1. Ejercicio 1 *(34 Pts.)*

(a) *(17 Pts.)* Calcule la siguiente integral indefinida $\int \frac{x}{\sqrt{2x^2+7}}\,dx$.

(b) *(17 Pts.)* Dibuje y calcule el área de la región encerrada por los gráficos de las funciones $f(x) = (x^2-1)^2$ y $g(x) = 1 - x^2$ para $0 \le x \le 2$.

a) $\int \frac{x}{\sqrt{2x^2+7}}\,dx$ $\quad \left| \begin{array}{l} u = 2x^2+7 \\ du = 4x\,dx \end{array} \right|$ utilizo método de sustitución.

$\frac{1}{4}\int u^{-\frac{1}{2}}\,du = \frac{1}{2}\sqrt{u} + C = \boxed{\frac{\sqrt{2x^2+7}}{2} + C}$

b) $f(x) = (x^2-1)^2$, $g(x) = 1-x^2$

$\Rightarrow (x^2-1)^2 = 1-x^2$

$x^4 - \cancel{2}x^2 + \cancel{1} = \cancel{1} - \cancel{x^2}$

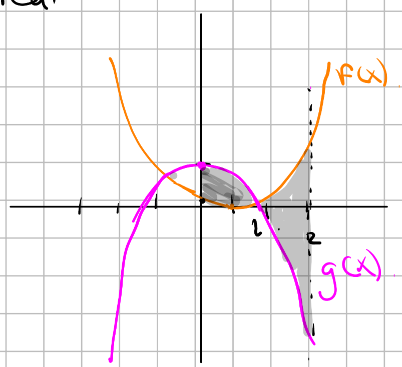
$x^4 - x^2 = 0$

$x^2(x+1)(x-1) = 0$

no Pertenece

$\Rightarrow$ se cumple cuando: $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = -1$

grafica:



$\Rightarrow \int_0^1 \left(\left(1-x^2\right) - \left(x^2-1\right)^2\right)dx + \int_1^2 \left(\left(x^2-1\right)^2 - \left(1-x^2\right)\right)dx$

1 $\int_0^1 (x^2 - x^4)\,dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5}\Big|_0^1 = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) = \frac{5-3}{15} = \boxed{\frac{2}{15}}$

2 $\int_1^2 (x^4 - x^2)\,dx = \frac{x^5}{5} - \frac{x^3}{3}\Big|_1^2 = \left(\frac{32}{5} - \frac{8}{3}\right) - \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{3}\right) = \frac{31}{5} - \frac{7}{3} = \frac{93-35}{15} = \boxed{\frac{58}{15}}$

$\Rightarrow$ el Area total es $= \frac{60}{15} = \boxed{4}$

2. Ejercicio 2 *(32 Pts.)* Determine si las siguientes sucesiones tienen límite.

(a) *(16 Pts.)* $a_n = \frac{(-1)^n\sqrt{n}}{n^2}$

(b) *(16 Pts.)* $b_n = \sqrt{n^2+2n} - n$

a) $a_n = \frac{(-1)^n\sqrt{n}}{n^2}$ = Si existe limite de $a_n \iff \exists \lim_{n\to\infty} |a_n| = \ell$.

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(-1)^n\sqrt{n}}{n^2}\right| = \lim_{n\to\infty} \frac{n^{\frac{1}{2}}}{n^2}$ = dado que n crece mas rapido que $n^{\frac{1}{2}}$, Podemos asegurar

que el limite $\lim_{n\to\infty} \frac{n^{1/2}}{n^2} = \boxed{0}$.

b) $b_n = \sqrt{n^2+2n} - n \Rightarrow \left(\sqrt{n^2+2n} - n\right) \cdot \frac{\sqrt{n^2+2n}+n}{\sqrt{n^2+2n}+n} = \frac{\cancel{n^2}+2n-\cancel{n^2}}{\sqrt{n^2+2n}+n} = \lim_{n\to\infty} \frac{2n}{\sqrt{n^2+2n}+n} =$

$\lim_{n\to\infty} \frac{2n}{\sqrt{n^2\cdot\left(1+\frac{2}{n}\right)}+n} = \lim_{n\to\infty} \frac{2\cancel{n}}{\cancel{n}\left(\sqrt{1+\frac{2}{n}}+1\right)} = \boxed{2}$ ∴ Por lo tanto si Posee límite.

3. Ejercicio 3. *(34 Pts.)* Utilice algún criterio de convergencia y determine si las siguientes series convergen o divergen:

✓ (a) *(17 Pts.)* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 8n!}{(n+1)!}$

(b) *(17 Pts.)* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^n}$

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 8n!}{(n+1)!} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 8 \cdot \frac{\cancel{n!}}{(n+1)\cancel{n!}} = 8 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1}{n+1}$ = Sabemos que depend de $\frac{8n}{n+1}$

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{8}{n+1} = \boxed{0}$ ∴ Converge.

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5}{n}\right)^n \Rightarrow$ Por criterio de comparación defino $a_n = \left(\frac{5}{6}\right)^n$.

$\Rightarrow b_n \leq a_n$

$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5}{6}\right)^n$ • Por Serie geométrica $r = \frac{5}{6}$, $|r| < 1$ la serie Converge

y Por teorema b_n tambien converge.