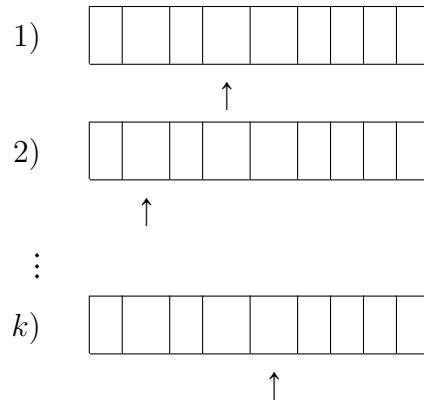


שיעור 3

מכונות טיורינג מרובת סרטים

1.3. מכונת טיורינג מרובה סרטים: הגדרה היוריסטית

מכונת טיורינג מרובה סרטים (מטמ"ס) היא הכללה של מ"ט עם סרט יחיד. ההבדל הוא של מטמ"ס ישנו מספר סופי של סרטים, נניח $1 < k$ סרטים.



- לכל סרט יש ראש שלו.
- בתחלת העבודה הקלט w כתוב בתחילת הסרט הראשון וכל שאר הסרטים ריקים. הראשים בכל סרט מצביעים על הטא הראשון בסרט, והמכונה במצב התחלתי q_0 .
- בכל צעד חישוב, לפי המצב הנוכחי ול- k התווים שמתוחת ל- k הראשים, המכונה מחליט לאיזה מצב לעבור, מה לכתוב מתחת לכל אחד מ- k הראשים ולאן להזיא את הראש בכל אחד מ- k סרטים.
- הראשים של הסרטים יכולים לאיו באופן בלתי- תלוי בהתאם לפונקציית המעברים של המטמ"ס.

2. מכונת טיורינג מרובה סרטים: הגדרה פורמלית

הגדרה 1.3. מכונת טיורינג מרובה סרטים

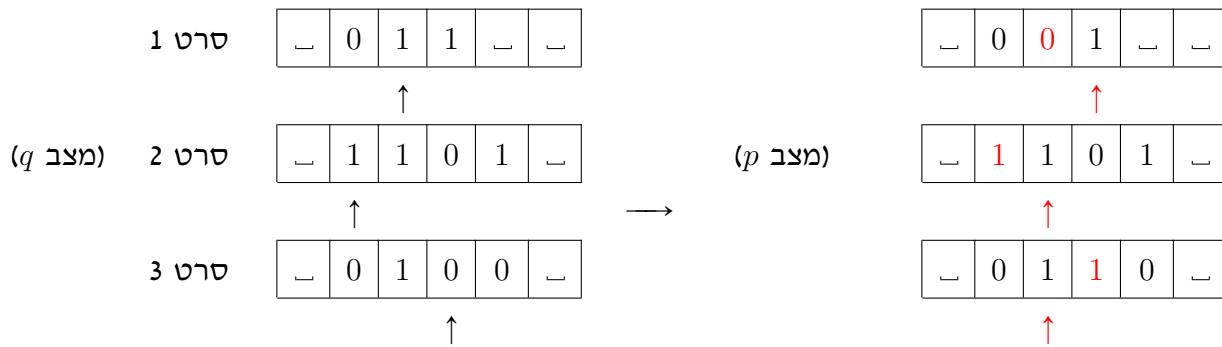
מכונת טיורינג מרובה סרטים היא שביעייה:

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta_k, q_0, q_{\text{acc}}, q_{\text{rej}})$$

כאשר $Q, \Sigma, \Gamma, q_0, q_{\text{acc}}, q_{\text{rej}}$ מוגדרים כמו מ"ט עם סרט יחיד (ראו הגדרה 1.2).
ההבדל היחיד בין מ"ט עם סרט יחיד לבין מטב"ס הוא הפונקציית המעברים. עבור מטמ"ס הפונקציית המעברים היא מצוריה הבאה:

$$\delta_k : (Q \setminus \{q_{\text{acc}}, q_{\text{rej}}\}) \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^k \times \{L, R, S\}^k$$

