

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO - CAMPUS SÃO JOSÉ  
DOS CAMPOS



# Otimização de Produção e Distribuição Integrada com Múltiplas Plantas

Resolução de Problemas via Modelagem Matemática

Enrico Cavalari Alvarenga  
Jeremy Tzu Jen Huang  
Rodrigo Guedes Gabriel

São José dos Campos, SP  
2025

# Sumário

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Resumo</b>   | <b>3</b>  |
| <b>1 Proponente</b>                                     | <b>4</b>  |
| <b>2 Definição do Problema e Objetivos</b>              | <b>4</b>  |
| 2.1 Descrição do Problema . . . . .                     | 4         |
| 2.2 Objetivos Específicos . . . . .                     | 5         |
| <b>3 Fundamentos Teóricos</b>                           | <b>5</b>  |
| 3.1 Teoria . . . . .                                    | 5         |
| 3.2 Aplicação no Problema . . . . .                     | 6         |
| 3.3 Metodologia de Implementação . . . . .              | 6         |
| 3.3.1 Ambiente de Desenvolvimento . . . . .             | 6         |
| 3.3.2 Estrutura do Desenvolvimento . . . . .            | 6         |
| <b>4 Modelo</b>   | <b>7</b>  |
| 4.1 Conjuntos e Índices . . . . .                       | 7         |
| 4.2 Variáveis de Decisão . . . . .                      | 7         |
| 4.3 Parâmetros . . . . .                                | 8         |
| 4.4 Função Objetivo . . . . .                           | 8         |
| 4.5 Restrições . . . . .                                | 8         |
| 4.6 Considerações sobre a Modelagem . . . . .           | 9         |
| <b>5 Resultados</b>                                     | <b>10</b> |
| 5.1 Análises Numéricas . . . . .                        | 10        |
| 5.1.1 Cenário Base: Modelo com Custo Unitário . . . . . | 10        |
| 5.1.2 Modelo Alternativo: Custo por Caminhão . . . . .  | 11        |
| <b>6 Oportunidades para Pesquisas Futuras</b>           | <b>12</b> |
| <b>7 Conclusão</b>                                      | <b>13</b> |
| <b>Referências</b>                                      | <b>13</b> |
| <b>A Apêndice: Acesso ao Código-Fonte</b>               | <b>14</b> |

## Resumo

Este estudo aborda a otimização da cadeia de suprimentos de uma indústria de latas de alumínio, caracterizada por múltiplas plantas produtivas, centros de distribuição e uma ampla base de clientes na América do Sul. O objetivo central é desenvolver um modelo matemático para minimizar os custos logísticos totais — que englobam transporte e armazenagem — ao mesmo tempo que maximiza o atendimento da demanda dos clientes. Para tal, foi formulado um modelo de Programação Linear que integra decisões de produção, alocação de estoque e fluxos de distribuição. Uma das principais complexidades tratadas foi o impacto do *lead-time* de transporte, que inviabiliza o atendimento de demandas imediatas sem um planejamento antecipado. A análise dos resultados demonstra que a introdução de períodos de produção adicionais, sem demanda, é uma estratégia crucial para criar um estoque inicial e permitir um atendimento de até 100% da demanda. O estudo quantifica o trade-off entre o aumento do custo operacional e o ganho no nível de serviço, fornecendo uma ferramenta robusta para o planejamento estratégico e tático da empresa. Adicionalmente, um modelo alternativo com custos de frete por caminhão foi explorado, oferecendo uma perspectiva mais alinhada à realidade operacional.

# 1 Proponente

Este estudo foi desenvolvido no âmbito da disciplina de Resolução de Problemas via Modelagem Matemática, com o objetivo de aplicar técnicas de otimização em um contexto industrial realista. O problema foi proposto por Rafael Barbosa Januzi, em que a empresa no qual ele trabalha, a Ball Corporation, enfrenta problemas parecidos de distribuição integrada de latas de alumínio com múltiplas plantas.

