Inteligencia Artificial

Lógica Difusa

Martin Marchetta

martin.marchetta@ingenieria.uncuyo.edu.ar

UNCUYO
UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO

LABSIN

Agenda

- Introducción
- Conceptos
- Inferencia difusa

Introducción

- **Enfoques generales en IA:**
  - Top-down vs. Bottom-up
  - Sistemas simbólicos vs. Sub-simbólicos

- **Repaso de lógica simbólica:**
  - Conceptos
  - Lógica proposicional, de primer orden, multi-valuadas
  - Limitaciones para sistemas contínuos y/o en tiempo real.

Introducción

- **Lógica difusa (*fuzzy logic*)**
  - Sigue un enfoque top-down, al igual que la lógica simbólica (y a diferencia de las redes neuronales)
  - Es una lógica multi-valuada que permite razonar con información imprecisa
  - Se basa en la teoría de conjuntos difusos, la cual es una extensión de la teoría clásica de conjuntos

- **Aplicaciones**
  - Los conceptos de sistemas difusos pueden aplicarse a la teoría de conjuntos, la lógica, pero especialmente al control
  - Pueden aplicarse en uno o más niveles en la pirámide de control
  - Pueden aplicarse a distintos niveles de abstracción y con distintos horizontes de tiempo: desde tiempo real a planificación a mediano/largo plazo

Introducción

- **Aplicaciones clásicas de los sistemas difusos**
  - Sistema de control de vapor [Mamdani 1974]
  - Sistema de control de hornos rotativos de cemento [García Cerezo 1991]
  - Análisis de ritmo cardíaco [Borshevich et al. 1993]
  - Control de helicópteros por ordenes verbales [Sugeno 1993]
  - Control de tracción en autos de carrera [Altrock 1993]
  - Sistemas de frenado como el ABS, caja automática [King 1989]
  - Consumer electronics (electrodomésticos, lavarropas, tostadoras, calefacción y AA)
  - Frenado del metro de Senday (Japón)
  - Control de ascensores
  - Control de grúas de contenedores

Introducción

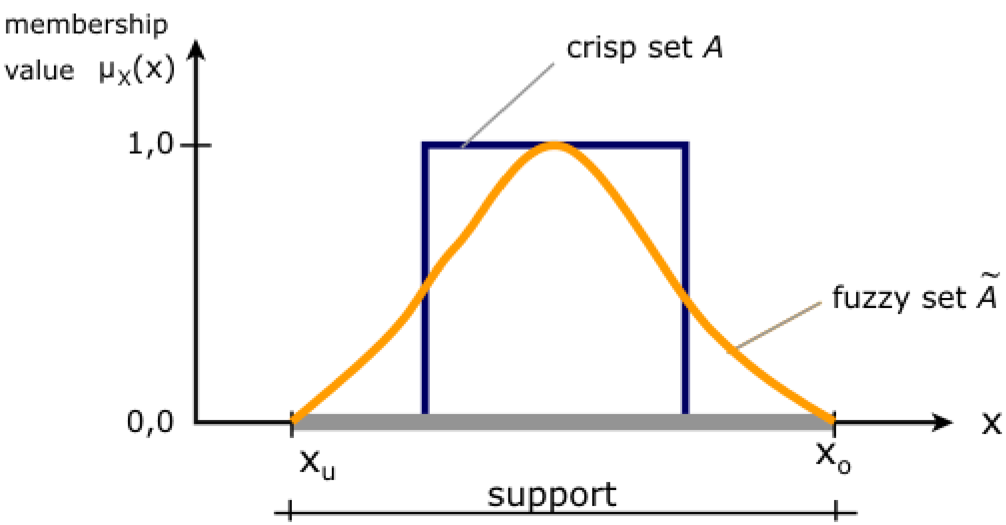
- **Aplicaciones recientes de los sistemas difusos**
  - Robots móviles y navegación autónoma [Martín del Brío, Molina, 2007]
  - Selección de equipos para material handling [Mirhosseyni & Webb, 2009]
  - Estimación de curva de potencia de turbinas eólicas [Üstüntaşa &Şahin, 2008]
  - Optimización de energía generada en turbinas eólicas [Aissaoui et al. 2012]
  - Controlador de presión para el sistema de control de frenado del Airbus 310/320 [Branco & Dente, 2010]
  - Control del ángulo de ataque para suavizado de fluctuaciones de poder del viento en generadores eólicos [Chowdhury et al. 2012]
  - Control de fuerzas de corte en fresado CNC [Kim & Jeon 2011]

