אופן כתיבת תשובות לשאלות

1) בעדוה זו יש 10 שאלות. **יש לענות על 5 מתוך 10.**

2) **יש להראות פתרון מלא.** הסבירו היטב את מהלך הפתרון.

3) יש לנמק היטב כל שלב של פתרון. תשובה ללא הסבר וללא נימוק, אפילו נכונה, לא תתקבל.

4) יש לרשום ליד כל תשובה את מספר של השאלה שעליה אתם עונים.

מועד הגשה

1) ההגשה היא עד סוף יום ההגשה, כלומר עד השעה 23:59 באותו היום. אל תחכו לרגע האחרון. תכננו את זמנכם בהתאם. הגישו לפני.

2) איחור במועד ההגשה יגרור הורדה של ציון, 5 נק' לכל יום איחור או חלק ממנו. בכל מקרה לא יהיה ניתן להגיש מעבר ל-2 ימי איחור ממועד ההגשה דלעיל.

אופן הגשה

1) קראו היטב את השאלות. עליכם לענות על כל השאלות בעבודה זו.

2) הגשת העבודה תהיה דרך אתר הקורס במודל בלבד. הגשת העבודה היא **ביחידים או בזוגות.**

3) כיצד להגיש?

א) יש לסרוק או להמיר את העבודה לקובץ pdf ולהגיש אותו (סריקה לא ברורה או מטושטשת לא תיבדק).

ב)
- במידה שאת.ה מגיש.ה פתרונות לבד אז בשם הקובץ שיוגש למערכת ההגשה יהיה מספר ת"ז ושם של המגיש ושם של העבודה. לדוגמה: עבודה2-ירמיהו-תז-123456789.pdf.
- במידה שאתם מגישים פתרונות כזוג אז בשם הקובץ שיוגש למערכת ההגשה יהיו מספרי ת"ז ושמות של המגישים ושם של העבודה. לדוגמה: עבודה2-ירמיהו-תז-123456789-גל-113114115.pdf

4) בקובץ המוגש יש להוסיף את התיעוד הבא בעמוד הראשון (בעברית או באנגלית, לבחירתכם). יש לשנות את השם לשם שלכם ואת תעודת הזהות לתעודת הזהות שלכם. ובמקום סולמית יש לכתוב את מספר העבודה.

Assignment: #
Author1: Israel Israeli, ID: 01234567
Author2: Dave David, ID: 8910111213

5) לאחר שהעליתם את הקבצים שלכם למודל, הורידו אותם מהמודל למחשב שלכם וודאו כי הקבצים תקינים וכי העליתם את הקבצים הנכונים והמלאים. לאחר תום מועד ההגשה לא יתקבלו ערעורים על כך שהעליתם קבצים לא תקינים או שהעליתם בטעות קבצים אחרים / לא נכונים.

שאלות

1) שאלות בנוגע העבודה יש לשאול בפורום באתר המודל של הקורס או בשעות קבלה של המתרגל/ת האחראי/ת בלבד. אין לשלוח שאלות במייל לא למתרגל האחראי ולא למתרגלים/מרצים אחרים.

2) ניתן לשאול שאלות הבהרה ומיקוד על המשימות שבעבודה במידה ומשימה מסוימת לא ברורה. לא ניתן לשאול על הפתרונות שלכם. לדוגמא, לא ניתן לשאול האם הפתרון שלי נכון, לא ניתן לשאול למה הפתרון לא עובד, וכדומה.

שונות

1) השאלות בעבודה זו הינן שוות משקל. כלומר, משקל כל שאלה הוא 100 חלקי מספר השאלות בעבודה.

2) בשאלה מרובת סעיפים, הסעיפים הם שווי משקל. כלומר משקל כל סעיף הוא משקל השאלה כולה חלקי מספר הסעיפים השאלה.

3) בעדוה זו יש 10 שאלות. **יש לענות על 5 מתוך 10.**

בהצלחה!

עבודה 1: צרוה רחבה וצורה אסטרטית של משחק, שליטה ושיווי משקל נאש בהצלחה רבה!

שאלה 1 (20 נקודות)

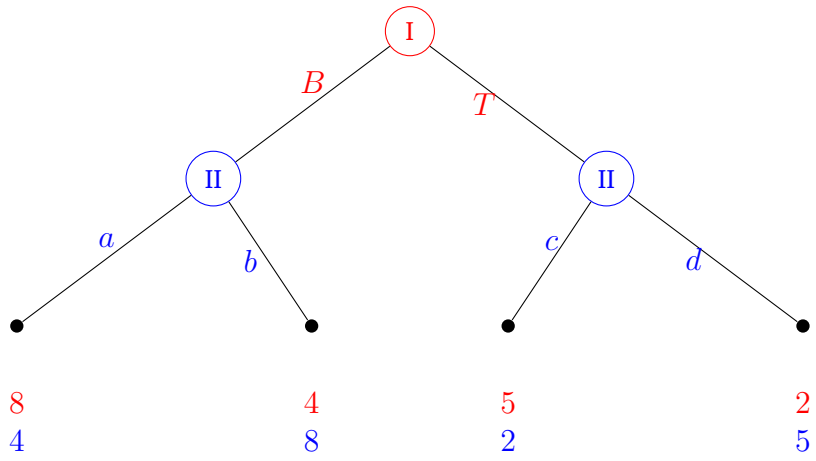
עבור כל אחד של המשחקים הבאים:

1) רשמו את הקבוצות אסטרטגיות של כל שחקן.

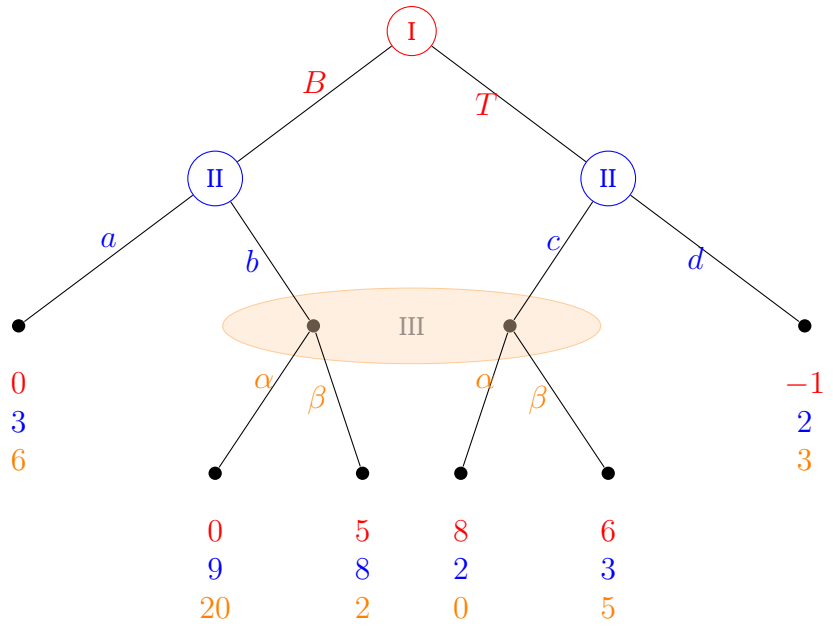
2) רשמו את הצורה אסטרטגית של המשחק.