3.1 דוגמה



$$\delta_k \left(q, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) = \left(p, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} R \\ R \\ L \end{pmatrix} \right).$$

3.3 קונפיגורציה של מטמ"ס

הכללה של קונפיגורציה של מ"ט עם סרט יחיד:

$$\begin{pmatrix} u_1 q & v_1 \\ u_2 q & v_2 \\ \vdots \\ u_k q & v_k \end{pmatrix}$$

3.2 דוגמה

בנו מטמ"ס שמכריעת את השפה:

$$L_{w^R} = \{w = \{a, b\}^* \mid w = w^R.\}$$

כלומר שפט הפלינדרומיים.

פתרונות:

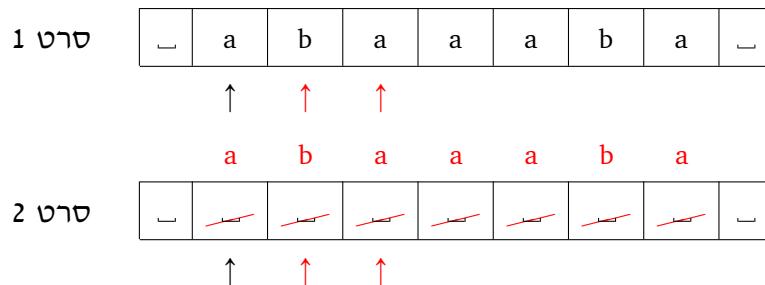
נבנה מ"ט עם שני סרטים:

תאור המכונה:

נסמן M_2 המ"ט עם 2 סרטים שמכריעת את השפה

:w על הקלט = M_2

(1) מעתיקת את w לסרט 2.



(2) מזיהה את הראש בסרט 1 לטו הראשון ב- w ואת הראש בסרט 2 לטו האחרון ב- w .

(3) משווה בין התווים שמתוחת לראשים:

- אם הטו שמתוחת לראש 1 בסרט 1 הוא $_ . acc \Leftarrow$
- אם התווים שמתוחת לראשים שונים $. rej \Leftarrow$
- אחרת מזיהה את הראש בסרט 1 ימינה ואת הראש בסרט 2 שמאליה, וחוזרת לשלב (3).

הfonקציית המעברים של M_2 היא:

$$\begin{aligned}\delta\left(q_0, \begin{pmatrix} a \\ _ \end{pmatrix}\right) &= \left(q_0, \begin{pmatrix} a \\ a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} R \\ R \end{pmatrix}\right), \\ \delta\left(q_0, \begin{pmatrix} b \\ _ \end{pmatrix}\right) &= \left(q_0, \begin{pmatrix} b \\ b \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} R \\ R \end{pmatrix}\right), \\ \delta\left(q_0, \begin{pmatrix} _ \\ _ \end{pmatrix}\right) &= \left(q_{back}, \begin{pmatrix} _ \\ _ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} L \\ L \end{pmatrix}\right).\end{aligned}$$

נשים לב כי הסיבוכיות זמן של המכונה עם שני סרטים, M_2 היא $O(|w|)$, כאשר w האורך של המילה.

