

חדו"א 2 למדמ"ח סמסטר ב' תשפ"ד שאלות שונות

שאלה 1 * עבור הפונקציה $f(x) = \frac{4x - 7}{x(x - 5)}$

- (א) מצאו את תחום ההגדרה, החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים, סימני הפונקציה.
- (ב) בררו את התנהגות הפונקציה באינסוף. האם קיימת אסימפטוטה אופקית? נמקו את תשובתכם.
- (ג) בררו את התנהגות הפונקציה סביב נקודות אי הגדרה. האם קיימת אסימפטוטה אנכית? נמקו את תשובתכם.
- (ד) ציירו את הסקיצה של גרף הפונקציה על סמך התוצאות של הסעיפים הקודמים.

שאלה 2 *

עבור הפונקציה $f(x) = \frac{2x}{1 - x^2}$

- (א) מצאו את תחום ההגדרה, החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים, סימני הפונקציה.
- (ב) בררו את התנהגות הפונקציה באינסוף. האם קיימת אסימפטוטה אופקית? נמקו את תשובתכם.
- (ג) בררו את התנהגות הפונקציה סביב נקודות אי הגדרה. האם קיימת אסימפטוטה אנכית? נמקו את תשובתכם.
- (ד) ציירו את הסקיצה של גרף הפונקציה על סמך התוצאות של הסעיפים הקודמים.

שאלה 3 *

עבור הפונקציה $f(x) = \frac{5}{x(x - 3)}$

- (1) מצאו את תחום ההגדרה, החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים, וסימני הפונקציה.
- (2) בררו את התנהגות הפונקציה באינסוף. האם קיימת אסימפטוטה אופקית? נמקו את תשובתכם.
- (3) בררו את התנהגות הפונקציה סביב נקודות אי הגדרה. האם קיימת אסימפטוטה אנכית? נמקו את תשובתכם.

4) ציירו את הסקיצה של גרף הפונקציה על סמך התוצאות של הסעיפים הקודמים.

פתרונות

שאלה 1

(א) תחום ההגדרה: $x \neq 0, 5$ נקודות חיתוך: $\left(\frac{7}{4}, 0\right)$

סימני הפונקציה:

x	$x < 0$	$0 < x < \frac{7}{4}$	$\frac{7}{4} < x < 5$	$x > 5$
$f(x)$	$-$	$+$	$-$	$+$

(ב)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x - 7}{x(x - 5)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4(x - 5) + 20 - 7}{x(x - 5)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4(x - 5)}{x(x - 5)} + \frac{13}{x(x - 5)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x} + \frac{13}{x(x - 5)} = 0^+$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x} + \frac{13}{x(x - 5)} = 0^-$$

(ג)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4x - 7}{x(x - 5)} = -\infty$$

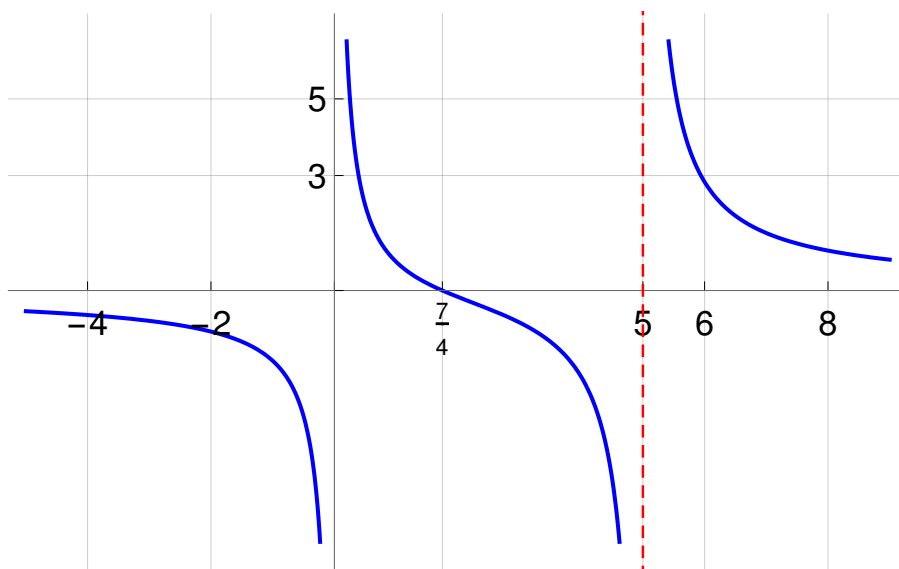
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4x - 7}{x(x - 5)} = +\infty$$

לכן קיימת אסימפטוטה אנכית ב $x = 0$.

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{4x - 7}{x(x - 5)} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{4x - 7}{x(x - 5)} = +\infty$$

לכן קיימת אסימפטוטה אנכית ב $x = 5$.



(ד)

שאלה 2(א) תחום ההגדרה: $x \neq \pm 1$ נקודות חיתוך: $(0, 0)$.

סימני הפונקציה:

x	$x < -1$	$-1 < x < 0$	$0 < x < 1$	$x > 1$
$f(x)$	+	-	+	-

(ב)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{1-x^2} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{1-x^2} = 0$$

 $y = 0$ אסימפטוטה אופקית ב $\pm\infty$.

(ג)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x}{1-x^2} = -\infty$$

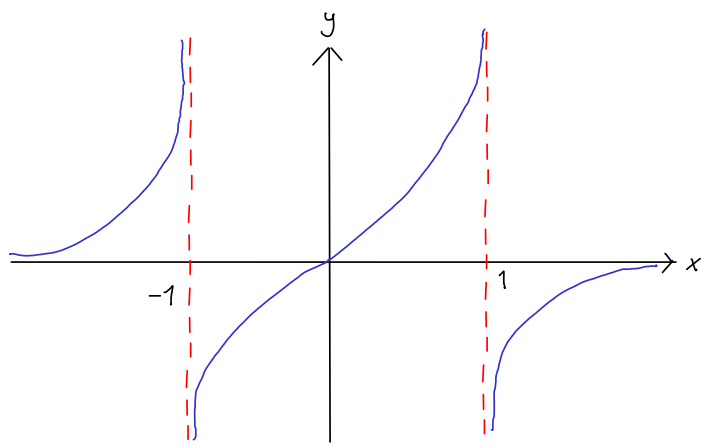
$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x}{1-x^2} = \infty$$

 $x = 1$ אסימפטוטה אנכית.

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x}{1-x^2} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x}{1-x^2} = \infty$$

$x = -1$ אסימפטוטה אנכית.



(ד)

שאלה 3

(1) תחום הגדרה: $x \neq 0, 3$.

נקודות חיתוך: אין.

(2)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x(x-3)} = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x(x-3)} = 0.$$

$y = 0$ אסימפטוטה אופקית ב $x = \infty$ ו $x = -\infty$.

(3)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{5}{x(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{5}{0^+(0-3)} = \frac{5}{0^+ \cdot (-3)} = -\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{5}{x(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{5}{0^-(0-3)} = \frac{5}{0^- \cdot (-3)} = \infty.$$

אסימפטוטה אנכית ב $x = 0$.

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{5}{x(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{5}{3(3^+-3)} = \frac{5}{3 \cdot 0^+} = \infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5}{x(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5}{3(3^--3)} = \frac{5}{3 \cdot 0^-} = -\infty.$$

אסימפטוטה אנכית ב $x = 3$.

(4)

