

תרגילים 4: מכונות טיורינג אי-דטרמיניסטטית

שאלה 1

בעיית $PARTITION$ מוגדרת באופן הבא:
בהינתן קבוצת מספרים $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$. האם קיימת חלוקה של A לשתי קבוצות A_1 ו- A_2 כך ש:

$$A_1 \cap A_2 = \emptyset \quad \bullet$$

$$A_1 \cup A_2 = A \quad \bullet$$

$$\sum_{a \in A_1} a = \sum_{a \in A_2} a = \frac{1}{2} \sum_{a \in A} a \quad \bullet$$

בנו מכונת טיורינג אי-דטרמיניסטטית המכריעה את $PARTITION$.

תשובות

שאלה 1בניית המכונה

נבנה מ"ט א"ד M המכריעה את $PARTITION$.

$$M = \text{"על קלט } \langle A \rangle :$$

(1) בוחרת באופן אי-דטרמיניסטית תת-קבוצה A_1 של A .

(2) בודקת האם סכום האיברים של A_1 שווה חצי מסכום האיברים של A .

• אם כן \Leftarrow מקבלת.

• אחרת \Leftarrow דוחה.

נכונות הבנייהכיוון \Leftarrow

אם $\langle A \rangle \in PARTITION \Leftarrow$ קיימת חלוקה של A ל- A_1 ו- A_2 כך ש-

$$\sum_{a \in A_1} a = \sum_{a \in A_2} a = \frac{1}{2} \sum_{a \in A} a .$$

\Leftarrow קיימת ריצה של M בה תבחר את A_1 ותבדוק שהסכום שלה שווה חצי הסכום של $A \Leftarrow$ קיימת ריצה של M בה תקבל את $\langle A \rangle$.

כיוון \Rightarrow

אם $\langle A \rangle \notin PARTITION \Leftarrow$ לא קיימת חלוקה של A ל- A_1 ו- A_2 כך ש-

$$\sum_{a \in A_1} a = \sum_{a \in A_2} a = \frac{1}{2} \sum_{a \in A} a .$$

\Leftarrow בכל ריצה של M על A היא תבחר תת-קבוצה A_1 ותבדוק ותדחה \Leftarrow בכל ריצה של M על $\langle A \rangle$, M תדחה את $\langle A \rangle$.