

תרגילים: NP שלמות

שאלה 1 האם הטענה הבאה נכונה, לא נכונה, או שקולה לבעיה פתוחה.

לכל מכונת טיורינג M , אם $L(M) \in CoRE$ אזי $L(M) \in R$.

שאלה 2 הוכיחו כי לכל 3 בעיות A, B, C , אם $A \leq_P B$ וגם $B \leq_P C$ אזי $A \leq_P C$.

תשובות

שאלה 1 הטענה נכונה:

לכל לכל מכונת טיורינג מתקיים, לפי ההגדרה: $L(M) \in RE$.
 לכן, אם $L(M) \in CoRE$ אזי
 $L(M) \in RE \cap CoRE = R$.

שאלה 2 תהי f פונקצית הרדוקציה $A \leq_P B$ שמקיימת $w \in A \Leftrightarrow f(w) \in B$ לכל $w \in \Sigma^*$.

תהי g פונקצית הרדוקציה $B \leq_P C$ שמקיימת $w \in B \Leftrightarrow f(w) \in C$ לכל $w \in \Sigma^*$.

נוכיח שקיימת רדוקציה $A \leq_P C$.

פונקצית הרדוקציה h

לכל $w \in \Sigma^*$ נגדיר $h(w) = g(f(w))$.

נכונות הרדוקציה

שלב 1. נוכיח כי $w \in A \Leftrightarrow h(w) \in C$.

• אם $w \in A \Leftrightarrow f(w) \in B \Leftrightarrow g(f(w)) \in C \Leftrightarrow h(w) \in C$.

• אם $w \notin A \Leftrightarrow f(w) \notin B \Leftrightarrow g(f(w)) \notin C \Leftrightarrow h(w) \notin C$.

שלב 2. נוכיח כי h חשיבה בזמן פולינומיאלי:

נסמן ב- p_f את הפולינום של f .

נסמן ב- p_g את הפולינום של g .

אזי לכל $w \in \Sigma^*$, זמן החישוב של $h(w)$ חסום על ידי:

$$p_f(|w|) + p_g(|f(w)|) \leq p_f(|w|) + p_g(p_f(|w|)) = p_f(|w|) + (p_f \circ p_g)(|w|)$$

כאשר $p_f \circ p_g$ הוא הרכבה של שני פולינומים. לכן ניתן לחשב את $h(w)$ בזמן פולינומיאלי בגודל $|w|$.