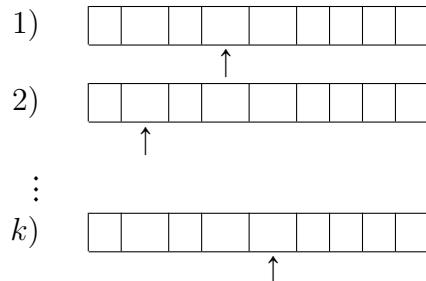


שיעור 3

מכונות טיורינג מרובת סרטים

1.3. מכונת טיורינג מרובה סרטים: הגדרה היוריסטית

מכונת טיורינג מרובה סרטים (ΜΤΜ"ס) היא הכללה של ΜΤ עם סרט יחיד. ההבדל הוא שלΜΤΜ"ס ישנו מספר סופי של סרטים, נניח $1 < k$ סרטים.



- לכל סרט יש ראש שלו.
- בתחילת העבודה הקלט w כתוב בתחילת הסרט הראשון וכל הסרטים ריקים. הראשים בכל סרט מוצבאים על התא הראשון בסרט, והמכונה נמצאת במצב התחלתי q_0 .
- בכל צעד חישוב, לפי המצב הנוכחי ול- k התווים שמתוחת ל- k הראשים, המכונה מחליט לאיזה מצב לעבור, מה לכתוב מתחת לכל אחד מ- k הראשים ולאן להזיא את הראש בכל אחד מ- k סרטים.
- הראשים של הסרטים יכולים לזרז באופן בלתי- תלוי בהתאם לפונקציית המעברים שלΜΤΜ"ס.

2. מכונת טיורינג מרובה סרטים: הגדרה פורמלית

הגדרה 3.1 מכונת טיורинг מרובה סרטים

מכונת טיורינג מרובה סרטים היא שבייעיה:

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta_k, q_0, q_{\text{acc}}, q_{\text{rej}})$$

כאשר $Q, \Sigma, \Gamma, q_0, q_{\text{rej}}, q_{\text{acc}}$ מוגדרים כמו ΜΤ עם סרט יחיד (ראו הגדרה 1.2).
ההבדל היחידי בין ΜΤ עם סרט יחיד לבין ΜΤΜ"ס הוא הפונקציית המעברים. עבור ΜΤΜ"ס הפונקציית המעברים היא מצויה הבא:

$$\delta_k : (Q \setminus \{q_{\text{acc}}, q_{\text{rej}}\}) \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^k \times \{L, R, S\}^k$$

דוגמה 3.1

$$\delta_k \left(q, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) = \left(p, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} R \\ R \\ L \end{pmatrix} \right).$$

3.3 קונפיגורציה של מטמ"ס

הכללה של קונפיגורציה של מ"ט עם סרט יחיד:

$$\begin{pmatrix} u_1 q \ v_1 \\ u_2 q \ v_2 \\ \vdots \\ u_k q \ v_k \end{pmatrix}$$

דוגמה 3.2

בנו מטמ"ס שמכריעת את השפה:

$$L_{w^R} = \{w = \{a, b\}^* \mid w = w^R\}.$$

כלומר שפת הפלינדרומים.

פתרון:

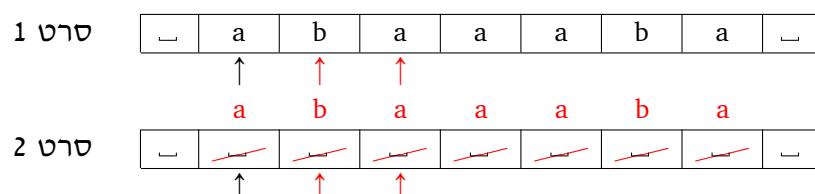
בנייה מ"ט עם שני סרטים:

תאואר המכונה:

נסמן M_2 המ"ט עם 2 סרטים שמכריעת את השפה L_{w^R} .

על הקלט $w = M_2$:

(1) מעתיקת את w לסרט 2.



(2) מזיהה את הראש בشرط 1 לתו הראשון ב- w ואת הראש בشرط 2 לתו האחרון ב- w .

(3) משווה בין התווים שמתוחת לראשים:

- אם התו שמתוחת לראש 1 הוא $_ . acc \Leftarrow$
- אם התווים שמתוחת לראשים שונים $. rej \Leftarrow$
- אחרת מזיהה את הראש בشرط 1 ימינה ואת הראש בشرط 2 שמאליה, וחוזרת לשלב (3).