Agenda

- Introducción
- Conceptos
- Inferencia difusa

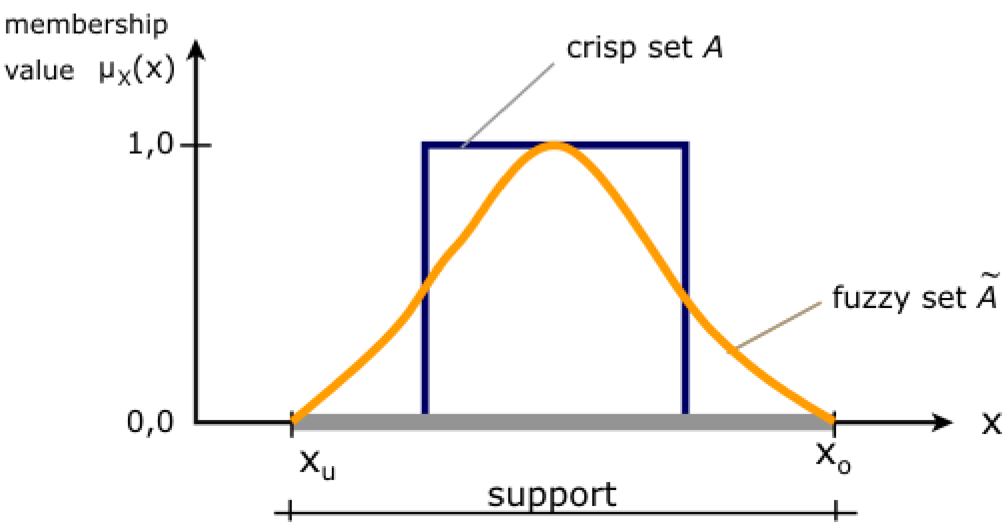
Sistemas Difusos: Conceptos

- Conjunto borroso
  - Es una extensión de un conjunto clásico
  - Permiten especificar el grado de pertenencia de un elemento al conjunto borroso, como un valor en [0, 1]
  - Un conjunto borroso ***F*** queda caracterizado por una **función de pertenencia** (*membership function*) $\mu_F(u)$ que representa el grado en el que un elemento $u \in U$ *(universo del discurso)* pertenece a *F*
  - La función de pertenencia indica el grado en que un valor pertenece al concepto que da nombre al conjunto borroso (ej: temperatura_alta)



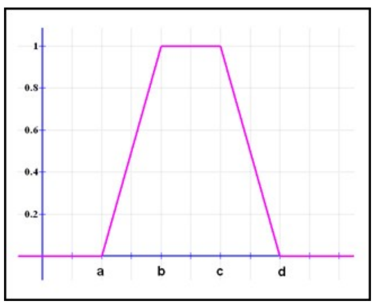
Sistemas Difusos: Conceptos

- Conjunto borroso
  - **Soporte:** conjunto clásico (*nítido*, *crisp*) de todos los valores del universo U para los que μ_F**(u)>0**
  - **Puntos de cruce:** valores que cumplen que μ_F**(u)=0.5**
  - **Conjunto singleton:** cuando el **conjunto soportado** contiene sólo un valor
  - **α-corte F_α:** conjunto clásico de todos los valores para los que μ_F**(u)>α**
  - **Conjunto normalizado:** conjunto borroso para el que el máximo valor de μ es 1



Sistemas Difusos: Conceptos

- **Funciones de pertenencia**
  - Si la variable es discreta, la función de pertenencia es un conjunto de pares ordenados F={ (u, $\mu_F(u)$) / $u \in$ U}
  - Si la variable es contínua, es una función contínua en u
- **Algunas funciones de pertenencia estándares**



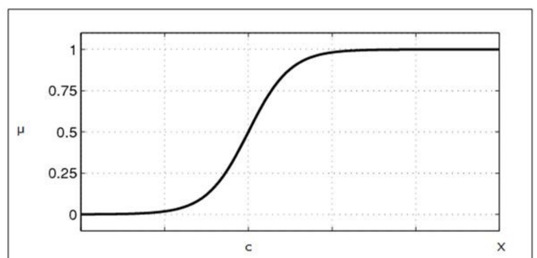
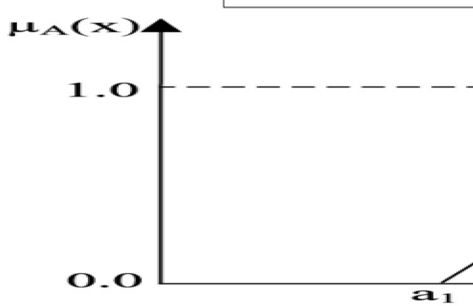
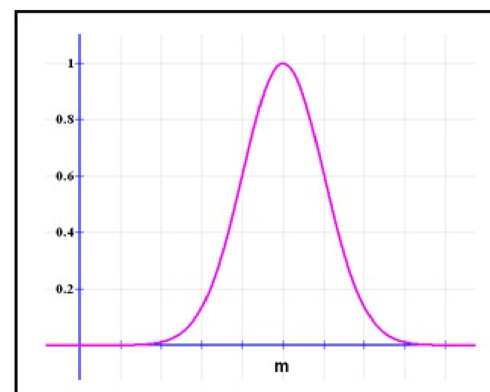


