

עבודה עצמית 3

שאלה 1

- (א) רשמו את טבלאות הכפל וחיבור של \mathbb{Z}_7 .
- (ב) רשמו את האיברים ההופכיים של 2, 3, 4, 5, 6 ב- \mathbb{Z}_7 וב- \mathbb{Z}_{11} .

שאלה 2

- (א) מצאו הפתרונות של המשוואות (1) $3x = 2$ (2) $-3x = 2$ בשדה \mathbb{Z}_5
- (2) בשדה \mathbb{Z}_7
- (3) בשדה \mathbb{Z}_{97}
- (ב) יהי \mathbb{F} שדה. הוכיחו כי לכל $a, b \in \mathbb{F}$ כך ש $a \neq 0$ למשוואה $ax = b$ ישנו פתרון יחיד.
- (ג) מצאו את כל הפתרונות של המשוואות $x + ay = b$ בשדה \mathbb{F} הגדרתם בשאלה 2 סעיף ג.

שאלה 3

פתרו את המערכת הבאה מעל \mathbb{Z}_5 . כמה פתרונות יש למערכת?

$$\begin{aligned} x + 3y + z &= 1 \\ 3x + y + 4z &= 2 \\ 2x + 4y + 4z &= 3 \end{aligned}$$

שאלה 4

יהי \mathbb{F} שדה, הוכיחו את הטענות הבאות:

- (א) לכל מספר טבעי k , ולכל $a_1, \dots, a_k, b \in \mathbb{F}$ מתקיים
- $$(a_1 + \dots + a_k)b = a_1b + \dots + a_kb.$$

רמז: אינדוקציה על k .

- (ב) לכל $a \in \mathbb{F}$ פרט ל- 0 יש $b \in \mathbb{F}$ יחיד כך ש- $ab = 1$.
- (ג) יהי $a \in \mathbb{F}$. אם $a + a = a$ אז $a = 0$.
- (ד) יהיו $a, b \in \mathbb{F}$. אם $ab = 0$ אז $a = 0$ או $b = 0$.
- (ה) לכל $a, b \in \mathbb{F}$ מתקיים $-(ab) = (-a)b$.