הfonקציית המעברים של M_2 היא:

$$\begin{aligned}\delta\left(q_0, \begin{pmatrix} a \\ _ \end{pmatrix}\right) &= \left(q_0, \begin{pmatrix} a \\ a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} R \\ R \end{pmatrix}\right), \\ \delta\left(q_0, \begin{pmatrix} b \\ _ \end{pmatrix}\right) &= \left(q_0, \begin{pmatrix} b \\ b \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} R \\ R \end{pmatrix}\right), \\ \delta\left(q_0, \begin{pmatrix} _ \\ _ \end{pmatrix}\right) &= \left(q_{back}, \begin{pmatrix} _ \\ _ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} L \\ L \end{pmatrix}\right).\end{aligned}$$

נשים לב כי הסיבוכיות זמן של המכונה עם שני סרטים, M_2 היא $O(|w|^2)$, כאשר w האורך של המילה.

כעת נבנה מ"ט עם סרט יחיד שמכריע את השפה L_{W^R} .

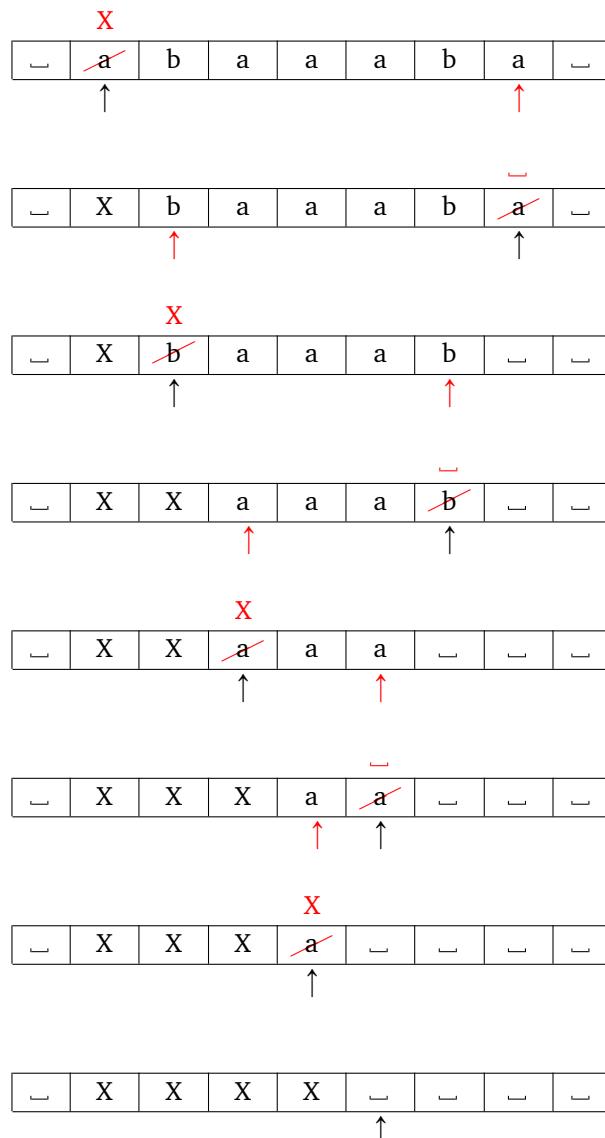
תאור המכונה:

נסמן M_1 המכונה עם סרט יחיד שמכריע את השפה L_{w^R} .

על הקלט w :

- (1) אם התו שמתוחת לראש הוא $_ . acc \Leftarrow M_1 \Leftarrow _ . acc$
- (2) זכרת את התו שמתוחת לראש ומוחקת אותו ע"י X .
- (3) מזיהה את הראש ימינה עד התו הראשון משמאל ל- $_ .$

- אם התו שמתוחת לראש הוא $X . acc \Leftarrow$
- אם התו שונה מהתו שזכרנו $. rej \Leftarrow$
- מוחקת את התו שמתוחת לראש ע"י $_ .$, מזיהה את הראש שמאליה עד התו הראשון מימין ל- X וחוזרת לשלב (1).



3.4 שיקולות בין מטמ"ס למ"ט עם סרט יחיד

מ"ט עם סרט יחיד היא מקרה פרטי של מטמ"ס.

משפט 3.1 שיקולות בין מטמ"ס למ"ט עם סרט יחיד

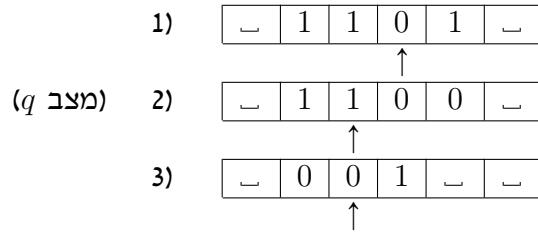
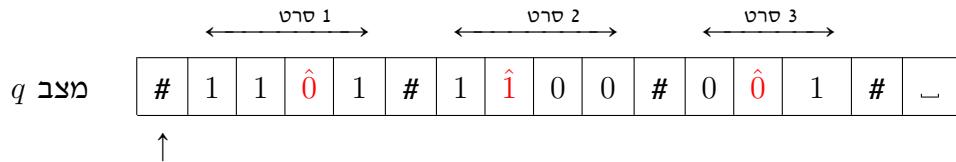
לכל מטמ"ס M קיימת מ"ט עם סרט יחיד M' השkolah ל- M .