3) חשבו את השיווי משקל של המשחק.

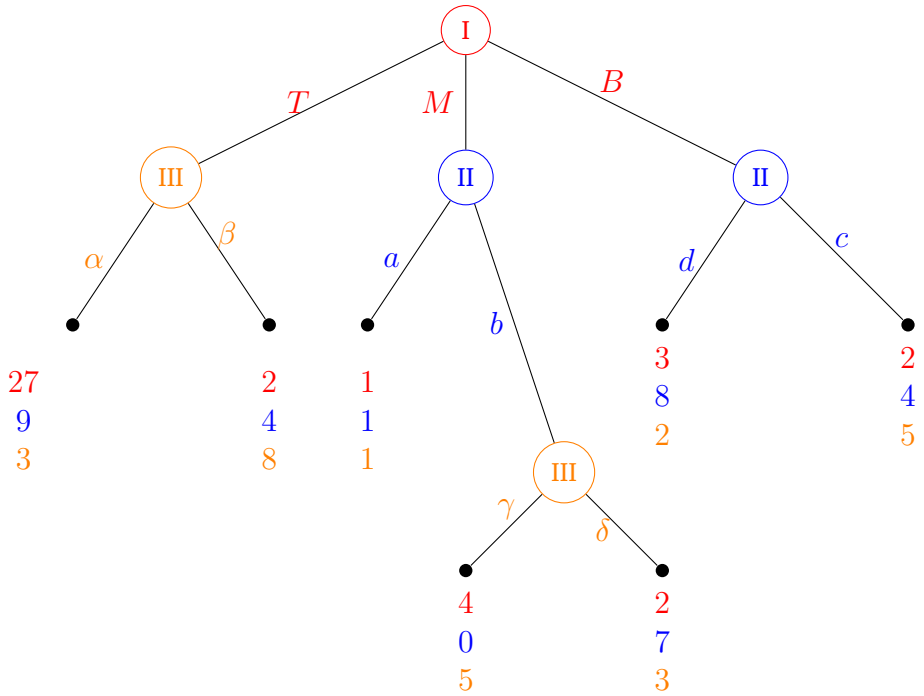
א)



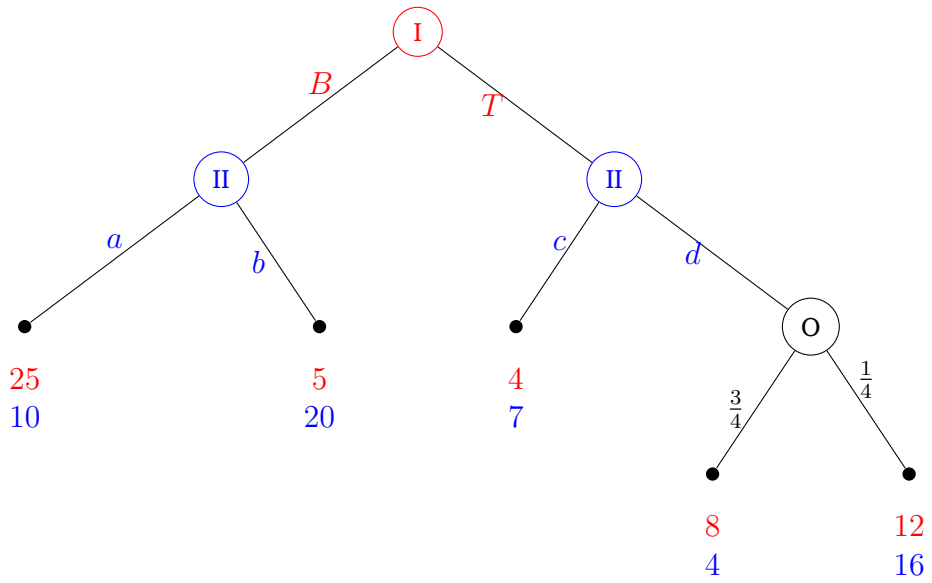
ב)


I
B
T
II
II
a
b
c
d
III
0
3
6
α
β
α
β
−1
2
3
0
9
20
5
8
2
0
6
3
5

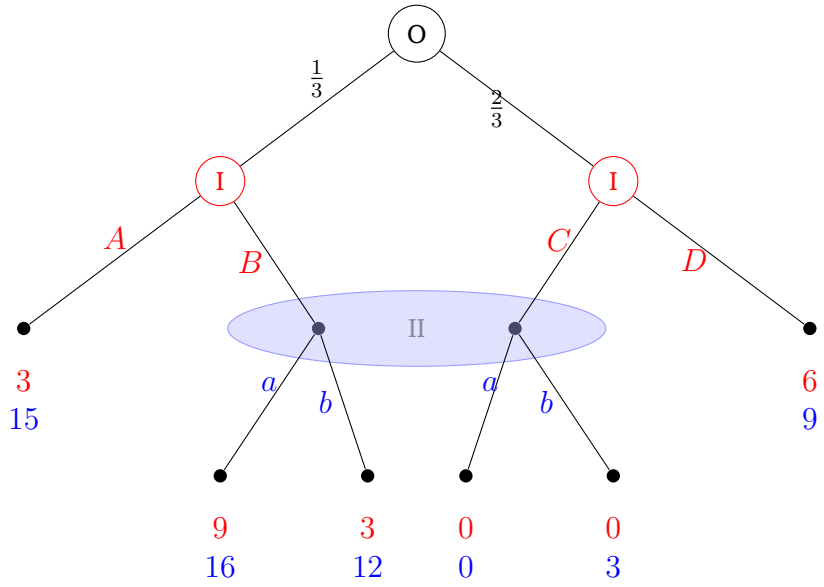
ג)


I
T
M
B
III
II
II
α
β
a
b
d
c
27
9
3
2
4
8
1
1
1
3
8
2
2
4
5
III
γ
δ
4
0
5
2
7
3

ד)



ה)



שאלה 2 (20 נקודות)

תארו את המשחק הבא בצורה רחבה.
שתי ערמות גפרורים מונחות על השולחן. באחת גפרור אחד, ובשנייה שני גפרורים.
שני שחקנים מסלקים גפרורים לפי התור. כל שחקן, בתורו, חייב לסלק גפרורים אך ורק מערמה אחת, והוא חייב לסלק לפחות גפרור אחד. מי שמסלק את הגפרור האחרון מפסיד.

