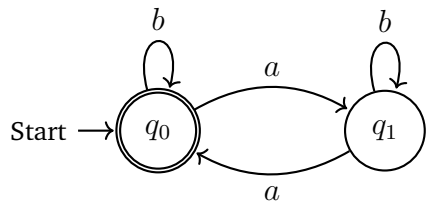
תרגילים שונים

שאלה 1 תאר במילים את השפות המתקבלות על ידי כל אחד מהאוטומטים הסופיים הדטרמיניסטיים הבאים מעל האלפבית $\Sigma = \{a, b\}$:



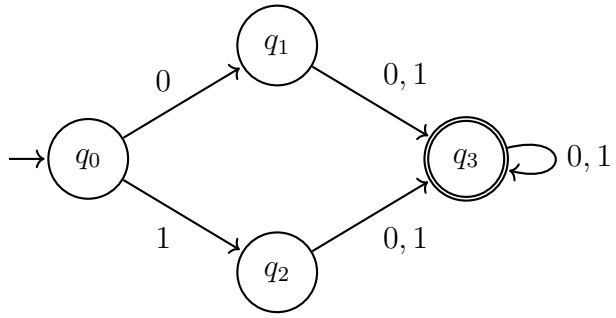
שאלה 2 בנה אוטומט סופי דטרמיניסטי (DFA) לכל אחת מהשפות הבאות מעל האלפבית $\Sigma = \{0, 1\}$:

1. קבוצת כל המילים המסתיימות ברצף 00.
2. קבוצת כל המילים שבהן הרצף 01 מופיע לפחות פעם אחת.
3. קבוצת כל המילים שמתחילות ב-1 ומסתיימות ב-0.

שאלה 3 בנה DFA מעל האלפבית $\Sigma = \{a, b\}$ המקבל את שפת כל המילים שמכילות מספר זוגי של a ומספר אי-זוגי של b.

שאלה 4 תהי L שפת כל המילים מעל האלפבית $\Sigma = \{0, 1\}$ המייצגות מספרים בינאריים אשר מתחלקים ב-3 ללא שארית (הניחו שהקריאה היא משמאל לימין, והביט למטה הוא המשמעותי ביותר). בנה DFA עבור L. שרטט את האוטומט.

שאלה 5 נתון האוטומט הסופי הדטרמיניסטי הבא:



מהי השפה שאוטומט זה מקבל? הגדר אותה במדויק.

שאלה 6 בנה DFA לשפת כל המילים מעל $\Sigma = \{0, 1\}$ שאין בהן שלושה אפסים ברצף (כלומר, אינן מכילות את תת-המחרוזת 000).

שאלה 7 תהי השפה $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid$ of Length$w$3 of multiple a is $\}$. בנה DFA לשפה זו.

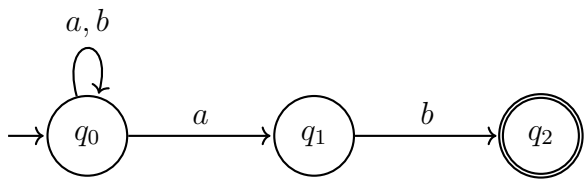
שאלה 8 בנה DFA מעל $\Sigma = \{0, 1\}$ המקבל את קבוצת כל המילים שבהן כל מופע של הספרה 0 מלווה מיד לאחריו בספרה 1.

שאלה 9 הוכח כי המשלים של שפה רגולרית הוא גם שפה רגולרית. הדגם את התהליך על האוטומט שמקבל מילים שנגמרות ב-ab.

שאלה 10 יהיו L_1 ו-L_2 שפות רגולריות המוכרות על ידי DFA. תאר במדויק את אלגוריתם בניית אוטומט המכפלה (Product Automaton) שמקבל את שפת החיתוך $L_1 \cap L_2$.

שאלה 11 השתמש באוטומט מכפלה כדי לבנות DFA המקבל את השפה של כל המילים מעל $\{0,1\}$ שיש בהן מספר זוגי של אפסים וגם אינן מכילות את הרצף 11.

שאלה 12 נתון NFA (אוטומט סופי לא דטרמיניסטי) הבא:



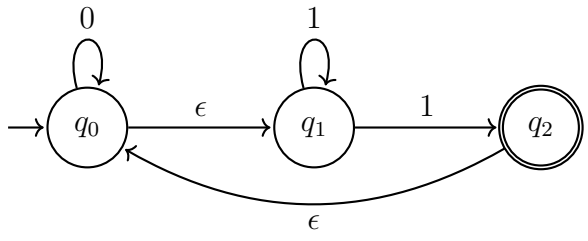
המר את ה-NFA ל-DFA שקול בעזרת אלגוריתם בניית תת-הקבוצות. הראה את טבלת המעברים.