O problema central consiste em coordenar uma complexa rede logística para atender à demanda dos clientes de forma eficiente, minimizando custos e respeitando as restrições operacionais da cadeia de suprimentos.

## 2 Definição do Problema e Objetivos

### 2.1 Descrição do Problema

O foco do estudo é uma indústria que fabrica e distribui latas de alumínio. Esta empresa opera com múltiplas plantas de produção, cada uma equipada com diversas linhas produtivas que possuem capacidades e especializações distintas. A produção é destinada a clientes distribuídos por um vasto território, com o suporte de armazéns externos estrategicamente posicionados.

A alocação da produção deve ser feita de forma inteligente, considerando a especialização de cada linha produtiva e a demanda por diferentes tipos de produtos. A flexibilidade logística é ampliada pela presença de armazéns internos (nas plantas) e externos, que permitem a estocagem estratégica de produtos. As conexões entre plantas, armazéns e clientes seguem rotas pré-estabelecidas com custos e tempos de trânsito (*lead-times*) específicos.

O desafio principal é determinar o plano ótimo de produção e distribuição: quanto produzir de cada produto, em qual planta, linha e período; como alocar os estoques entre os armazéns; e como executar os transportes entre instalações e para os clientes. O objetivo é duplo: atender ao máximo de demanda possível e, simultaneamente, minimizar os custos totais de frete e armazenagem.

As principais dificuldades operacionais incluem:

- **Lead-time de transporte:** O tempo necessário para o produto chegar ao destino.
- **Capacidade de estoque:** As plantas e os armazéns possuem limites de armazenamento.
- **Custos logísticos:** A empresa arca com custos de transporte e de manutenção de estoque.

Uma particularidade do problema é a política de entrega: não são permitidas entregas com atraso. No entanto, o modelo pode optar por não atender a uma demanda (ou atendê-la parcialmente), incorrendo em uma penalidade. Essa flexibilização permite encontrar soluções viáveis mesmo quando o atendimento total é impossível ou excessivamente caro.

## 2.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste projeto são:

1. Alocar eficientemente a produção entre as plantas e linhas produtivas.
2. Minimizar o custo total da operação logística, incluindo frete e armazenagem.
3. Maximizar o percentual de demanda atendida, sujeito às restrições operacionais.
4. Analisar a qualidade das soluções propostas e avaliar a adequação de diferentes abordagens de modelagem (e.g., Programação Linear).

Métodos heurísticos foram considerados, mas não implementados, pois foi possível obter soluções de alta qualidade em tempo computacional razoável utilizando métodos exatos, especificamente um modelo de otimização linear.

## 3 Fundamentos Teóricos

### 3.1 Teoria

A otimização de cadeias logísticas é um campo consolidado da Pesquisa Operacional. Os seguintes conceitos fundamentam o modelo proposto:

- **Programação Linear Inteira Mista (MILP):** Técnica de otimização que utiliza variáveis de decisão contínuas e inteiras. É ideal para modelar problemas com decisões discretas (como "ligar/desligar" uma linha) e contínuas (como "quanto produzir").
- **Problemas de Dimensionamento de Lotes (Lot Sizing):** Referem-se à determinação das quantidades ótimas de produção por período, considerando as limitações de capacidade para atender a uma demanda variável ao longo do tempo.
- **Problemas de Rede de Transporte:** Modelam os fluxos de produtos em uma rede logística, visando minimizar os custos de movimentação entre origens (plantas, armazéns) e destinos (clientes, outras instalações).
- **Gestão de Estoques:** Trata do equilíbrio entre os custos de manter produtos armazenados e a necessidade de garantir a disponibilidade para atender à demanda, evitando rupturas.

