חישוביות וסיבוכיות

תרגילים 1א': מכונות טיורינג

שאלה 1 בנו מ"ט שמקבלת את שפת המילים

$$L = \left\{ w_1 \# w_2 \ , \ w_1, w_2 \in \{a,b\}^* \ \middle| \ w_1 = w_2 \right\}$$

שאלה 2 בנו מכונת טיורינג שמקבלת את שפת המילים

$$L = \left\{ w = a^n b^n c^n \middle| n \geq 0 \right\} \ .$$

שאלה 3 בנו מכונת טיורינג שמקבלת את שפת המילים

$$L = \left\{ w = a^i b^j c^{(i \cdot j)} \middle| n \geq 0 \right\} \ .$$

שאלה 4 בנו מכונת טיורינג שמקבלת את שפת המילים

$$L = \left\{ w = a^{2n} b^n c^{5n} \middle| n \geq 1 \right\} \ .$$

שאלה 5 בנו מכונת טיורינג שמקבלת את שפת המילים

$$L = \left\{ w \in \{a,b\}^* \middle| \#a_w \neq \#b_w \right\} \ .$$

שאלה 6 בנו מכונת טיורינג שמקבלת את שפת המילים

$$L = \left\{ w \in \{a,b\}^* \middle| \#a_w > \#b_w \right\} \ .$$

שאלה 7 בנו מכונת טיורינג שמקבלת את שפת המילים

$$L = \left\{ \sigma w \sigma \middle| \sigma \in \{a,b\} \ , \ w \in \{a,b\}^* \right\} \ .$$

שאלה 8

נתון אלפבית הקלט $\Sigma = \{a,b,c\}$ ונתונה השפה הבאה:

$$L = \{ a^i b^j c^{2i \cdot 3j} \ \middle| \ i,j \in \mathbb{N}^+ \}$$

תארו מכונת טיורינג סטנדרטית (כלומר, במודל הבסיסי) שמכריעה את השפה.

בסעיף זה **עליכם לתאר את המכונה בצורה גרפית בעזרת תרשים \ דיאגרמת מצבים בלבד,** ולא בדרכים אחרות. כלומר, לא בעזרת טבלת מעברים, לא בעזרת פסאודו -קוד,וכיוצא באלו.

תזכורת, $\mathbb{N}^+$ היא קבוצת הטבעיים החיוביים (כלומר, ללא המספר אפס).

שאלה 9 נתונה השפה הבאה: $L = \left\{ \langle M \rangle \ \middle| \ \langle M \rangle \text{ דוחה את } M \right\}$. בנו מכונת טיורינג המקבלת את השפה L והוכיחו את נכונות הבנייה.

שאלה 10 תהי L השפה הבאה:

$$L = \left\{ w\overline{w^r} \;\middle|\; w \in \{0,1\}^* \ , \ \bar{0} = 1 \ , \bar{1} = 0 \right\} \ .$$

א) תארו אלגוריתם (פסאודוקוד) של מכונת טיורינע המקבלת את L.

ב) ציירו דיאגרמת מצבים של המכונה.

שאלה 11 תהי L השפה הבאה:

$$L = \left\{ w = a^{2i} b^j c^{i+j} \;\middle|\; i,j \in \mathbb{N}^+ \right\} \ .$$

א) תארו אלגוריתם (פסאודוקוד) של מכונת טיורינע המקבלת את L.

ב) ציירו דיאגרמת מצבים של המכונה.

שאלה 12 תהי L השפה הבאה:

$$L = \left\{ w = a^{i} b^j c^{i+j} \;\middle|\; i,j \in \mathbb{N}^+ \right\} \ .$$

א) תארו אלגוריתם (פסאודוקוד) של מכונת טיורינע המקבלת את L.

ב) ציירו דיאגרמת מצבים של המכונה.