הציגו את עץ המשחק. סמנו את השחקנים ב- I ו- II, וכל קודקוד בשחקן שתורו לשחק. על הקשתות ציינו את הפעולה (כמה גפרורים נלקחו ומאיזו ערמה). הוסיפו תשלומים בעלים: שחקן I מרוויח 1₪ אם הוא מנצח ומפסיד 1 שקל אם הוא מפסיד. כנ"ל לשחקן II. הדגישו את האסטרטגיה המנצחת.

שאלה 3 (20 נקודות)

תארו את המשחק הבא בצורה רחבה. שלוש ערמות גפרורים מונחות על השולחן. באחת גפרור אחד, בשנייה שני גפרורים, ובשלישית שלושה גפרורים. שני שחקנים מסלקים גפרורים לפי התור. כל שחקן, בתורו, חייב לסלק גפרורים אך ורק מערמה אחת, והוא חייב לסלק לפחות גפרור אחד. מימשסלק את הגפרור האחרון מפסיד.

ע"י חיצים בעץ המשחק, הצביעו על דרך משחק של אחד השחקנים, המבטיחה לו ניצחון.

שאלה 4 (20 נקודות)

נתון המשחק הבא. ברשותו של יעקב סכום של $100,000$ ₪ שאותם הוא מייעד להשקעה. הוא יכול להשקיע את הסכום למשך שנה בזהב. בסיכוי של 30% הזהב יעלה ויעקב ירוויח $20,000$ ₪ . בסיכוי 70% מחיר הזהב ירד, ויעקב יפסיד $10,000$ ₪ . יעקב יכול להשקיע את כספו במניית חברת "מכללה סמי שמעון". בסיכוי 60% מחיר המנייה יעלה, ויקב ירוויח $50,000$ ₪ . בסיכוי 40% מחיר המנייה ירד, ויעקב יפסיד את כל השקעתו. אפשרות נוספת היא להשקיע את הכסף בתוכנית חיסכון צמודה למדד ולקבל ריבית של 3% (בנוסף לעליית המדד). המדד צפוי לעלות במהלך השנה ב- 2%.

א) רשמו את הצורה רחבה של המשחק.

ב) מצאו את השיווי המשקל של המשחק, אם יש.

שאלה 5 (20 נקודות)

משה ואהרון משתתפים במשחק טלוויזיה, שבו על כל אחד מהם להגיש בכתב בתוך מעטפה סגורה אחת משתי הבקשות הבאות והבקשות של שניהם תתבצענה:

- תן לי $1,000$ ₪.
- תן לו (לשני) $4,000$ ₪.

א) רשמו את המשחק בצורה אסטרטגית.

ב) כיצד השחקנים ינהגו במשחק ומדוע?

שאלה 6 (20 נקודות)

האם במשחקים הבאים סילוק חוזר של אסטרטגיות נשלטות חזק מסתיים בווקטור אסטרטגיות יחיד? אם כן, מה הוא ווקטור זה?

א)

שחקן II

שחקן I	L	R
H	$4,2$	$0,1$
T	$3,3$	$1,1$

ב)

שחקן II

שחקן I	L	R
H	$2,3$	$1,4$
T	$0,2$	$0,4$

ג)

שחקן II

שחקן I	a	b	c
α	$1,0$	$3,0$	$2,1$
β	$3,1$	$0,1$	$1,2$
γ	$2,1$	$1,6$	$0,2$

שאלה 7 (20 נקודות)

מצאו את כל ווקטורי האסטרטגיות הרצינולים במשחקים הבאים.

א)

$I \backslash II$	L	R
T	$9,5$	$5,3$
B	$8,6$	$8,4$

ב)

$I \backslash II$	a	b	c	d
T	$6,2$	$6,3$	$7,6$	$2,8$
B	$8,5$	$6,9$	$4,6$	$4,7$

ג)

$I \backslash II$	a	b	c	d
T	$-1,20$	$-7,-7$	$-1,2$	$-5,8$
M	$27,20$	$13,-1$	$21,2$	$13,-1$
B	$-5,20$	$-3,5$	$7,-1$	$3,-4$

ד)

$I \backslash II$	a	b	c	d
α	$3,7$	$0,13$	$4,5$	$5,3$
β	$5,3$	$4,5$	$4,5$	$3,7$
γ	$4,5$	$3,7$	$4,5$	$5,3$
δ	$4,5$	$4,5$	$4,5$	$4,5$

שאלה 8 (20 נקודות)

יהי $G = \left(N, (S_i)_{i\in N}, (u_i)_{i\in N}\right)$ משחק בצורה אסטרטגית ויהי $\hat{G} = \left(N, (\hat{S}_i)_{i\in N}, (u_i)_{i\in N}\right)$ משחק המתקבל מ- G על ידי השמטת חלק מהאסורוגיות של השחקנים. ז"א $\hat{S}_i \subseteq S_i$ לכל שחקן i.
הוכיחו את הטענה הבאה:
אם s^* הוא שיווי משקל במשחק G, ואם $s_i^* \in \hat{S}_i$ לכל שחקן i, אזי s^* הוא שיווי משקח במשחק $\hat{G}$.

שאלה 9 (20 נקודות)

משחק שני שחקנים נקרא **משחק סימטרי** אם

1) לשני השחקנים אותה קבוצת אסטרטגיות: $S_1 = S_2$.

2) פונקציות התשלומים מקיימות: $u_1(s_1, s_2) = u_2(s_2, s_1)$ לכל $s_1 \in S_1$ ולכל $s_2 \in S_2$.

הוכיחו שקבוצת שיוויי המשקל במשחק סימטרי היא קבוצת סימטרי:
כלומר אם (s_1, s_2) היא שיווי משקל, אז גם (s_2, s_1) הוא שיווי משקל.

שאלה 10 (20 נקודות)

משחק שני שחקנים נקרא **משחק סימטרי** אם

1) לשני השחקנים אותה קבוצת אסטרטגיות: $S_1 = S_2$.

2) פונקציות התשלומים מקיימות: $u_1(s_1, s_2) = u_2(s_2, s_1)$ לכל $s_1 \in S_1$ ולכל $s_2 \in S_2$.