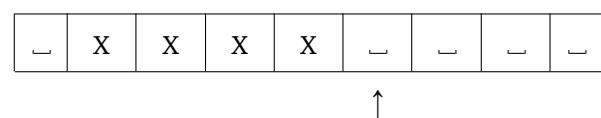
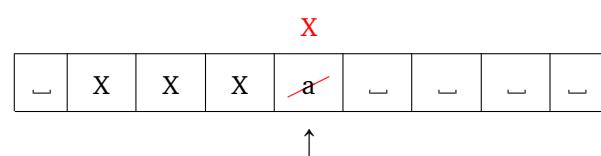
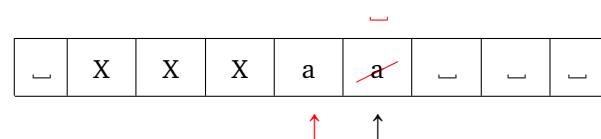
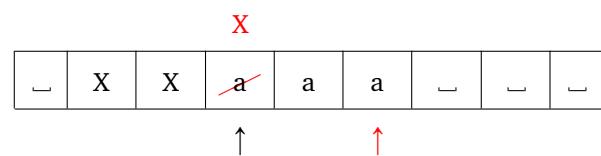
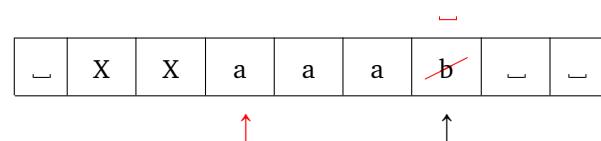
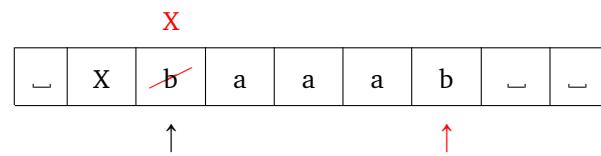
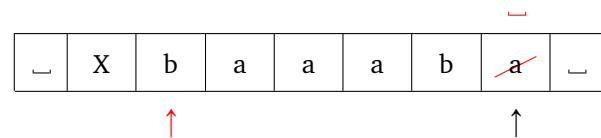
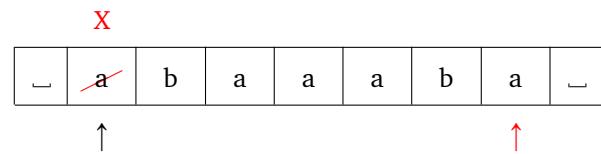
cut נבנה מ"ט עם סרט ייחיד שמכריעה את השפה L_{W^R} .

תאור המכונה:

נסמן M_1 המכונה עם סרט ייחיד שמכריע את השפה L_{w^R} .

על הקלט $w = M_1$:

- (1) אם הטו שמתוחת לראש הוא $_ . acc \Leftarrow M_1 \Leftarrow _ . acc$
- (2) זכרת את הטו שמתוחת לראש ומוחקת אותו ע"י X .
- (3) מזיהה את הראש ימינה עד הטו הראשון משמאול ל- $_ . acc$.
 - אם הטו שמתוחת לראש הוא $X . acc \Leftarrow$
 - אם הטו שונה מהטו שזכרנו $. rej \Leftarrow$
 - מוחקת את הטו שמתוחת לראש ע"י $_ . acc$, מזיהה את הראש שמאליה עד הטו הראשון מימין ל- X וחוזרת לשלב (1).



3.4 שיקולות בין מטמ"ס למ"ט עם סרט יחיד

מ"ט עם סרט ייחד היא מקרה פרטי של מטמ"ס.

משפט 3.1 שיקילות בין מטמ"ס למ"ט עם סרט יחיד

לכל מטמ"ס M קיימת מ"ט עם סרט יחיד M' השקולה לו- M .

כלומר, לכל קלט $w \in \Sigma^*$:

- אם M מקבלת את w \Leftarrow M' מקבלת את w .
- אם M דוחה את w \Leftarrow M' דוחה את w .
- אם M לא עוצרת על w \Leftarrow M' לא עוצרת על w .

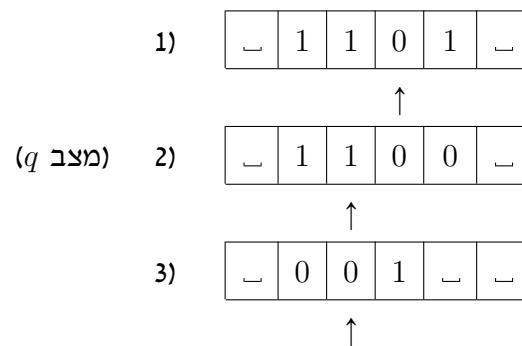
הוכחה:

