

תרגילים: רדוקציה

שאלה 1 הוכיחו כי התנאים הבאים שקולים:

א) $A \leq_m B$

ב) $\bar{A} \leq_m B$

ג) $\bar{A} \leq_m \bar{B}$

ד) $A \leq_m \bar{B}$

שאלה 2 תהי L השפה

$$L = \{ \langle M, w \rangle \mid L(M) = L(D) \text{ ו- } D \text{ הוא DFA ו- } M \text{ מ"ט ו-} \}$$

הוכיחו כי \bar{L} לא כריעה.

שאלה 3 תהי L הפשה

$$L = \{ \langle M \rangle \mid w \in L(M) \Leftrightarrow |w| < 50 \}$$

כלומר M מקבלת רק מילים באורך פחות מ-50.
הוכיחו כי L לא קבילה.

שאלה 4 תהי A שפה. הוכיחו:

$$A \leq_m A.$$

שאלה 5 תהי A שפה.

הוכיחו או הפריכו:

$$A \leq_m \bar{A}.$$

שאלה 6 תהי

$$EQ_{TM} = \{ \langle M_1, M_2 \rangle \mid L(M_1) = L(M_2) \}$$

הוכיחו:

א) $A_{TM} \leq_m EQ_{TM}$

ב) $A_{TM} \leq_m \bar{EQ}_{TM}$

תשובות

שאלה 1

2) \Rightarrow 1) נניח ש- $A \leq_m B$.

ז"א

2) \Rightarrow 3)

3) \Rightarrow 4)

4) \Rightarrow 1)

שאלה 2 נוכיח כי

$$A_{TM} \leq_m L.$$

נניח בשלילה \exists מ"ט M_L שמכריעה את L .

נבנה מ"ט R שמכריעה את A_{TM} :

$R = \langle M, w \rangle$ על הקלט

• בונים קידוד של מ"ט חדשה $\langle M' \rangle$ כמפורט להלן.

$M' = \langle x \rangle$ על הקלט

* אם $x \neq w$ $\leftarrow \text{rej}$.

* אם $x = w$ מריצים M על w .

– אם M מקבלת אז M' מקבלת.

– אחרת M' דוחה.

• בונים קידוד של DFA חדשה $\langle D \rangle$ כך ש- $L(D) = L(w) = \{w\}$.

• מריצים M_L על $\langle M', D \rangle$ ומחזירים את הפלט של M_L .

אם $\langle M, w \rangle \in A_{TM}$ אז M מקבלת את w .

לכן M' מקבלת את w ודוחה כל מילה אחרת.

לכן $L(M') = \{w\}$.

לכן $L(M') = L(D)$.

לכן M_L מקבלת $\langle M', D \rangle$.

לכן R מקבלת את $\langle M, w \rangle$.

אם $\langle M, w \rangle \notin A_{TM}$ אז M לא מקבלת את w .

לכן $L(M') = \emptyset$.

לכן $L(M') \neq L(D)$ מסיבה לכך ש- $L(D) = \{w\}$.

לכן M_L דוחה את $\langle M', D \rangle$ ולכן R דוחה את x .

שאלה 3 רמז:

$$E_{TM} \leq_m L.$$

שאלה 5 הטענה לא נכונה.