2

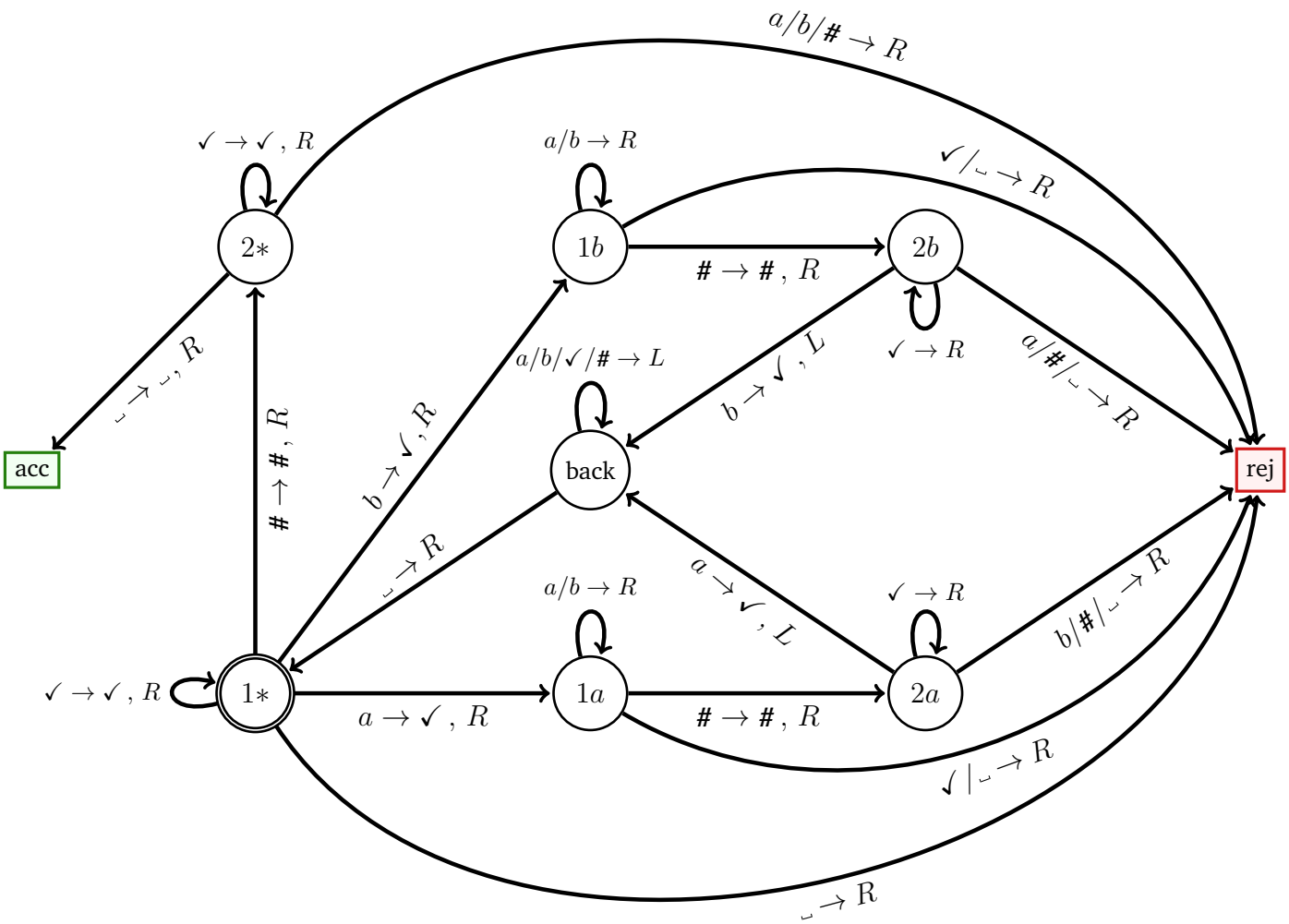
תשובות

שאלה 1

הרעיון

- נסרוק את הסרט משמאל לימין.
- נזכור את האות הראשונה שראינו ונסמן ✓.
- נתקדם למחרוזת שלאחר ה- #.
  - אם האות הראשונה שלאחר ה- # היא אותה אות נסמן ✓.
  - אם לא ← rej.
- נרוץשמאלה לתחילת הקלט ונחזור על התהליך.
- אם במעבר כל המשבצות מסומנות ב- ✓ אז ← acc.

3



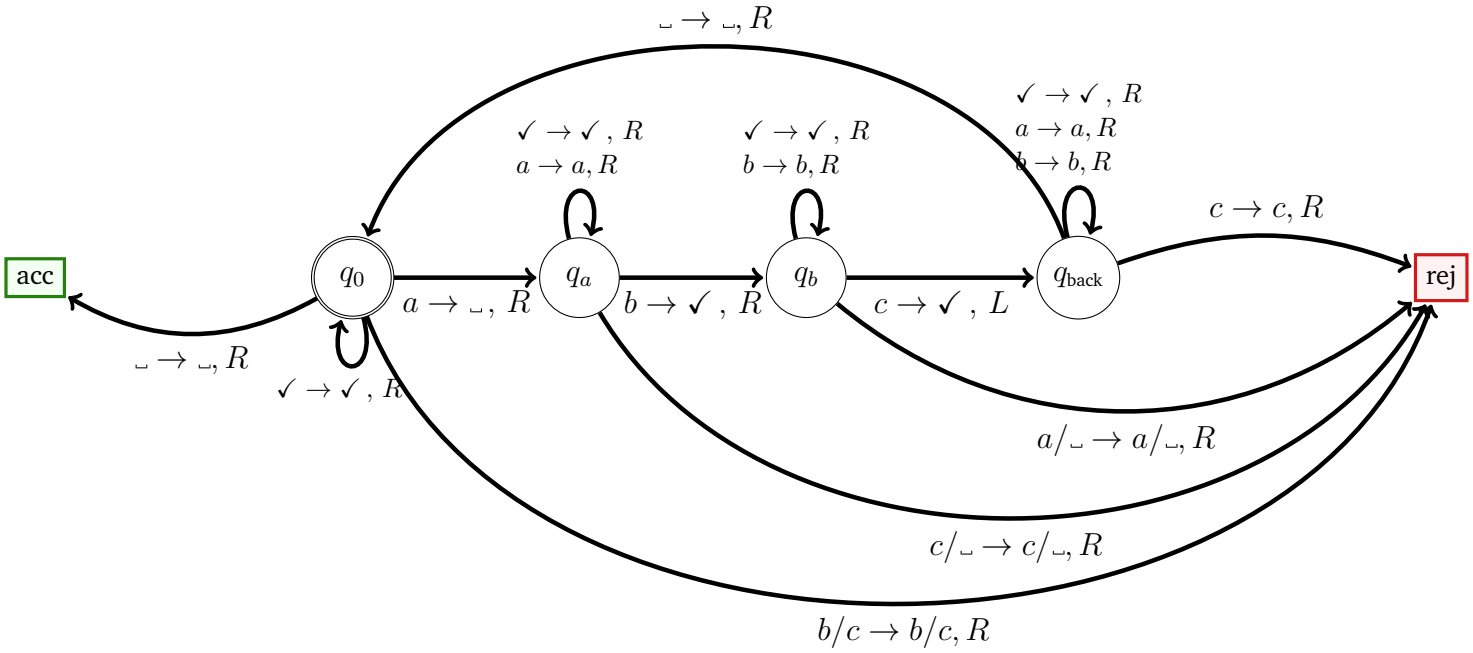
שאלה 2

הרעיון

- נסרוק את הסרט משמאל לימין.
- $*$ אם התו הנקרא הוא a נמחק בעזרת ␣.