## 3.2 Aplicação no Problema

O modelo foi aplicado considerando as seguintes características da indústria:

- **Múltiplas plantas com linhas especializadas:** Cada linha possui capacidades produtivas distintas, geralmente associadas a diferentes tamanhos de produtos.
- **Armazéns internos e externos:** O armazenamento interno nas plantas é implicitamente sem custo, enquanto o uso de armazéns externos incorre em um custo de estocagem.
- **Transporte e frete por unidade:** Embora o custo de frete seja dado por caminhão (capacidade de 250.000 unidades), a abordagem principal do modelo utiliza um custo unitário para simplificar a formulação linear, calculado como:

$$\text{Custo de frete unitário} = \frac{\text{Custo de frete por caminhão}}{250.000}$$

- **Simplificações do modelo:** Para viabilizar a resolução por métodos exatos, a modelagem não considera tempos de manuseio de produto nem tempos de setup de linha.

## 3.3 Metodologia de Implementação

### 3.3.1 Ambiente de Desenvolvimento

- **Linguagem:** Python 3.
- **Bibliotecas Principais:** Pyomo (para modelagem matemática) e Pandas (para manipulação de dados).

### 3.3.2 Estrutura do Desenvolvimento

1. Definição de conjuntos, parâmetros e variáveis do modelo.
2. Construção da função objetivo para minimizar os custos totais.
3. Implementação das restrições operacionais.
4. Resolução do modelo utilizando um solver de otimização.
5. Extração e análise dos resultados.

O código-fonte e os dados utilizados se encontram no repositório disponível no Apêndice A.

## 4 Modelo

### 4.1 Conjuntos e Índices

- $P$ : conjunto de plantas,  $p \in P$ .
- $L$ : conjunto de todas as linhas de produção.
- $L_p \subset L$ : conjunto de linhas de produção associadas à planta  $p$ .
- $W$ : conjunto de armazéns externos,  $w \in W$ .
- $C$ : conjunto de clientes,  $c \in C$ .
- $I$ : conjunto de produtos (SKUs),  $i \in I$ .
- $E$ : conjunto de tamanhos possíveis dos produtos,  $e \in E$ .
- $I_e \subset I$ : conjunto de produtos que possuem o tamanho  $e$ .
- $T$ : conjunto de períodos de tempo,  $t \in T$ .

### 4.2 Variáveis de Decisão

- $x_{i,l,t} \in \mathbb{R}^+$ : quantidade do produto  $i$  produzida na linha  $l$  no período  $t$ .
- $S_{i,p,t}^P \in \mathbb{R}^+$ : quantidade do produto  $i$  estocada na planta  $p$  ao final do período  $t$ .
- $S_{i,w,t}^W \in \mathbb{R}^+$ : quantidade do produto  $i$  estocada no armazém  $w$  ao final do período  $t$ .
- $f_{i,p,c,t}^{PC} \in \mathbb{R}^+$ : fluxo do produto  $i$  da planta  $p$  para o cliente  $c$  com despacho no período  $t$ .
- $f_{i,w,c,t}^{WC} \in \mathbb{R}^+$ : fluxo do produto  $i$  do armazém  $w$  para o cliente  $c$  com despacho no período  $t$ .
- $f_{i,p,q,t}^{PP} \in \mathbb{R}^+$ : fluxo do produto  $i$  da planta  $p$  para a planta  $q$  com despacho no período  $t$ .
- $f_{i,p,w,t}^{PW} \in \mathbb{R}^+$ : fluxo do produto  $i$  da planta  $p$  para o armazém  $w$  com despacho no período  $t$ .
- $f_{i,w,p,t}^{WP} \in \mathbb{R}^+$ : fluxo do produto  $i$  do armazém  $w$  para a planta  $p$  com despacho no período  $t$ .
- $U_{c,i,t} \in \mathbb{R}^+$ : demanda não atendida do cliente  $c$  para o produto  $i$  no período de entrega  $t$ .

