תרגילים שונים

שאלה 1 כתוב ביטוי רגולרי עבור השפה מעל $\Sigma = \{a, b\}$ המכילה את כל המילים שמתחילות ב-a ומסתיימות ב-b.

שאלה 2 כתוב ביטוי רגולרי עבור השפה מעל $\Sigma = \{0, 1\}$ של כל המילים המכילות את הרצף 001 לפחות פעם אחת.

שאלה 3 כתוב ביטוי רגולרי לשפת כל המילים מעל $\{a, b\}$ שבהן כל מופע של a מלווה מיד ב-b.

שאלה 4 כתוב ביטוי רגולרי עבור השפה מעל $\{0, 1\}$ המכילה את כל המילים באורך זוגי.

שאלה 5 כתוב ביטוי רגולרי עבור השפה מעל $\Sigma = \{a, b, c\}$ של כל המילים שאינן מכילות את האות c.

שאלה 6 הוכח או הפרך את הזהות הבאה עבור ביטויים רגולריים: $(R + S)^* = R^*S^*$.

שאלה 7 פשט את הביטוי הרגולרי הבא ככל הניתן: $(a^*b^*)^*$.

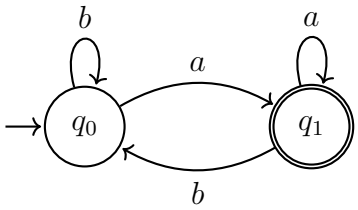
שאלה 8 כתוב ביטוי רגולרי עבור השפה מעל $\{0, 1\}$ של כל המילים המייצגות מספרים בינאריים אי-זוגיים (ללא אפסים מובילים מיותרים).

שאלה 9 תאר במילים את השפה המיוצגת על ידי הביטוי הרגולרי: $1(0|1)^*0$.

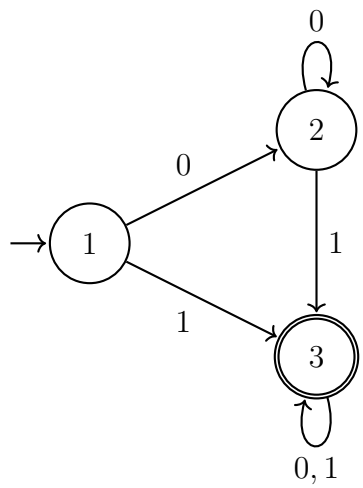
שאלה 10 תאר במילים את השפה המיוצגת על ידי הביטוי: $(00|11)^*(01|10)(00|11)^*$.

שאלה 11 בנה ϵ-NFA המקבל את השפה המוגדרת על ידי הביטוי הרגולרי $(ab \cup a)^*$. שרטט את האוטומט בעזרת בניית תומפסון (Thompson's construction).

שאלה 12 נתון האוטומט הסופי הדטרמיניסטי הבא. מצא ביטוי רגולרי שקול לאוטומט זה.



שאלה 13 השתמש באלגוריתם העלמת מצבים (State Elimination) כדי למצוא ביטוי רגולרי עבור האוטומט הבא:



שאלה 14 הגדר מהו "אוטומט מוכלל" (Generalized NFA - GNFA) וכיצד משתמשים בו להוכחת משפט קליני.

שאלה 15 המר את הביטוי הרגולרי $0^*1(0|1)^*$ לאוטומט סופי דטרמיניסטי (DFA) מינימלי.

שאלה 16 נסח במדויק את למת הניפוח (Pumping Lemma) לשפות רגולריות.

שאלה 17 הוכח בעזרת למת הניפוח כי השפה $L = \{0^n1^n \mid n \geq 0\}$ אינה רגולרית.

שאלה 18 הוכח כי השפה $L = \{ww^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$ אינה רגולרית.

שאלה 19 הוכח בעזרת למת הניפוח כי השפה של כל הפלינדרומים מעל $\{0,1\}$ אינה רגולרית.