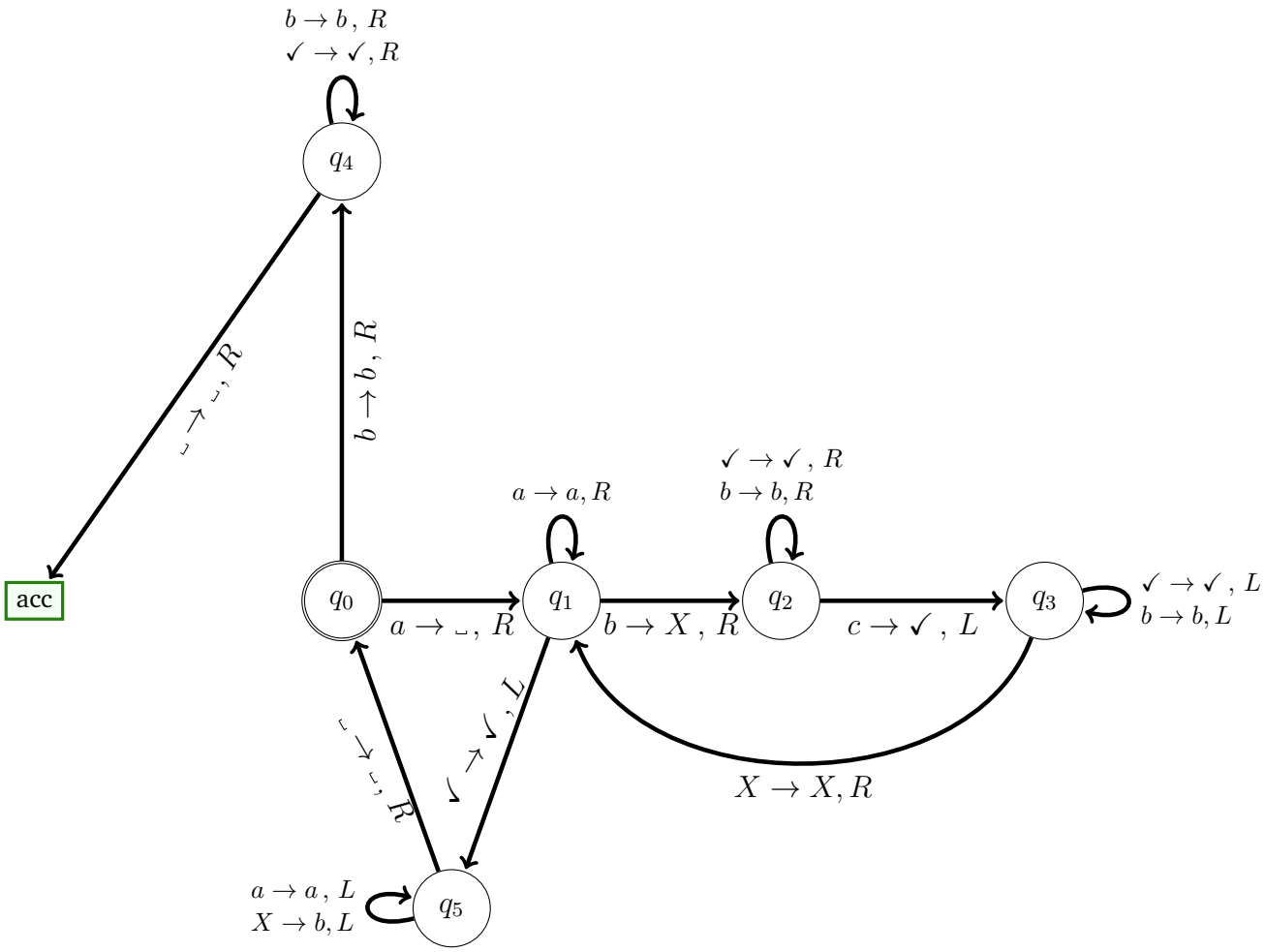
4

* אם התו הנקרא הוא ✓ הראש זז ימינה.
* אם התו הנקרא הוא b, c אז ← rej.