### 4.3 Parâmetros

- $G_p$ : capacidade máxima de estoque (em unidades) da planta  $p$ .
- $G_w$ : capacidade máxima de estoque (em unidades) do armazém  $w$ .
- $h_w$ : custo de estoque por unidade por período no armazém  $w$ .
- $k_{e,l,t}$ : capacidade máxima de produção de produtos de tamanho  $e$  na linha  $l$  no período  $t$ .
- $t_{p,q}^{PP}$ : custo unitário de transporte da planta  $p$  para a planta  $q$ .
- $t_{p,c}^{PC}$ : custo unitário de transporte da planta  $p$  para o cliente  $c$ .
- $t_{w,c}^{WC}$ : custo unitário de transporte do armazém  $w$  para o cliente  $c$ .
- $t_{p,w}^{PW}$ : custo unitário de transporte da planta  $p$  para o armazém  $w$ .
- $t_{w,p}^{WP}$ : custo unitário de transporte do armazém  $w$  para a planta  $p$ .
- $\tau_{u,v}$ : *lead-time* de transporte da origem  $u$  para o destino  $v$ .
- $D_{c,i,t}$ : demanda do cliente  $c$  pelo produto  $i$  com entrega requerida no período  $t$ .
- $M$ : coeficiente de penalidade (valor monetário alto) para a demanda não atendida.

### 4.4 Função Objetivo

A função objetivo visa minimizar o custo logístico total, composto pelos custos de transporte e armazenagem, acrescido de uma penalidade pela demanda não atendida.

$$\begin{aligned} \min \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} & \left( \sum_{p,q \in P, p \neq q} t_{p,q}^{PP} \cdot f_{i,p,q,t}^{PP} + \sum_{p \in P, c \in C} t_{p,c}^{PC} \cdot f_{i,p,c,t}^{PC} + \sum_{p \in P, w \in W} t_{p,w}^{PW} \cdot f_{i,p,w,t}^{PW} \right. \\ & + \sum_{w \in W, c \in C} t_{w,c}^{WC} \cdot f_{i,w,c,t}^{WC} + \sum_{w \in W, p \in P} t_{w,p}^{WP} \cdot f_{i,w,p,t}^{WP} + \sum_{w \in W} h_w \cdot S_{i,w,t}^W \Big) \\ & + M \cdot \sum_{c \in C, i \in I, t \in T} U_{c,i,t} \end{aligned}$$

### 4.5 Restrições

1. **Capacidade de Produção:** A produção total em uma linha, agrupada por tamanho de produto, não pode exceder a capacidade da linha para aquele tamanho.

$$\sum_{i \in I_e} x_{i,l,t} \leq k_{e,l,t} \quad \forall l \in L, e \in E, t \in T \quad (1)$$



2. **Balço de Estoque nas Plantas:** O estoque em uma planta é igual ao estoque do período anterior mais as entradas (produção e recebimentos) menos as saídas (envios para clientes, outras plantas e armazéns).

$$S_{i,p,t}^P = S_{i,p,t-1}^P + \sum_{l \in L_p} x_{i,l,t} + \sum_{q \in P, q \neq p} f_{i,q,p,t-\tau_{q,p}}^{PP} + \sum_{w \in W} f_{i,w,p,t-\tau_{w,p}}^{WP} - \sum_{q \in P, q \neq p} f_{i,p,q,t}^{PP} - \sum_{w \in W} f_{i,p,w,t}^{PW} - \sum_{c \in C} f_{i,p,c,t}^{PC} \quad \forall i \in I, p \in P, t \in T \quad (2)$$

3. **Balço de Estoque nos Armazéns:** De forma análoga, o balanço de estoque nos armazéns externos.

$$S_{i,w,t}^W = S_{i,w,t-1}^W + \sum_{p \in P} f_{i,p,w,t-\tau_{p,w}}^{PW} - \sum_{c \in C} f_{i,w,c,t}^{WC} \quad \forall i \in I, w \in W, t \in T \quad (3)$$