כלומר, לכל קלט $w \in \Sigma^*$:

- אם M מקבלת את w M' מקבלת את w .
- אם M דוחה את w M' דוחה את w .
- אם M לא עוצרת על w M' לא עוצרת על w .

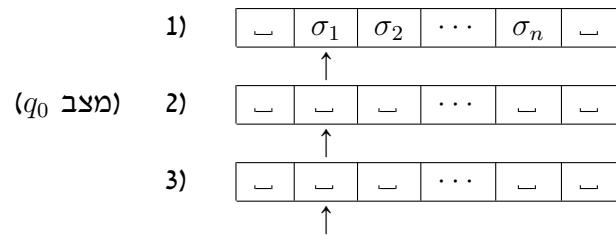
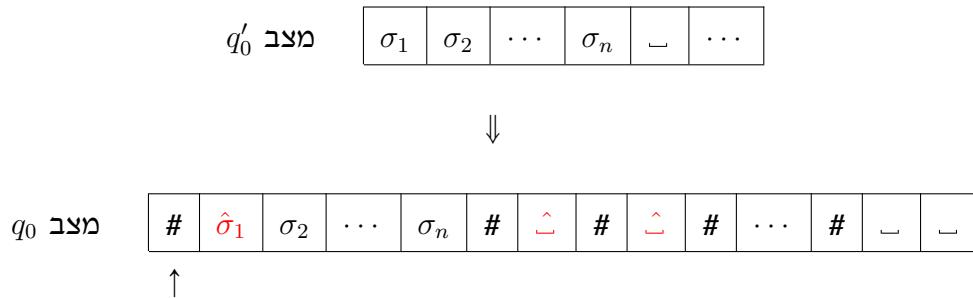
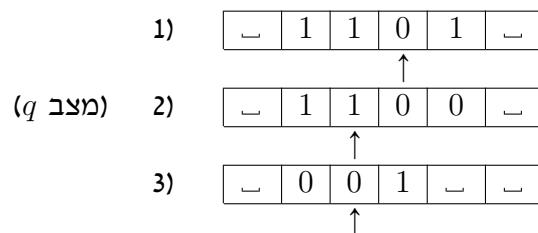
הוכחה:

בהתנן מטמ"ס $(Q', \Sigma, \Gamma', \delta', q'_0, q'_{acc}, q'_{rej})$ עם סרטים, נבנה מ"ט עם סרט יחיד $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta_k, q_0, q_{acc}, q_{rej})$ השkolah ל- M באופן הבא:

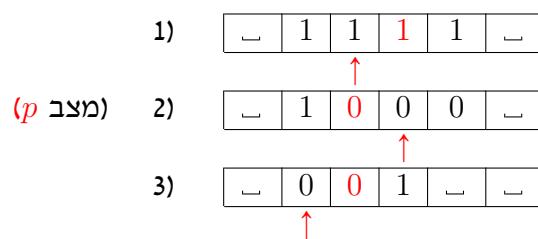
רעיון הבנייה:בhinתן קלט $w \in \Sigma^*$, $M' \text{ תבצע "סימולציה" של ריצה } M \text{ על } w.$ M -ב M' -ב

- M' תשמור את התוכן של k הסרטים של M על הסרט, רק שהתוכן של סרט i יופיע בין $\#_{i+1}$ ל- $\#_i$.
- M' תשמור את המיקום של הראשים של M ע"י הכפלת הא"ב Γ .
- כלומר, לכל אות $\Gamma \in \alpha$, M' תשמור שתי אותיות α ו- $\hat{\alpha}$ ב- Γ' , כך ש- $\hat{\alpha}$ תסמן את התו שמתוחת בראש הסרט.
- בכל צעד חישוב, M' סורקת את הסרט שלה משמאלי לימיין כדי ללמידה מהם התווים שמתוחת בראשים (התווים שמשמעותם ב- $\hat{\alpha}$).
- M' משתמש בפונקציית המעברים δ_k של M כדי לחשב את המעבר הבא.
- M' סורקת את הסרט שלה משמאלי לימיין כדי לעדכן את הסרטים ואת המיקום הראשים בהם.