שאלה 3

5

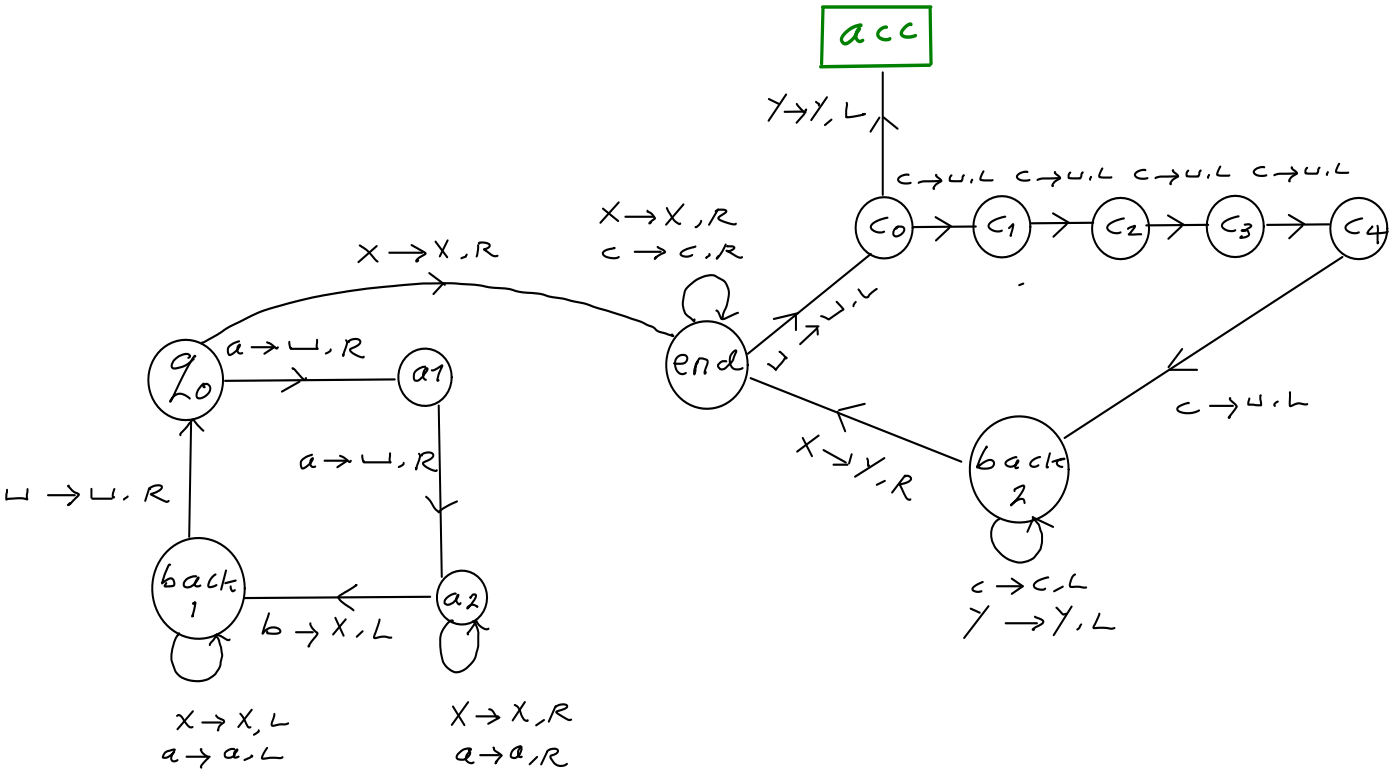

$b \to b\,,\ R$
$\checkmark \to \checkmark, R$
q_4
$\sqcup \to \sqcup, R$
$b \to b\,,\ R$
acc
q_0
$a \to \sqcup\,,\ R$
$a \to a, R$
q_1
$b \to X\,,\ R$
$\checkmark \to \checkmark\,,\ R$
$b \to b, R$
q_2
$c \to \checkmark\,,\ L$
q_3
$\checkmark \to \checkmark\,,\ L$
$b \to b, L$
$X \to X, R$
$\checkmark \to \checkmark\,,\ L$
$\sqcup \to \sqcup, R$
$a \to a\,,\ L$
$X \to b, L$
q_5