4. **Capacidade de Armazenamento nas Plantas:** O somatório das unidades de todos os produtos estocados não pode exceder a capacidade da planta.

$$\sum_{i \in I} S_{i,p,t}^P \leq G_p \quad \forall p \in P, t \in T \quad (4)$$

5. **Capacidade de Armazenamento nos Armazéns:** O somatório das unidades de todos os produtos estocados não pode exceder a capacidade do armazém.

$$\sum_{i \in I} S_{i,w,t}^W \leq G_w \quad \forall w \in W, t \in T \quad (5)$$

6. **Atendimento da Demanda:** A demanda de um cliente em um período deve ser atendida pela soma de todos os fluxos que chegam a ele naquele período. A diferença é a demanda não atendida.

$$\sum_{p \in P} f_{i,p,c,t-\tau_{p,c}}^{PC} + \sum_{w \in W} f_{i,w,c,t-\tau_{w,c}}^{WC} + U_{c,i,t} = D_{c,i,t} \quad \forall c \in C, i \in I, t \in T \quad (6)$$

## 4.6 Considerações sobre a Modelagem

As variáveis de decisão foram relaxadas para o domínio dos números reais ( $\mathbb{R}^+$ ), tratando o problema como um modelo de Programação Linear (LP). Surpreendentemente, as soluções obtidas para os cenários testados foram naturalmente inteiras, o que evitou a necessidade de recorrer a solvers de Programação Linear Inteira Mista (MILP), computacionalmente mais exigentes.

Uma descoberta crucial durante a modelagem foi o impacto do *lead-time*. As demandas dos primeiros períodos do horizonte de planejamento não podiam ser atendidas, pois

não havia tempo hábil para produzir e transportar os produtos. Para contornar essa limitação, foram introduzidos "períodos de aquecimento" no início do horizonte. Nestes períodos, ocorre a produção sem que haja demanda, permitindo a criação de um estoque estratégico para atender às primeiras demandas reais do planejamento.

## 5 Resultados

### 5.1 Análises Numéricas

A análise foi conduzida para um cenário com 14 clientes, uma demanda total de 213,6 milhões de unidades, 3 plantas e 8 linhas produtivas, ao longo de um horizonte de 7 períodos com demanda.

#### 5.1.1 Cenário Base: Modelo com Custo Unitário

Foi investigada a relação entre o número de períodos de produção adicionais (sem demanda) e o desempenho do sistema. A Tabela 1 e a Figura 1 ilustram como o aumento do tempo de preparação impacta o custo total e o percentual de demanda atendida.

Tabela 1: Impacto dos períodos de produção adicionais no custo e no nível de serviço.

| Períodos com Demanda | Períodos Adicionais | Custo Total (R\$) | Demanda Atendida (%) |
|----------------------|---------------------|-------------------|----------------------|
| 7                    | 0                   | 1.779.699,60      | 42,65                |
| 7                    | 1                   | 2.474.352,20      | 52,88                |
| 7                    | 2                   | 3.344.036,11      | 63,83                |
| 7                    | 3                   | 4.134.455,19      | 72,02                |
| 7                    | 4                   | 4.807.518,42      | 79,03                |
| 7                    | 5                   | 5.422.916,69      | 84,63                |
| 7                    | 6                   | 6.127.069,08      | 89,94                |
| 7                    | 7                   | 6.539.076,02      | 93,42                |
| 7                    | 8                   | 6.784.480,74      | 96,11                |
| 7                    | 9                   | 7.003.018,48      | 98,26                |
| 7                    | 10                  | 7.143.665,40      | 99,55                |
| 7                    | 11                  | 7.198.493,16      | 100,00               |

Os resultados mostram um claro trade-off: para atingir níveis de serviço mais altos, é necessário um maior investimento em produção e estoque antecipados, o que eleva o custo total. Para atender 100% da demanda, são necessários 11 períodos de produção adiantada.

