$$L_2 \cup L_5 = \{110, 01, 00, 11\}$$

כעת נשגרר את הקבוצה זו עם עצמה (סעיף 16 צירופים אפשריים):

$$(L_2 \cup L_5)^2 = \{110110, 11001, 11000, 11011, 01110, \\ 0101, 0100, 0111, 00110, 0001, 0000, 0011, 11110, 1101, 1100, 1111\}$$