שאלה 4

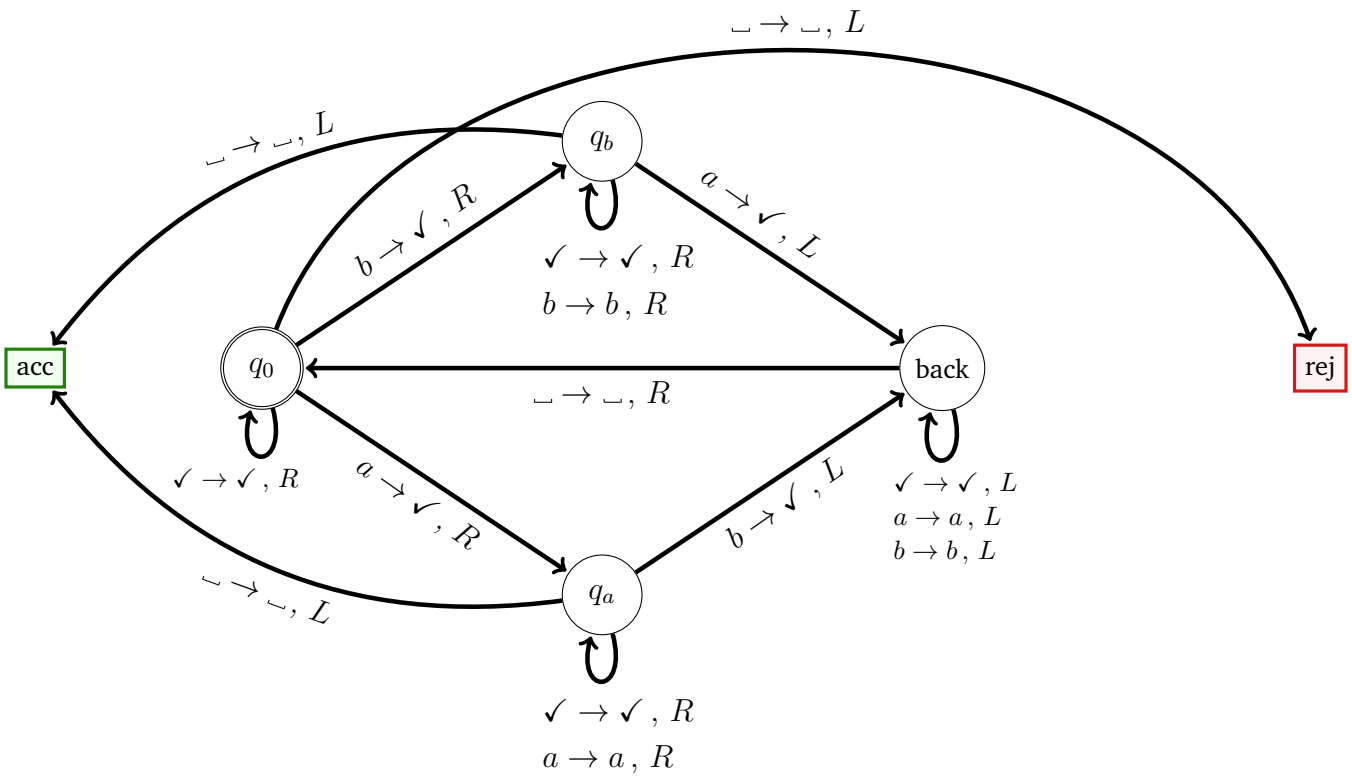
6

חישוביות וסיבוכיות

$$W = a^{2n} b^{n} c^{5n}$$



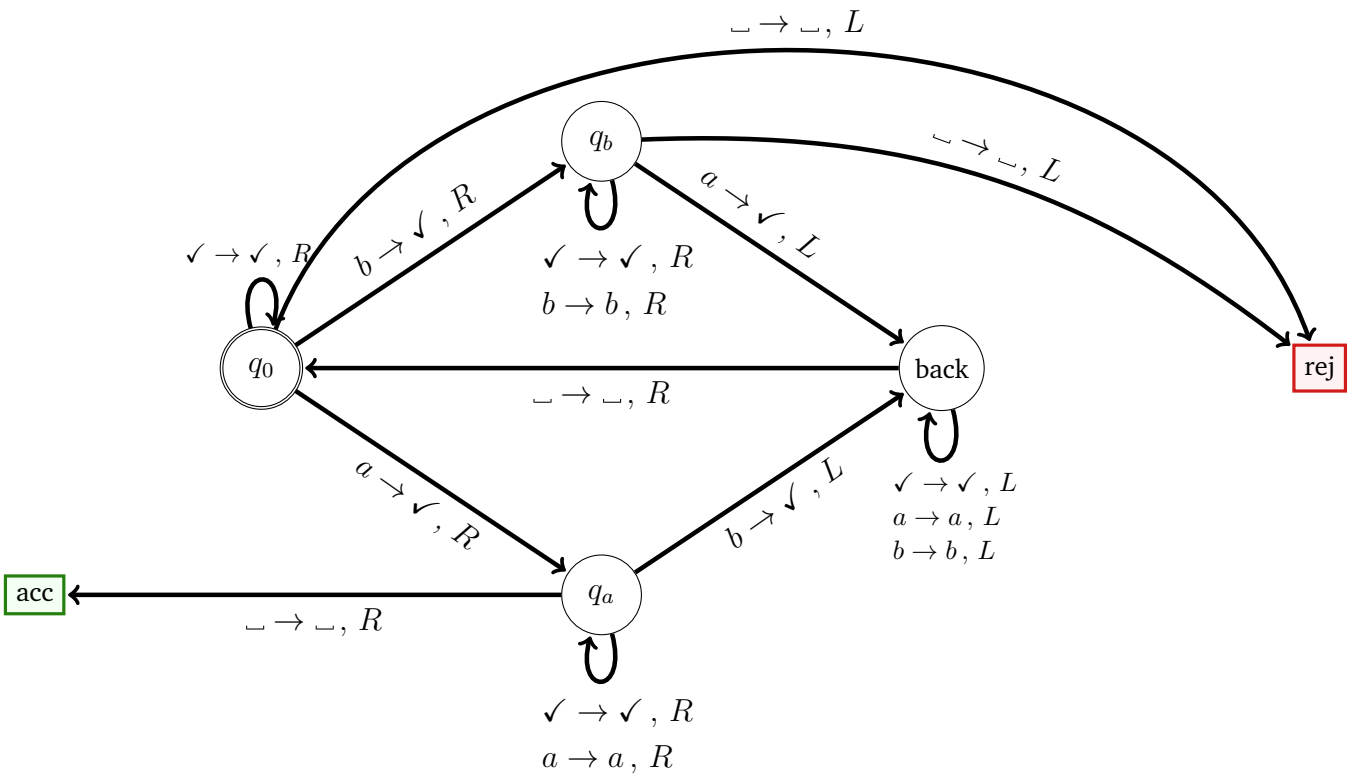
7



שאלה 5

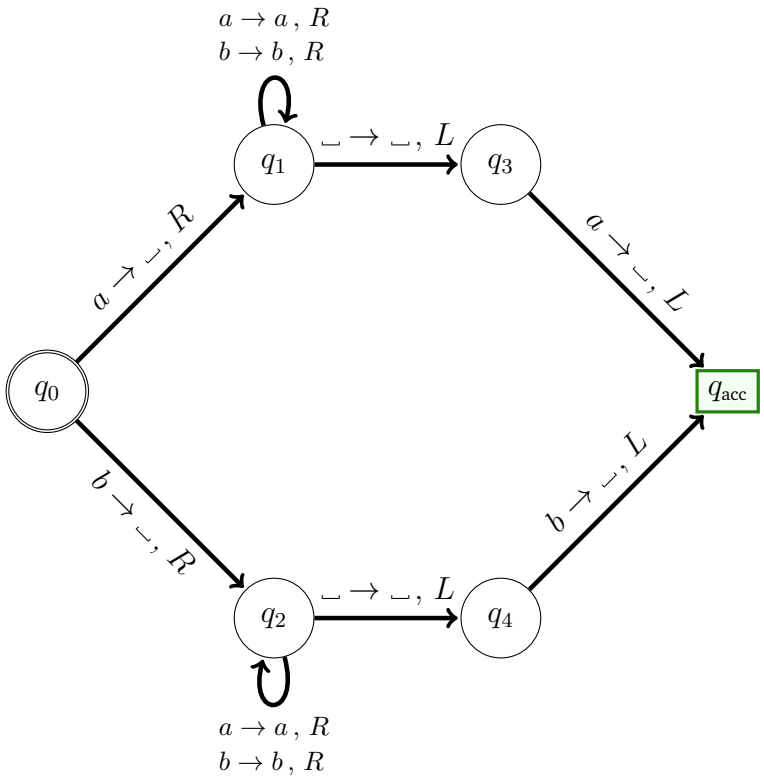
שאלה 6

8



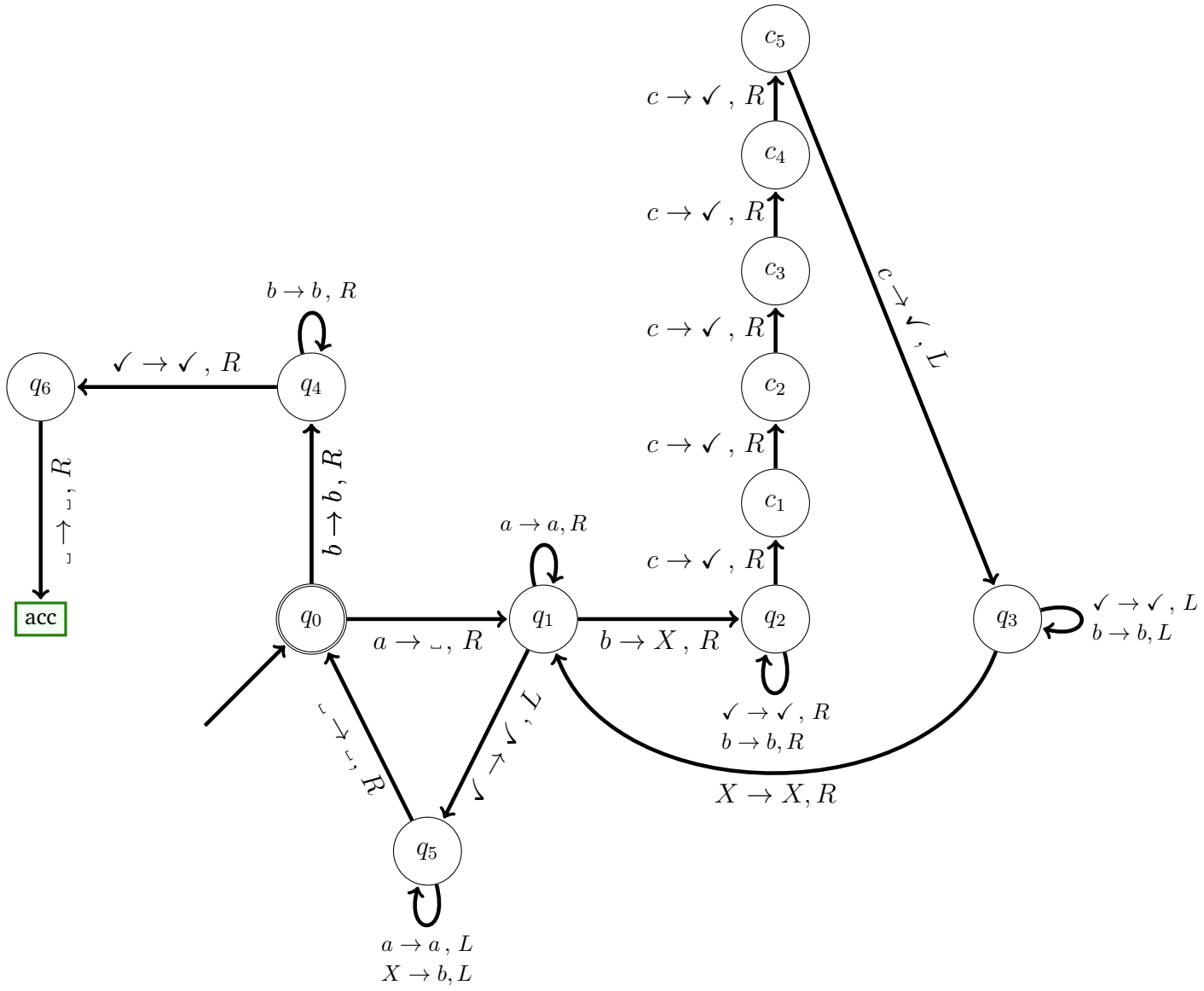
<u>שאלה 7</u> כל המעברים שאינם מופיעים בתרשים עוברים ל- q_{rej}.

9



<u>שאלה 8</u> כל מעברים לא מופיעים בתרשים, עוברים למצב rej.

10



שאלה 9

תאור הבנייה

$M_L =$ על קלט x:

1. בודקת האם $x = \langle M \rangle$. אם לא $\leftarrow$ דוחה.
2. מריצה את M על $\langle M \rangle$.

- אם M מקבלת $\Leftarrow M_L$ דוחה.
- אם M דוחה $\Leftarrow M_L$ מקבלת.

11

<u>נכונות</u>

אם $x \in L \Leftarrow x = \langle M \rangle$ ו- M דוחה את $\langle M \rangle \Leftarrow M_L$ מקבלת את x.

אם $x \notin L \Leftarrow$ 3 מקרים:

- $x \neq \langle M \rangle \Leftarrow M_L$ דוחה את x.
