תרגילים שונים

שאלה 1 עבור כל אחת מהשפות הבאות מעל האלפבית $\Sigma = \{a, b\}$, בנה דקדוק חסר הקשר (CFG) המייצר אותה:

1. $L = \{a^n b^m \mid n \leq m\}$
2. $L = \{a^n b^m \mid n \geq m\}$
3. $L = \{a^n b^m \mid n \neq m\}$

שאלה 2 עבור כל אחת מהשפות הבאות בנה דקדוק חסר הקשר המייצר אותה:

1. $L = \{a^n b^m c^k \mid n = m$ או $m = k\}$
2. $L = \{a^n b^m c^k \mid n + m = k\}$
3. $L = \{a^n b^m c^k \mid n = m + k\}$

שאלה 3 תהי L שפת כל המילים מעל $\{a, b\}$ המכילות מספר שווה של a-ים ו-b-ים. בנה דקדוק חסר הקשר עבור השפה והראה עץ גזירה Parse) (Tree עבור המילה $aababb$.

שאלה 4 בנה דקדוק חסר הקשר עבור השפה $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid N_a(w) = 2N_b(w)\}$ (מספר מופעי a כפול ממספר מופעי b).

שאלה 5 נתון הדקדוק $S \to aSb \mid aS \mid \epsilon$. הוכח שהדקדוק דו-משמעי (Ambiguous) על ידי מציאת שני עצי גזירה שונים לאותה מילה. כתוב דקדוק שקול שאינו דו-משמעי.

שאלה 6 נתון הדקדוק $S \to SS \mid aSb \mid bSa \mid \epsilon$. הוכח כי הדקדוק הוא דו-משמעי. מהי השפה שהוא יוצר?

שאלה 7 עבור הדקדוק $S \to aS \mid Sa \mid a$: תאר את השפה שהוא מייצר, והוכח כי הוא דו-משמעי. בנה דקדוק שקול שאינו דו-משמעי.

שאלה 8 כתוב דקדוק חסר הקשר עבור שפת כל הפלינדרומים מעל $\{0, 1\}$.

שאלה 9 בנה דקדוק עבור שפת הביטויים האריתמטיים מעל המשתנה id והפעולות חיבור, כפול וסוגריים, כך שהדקדוק יכבד את סדר הקדימויות המקובל.

שאלה 10 בנה אוטומט מחסנית (PDA) המקבל את השפה $L = \{a^n b^m \mid n \leq m \leq 2n\}$. שרטט את דיאגרמת המעברים של האוטומט.

שאלה 11 בנה אוטומט מחסנית לשפה $L = \{a^i b^j c^k \mid i = j$ או $i = k\}$.

שאלה 12 בנה אוטומט מחסנית לשפת כל הפלינדרומים (זוגיים ואי-זוגיים) מעל האלפבית $\{0, 1\}$.

שאלה 13 בנה אוטומט מחסנית עבור השפה $L = \{w \in \{a,b\} \mid N_a(w) \neq N_b(w)\}$.

שאלה 14 בנה אוטומט מחסנית המקבל את השפה $L = \{a^n b^m c^k \mid n + m = k\}$.

שאלה 15 נתון הדקדוק $S \to aSb \mid aAb$, $A \to cA \mid c$. בנה אוטומט מחסנית השקול לדקדוק זה (המקבל על ידי ריקון מחסנית).

שאלה 16 המר את הדקדוק $S \to aSbb \mid a \mid \epsilon$ לאוטומט מחסנית המקבל באמצעות ריקון מחסנית.

שאלה 17 תאר את האלגוריתם הממיר אוטומט מחסנית (המקבל על ידי ריקון מחסנית) לדקדוק חסר הקשר שקול.

שאלה 18 עבור הדקדוק הבא, מצא את קבוצת המשתנים הלא-יוצרים והלא-ישיגים, והסר אותם: $S \to aA \mid bB$, $A \to aA \mid a$, $B \to cB$, $C \to cC \mid a$.

שאלה 19 הסר את כללי ה-ϵ מהדקדוק הבא: $S \to AB$, $A \to aAA \mid \epsilon$, $B \to bBB \mid \epsilon$.

שאלה 20 הסר את כללי היחידה (Unit productions) מהדקדוק: $S \to A \mid B$, $A \to B \mid a$, $B \to A \mid b$.

שאלה 21 המר את הדקדוק הבא לצורה תקנית של חומסקי (CNF): $S \to aSa \mid bSb \mid a \mid b$.

שאלה 22 המר את הדקדוק של ביטויים אריתמטיים $E \to E + E \mid E * E \mid (E) \mid id$ לצורה תקנית של חומסקי.

שאלה 23 הוכח בעזרת למת הניפוח לשפות חופשיות-הקשר כי השפה $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$ אינה חופשית-הקשר.

שאלה 24 הוכח באמצעות למת הניפוח כי השפה $L = \{a^p \mid p$ הוא מספר ראשוני$\}$ אינה חופשית-הקשר.

שאלה 25 הוכח כי השפה $L = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid N_a(w) = N_b(w) = N_c(w)\}$ אינה חופשית-הקשר.

שאלה 26 הוכח כי השפה $L = \{a^n b^m c^k \mid n \geq m \geq k \geq 0\}$ אינה חופשית-הקשר.

שאלה 27 תהי השפה $L = \{a^n b^n c^m \mid n \leq m\}$. האם L חופשית-הקשר? הוכח את טענתך.

שאלה 28 האם השפה $L = \{a^n b^n c^m \mid n \neq m\}$ היא חופשית-הקשר? הוכח.

