

מחלקה למדעי המחשב

15/10/24 י"ג בתשרי תשפ"ה

13 : 30 – 16 : 30

## תורת המשחקים

מועד ג'

מרצה: ד"ר ירמיהו מילר

תשפ"ד סמסטר ב'

השאלון מכיל 7 עמודים (כולל עמוד זה וכולל דף נוסחאות).

**בהצלחה!**

### הנחיות למדור בחינות שאלוני בחינה

- לשאלון הבחינה יש לצרף מחברת.
- ניתן להשתמש במחשבון מדעי לא גרפי עם צג קטן.

### חומר עזר

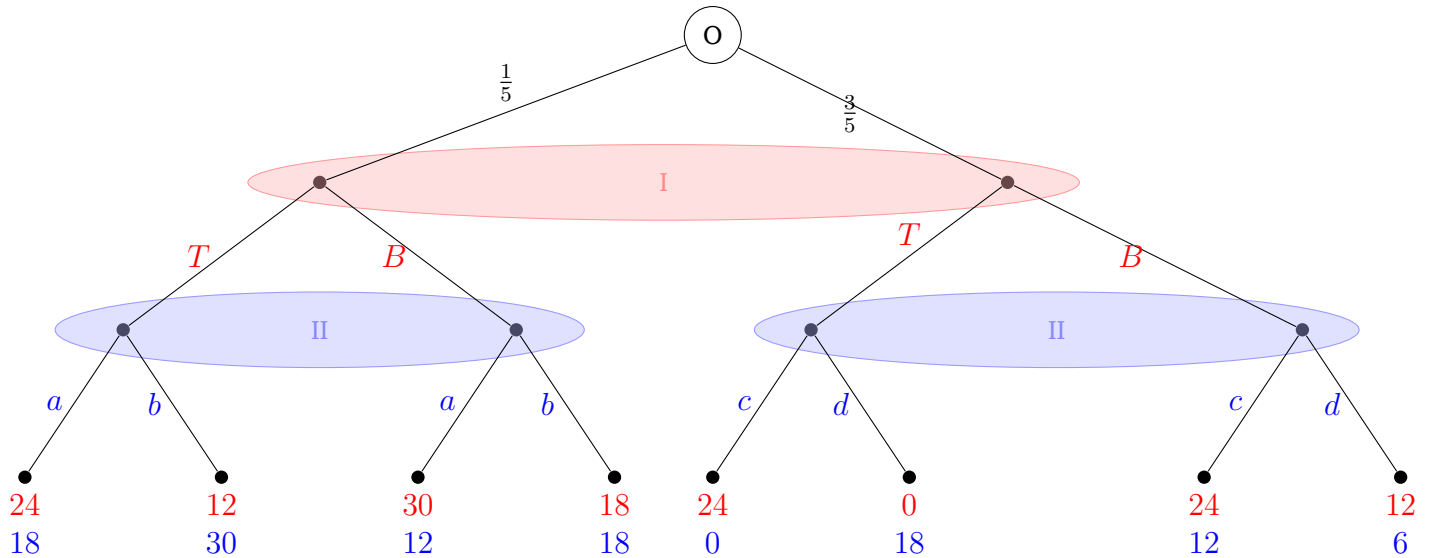
- דפי נוסחאות של הקורס (3 עמודים בפורמט A4), מצורפים לשאלון.

אחר / הערות יש לענות על השאלות באופן הבא:

- יש לנמק היטב כל שלב של פתרון. תשובה ללא הסבר וללא נימוק, אפילו נכונה, לא תתקבל.
- יש לפתור 4 מתוך 5 השאלות הבאות. משקל כל שאלה 25 נקודות.
- סדר התשובות אינו משנה, אך יש לרשום ליד כל תשובה את מספרה.
- הסבר היטב את מהלך הפתרון.

## שאלה 1 (25 נקודות)

מצאו את כל שיווי המשקל של המשחק הבא:



## שאלה 2 (25 נקודות)

(א) (15 נקודות)

נתון משחק שני שחקנים סכום אפס.  
הצורה האסטרטגית של המשחק נתונה על ידי המטריצה הבאה:

$I \backslash II$	$L$	$R$
$T$	-4	100
$B$	80	28

חשבו את הערך של המשחק וחשבו את התשלום האופטימלי לכל שחקן במשחק הזה.