- $x = \langle M \rangle$ ו- M מקבלת את $\langle M \rangle \Leftarrow M_L$ דוחה את x.
- $x = \langle M \rangle$ ו- M לא עוצרת על $\langle M \rangle \Leftarrow M_L$ לא עוצרת על x.
  M_L דוחה את x.

<u>שאלה 10</u>

א) $M =$ " על קלט y:

(1) אם תו הנקרא הוא $\sqcup \Leftarrow$ מקבלת.

(2) אן תו הנקרא הוא 0:

[א] כותבת X על 0 וזזה ימינה.

[ב] כל עוד התו הנקרא הוא 0 או 1, זזה ימינה.

[ג] אם התו הנקרא הוא $\sqcup$ זזה שמאלה.

[ד] • אם התו הנקרא הוא 0 או $X \Leftarrow$ דוחה.

• אם התו הנקרא הוא 1 כובת עליו $\sqcup$ וזזה שמאלה.

[ה] • אם התו הנקרא הוא $X \Leftarrow$ מקבלת.

• אחרת, כל עוד שהתו הנקרא הוא 0 או 1, זזה שמאלה.

[ו] אם התו הנקרא הוא X, זזה ימינה וחוזרת לשלב (2).

(3) אן תו הנקרא הוא 1:

[א] כותבת X על 1 וזזה ימינה.

[ב] כל עוד התו הנקרא הוא 0 או 1, זזה ימינה.

[ג] אם התו הנקרא הוא $\sqcup$ זזה שמאלה.

[ד] • אם התו הנקרא הוא 1 או $X \Leftarrow$ דוחה.