שאלה 13 בנה אוטומט סופי לא דטרמיניסטי (NFA) לשפה $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{is right the from symbol third The}1\}$. שרטט אותו ונסה להסביר מדוע DFA לשפה זו דורש יותר מצבים.

שאלה 14 תהי L השפה המורכבת מכל המילים ב-$\Sigma = \{a,b\}$ שמתחילות או מסתיימות במחרוזת ab. בנה NFA קומפקטי שמקבל את L.

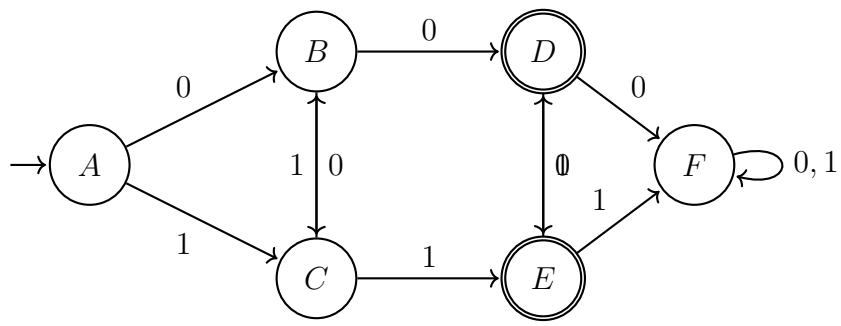
שאלה 15 הגדר באופן פורמלי (באמצעות חמישייה) את פונקציית המעברים δ עבור האוטומט מהשאלה הקודמת.

שאלה 16 המר את ה-NFAϵ- הבא ל-DFA שקול. חשב את ה-ϵ-סגור (ϵ-closure) לכל מצב.



שאלה 17 הראה שכל NFA יכול להיות מומר לאוטומט עם מצב מקבל יחיד (Accepting State) אשר שקול לו. האם הדבר נכון גם ל-DFA? הוכח או תן דוגמה נגדית.

שאלה 18 הפעל את אלגוריתם המינימיזציה (טבלת מיל-נרוד) על ה-DFA הבא:



מהו האוטומט המינימלי המתקבל?

שאלה 19 תהי $\Sigma = \{a, b\}$. הגדר את יחס השקילות של מיל-נרוד (R_L) עבור השפה $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ with ends } ab\}$. מהם מחלקות השקילות של יחס זה?

שאלה 20 הוכח באמצעות משפט מיל-נרוד כי השפה $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ אינה רגולרית (הראה שיש מספר אינסופי של מחלקות שקילות).

שאלה 21 יהי $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ אוטומט סופי דטרמיניסטי. נגדיר את האוטומט A^R על ידי היפוך כל כיווני החיצים באוטומט A והחלפת התפקידים של המצב ההתחלתי והמצבים המקבלים (במידת הצורך הוסף מצב התחלתי חדש ו-ϵ-מעברים). הוכח ש-A^R מקבל את השפה ההפוכה $L(A)^R$.

שאלה 22 תהי L שפה רגולרית. נגדיר את השפה:

$$\text{Prefix}(L) = \{x \mid \exists y, \text{ that such } xy \in L\}$$

הוכח כי $\text{Prefix}(L)$ היא גם שפה רגולרית (הראה כיצד לשנות את המצבים המקבלים באוטומט של L).

שאלה 23 תהי L שפה רגולרית. נגדיר את השפה:

$$\text{Suffix}(L) = \{y \mid \exists x, \text{ that such } xy \in L\}$$

הוכח כי $\text{Suffix}(L)$ היא גם שפה רגולרית בעזרת בניית ϵ-NFA.

שאלה 24 הוכח או הפרך: אם L_1 ו-L_2 הן שפות לא רגולריות, אזי שפת האיחוד שלהן, $L_1 \cup L_2$, היא בהכרח גם שפה לא רגולרית. נמק וספק דוגמה במידת הצורך.

פתרונות

שאלה 1

שאלה 2

שאלה 3

שאלה 4

שאלה 5

שאלה 6

שאלה 7

שאלה 8

שאלה 9

שאלה 10

שאלה 11

שאלה 12

שאלה 13

שאלה 14

שאלה 15

שאלה 16

שאלה 17

שאלה 18

שאלה 19

שאלה 20

שאלה 21

שאלה 22

שאלה 23

שאלה 24