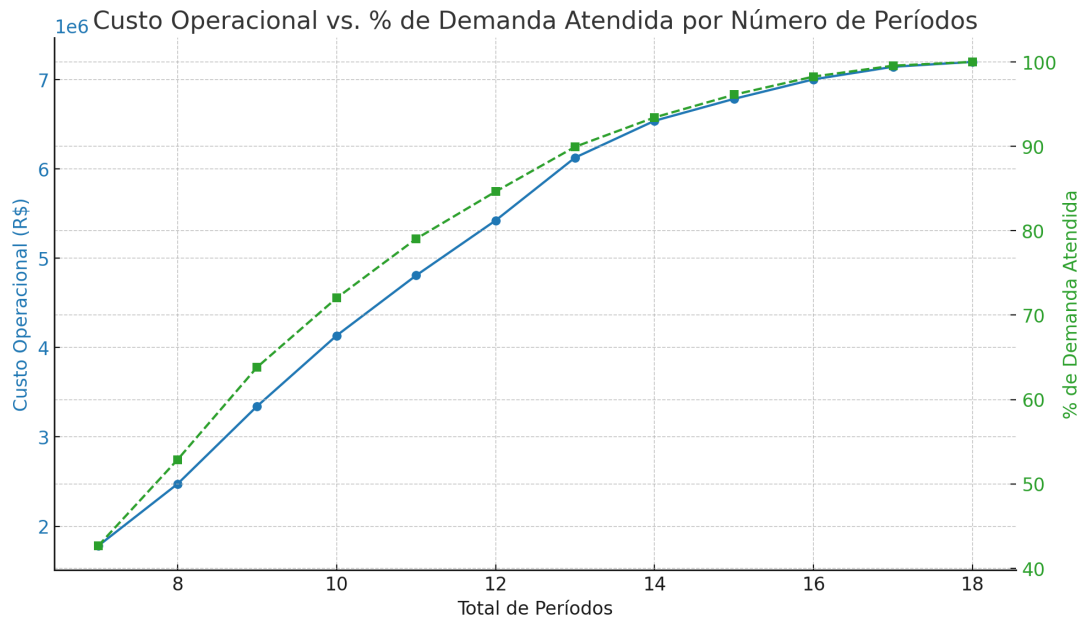


Figura 1: Relação entre o número de períodos adicionais, o custo operacional e o percentual de demanda atendida. O eixo X representa os "Períodos Adicionais", o eixo Y primário o "Custo Total (R\$)" e o eixo Y secundário a "Demanda Atendida (%)".

### 5.1.2 Modelo Alternativo: Custo por Caminhão

Um modelo mais realista, considerando o custo de frete por caminhão, também foi desenvolvido. Esta abordagem requer uma variável inteira para contar o número de caminhões, transformando o problema em um MILP. O solver foi capaz de encontrar soluções próximas da otimalidade (gap < 0.6%) em tempo de execução razoável (até 8 minutos).

Tabela 2: Resultados do modelo com custo por caminhão.

| Períodos com Demanda | Períodos Adicionais | Custo Total (R\$) | Demanda Atendida (%) | Gap (%) |
|----------------------|---------------------|-------------------|----------------------|---------|
| 7                    | 0                   | 1.910.800,30      | 42,65                | 0,00    |
| 7                    | 1                   | 2.671.359,81      | 52,88                | 0,00    |
| 7                    | 2                   | 3.539.660,75      | 63,83                | 0,00    |
| 7                    | 3                   | 4.334.714,94      | 72,02                | 0,00    |
| 7                    | 4                   | 5.021.613,43      | 79,03                | 0,00    |
| 7                    | 5                   | 5.646.828,62      | 84,63                | 0,00    |
| 7                    | 6                   | 6.362.274,90      | 89,94                | 0,01    |
| 7                    | 7                   | 6.773.106,54      | 93,42                | 0,01    |
| 7                    | 8                   | 7.031.352,87      | 96,11                | 0,02    |
| 7                    | 9                   | 7.303.881,22      | 98,26                | 0,05    |
| 7                    | 10                  | 7.450.429,65      | 99,55                | 0,15    |
| 7                    | 11                  | 7.512.033,85      | 100,00               | 0,53    |

O custo operacional neste modelo é superior, pois o custo do frete de um caminhão é pago integralmente, mesmo que ele não seja despachado com sua capacidade máxima.