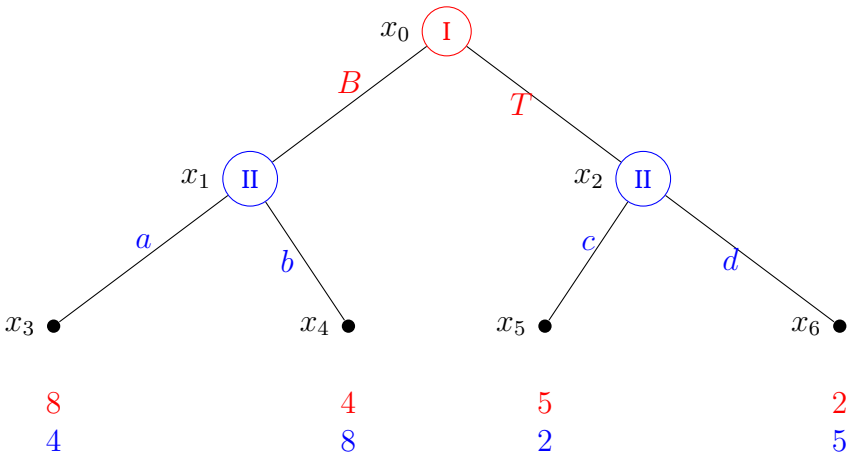
יהי $G = (\{1,2\}, (S_1, S_2), (u_1, u_2))$ משחק שני שחקנים סימטרי.
הוכיחו או הפריכו ע"י דוגמה נגדית את הטענה הבאה:

אם $s_1^* \in \arg\max_{s_1 \in S_1} u_1(s_1, s_1)$ אז (s_1^*, s_1^*) הוא שיווי משקל נאש.

פתרונות

שאלה 1

א)



1) קבוצת אסטרטגיות של שחקן I:

$$S_I = \{B, T\} \ .$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן II:

$$S_{II} = \{(a,c),(a,d),(b,c),(b,d)\} \ .$$

2) הצורת אסטרטגיה של המשחק היא:

I \ II	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
B	$8,4$	$8,4$	$4,8$	$4,8$
T	$5,2$	$2,5$	$5,2$	$2,5$

3) נחפש את התשובה הטובה ביותר של שחקן I לכל אסטרטגיה של שחקן II:

I \ II	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
B	$8,4$	$8,4$	$4,8$	$4,8$
T	$5,2$	$2,5$	$5,2$	$2,5$

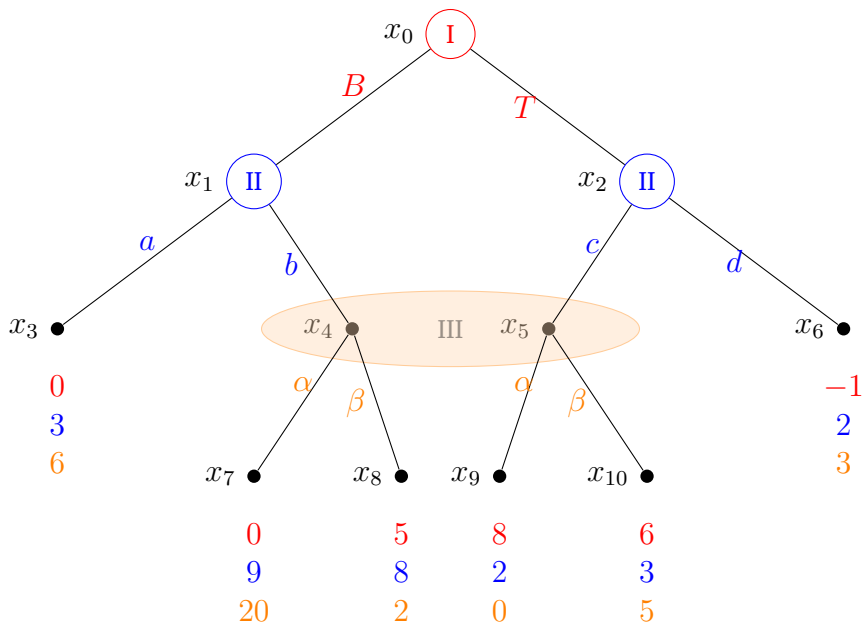
נחפש את התשובה הטובה ביותר של שחקן II לכל אסטרטגיה של שחקן I:

I \ II	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
B	$8,4$	$8,4$	$4,8$	$4,8$
T	$5,2$	$2,5$	$5,2$	$2,5$

לכן השיווי משקל נאש הוא:

$$s^* = (B, (b, d)) \ .$$

ב)



1) קבוצת אסטרטגיות של שחקן I:

$$S_I = \{B, T\}$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן II:

$$S_{II} = \{(a, c), (a, d), (b, c), (b, d)\} \ .$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן III:

$$S_{III} = \{\alpha, \beta\} \ .$$

צורת אסטרטגיה של המשחק:

2)

β

I \ II	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
B	$0,3,6$	$0,3,6$	$5,8,2$	$5,8,2$
T	$6,3,5$	$-1,2,3$	$6,3,5$	$-1,2,3$

α

I \ II	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
B	$0,3,6$	$0,3,6$	$0,9,20$	$0,9,20$
T	$8,2,0$	$-1,2,3$	$8,2,0$	$-1,2,3$

נחפש את התשובה הטובה ביותר של שחקן I לכל אסטרטגיה של שחקן II ולכל אסטרטגיה של שחקן III:

β

$I \backslash II$	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
B	$0,3,6$	$0,3,6$	$5,8,2$	$5,8,2$
T	$6,3,5$	$-1,2,3$	$6,3,5$	$-1,2,3$

α

$I \backslash II$	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
B	$0,3,6$	$0,3,6$	$0,9,20$	$0,9,20$
T	$8,2,0$	$-1,2,3$	$8,2,0$	$-1,2,3$

נחפש את התשובה הטובה ביותר של שחקן II לכל אסטרטגיה של שחקן I ולכל אסטרטגיה של שחקן III:

β

$I \backslash II$	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
B	$0,3,6$	$0,3,6$	$5,8,2$	$5,8,2$
T	$6,3,5$	$-1,2,3$	$6,3,5$	$1,2,3$

α

$I \backslash II$	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
B	$0,3,6$	$0,3,6$	$0,9,20$	$0,9,20$
T	$8,2,0$	$-1,2,3$	$8,2,0$	$-1,2,3$

נחפש את התשובה הטובה ביותר של שחקן III לכל אסטרטגיה של שחקן I ולכל אסטרטגיה של שחקן II:

β

$I \backslash II$	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
B	$0,3,6$	$0,3,6$	$5,8,2$	$5,8,2$
T	$6,3,5$	$-1,2,3$	$8,2,5$	$-1,2,3$

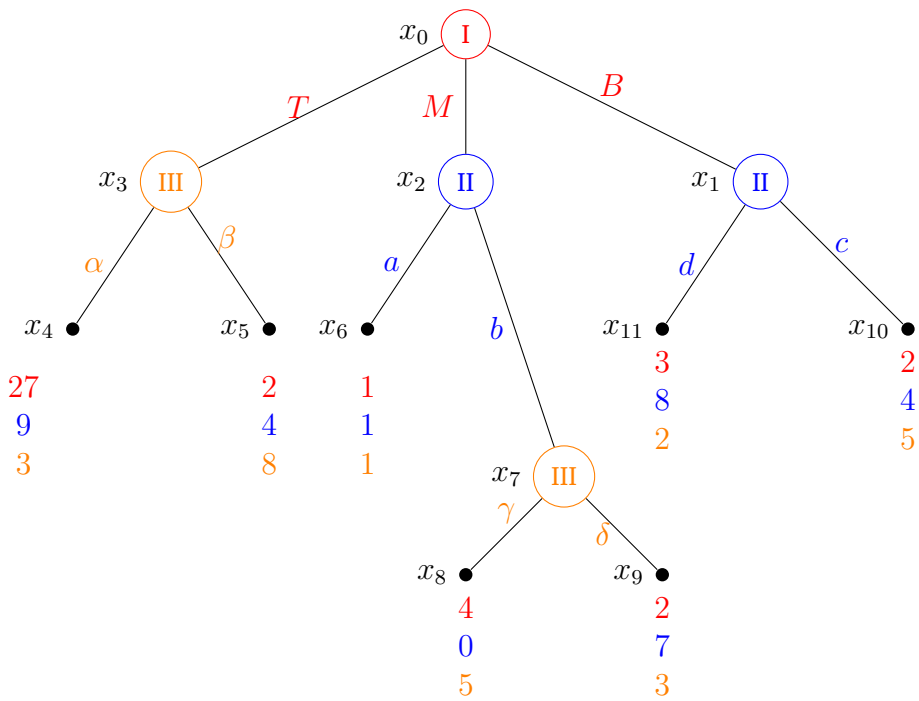
α

$I \backslash II$	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
B	$0,3,6$	$0,3,6$	$0,9,20$	$0,9,20$
T	$8,2,0$	$-1,2,3$	$8,2,0$	$-1,2,3$

לכן השיווי משקל נאש הוא:

$$s^* = (T,(a,c),\beta)\ .$$

ג)



1) קבוצת אסטרטגיות של שחקן I:

$$S_I = \{T, B, M\}$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן II:

$$S_{II} = \{(a,c)\ ,\ (a,d)\ ,\ (b,c)\ ,\ (b,d)\}\ .$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן III:

$$S_{III} = \{(\alpha,\gamma)\ ,\ (\alpha,\delta)\ ,\ (\beta,\gamma)\ ,\ (\beta,\delta)\}\ .$$

צורת אסטרטגיה של המשחק:

2)

הצורה האסורוגית של המשחק היא:

(α,δ)

$I \backslash II$	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
T	$27,9,3$	$27,9,3$	$27,9,3$	$27,9,3$
M	$1,1,1$	$1,1,1$	$2,7,3$	$2,7,3$
B	$2,4,5$	$3,8,2$	$2,4,5$	$3,8,2$

(α,γ)

$I \backslash II$	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
T	$27,9,3$	$27,9,3$	$27,9,3$	$27,9,3$
M	$1,1,1$	$1,1,1$	$4,0,5$	$4,0,5$
B	$2,4,5$	$3,8,2$	$2,4,5$	$3,8,2$

(β,δ)

$I \backslash II$	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
T	$2,4,8$	$2,4,8$	$2,4,8$	$2,4,8$
M	$1,1,1$	$1,1,1$	$2,7,3$	$2,7,3$
B	$2,4,5$	$3,8,2$	$2,4,5$	$3,8,2$

(β,γ)

$I \backslash II$	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
T	$2,4,8$	$2,4,8$	$2,4,8$	$2,4,8$
M	$1,1,1$	$1,1,1$	$4,0,5$	$4,0,5$
B	$2,4,5$	$3,8,2$	$2,4,5$	$3,8,2$

3)

נחפש את התשובה הטובה ביותר של שחקן I לכל אסטרטגיה של שחקן II ולכל אסטרטגיה של שחקן III:

(α,δ)

$I \backslash II$	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
T	$27,9,3$	$27,9,3$	$27,9,3$	$27,9,3$
M	$1,1,1$	$1,1,1$	$2,7,3$	$2,7,3$
B	$2,4,5$	$3,8,2$	$2,4,5$	$3,8,2$

(α,γ)

$I \backslash II$	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
T	$27,9,3$	$27,9,3$	$27,9,3$	$27,9,3$
M	$1,1,1$	$1,1,1$	$4,0,5$	$4,0,5$
B	$2,4,5$	$3,8,2$	$2,4,5$	$3,8,2$

(β,δ)

$I \backslash II$	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
T	$2,4,8$	$2,4,8$	$2,4,8$	$2,4,8$
M	$1,1,1$	$1,1,1$	$2,7,3$	$2,7,3$
B	$2,4,5$	$3,8,2$	$2,4,5$	$3,8,2$

(β,γ)

$I \backslash II$	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
T	$2,4,8$	$2,4,8$	$2,4,8$	$2,4,8$
M	$1,1,1$	$1,1,1$	$4,0,5$	$4,0,5$
B	$2,4,5$	$3,8,2$	$2,4,5$	$3,8,2$

נחפש את התשובה הטובה ביותר של שחקן II לכל אסטרטגיה של שחקן I ולכל אסטרטגיה של שחקן III:

(α,γ)

$I \backslash II$	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
T	$27,9,3$	$27,9,3$	$27,9,3$	$27,9,3$
M	$1,1,1$	$1,1,1$	$4,0,5$	$4,0,5$
B	$2,4,5$	$3,8,2$	$2,4,5$	$3,8,2$

(α,δ)

$I \backslash II$	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
T	$27,9,3$	$27,9,3$	$27,9,3$	$27,9,3$
M	$1,1,1$	$1,1,1$	$2,7,3$	$2,7,3$
B	$2,4,5$	$3,8,2$	$2,4,5$	$3,8,2$

(β,γ)