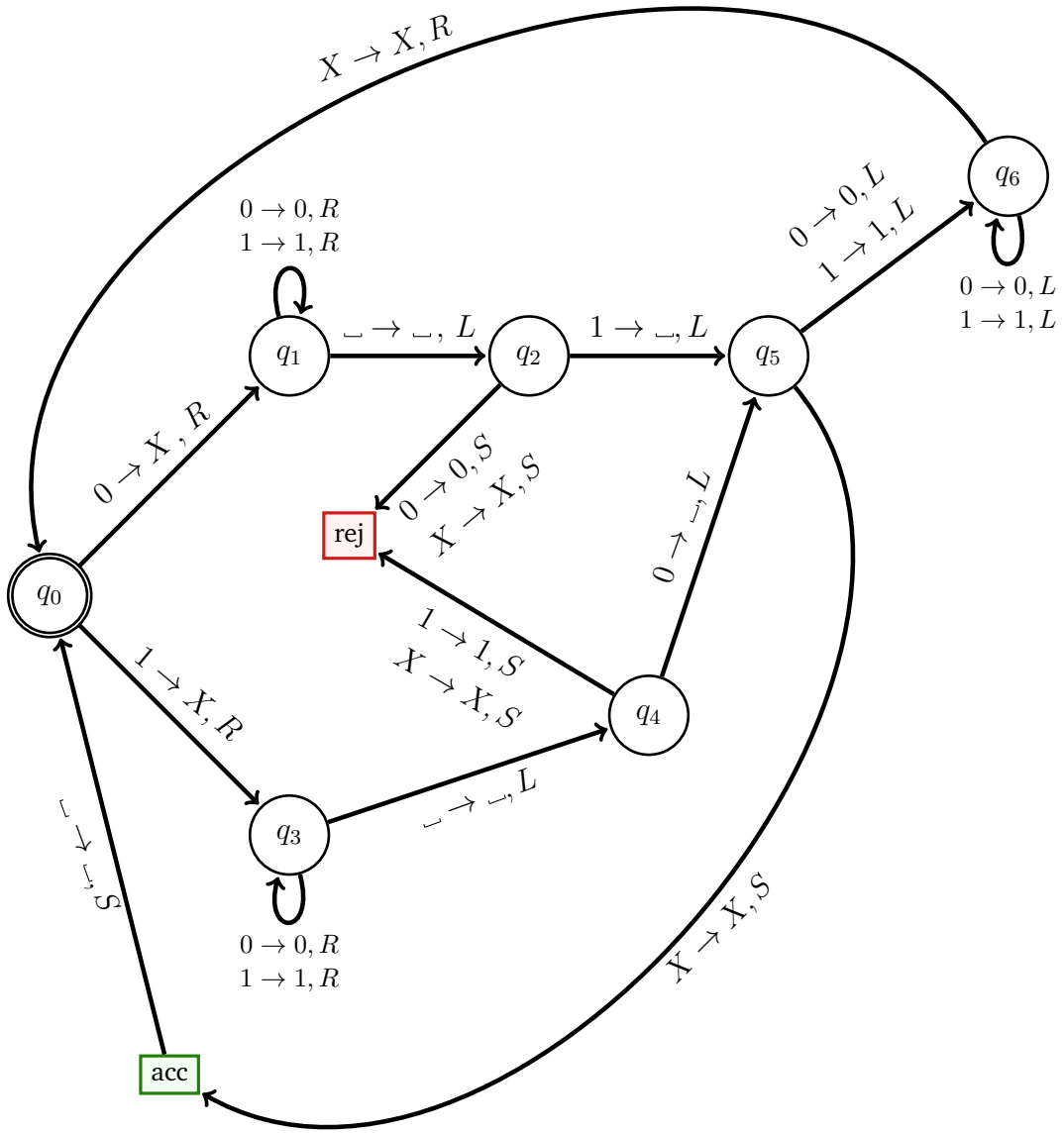
• אם התו הנקרא הוא 0 כובת עליו $\sqcup$ וזזה שמאלה.

[ה] • אם התו הנקרא הוא $X \Leftarrow$ מקבלת.

• אחרת, כל עוד שהתו הנקרא הוא 0 או 1, זזה שמאלה.

[ו] אם התו הנקרא הוא X, זזה ימינה וחוזרת לשלב (2)."