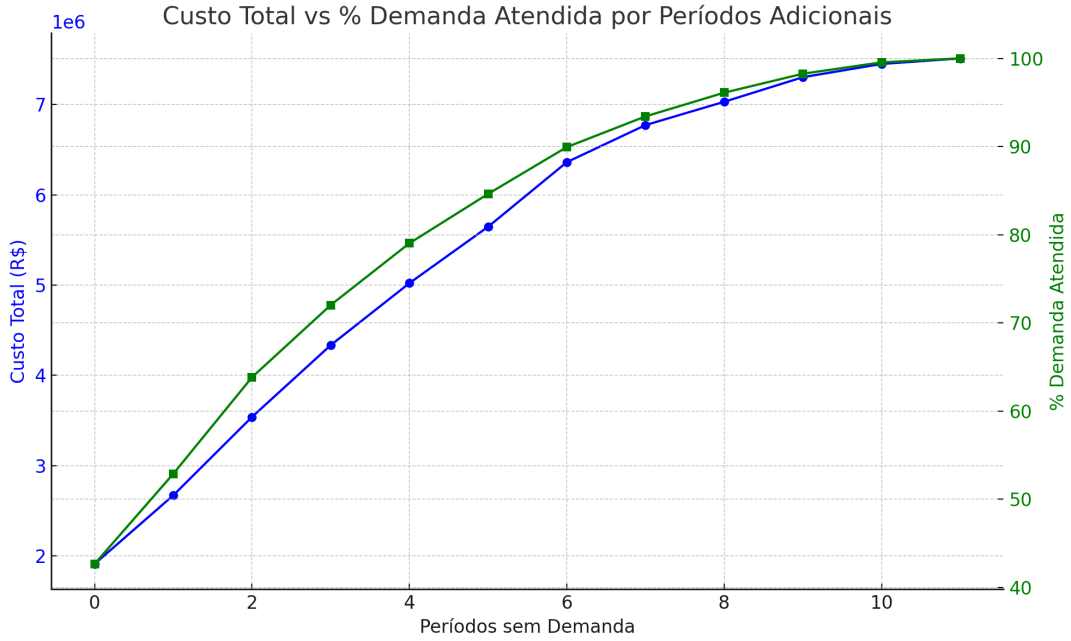


Figura 2: Análise do modelo alternativo, mostrando a relação entre períodos adicionais, custo, demanda atendida e gap de otimalidade. A legenda menciona o tempo de execução, que deveria ser incluído no gráfico.

Isso reflete uma ineficiência logística que o modelo de custo unitário não captura.

No modelo com custo por caminhão, observamos maior utilização dos armazéns externos. Isso ocorre porque o custo é fixo por envio, independentemente da carga. O modelo, então, prefere consolidar produtos em armazéns e despachar caminhões somente quando estão cheios, mesmo que isso implique em custos de armazenagem. Já no modelo com custo por unidade transportada, não há vantagem em consolidar cargas, pois os custos são proporcionais. Nesse cenário, o modelo evita o uso de armazéns externos para não incorrer em custo adicional sem benefício logístico relevante.

## 6 Oportunidades para Pesquisas Futuras

O modelo apresentado serve como uma base sólida que pode ser expandida de diversas maneiras:

- **Análise de Sensibilidade:** Investigar como mudanças na capacidade das linhas, custos ou localização de armazéns impactam a solução ótima.
- **Modelagem Estocástica:** Incorporar incertezas (e.g., na demanda ou nos tempos de transporte) para criar planos mais robustos e resilientes.
- **Restrições Operacionais Detalhadas:** Incluir tempos de setup de máquina, turnos de trabalho e janelas de entrega específicas dos clientes para aumentar o realismo do modelo.

