תרגילים 4: שפות רגולריות

שאלה 1 עבור כל אחת מהשפות הבאות קבעו האם היא רגולרית או לא. במידה וכן כתבו ביטוי רגולרי השקול לה. במידה ולא הוכיחו כך ע"י למת הניפוח.

א) $L = \left\{a^n b^m \;\middle|\; n \leq 3, m \geq n^2\right\}$.

ב) $L = \left\{a^{(n+1)^2} \;\middle|\; n \geq 0\right\}$.

ג) $L = \left\{w = w_1 a w_1^R \;\middle|\; w_1 \in \{a,b\}^*\right\}$.

ד) $L = \left\{w = w_1 w_2 w_1^R \;\middle|\; w_1, w_2 \in \{a,b\}^*\right\}$.

ה) $L = \left\{a^{S_n} \;\middle|\; S_n = \sum_{i=1}^{n} (5 + 2(i-1))\right\}$.

שאלה 2 הוכיחו שוויון בין הביטויים הרגולריים הבאים:

$$(1 + 00^*1) + (1 + 00^*1)\,(0 + 10^*1)^*\,(0 + 10^*1) = 0^*1\,(0 + 10^*1)^* \quad .$$

שאלה 3 עבור כל אחד מהביטויים הרגולריים הבאים מעל $\{a,b,c\}$:

- $r = (a^*b)^* + (bc^*)^* + (ac)^*$
- $r = (a^*b + b^*a)\,(bc)^*$
- $r = (ab + ac + bc)^*$

א) בנו אוטומט אי-דטרמיניסטי (NFA) שמקבל את הפשה של הביטוי רגולרי, בעזרת אלגוריתם של Thompson.

ב) בנו אוטומט סופי דטרמיניסטי שקול.

שאלה 4 עבור כל אחת של השפות הבאות הוכיחו או הפריכו כי השפה רגולרית.

א) $L = \left\{w \in \{0,1\}^* \;\middle|\; \text{האות הראשונה זהה לאות האחרונה}\right\}$

ב) $L = \left\{w \in \{a,b\}^* \;\middle|\; \#a_w = \#b_w\right\}$

ג) $L = \left\{w \in \{a,b\}^* \;\middle|\; w \text{ לא כוללת } aba \text{ וגם לא כוללת } bab\right\}$

ד) $L = \left\{ww \;\middle|\; w \in \{a,b\}^*\right\}$

ה) $L = \left\{w \in \{a,b\}^* \;\middle|\; |w| \text{ זוגי}\right\}$

ו) $L = \left\{w \in \{a,b\}^* \;\middle|\; \#a_w \equiv 2 \pmod 3\right\}$

ז) $L = \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ פלינדרום } \}$

שאלה 5 למטה רשימה של תיאורים מילוליים של שפות. עבור כל אתת כתבו ביטוי רגולרי של השפה ותנו תיאור מילולי (פסאודוקוד) של DFA המקבל את השפה.

א) כל המילים שמסתיימות ב- $ababab$.

ב) כל המילים שבהן אין את התבנית $bbbbbbbbb$.

ג) כל המילים שמכילות $abaabaaba$ לפחות פעם אחת.

ד) כל המילים שאורכן מתחלק ב- 3.

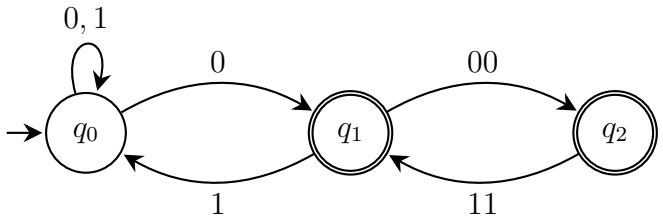
שאלה 6 תהיינה L_1, L_2 שפות. הראו שהשפות המורכבות הבאות גם רגולריות, ותנו ביטוי רגולרי של השפה של כל אחת במונחי.

א) $L_1 \setminus L_2$

ב) $(L_1 \cup L_2)^*$

ג) $(L_1 \cap L_2) \cup \overline{L_1}$

שאלה 7 מצאו ביטוי רגולרי עבור השפה המתקבלת על ידי האוטומט המוכלל בשרטוט.



שאלה 8 הוכח כי השפות הבאות אינן רגולריות.

א) $L = \{a^m b^n c^{m+n} \mid n, m \in \mathbb{N}\}$.

ב) $L = \{0^m 1^n 0^n \mid n, m \in \mathbb{N}\}$.

ג) $L = \left\{0^m 1^n 0^{m^2+n^2} \mid n, m \in \mathbb{N}\right\}$.

ד) $L = \{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}$.

ה) $L = \{0^m 1^{n+i} \mid n \in \mathbb{N} \ \wedge \ 1 \le i \le 2\}$.

ו) $L = \{w_1 0 w_2 \mid w_1, w_2 \in \{0,1\}^* \ \wedge \ w_1 \neq w_2\}$

פתרונות

שאלה 1

שאלה 2

שאלה 3

שאלה 4

שאלה 5

שאלה 6

שאלה 8