שאלה 20 תהי L שפת כל המילים מעל $\{a\}$ שאורכן הוא מספר ראשוני: $L = \{a^p \mid p \text{prime is }\}$. הוכח ש-$L$ אינה רגולרית.

שאלה 21 הוכח שהשפה $L = \{0^n1^m \mid n > m \geq 0\}$ אינה רגולרית.

שאלה 22 האם השפה $L = \{0^n1^m \mid n \neq m\}$ היא רגולרית? הוכח את תשובתך. (רמז: היעזר בתכונות סגירות).

שאלה 23 תהי L שפה לא רגולרית. האם ייתכן ש-L^* היא כן רגולרית? אם כן, תן דוגמה. אם לא, הוכח.

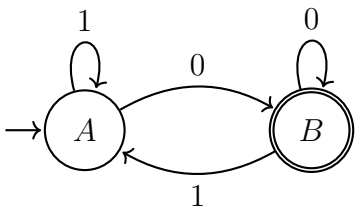
שאלה 24 הוכח או הפרך: אם L_1 שפה רגולרית ו-L_2 שפה לא רגולרית, אזי $L_1 \cap L_2$ היא בהכרח שפה לא רגולרית.

שאלה 25 הוכח שמשפחת השפות הרגולריות סגורה תחת פעולת "היפוך" (Reversal) - L^R.

שאלה 26 יהי $h : \Sigma \to \Gamma^*$ הומומורפיזם. הוכח שאם L שפה רגולרית מעל Σ, אזי $h(L)$ היא שפה רגולרית מעל Γ.

שאלה 27 הוכח שאם L רגולרית, אזי השפה $\text{MIN}(L) = \{w \in L \mid \text{ of prefix proper no}w \text{ in is } L\}$ גם היא רגולרית.

שאלה 28 השתמש במשוואות ארדן (Arden's Lemma) כדי למצוא את הביטוי הרגולרי המתאר את השפה שמקבל האוטומט הבא:



שאלה 29 פתור את מערכת המשוואות הבאה מעל שפות רגולריות:

$$X = aX + bY + \epsilon$$
$$Y = cX + dY$$

שאלה 30 הוכח בעזרת משפט מיל-נרוד כי שפת הסוגריים המאוזנים, $L = \{(^n)^n \mid n \geq 1\}$, אינה רגולרית.

שאלה 31 האם השפה המורכבת מכל המילים מעל $\{0,1\}$ שיש בהן כמות שווה של 01 ושל 10 היא רגולרית? (לדוגמה: המילה 010 שייכת לשפה). הוכח.

שאלה 32 הראה שהשפה $L = \{a^i b^j c^k \mid i,j,k \geq 0 \text{ and } i+j=k\}$ אינה רגולרית.

שאלה 33 הוכח כי בעיית השקילות עבור ביטויים רגולריים היא כריעה. כלומר, תאר אלגוריתם המקבל שני ביטויים רגולריים R_1, R_2 ומכריע האם $L(R_1) = L(R_2)$.

שאלה 34 הגדר מהי "נגזרת של שפה" (Brzozowski derivative) ביחס לאות $a \in \Sigma$, והראה כיצד לחשב את הנגזרת של שפה המיוצגת על ידי ביטוי רגולרי.

שאלה 35 הוכח כי לכל אוטומט סופי דטרמיניסטי בעל n מצבים המקבל שפה אינסופית, קיימת מילה באורך m בשפה המקיימת $n \leq m < 2n$.

פתרונות

שאלה 1

שאלה 2

שאלה 3

שאלה 4

שאלה 5

שאלה 6

שאלה 7

שאלה 8

שאלה 9

שאלה 10

שאלה 11

שאלה 12

שאלה 13

שאלה 14

שאלה 15

שאלה 16

שאלה 17

שאלה 18

שאלה 19

שאלה 20

שאלה 21

שאלה 22

שאלה 23

שאלה 24

שאלה 25

שאלה 26

שאלה 27

שאלה 28

שאלה 29

שאלה 30

שאלה 31

שאלה 32

שאלה 33

שאלה 34

שאלה 35