בහינתן מטמ"ס $M' = (Q', \Sigma, \Gamma', \delta', q'_0, q'_{\text{acc}}, q'_{\text{rej}})$ נבנה מ"ט עם סרט יחיד $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta_k, q_0, q_{\text{acc}}, q_{\text{rej}})$ עם k סרטיים, נבנה מ"ט עם סרט יחיד $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta_k, q_0, q_{\text{acc}}, q_{\text{rej}})$ עם k סרטיים, נבנה מ"ט עם סרט יחיד $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta_k, q_0, q_{\text{acc}}, q_{\text{rej}})$ השקולה לו- M באופן הבא:

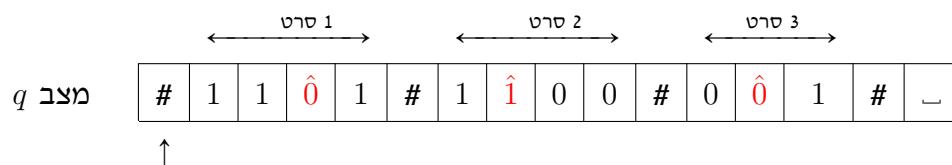
רעיון הבנייה:

בහינתן קלט $w \in \Sigma^*$, תבצע "סימולציה" של ריצה M על w .

M -ב



M' -ב



- M' תשמור את התוכן של k הסרטיים של M על הסרט, רק שהתוכן של סרט i יופיע בין $\#_{i+1}$ ל- $\#_i$.
 - M' תשמור את המיקום של הראשיים של M ע"י הכפלת הא"ב Γ .
- כלומר, לכל אות $\Gamma \in \alpha$, M' תשמור שתי אותיות α ו- $\hat{\alpha}$ בו- Γ , כך ש- $\hat{\alpha}$ תסמן את התו שמתוחת בראש בכל סרט.

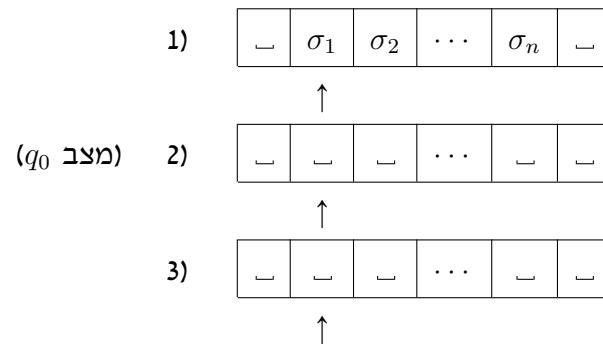
- בכל צעד חישוב, M' סורקת את הסרט שלה משמאלי לימין כדי ללמידה מהם התווים שמתוחת בראשים (התווים שמסומנים ב- $\hat{\alpha}$).
- M' משתמש בפונקציית המעברים δ_k של M כדי לחשב את המעבר הבא.
- M' סורקת את הסרט שלה משמאלי לימין כדי לבדוק את הסרטים ואת המיקום הראשיים בהם.

תאור הבנייה של M' :

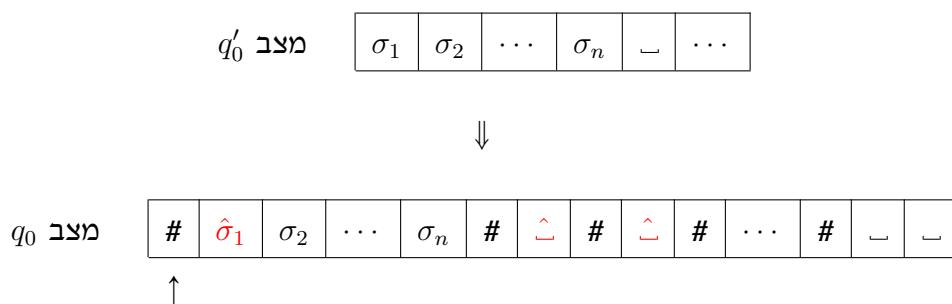
1) שלב האיתחול

בاهינתן קלט $M', w = \sigma_1\sigma_2 \dots \sigma_n$ מתחילה את הקוניגורציה ההתחלתית של M על הסרט שלה.

