

## עבודת 1:

### שאלה 1

(10 נקודות) יהיו  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  ונכתוב כי  $a \mid b$  כדי לציין ש  $a$  מחלק את  $b$  **ללא** שארית, כלומר קיים שלם  $q$  כך ש:  $b = qa$ . הוכיחו את הטענות הבאות.

(א) אם  $d = \gcd(a, b)$  אז  $\gcd\left(\frac{a}{d}, \frac{b}{d}\right) = 1$ .

(ב) אם  $a \mid c$  וגם  $b \mid c$  וגם  $\gcd(a, b) = 1$  אז  $ab \mid c$ .

(ג) אם  $a \mid bc$  ו-  $\gcd(a, b) = 1$  אז  $a \mid c$ .

(ד) יהי  $p$  ראשוני כלשהו כך ש-  $p \mid ab$  אזי  $p \mid a$  או  $p \mid b$ .

(ה) יהי  $m \neq 0$  אז  $a \mid b$  אם ורק אם  $ma \mid mb$ .

### שאלה 2

(10 נקודות) יהיו  $a, b$  מספרים שלמים זרים. הוכיחו כי כל מחלק ראשוני משותף של  $a^2 + b^2$  ו-  $a + b$  שייך לקבוצה  $\{1, 2\}$ .

### שאלה 3

(10 נקודות) יהיו  $a, b, n$  שלמים חיוביים. הוכיחו כי  $\gcd(a^n, b^n) = \gcd(a, b)^n$ .

### שאלה 4

(10 נקודות)

נתון את הטקסט מוצפן

ETCLPRLWCTGGVVCSIKASLAVFL

אשר מוצפן על ידי צופן ויז'נר עם המפתח SPY. מצאו את הטקסט גלוי.

### שאלה 5

(10 נקודות)

נתון הטקסט מוצפן

PEBUSSPZIIDUKOEKIPEONUSS

אשר מוצפן על ידי צופן אפיני עם המפתח  $a = 23, b = 20$ . מצאו את הטקסט גלוי.

### שאלה 6

נתון צופן עם כלל מצפין  $e_k(x)$  וכלל מפענח  $d_k(y)$ . אומרים כי הצופן ניתן לפענוח אם ורק אם  $d_k(e_k(x)) = x \pmod{26}$  לכל  $x \in \mathbb{Z}_{26}$ .

(א) הוכיחו כי צופן האפיני ניתן לפענוח.

(ב) הוכיחו כי צופן היל ניתן לפענוח.

## שאלה 7

(א) יהי  $e_k(x) = 23x + 28 \bmod 30$  צופן האפיני מעל אלפבית בת 30 אותיות. מצאו את הכלל מפענח.

(ב) חשבו כמה מפתחות האפשריות קיימות של צופן האפיני מעל אלפבית בת  $m$  אותיות.

## שאלה 8

(10 נקודות)

נתון הטקסט מוצפן

YZUSKKOPE

אשר מוצפן על ידי צופן היל עם המפתח

$$k = \begin{pmatrix} 6 & 24 & 1 \\ 13 & 16 & 10 \\ 20 & 17 & 15 \end{pmatrix}.$$

מצאו את הטקסט גלוי.