תאור הבנייה של M' **1) שלב האיתחול**בhinתן קלט $w = \sigma_1 \sigma_2 \cdots \sigma_n$, M' מתחילה את הקוניגורציה ההתחלתית של M על הסרט שלה. M -ב

 $M' - b$ (2) תאור צעד חישוב של $M - b$  $M - b$

$$\delta_k \left(q, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) = \left(p, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} L \\ R \\ L \end{pmatrix} \right)$$



M' ב-

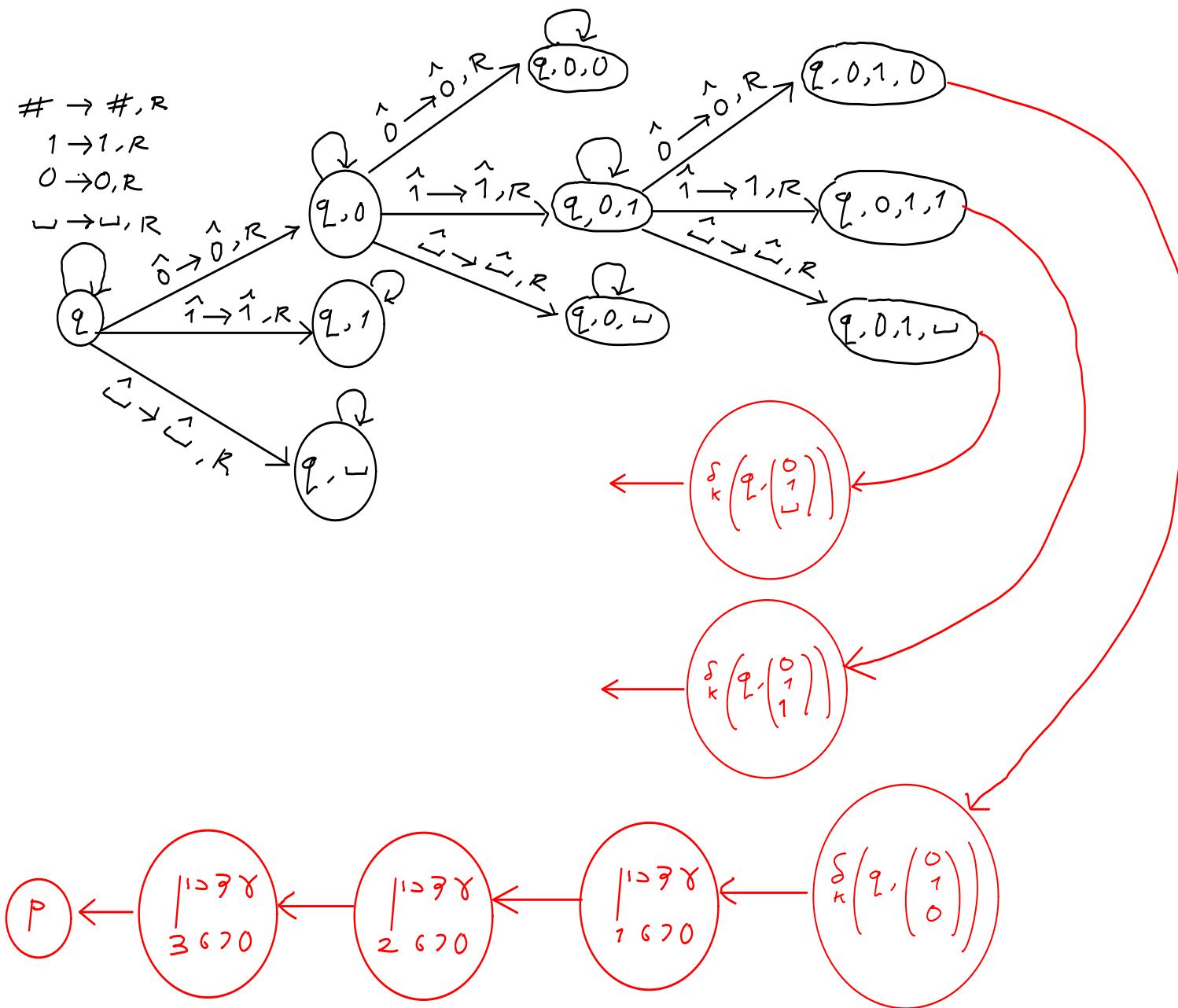
↓

- איסוף מידע
 - M' סורקת את הסרט שלה משמאלי לימיון ומזהה את התווים שמסומנים ב- \hat{a} . מידע זה ניתן לשמר במצבים. לדוגמה:

$$q, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

זה אפשרי מכיוון שמספר המצבים הנדרש הוא סופי:

$$|Q| \times |\Gamma|^k$$



- ## • עדכון הסרטים

M סורקת את הרטט שלה פעם נוספת כדי לפעול על פי פונקציית המעברים, ככלומר, לעדכן את התאים שמתוחת לראשים ולעדכן את מיקום הראשים.