- **Otimização Multiobjetivo:** Equilibrar explicitamente metas conflitantes, como minimizar custos, maximizar o nível de serviço e minimizar emissões de carbono.
- **Integração de Sistemas:** Conectar o modelo a sistemas de gestão empresarial (ERP) para automatizar a coleta de dados e a implementação das soluções.

Embora métodos exatos tenham se mostrado eficazes, a aplicação de heurísticas e meta-heurísticas poderia ser vantajosa para resolver instâncias do problema em escalas muito maiores, onde o tempo de resolução se torna proibitivo.

## 7 Conclusão

A formulação e implementação do modelo de otimização integrada demonstram a relevância da modelagem matemática como uma ferramenta estratégica no contexto industrial. O estudo oferece uma base sólida para o desenvolvimento de soluções mais inteligentes para o planejamento integrado de produção, estoque e distribuição.

A principal contribuição deste trabalho foi quantificar a necessidade de um planejamento de produção antecipado para superar as restrições impostas pelo *lead-time*. Foi demonstrado que é possível alcançar um nível de serviço de 100%, mas isso exige um planejamento de até 11 períodos de antecedência, resultando em um custo operacional significativamente maior. Esta análise fornece aos gestores uma ferramenta quantitativa para tomar decisões informadas sobre o trade-off entre custo e nível de serviço.

Embora o horizonte de planejamento estudado tenha sido relativamente curto, os resultados indicam que, para esta escala de problema, os métodos de otimização exata são ferramentas poderosas e confiáveis. Um estudo futuro com um horizonte de tempo mais longo seria necessário para avaliar o crescimento da complexidade computacional e a escalabilidade da abordagem proposta.

## Referências

- AGHEZZAF, El Houssaine. Production planning and warehouse management in supply networks with inter-facility mold transfers. *European Journal of Operational Research*, v. 182, n. 3, p. 1122-1139, nov. 2007.
- CIUS, Vinôa et al. A network flow model for the capacitated lot-sizing problem. [S. l.: s. n.], [s.d.].
- COPELAND, Mark A. *Polynomial Algorithms for the Lot-Sizing Problem*. [S. l.: s. n.], [s.d.]. Disponível em: [https://tigerprints.clemson.edu/arv\\_theses/229](https://tigerprints.clemson.edu/arv_theses/229). Acesso em: 25 jul. 2025.

CRUZ, Jeferson Auto da; SALLES-NETO, Luiz Leduino de; SCHENEKEMBERG, Cleder Marcos. An integrated production planning and inventory management problem for a perishable product: optimization and Monte Carlo simulation as a tool for planning in scenarios with uncertain demands. *TOP*, v. 32, n. 2, p. 263-303, jul. 2024.

FANDEL, Günter; STAMMEN-HEGENE, Cathrin. Simultaneous lot sizing and scheduling for multi-product multi-level production. *International Journal of Production Economics*, v. 104, n. 2, p. 308-316, dez. 2006.

PATIL, Amitkumar et al. Modeling Multi-Plant Capacitated Lot Sizing Problem with Interplant Transfer. *International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences*, v. 6, n. 3, p. 961-974, jun. 2021.

ZHAO, Ming; ZHANG, Minjiao. Multiechelon Lot Sizing: New Complexities and Inequalities. [S. l.: s. n.], [s.d.].

## A Apêndice: Acesso ao Código-Fonte

O código desenvolvido em Python com a biblioteca Pyomo, bem como todos os arquivos de dados de entrada e as planilhas com os resultados detalhados, estão disponíveis publicamente no seguinte repositório GitHub:

<https://github.com/jeremytzj/dimensionamento-lotes-multiplas-plantas>