M -ב

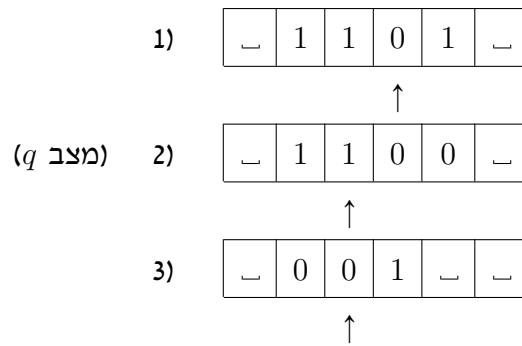


M' -ב

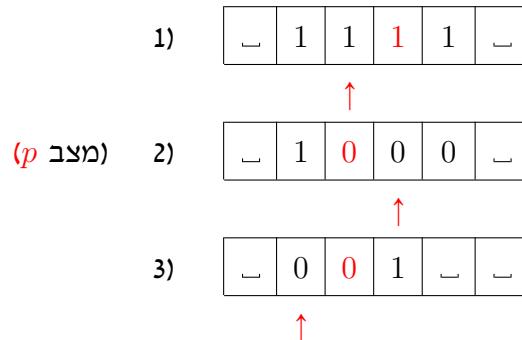
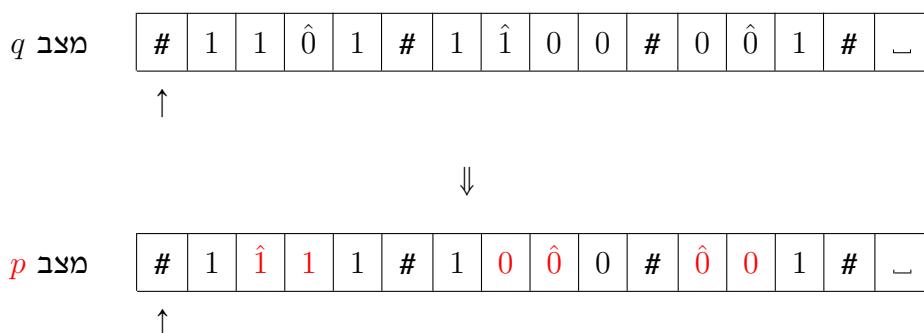


2) תאור צעד חישוב של M

M -ב



$$\delta_k \left(q, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) = \left(p, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} L \\ R \\ L \end{pmatrix} \right)$$

 $M' - b$ • איסוף מידע

- M' סורקת את הרצף שלה משמאל לימין ומזהה את התווים שמסומנים ב- $\hat{}$.