12

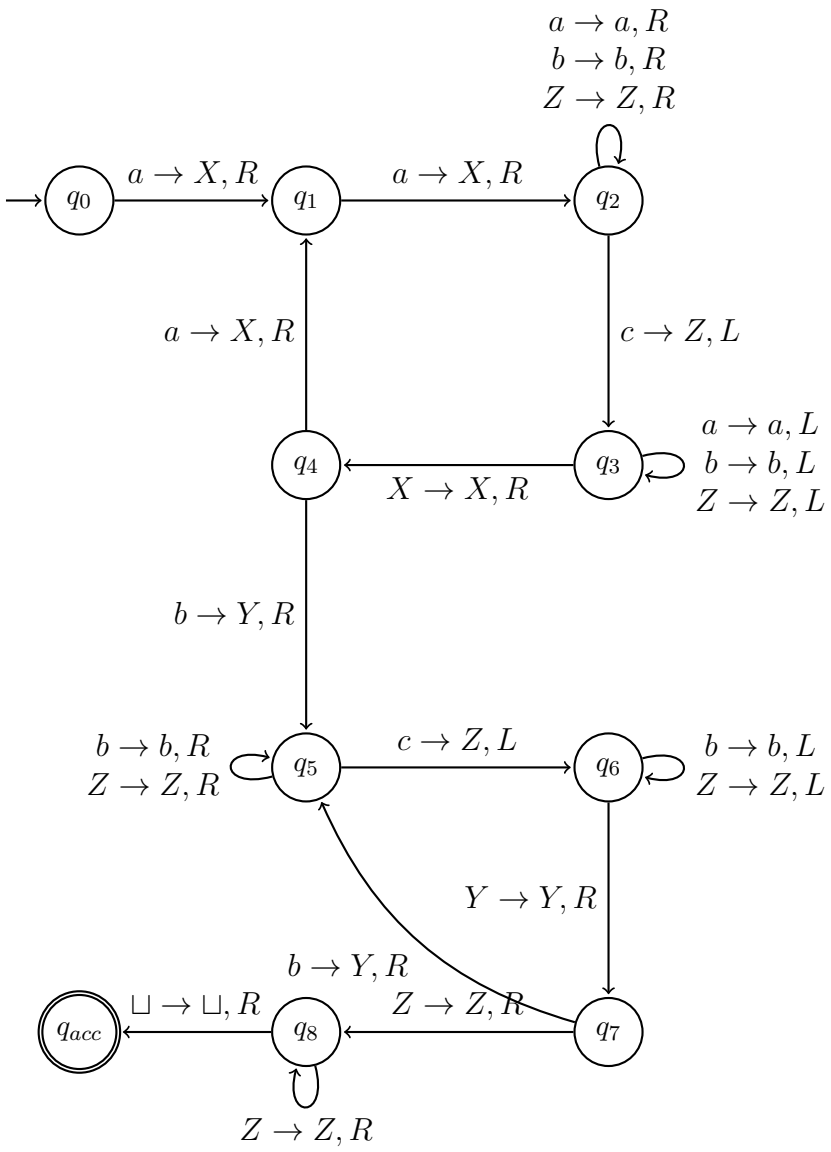

$X \to X, R$
$0 \to 0, R$
$1 \to 1, R$
$\sqcup \to \sqcup, L$
$1 \to \sqcup, L$
$0 \to 0, L$
$1 \to 1, L$
$0 \to 0, L$
$1 \to 1, L$
$0 \to X, R$
$0 \to 0, S$
$X \to X, S$
$0 \to \sqcup, L$
$1 \to 1, S$
$X \to X, S$
$1 \to X, R$
$\sqcup \to \sqcup, L$
$\sqcup \to \sqcup, S$
$0 \to 0, R$
$1 \to 1, R$
$X \to X, S$
q_0
q_1
q_2
q_3
q_4
q_5
q_6
rej
acc

שאלה 11

13

א)

ב)

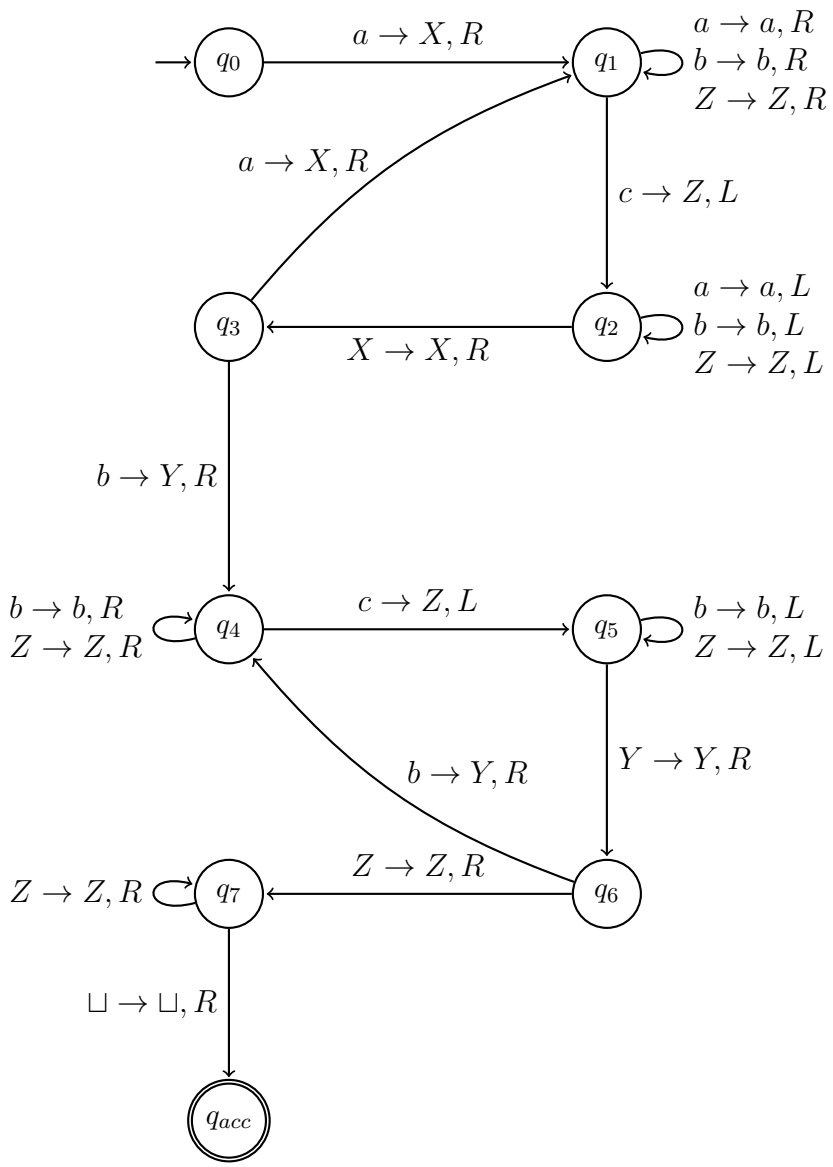


שאלה 12

א)

ב)

14


q_0
$a \to X, R$
q_1
$a \to a, R$
$b \to b, R$
$Z \to Z, R$
$a \to X, R$
$c \to Z, L$
q_3
q_2
$a \to a, L$
$b \to b, L$
$Z \to Z, L$
$X \to X, R$
$b \to Y, R$
$b \to b, R$
$Z \to Z, R$
q_4
$c \to Z, L$
q_5
$b \to b, L$
$Z \to Z, L$
$b \to Y, R$
$Y \to Y, R$
$Z \to Z, R$
q_7
q_6
$Z \to Z, R$
$\sqcup \to \sqcup, R$
q_{acc}

15