שיעור 2 מודלים חישובים שקולית

הגדרה 2.1 מודל חישובי

מודל חישובי הוא אוסף של מכונות טיורינג שעבורם מוגדרים המושגים של הכרעה וקבלה של שפות.

הגדרה 2.2 מודלים שקולים חישובית

יהיו A ו- B שקולים אם לכל שפה L התנאים הבאים מתקיימים: B ו- A אומרים כי A ו- B אומרים הבאים מתקיימים:

- A שמכריעה את שמכריעה מ"ט במודל B שמכריעה את אם"ם קיימת מ"ט במודל A
- A שמקבלת את B אם"ם קיימת מ"ט במודל B שמקבלת את אם"ם קיימת מ"ט במודל B

דוגמה 2.1

נסמן ב-T את מודל מכונת הטיורינג הבסיסי.

במודל זה בכל צעד ניתן לזוז ימינה או שמאלה. אך לא ניתן להישאר במקום, באותה המשבצת בסרט. במודל זה ,הסרט הוא אינסופי לשני הכיוונים. ב תחילת החישוב הראש נמצא בתחילת הקלט.

נסמן ב-O את מודל מכונת הטיורינג עם סרט ימינה בלבד.

במודל זה בכל צעד ניתן לזוז ימינה או שמאלה. אך לא ניתן לה ישאר במקום, באותה המשבצת בסרט. במודל זה הסרט הוא אינסופי לכיוון אחד בלבד - ימינה. בתחילת החישוב, הקלט ממוקם בקצה השמאלי של הסרט והראש נמצאת בתחילת הקלט. החישוב מתנהל כמו במכונה במודל, T למעט כאשר הראש נמצא במשבצת השמאלית ביותר בסרט וצריך לזוז ש מאלה– במקרה כזה הראש נשאר במקום ולא זז.

הוכיחו כי המודל T והמודל O שקולים חישובית.

פתרון:

יש להוכיח ש:

- T לכל מ"ט במודל O קיימת מ"ט שקולה במודל \bullet
- O לכל מ"ט במודל T קיימת מ"ט שקולה במודל \bullet

כיוון ראשון

Tנוכיח כי לכל מ"ט במודל O קיימת מ"ט שקולה במודל

$$.O$$
במודל $M^O = \left(Q^O, \Sigma^O, \Gamma^O, \delta^O, q_0^O, \mathrm{acc}^O, \mathrm{rej}^O\right)$ נתונה

$$M^T = \left(Q^T, \Sigma^T, \Gamma^T, \delta^T, q_0^T, \operatorname{acc}^T, \operatorname{rej}^T
ight) \; ,$$
 גבנה

 M^{O} -ל תהיה שקולה אינסופי של M^{T} ואז ואז אינסופי של הסרט האינסופי עם צד ימין של הסרט האינסופי

רכיבי המ"ט M^O לא זז מעבר לקצה השמאולי של , M^O מלבד מהתכונה שהראש של אוי זהים לאלו של המ"ט היים לאלו של המ"ט הקלט.

לכן כדי ש- M^T כדי שהראש של M^O נוסיף מעברים לפונקצית המעברים של M^T כדי שהראש של לא מעבר לקצה השמאולי של הקלט.

הרעיון הוא לסמן את המשבצת שמשמאול לתחילת הקלט עם סימן מיוחד \$, ואז להוסיף מעברים לפונקצית המעברים של M^T - שמבטיחים שאם הראש נמצא למשבצת שמסומנת \$ אז הוא מיד חוזר ו M^T חוזרת למצב ההתחתי של המ"ט M^C . זה מתבצע על ידי הוספת השורות הבאות לטבלת המעברים של M^C :

מצב	סימון	מצב חדש	כתיבה	תזוזה	תנאי
q_0^T	σ	$q_\$$	Ω	L	
$q_{\$}$]	q_0^O	\$	R	
q	\$	q	\$	R	$\forall q \in Q^O$

$$Q^T=Q^O\cup\{q_0^T,q_\$\}\ , \qquad \Sigma^T=\Sigma^O\ , \qquad \Gamma^T=\Gamma^O\cup\{\$\}\ , \qquad \mathrm{acc}^T=\mathrm{acc}^O\ , \qquad \mathrm{rej}^T=\mathrm{rej}^O\ .$$
 כיוון שני

נוכיח כי לכל מ"ט במודל T קיימת מ"ט שקולה במודל O. כלומר:

$$M^T = \left(Q^T, \Sigma^T, \Gamma^T, \delta^T, q_0^T, \operatorname{acc}^T, \operatorname{rej}^T \right)$$
 נתונה

$$.O$$
 שקולה במודל $M^O = \left(Q^O, \Sigma^O, \Gamma^O, \delta^O, q^O_0, \mathrm{acc}^O, \mathrm{rej}^O\right)$ נבנה

הרעיון הוא לסמן קו על הסרט במשבת באמצע הקלט, ואז לקפל את הסרט בקו הזה. באופן הזה נקבל סרט עם הרעיון הוא לסמן קו על הסרט במשבצות של הסרט החדש המקופל שני תווים, אחד למעלה (U) ואחד למטה קצה שמאולי ואינסופי ימינה. במשבצות של הסרט החדש שמסומנת (D), מלבד מנקודת הקיפול שבו יש משבצת אחת שמסומנת (D).

באופן המעברים הבאים לטבלת על ידי הוספת במכונה M^C במכונה אפשר לסמלץ את אפשר לסמלץ את במכונה M^C במכונה $\tau,\sigma,\pi\in\Gamma^T$ לכל M^T

מצב	סימון	מצב חדש	כתיבה	תזוזה	תנאי				
q.D	π	p.D	π	L	תזוזה שמאלה:				
	σ		τ		$(q,\sigma) \xrightarrow{M^T} (p,\tau,L)$				
q.U	σ	p.U	τ	R					
	π		π						
q.D]	p.D	_	L	תזוזה שמאלה:				
			au		$(q, _) \xrightarrow{M^T} (p, \tau, L)$				
q.U]	p.U	τ	R					
4.0									
q.D	π	p.D	π	R	תזוזה ימינה: ${}^{M^T}$				
	σ		au		$(q,\sigma) \xrightarrow{M^T} (p,\tau,R)$				
q.U	σ	p.U	τ	L					
1	π	1	π						
q.D		p.D		R	תזוזה ימינה: M^T				
		1	τ		$(q, _) \xrightarrow{M^T} (p, \tau, R)$				
q.U		p.U	τ	L					
D	Ф	7.7		D					
q.D	\$	q.U	Ω Ω	R					
q.U	\$	q.D	Ω Ω	R					
			אתחול		$\tau \in \Sigma \cup \{\bot\}$				
q_0^O	au	q. au	\$	R	$\sigma \in \Sigma$				
ал	σ	ат	_	R					
$q.\sigma$	au	q. au	σ	16					
a		back		L					
q]	Dack		L					
back		back	Ω	L					
buck	τ		4/						
back	\$	$q_0^T.D$	Ω	R					
סיום									
$acc^T.D$	הכל	acc^O							
$\operatorname{acc}^T.U$	הכל	acc^O							
$\mathrm{rej}^T.D$	הכל	rej^O							
$\mathrm{rej}^T.U$	הכל	rej^O							
rej-כל השאר עובריםל									

$$\Gamma^O \supseteq \left(\Gamma^T \times \Gamma^T\right) \cup \{\$\}$$
 .