$I \backslash II$	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
T	$2,4,8$	$2,4,8$	$2,4,8$	$2,4,8$
M	$1,1,1$	$1,1,1$	$4,0,5$	$4,0,5$
B	$2,4,5$	$3,8,2$	$2,4,5$	$3,8,2$

(β,δ)

$I \backslash II$	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
T	$2,4,8$	$2,4,8$	$2,4,8$	$2,4,8$
M	$1,1,1$	$1,1,1$	$2,7,3$	$2,7,3$
B	$2,4,5$	$3,8,2$	$2,4,5$	$3,8,2$

נחפש את התשובה הטובה ביותר של שחקן III לכל אסטרטגיה של שחקן I ולכל אסטרטגיה של שחקן II:

(α,γ)

$I \backslash II$	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
T	$27,9,3$	$27,9,3$	$27,9,3$	$27,9,3$
M	$1,1,1$	$1,1,1$	$4,0,5$	$4,0,5$
B	$2,4,5$	$3,8,2$	$2,4,5$	$3,8,2$

(α,δ)

$I \backslash II$	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
T	$27,9,3$	$27,9,3$	$27,9,3$	$27,9,3$
M	$1,1,1$	$1,1,1$	$2,7,3$	$2,7,3$
B	$2,4,5$	$3,8,2$	$2,4,5$	$3,8,2$

(β,γ)

$I \backslash II$	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
T	$2,4,8$	$2,4,8$	$2,4,8$	$2,4,8$
M	$1,1,1$	$1,1,1$	$4,0,5$	$4,0,5$
B	$2,4,5$	$3,8,2$	$2,4,5$	$3,8,2$

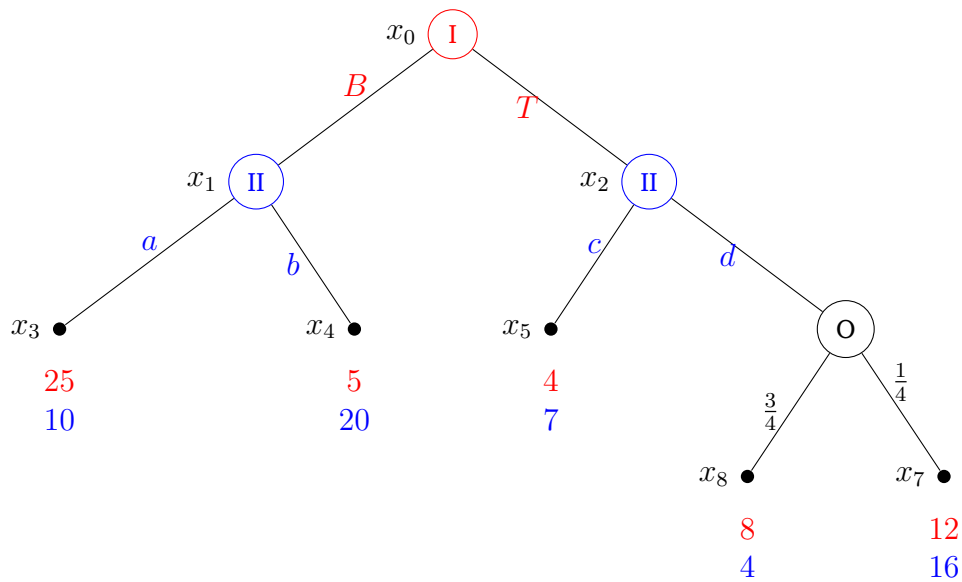
(β,δ)

$I \backslash II$	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
T	$2,4,8$	$2,4,8$	$2,4,8$	$2,4,8$
M	$1,1,1$	$1,1,1$	$2,7,3$	$2,7,3$
B	$2,4,5$	$3,8,2$	$2,4,5$	$3,8,2$

לכן השיווי משקל נאש הם:

$$
\begin{aligned}
s^* &= (T,(a,c),(\beta,\gamma)) \ , \\
s^* &= (T,(a,c),(\beta,\delta)) \ , \\
s^* &= (B,(a,d),(\beta,\gamma)) \ , \\
s^* &= (B,(a,d),(\beta,\delta)) \ , \\
s^* &= (B,(b,d),(\beta,\gamma)) \ .
\end{aligned}
$$

ד)



1) קבוצת אסטרטגיות של שחקן I:

$$S_I = (T, B)$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן II:

$$S_{II} = ((a,c)\ ,\ (a,d)\ ,\ (b,c)\ ,\ (b,d))\ .$$

2) הצורה האסטרטגית של המשחק היא:

I \ II	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
T	$4,7$	$9,7$	$4,7$	$9,7$
B	$25,10$	$25,10$	$5,20$	$5,20$

3) נחפש את התשובה הטובה ביותר של שחקן I לכל אסטרטגיה של שחקן II:

I \ II	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
T	$4,7$	$9,7$	$4,7$	$9,7$
B	$25,10$	$25,10$	$5,20$	$5,20$

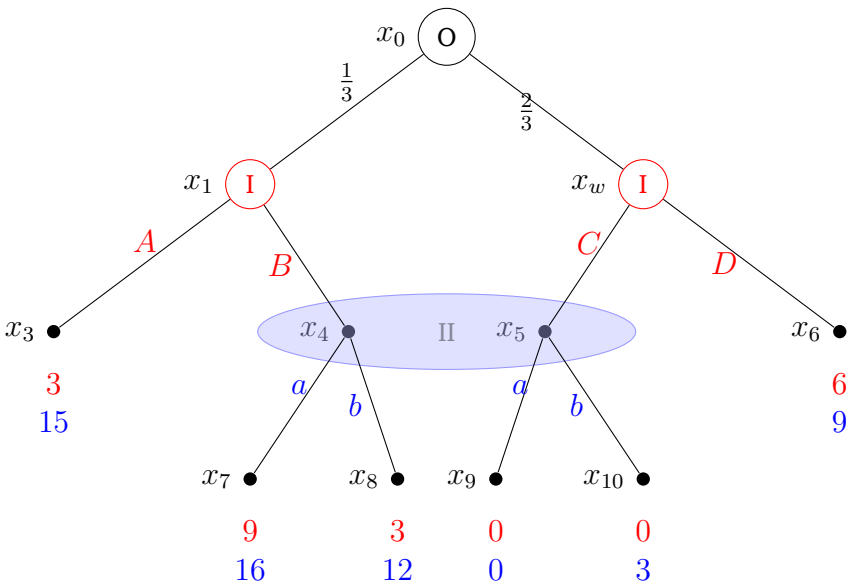
נחפש את התשובה הטובה ביותר של שחקן II לכל אסטרטגיה של שחקן I:

I \ II	(a,c)	(a,d)	(b,c)	(b,d)
T	$4,7$	$9,7$	$4,7$	$9,7$
B	$25,10$	$25,10$	$5,20$	$5,20$

השיווי משקל נאש הם:

$$s^* = (T,(b,d))\ ,\quad s^* = (B,(b,c))\ .$$

ה)



1) קבוצת אסטרטגיות של שחקן I:

$$S_I = \{(A,C)\ ,\ (A,D)\ ,\ (B,C)\ ,\ (B,D)\}$$

קבוצת אסטרטגיות של שחקן II:

$$S_{II} = \{a,b\}\ .$$

2) הצורה האסטרטגית של המשחק היא:

I \ II	a	b
(A,C)	$1,5$	$1,7$
(A,D)	$5,11$	$5,11$
(B,C)	$3,\frac{16}{3}$	$1,6$
(B,D)	$13,16$	$5,10$

נחפש את התשובה הטובה ביותר של שחקן I לכל אסטרטגיה של שחקן II:

I \ II	a	b
(A,C)	$1,5$	$1,7$
(A,D)	$5,11$	$5,11$
(B,C)	$3,\frac{16}{3}$	$1,6$
(B,D)	$13,16$	$5,10$

נחפש את התשובה הטובה ביותר של שחקן II לכל אסטרטגיה של שחקן I:

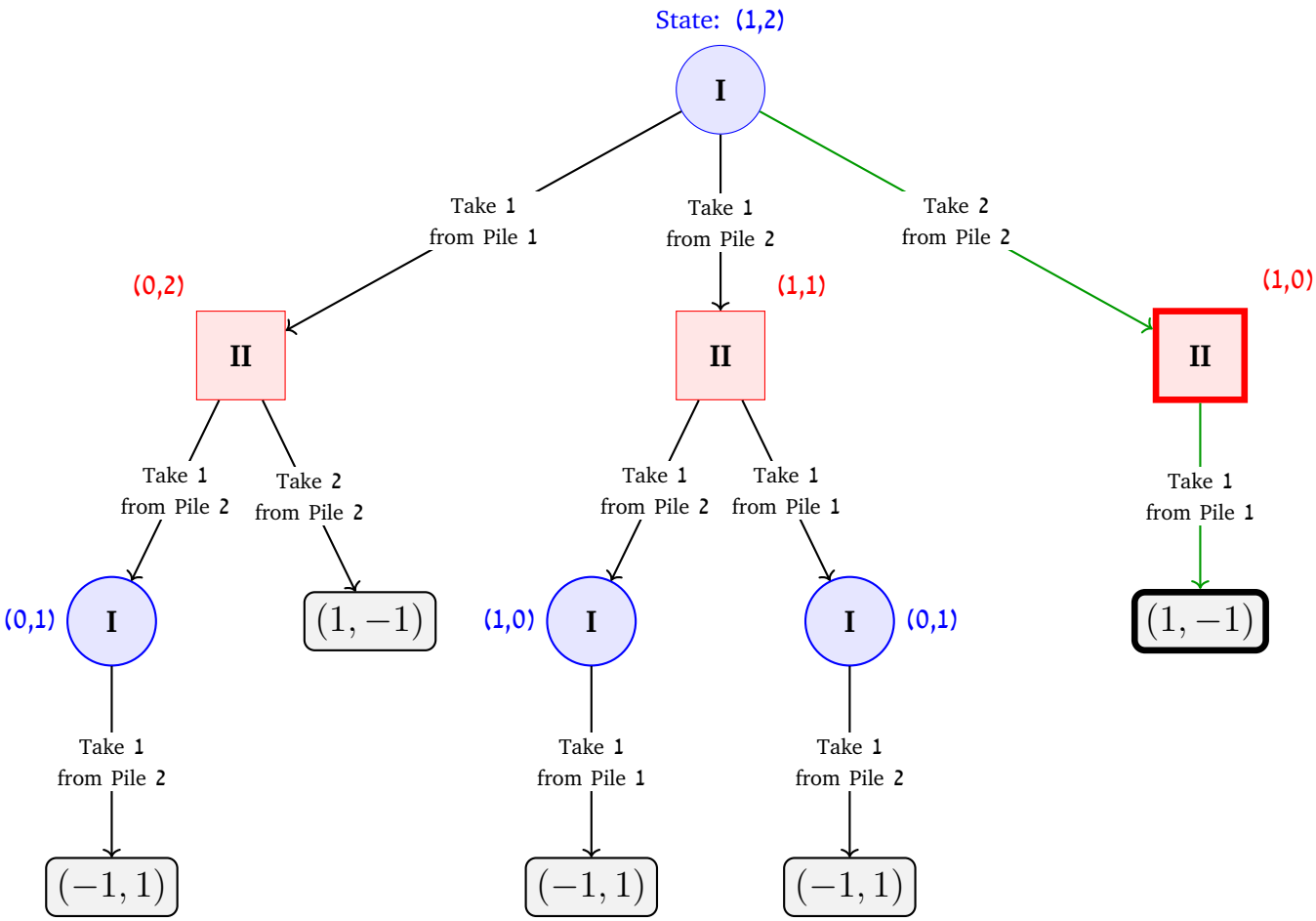
3)

I \ II	a	b
(A,C)	$1,5$	$1,7$
(A,D)	$5,11$	$5,11$
(B,C)	$3,\frac{16}{3}$	$1,6$
(B,D)	$13,16$	$5,10$

שיווי משקל נאש:

$$s^* = ((A,D),b)\ , \quad s^* = ((B,D),a)\ .$$

שאלה 2



מפתח:

- I **Player I's Turn**
- II **Player II's Turn**
- **State** (x, y)**:** Number of matches remaining in Pile 1 and Pile 2 respectively.
- (P_1, P_2)**:** Payoffs for Player I and Player II at the leaf node. (1 for Win, -1 for Loss).
- → **Winning Strategy Path** for Player I.

שאלה 3

שאלה 4

שאלה 5

א) נקרא משה שחקן I ונקרא אהרון שחקן II. המשחק בצורה אסטרטגית הינה:

שחקן II

שחקן I		A	B
	A	$(1000, 1000)$	$(5000, 0)$
	B	$(0, 5000)$	$(4000, 4000)$

ב)

$$1000 = u_I(A, A) > u_I(B, A) = 0 \ ,$$
$$5000 = u_I(A, B) > u_I(B, B) = 4000$$

לכן האסטרטגיה $s_I = A$ שולטת חזק.

$$1000 = u_{II}(A, A) > u_{II}(A, B) = 0 \ ,$$
$$5000 = u_{II}(B, A) > u_{II}(B, B) = 4000$$

לכן האסטרטגיה $s_{II} = A$ שולטת חזק.