שאלה 29 תהי L שפה חופשית-הקשר. הוכח כי השפה $\text{Suffix}(L) = \{v \mid uv \in L$ כלשהוu עבור$\}$ גם היא חופשית-הקשר.

שאלה 30 תהי L שפה חופשית-הקשר. הוכח כי שפת הקידומות $\text{Prefix}(L) = \{u \mid uv \in L\}$ היא חופשית-הקשר. (רמז: בנה אוטומט מחסנית המבוסס על האוטומט של L).

שאלה 31 הראה באמצעות דוגמה כי משפחת השפות חופשיות-ההקשר אינה סגורה תחת פעולת חיתוך (Intersection).

שאלה 32 הראה באמצעות חוקי דה-מורגן והתוצאה של שאלה 31, כי משפחת השפות חופשיות-ההקשר אינה סגורה תחת פעולת משלים (Complement).

שאלה 33 הוכח כי חיתוך של שפה חופשית-הקשר L_1 עם שפה רגולרית L_2 הוא תמיד שפה חופשית-הקשר (בניית אוטומט מחסנית מכפלה).

שאלה 34 השתמש בתכונות הסגירות כדי להוכיח שהשפה $L = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid N_a(w) = N_b(w) = N_c(w)\}$ אינה חופשית-הקשר.

שאלה 35 הוכח שאם L היא שפה חופשית-הקשר ו-R היא שפה רגולרית, אז שפת ההפרש $L \setminus R$ היא בהכרח חופשית-הקשר.

שאלה 36 האם השפה $L = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid N_a(w) = N_b(w)$ ומספר ה-cים הוא זוגי$\}$ היא חופשית-הקשר? הוכח את תשובתך.

שאלה 37 תאר את אלגוריתם CYK המכריע האם מילה w שייכת לשפה הנוצרת על ידי דקדוק G בצורת חומסקי (CNF).

שאלה 38 הפעל את אלגוריתם CYK על הדקדוק הבא עבור המילה $w = baaba$: $S \to AB \mid BC$, $A \to BA \mid a$, $B \to CC \mid b$, $C \to AB \mid a$. הראה את הטבלה המלאה.

שאלה 39 תהי L_1 שפה חופשית-הקשר ו-L_2 שפה רגולרית. האם ניתן להכריע (Decidable) האם $L_1 \subseteq L_2$? נמק.

שאלה 40 האם ניתן להכריע, בהינתן דקדוק חסר הקשר G, האם השפה $L(G)$ היא ריקה ($L(G) = \emptyset$)? תאר את האלגוריתם.

שאלה 41 האם קיימת פרוצדורה אלגוריתמית המכריעה האם שפה חופשית-הקשר הנתונה על ידי דקדוק G היא סופית או אינסופית?

שאלה 42 הגדר מהו "אוטומט מחסנית דטרמיניסטי" (DPDA) וכיצד הוא נבדל מאוטומט מחסנית רגיל (PDA). אילו שפות הוא מקבל?

שאלה 43 בנה אוטומט מחסנית דטרמיניסטי (DPDA) לשפה $L = \{ca^nb^n \mid n \geq 1\} \cup \{da^nb^{2n} \mid n \geq 1\}$.

שאלה 44 הראה שהשפה $L = \{a^nb^n \mid n \geq 1\} \cup \{a^nb^{2n} \mid n \geq 1\}$ אינה שפה חופשית-הקשר דטרמיניסטית (DCFL), ולכן לא מתקבלת על ידי אף DPDA.

שאלה 45 הוכח כי כל שפה רגולרית היא גם שפה חופשית-הקשר דטרמיניסטית (DCFL).

שאלה 46 הוכח כי משפחת השפות הדטרמיניסטיות (DCFL) אינה סגורה תחת פעולת איחוד (Union). (רמז: השתמש בשפות משאלה 44).

שאלה 47 הוכח כי משפחת שפות ה-DCFL אינה סגורה תחת פעולת חיתוך.

שאלה 48 הראה (או ציין כידוע מהמשפט) כי משפחת ה-DCFL סגורה תחת פעולת המשלים .(Complement)

שאלה 49 בנה דקדוק חסר הקשר עבור שפת כל המילים מעל $\{a, b\}$ שאינן פלינדרומים.

שאלה 50 בנה CFG עבור השפה $L = \{x\#y \mid x, y \in \{0,1\}^*, x \neq y\}$. האם שפה זו היא DCFL?

שאלה 51 הגדר במדויק את צורת גרייבך הנורמלית (GNF - Normal Greibach .(Form מה היתרון שלה עבור בניית אוטומטי מחסנית?

שאלה 52 הבא את הדקדוק הבא לצורת GNF: $S \to AB$, $A \to BS \mid a$, $B \to SA \mid b$.

פתרונות

שאלה 1

שאלה 2

שאלה 3

שאלה 4

שאלה 5

שאלה 6

שאלה 7

שאלה 8

שאלה 9

שאלה 10

שאלה 11

שאלה 12

שאלה 13

שאלה 14

שאלה 15

שאלה 16

שאלה 17

שאלה 18

שאלה 19

שאלה 20

שאלה 21

שאלה 22

שאלה 23

שאלה 24

שאלה 25

שאלה 26

שאלה 27

שאלה 28

שאלה 29

שאלה 30

שאלה 31

שאלה 32

שאלה 33

שאלה 34

שאלה 35

שאלה 36

שאלה 37

שאלה 38

שאלה 39

שאלה 40

שאלה 41

שאלה 42

שאלה 43

שאלה 44

שאלה 45

שאלה 46

שאלה 47

שאלה 48

שאלה 49

שאלה 50

שאלה 51

שאלה 52