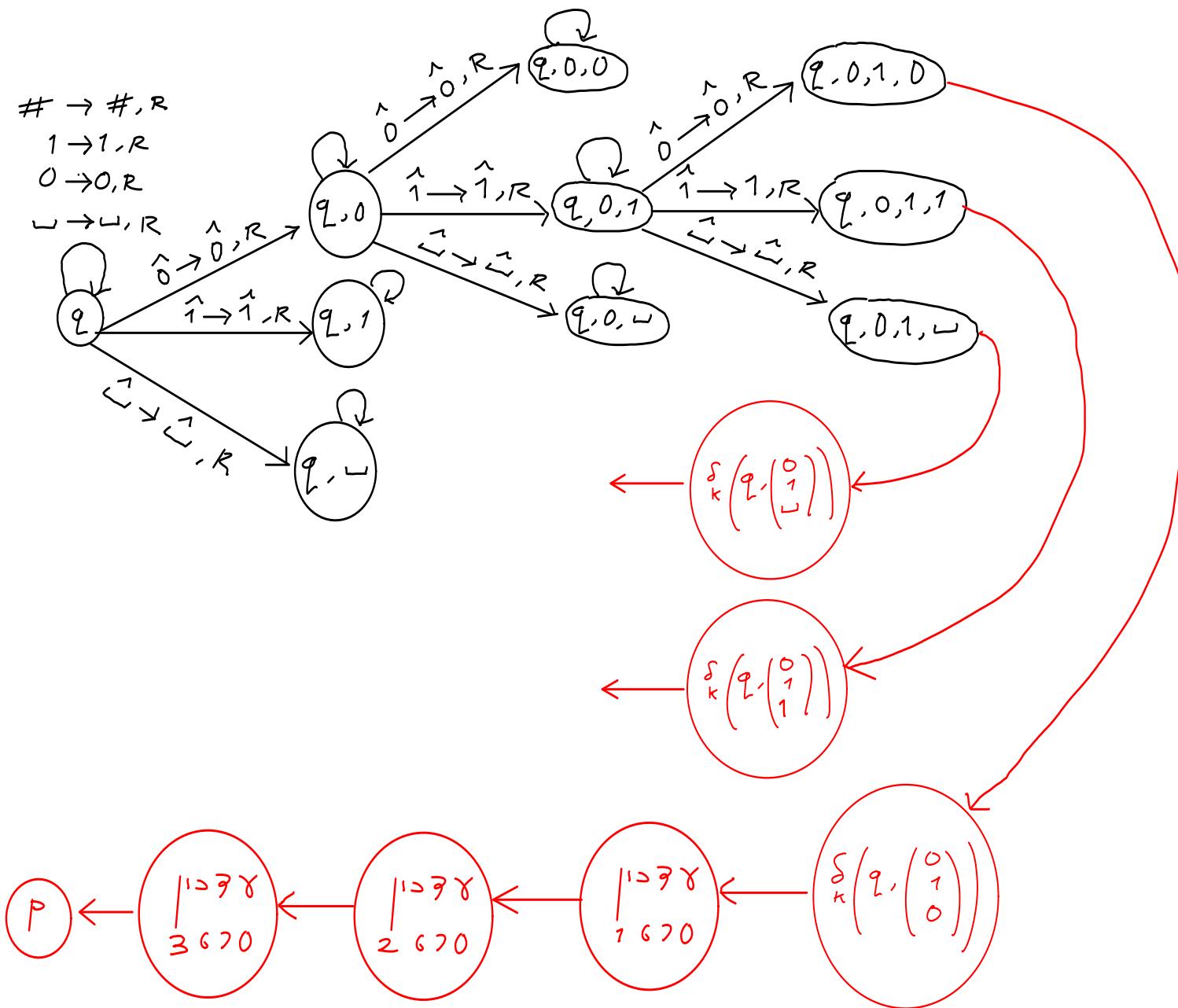
מידע זה ניתן לשמר במצבים. לדוגמה:

$$q, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} .$$

זה אפשרי מכיוון שמספר המצביעים הנדרש הוא סופי:

$$|Q| \times |\Gamma|^k .$$

מצב																			
q	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">#</td> <td style="padding: 2px 10px;">1</td> <td style="padding: 2px 10px;">1</td> <td style="padding: 2px 10px;">0</td> <td style="padding: 2px 10px;">1</td> <td style="padding: 2px 10px;">#</td> <td style="padding: 2px 10px;">1</td> <td style="padding: 2px 10px;">1</td> <td style="padding: 2px 10px;">0</td> <td style="padding: 2px 10px;">0</td> <td style="padding: 2px 10px;">#</td> <td style="padding: 2px 10px;">0</td> <td style="padding: 2px 10px;">0</td> <td style="padding: 2px 10px;">#</td> <td style="padding: 2px 10px;">1</td> <td style="padding: 2px 10px;">1</td> <td style="padding: 2px 10px;">#</td> <td style="padding: 2px 10px;">_</td> </tr> </table>	#	1	1	0	1	#	1	1	0	0	#	0	0	#	1	1	#	_
#	1	1	0	1	#	1	1	0	0	#	0	0	#	1	1	#	_		



- ## • עדכון הסרטים

M סורקת את הסרט שלא עם נוספת כדי לפעול על פי פונקציית המעברים, כלומר, לעדכן את התאים שמתוחת לראשים ולעדכן את מיקום הראשים.