(ב)

(10 נקודות)

תהינה  $S_1$  הקבוצה של כל האסטרטגיות הטהורות של שחקן 1, ו-  $S_2$  הקבוצה של כל האסטרטגיות הטהורות של שחקן 2.  
תהינה  $\Sigma_1$  הקבוצה של כל האסטרטגיות המעורבות של שחקן 1, ו-  $\Sigma_2$  הקבוצה של כל האסטרטגיות המעורבות של שחקן 2.

הוכיחו כי לכל משחק שני שחקנים מתקיים

$$\max_{\sigma_1 \in \Sigma_1} \min_{\sigma_2 \in \Sigma_2} u_1(\sigma_1, \sigma_2) = \max_{\sigma_1 \in \Sigma_1} \min_{s_2 \in S_2} u_1(\sigma_1, s_2) .$$

כלומר, לכל אסטרטגיה מעורבת  $\sigma_1$  של שחקן 1, שחקן 2 יכול להבטיח ששחקן 1 יקבל התשלום הכי נמוך שאפשר אם הוא ישחק אסטרטגיה טהורה  $s_1$ , בלי צורך להשתמש באסטרטגיה מעורבת  $\sigma_1$ .

### שאלה 3 (25 נקודות)

התרשים למטה מראה מטריצה של משחק שני שחקנים סכום אפס. לאף שחקן אין אסטרטגיה אופטימלית באסטרטגיות טהורות.

	<i>II</i>	<i>L</i>	<i>R</i>
<i>I</i>	<i>T</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
	<i>B</i>	<i>c</i>	<i>d</i>

(א) (15 נקודות) הוכיחו כי

$$\min(a, d) > \max(b, c)$$

או

$$\min(b, c) > \max(a, d) .$$

(ב) (10 נקודות) מצאו את הערך של המשחק.

### שאלה 4 (25 נקודות)

נתון משחק שני שחקנים שמתואר על ידי המטריצה הבאה:

	<i>II</i>	<i>L</i>	<i>R</i>
<i>I</i>	<i>T</i>	<i>a, b</i>	<i>e, f</i>
	<i>B</i>	<i>c, d</i>	<i>g, h</i>

נתון כי קיים שיווי משקל יחיד באסטרטגיות מעורבות.

(א) (12 נקודות)

הוכיחו כי התשלום לשחקן 1 שווה לערך המקסמין באסטרטגיות מעורבות של שחקן 1, והוכיחו כי התשלום לשחקן 2 שווה לערך המקסמין באסטרטגיות מעורבות של שחקן 2.

## (ב) (13 נקודות)

חשבו את הנקודות שיווי המשקל באסטרטגיות מעורבות, וחשבו את האסטרטגיות המקסימין של כל שחקן. ודאו כי התשובות זהות זה לזה.

## שאלה 5 (25 נקודות)

אליס ובוב קונים מניות בשתי חברות: אל-על וישרוטל. בוב מעדיף לקנות מניות של אל-על בעוד אליס מעדיפה לקנות מניות של ישרוטל. שניהם מעדיפים לקנות מניות באותה חברה.

אם שניהם קונים מניות של ישרוטל, אז בוב מקבל 1 ₪ ואליס מקבלת 2 ₪ פלוס 10% הרווח שנתי של ישרוטל של שנה שעבר. הרווח שנתי של ישרוטל ידוע רק לאליס ולא לבוב.

אם שניהם קונים מניות של אל-על, אליס מקבלת 1 ₪ ובוב מקבל 2 ₪ פלוס 10% הרווח שנתי של אל-על של שנה שעבר. הרווח שנתי של אל-על ידוע רק לבוב ולא לאליס.

אם הם קונים בחברות שונות אז התשלום לשניהם הוא אפס. הרווח שנתי מתפלג אחיד בטווח  $[0, 100]$ .

אליס קונה מניות בישרוטל אם הרווח שנתי של ישרוטל עולה על  $\alpha$  אחרת היא קונה מניות באל-על.

בוב קונה מניות באל-על אם הרווח שנתי של אל-על עולה על  $\beta$  אחרת הוא קונה מניות בישרוטל.

מצאו את הערכים של  $\alpha$  ו- $\beta$  עבורם הווקטור אסטרטגיות (אל-על, ישרוטל)  $= (s_{אליס}^*, s_{בוב}^*)$  שיווי משקל נאש בייסיאני של המשחק.