על פי ההנחות של שני השחקנים רציונלים, אז שניהם ישחקו לפי אסטרטגיה A.

שאלה 6

א)

I \ II	L	R
H	$4, 2$	$0, 1$
T	$3, 3$	$1, 1$

$\xrightarrow{R \prec L}$

I \ II	L
H	$4, 2$
T	$\cancel{3, 3}$

$\xrightarrow{T \prec H}$

I \ II	L
H	$4, 2$

תשלום סופי: $(u_I, u_{II}) = (4, 2)$.
פתרון באסטרטגיות שולטות חזק: $(s_I, s_{II}) = (H, L)$.

ב)

I \ II	L	R
H	$2,3$	$1,4$
T	$\cancel{0,2}$	$\cancel{0,4}$

$\xrightarrow{T \prec H}$

I \ II	L	R
H	$2,3$	$1,4$

$\xrightarrow{L \prec R}$

I \ II	R
H	$1,4$

תשלום סופי: $(u_I, u_{II}) = (1, 4)$.
פתרון באסטרטגיות שולטות חזק: $(s_I, s_{II}) = (H, R)$.

ג)

I \ II	a	b	c
α	$1,0$	$3,0$	$2,1$
β	$3,1$	$0,1$	$1,2$
γ	$2,1$	$1,6$	$0,2$

$\xrightarrow{a \prec c}$

I \ II	b	c
α	$3,0$	$2,1$
β	$\cancel{0,1}$	$\cancel{1,2}$
γ	$\cancel{1,6}$	$\cancel{0,2}$

$\xrightarrow{\beta \prec \alpha,\ \gamma \prec \alpha}$

I \ II	b	c
α	$3,0$	$2,1$

$\xrightarrow{b \prec c}$

I \ II	c
α	$2,1$

תשלום סופי: $(u_I, u_{II}) = (2, 1)$.
פתרון באסטרטגיות שולטות חזק: $(s_I, s_{II}) = (\alpha, c)$.

שאלה 7

א)

I \ II	L	R
T	$9,5$	$5,3$
B	$8,6$	$8,4$

$\xrightarrow{R \prec L}$

I \ II	L
T	$9,5$
B	$\cancel{8,6}$

$\xrightarrow{B \prec T}$

I \ II	L
T	$9,5$

פתרון באסטרטגיות שולטות חזק: $(s_I, s_{II}) = (T, L)$.

ב)

I \ II	a	b	c	d
T	$-1,20$	$-7,-7$	$-1,2$	$-5,8$
M	$27,20$	$13,-1$	$21,2$	$13,-1$
B	$-5,20$	$-3,5$	$7,-1$	$3,-4$

$\xrightarrow{b \prec a,\ c \prec a,\ d \prec a}$

I \ II	a
T	$\cancel{-1,20}$
M	$27,20$
B	$\cancel{-5,20}$

$\xrightarrow{T \prec M,\ B \prec M}$

I \ II	a
M	$27,20$

פתרון באסטרטגיות שולטות חזק: $(s_I, s_{II}) = (M, a)$.

ג)

$I \backslash II$	a	b	c	d
α	$3,7$	$0,13$	$4,5$	$5,3$
β	$5,3$	$4,5$	$4,5$	$3,7$
γ	$4,5$	$3,7$	$4,5$	$5,3$
δ	$4,5$	$4,5$	$4,5$	$4,5$

$\xrightarrow{c \preceq b}$

$I \backslash II$	a	b	d
α	~~$3,7$~~	~~$0,13$~~	~~$5,3$~~
β	$5,3$	$4,5$	$3,7$
γ	$4,5$	$3,7$	$5,3$
δ	$4,5$	$4,5$	$4,5$

$\xrightarrow{\alpha \preceq \gamma}$

$I \backslash II$	a	b	d
β	$5,3$	$4,5$	$3,7$
γ	$4,5$	$3,7$	$5,3$
δ	$4,5$	$4,5$	$4,5$

$\xrightarrow{a \preceq b}$

$I \backslash II$	b	d
β	~~$4,5$~~	~~$3,7$~~
γ	$3,7$	$5,3$
δ	$4,5$	$4,5$

$\xrightarrow{\beta \preceq \delta}$

$I \backslash II$	b	d
γ	$3,7$	$5,3$
δ	$4,5$	$4,5$

$\xrightarrow{b \preceq d}$

$I \backslash II$	d
γ	$5,3$
δ	~~$4,5$~~

$\xrightarrow{\delta \preceq \gamma}$

$I \backslash II$	d
γ	$5,3$

פתרון באסטרטגיות שולטות חלש: $(s_I, s_{II}) = (\gamma, d)$.

<u>שאלה 8</u> s^* שיווי משקל במשחק G. לכן לכל שחקן $i \in N$ מתקיים

$$\forall s_i \in S_i : \quad u_i(s_i, s^*_{-i}) \leq u_i(s^*) \ .$$

מכיוון ש- $\hat{S}_i \subseteq S_i$ לכל שחקן $i \in N$, בפרט מתקיים גם:

$$\forall s_i \in \hat{S}_i : \quad u_i(s_i, s^*_{-i}) \leq u_i(s^*) \ .$$

מכיוון ש- s^* ווקטור אסטרטגיות במשחק $\hat{G}$, נובע מכאן כי הוא שיווי משקל במשחק זה.

<u>שאלה 9</u> יהי G משחק סימטרי. יהי הווקטור אסטרטגיות (s_1, s_2) שיווי משקל של המשחק G. אזי

$$u_1(s_1, s_2) = \max_{s \in S_1} u_1(s, s_2) \qquad \wedge \qquad u_2(s_1, s_2) = \max_{s \in S_2} u_1(s_1, s) \ .$$

המשחק סימטרי לכן

$$u_2\left(s_2,s_1\right)=u_1\left(s_1,s_2\right)=\max_{s\in S_1}u_1\left(s,s_2\right)=\max_{s\in S_1}u_2\left(s_2,s\right)=\max_{s\in S_2}u_2\left(s_2,s\right)\ ,$$

וגם

$$u_1\left(s_2,s_1\right)=u_2\left(s_1,s_2\right)=\max_{s\in S_2}u_2\left(s_1,s\right)=\max_{s\in S_2}u_1\left(s,s_2\right)=\max_{s\in S_1}u_1\left(s,s_2\right)\ .$$

לכן הוקטור אסטרטגיות $\left(s_2,s_1\right)$ הוא שיווי משקל של המשחק G.

שאלה 10