FIG 1.6: Sigmoidal membership function





Sistemas Difusos: Conceptos

- **Variable lingüística**
  - Representa un concepto. Ejemplo: Temperatura
  - Puede tomar valores tomados del lenguaje natural, o bien valores numéricos. Ejemplo: Muy fría, fría, caliente, 4°, 10°, etc.
  - Formalmente, se define como:

Variable lingüística: Es una tupla (A, T(A), U), donde

- **A:** Nombre de la variable. Ej: *Temperatura*
- **T(A):** Conjunto de términos que nombran los valores x que A puede tomar, los cuales son conjuntos borrosos. Ej: *Baja*, *Media*, *Alta*, *Muy Alta*, etc.
- **U:** Universo de discurso; contiene los valores individuales (variable discreta), o los rangos de valores (variable contínua) que una función de pertenencia en T(A) puede tomar como argumento. Es decir, son los valores para los cuales se define la variable **A**.

Sistemas Difusos: Conceptos

- **Particiones borrosas**
  - Dada una **variable lingüística A**, es posible definir en ella una ***partición borrosa***
  - **Partición borrosa de una variable A**: es el conjunto de conjuntos difusos que se definen para **A**
    - Ej: Si A es Temperatura, una partición para A puede definirse como el conjunto {Muy Fría, Fría, Media, Caliente, Muy Caliente}, en el que cada elemento es un conjunto difuso en sí mismo (es decir, tiene asociado una función de pertenencia)
  - Pueden definirse distintas particiones borrosas para la misma variable lingüística A.
  - T(A) contiene todos los posibles términos que pueden ser valores de A
  - Las particiones borrosas se forman tomando un subconjunto de los términos en T(A)

Sistemas Difusos: Conceptos

- **Particiones borrosas (cont.)**
  - Se dice que la **partición borrosa** es **completa** si contiene al menos un conjunto borroso con $\boldsymbol{\mu_F(u)>0 \ \forall u \in U}$ (es decir, si la partición cubre todo el universo U de la variable A)
  - 2 conjuntos difusos están solapados si su intersección es no nula
  - Solapamiento de 2 conjuntos borrosos: relación de la cantidad de elementos que comparten respecto a la cantidad total de elementos de uno de los conjuntos
    - Ej: si el conjunto A contiene 100 valores, y la intersección de A y B contiene 20 valores, el solapamiento de los conjuntos es del 20%

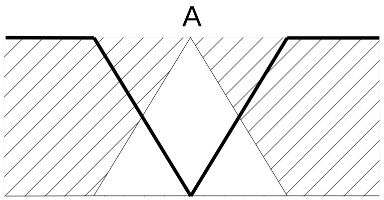
Sistemas Difusos: Conceptos

- **Particiones borrosas (cont.)**
  - En **sistemas de control difuso**, se recomienda que **las particiones** de las variables del controlador
    - Sean completas
    - Contengan un número impar de conjuntos borrosos
    - Los conjuntos tengan un solapamiento de entre 20% y 50%

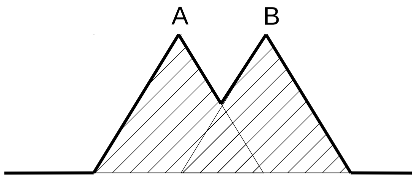
  - En **sistemas de control difuso:**
    - Se suelen emplear particiones de entre 3 y 7 conjuntos
    - Se suelen utilizar funciones de pertenencia triangulares en torno a puntos singulares
    - Los nombres de los conjuntos borrosos se suelen expresar abreviadamente por sus iniciales.
      - Ej: para la variable Temperatura, la partición borrosa formada por {Muy Fría, Fría, Media, Caliente, Muy Caliente}, se suele expresar como {MF, F, M, C, MC}

Sistemas Difusos: Conceptos

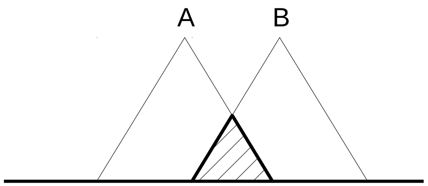
- **Operaciones borrosas**
  - Pueden aplicarse operaciones sobre conjuntos borrosos, obteniendo así un nuevo conjunto borroso, de manera similar a sus contrapartes clásicas:
    - Complemento $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$



    - Unión $\mu_{A \cup B}(x) = max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$



    - Intersección $\mu_{A \cap B}(x) = min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$



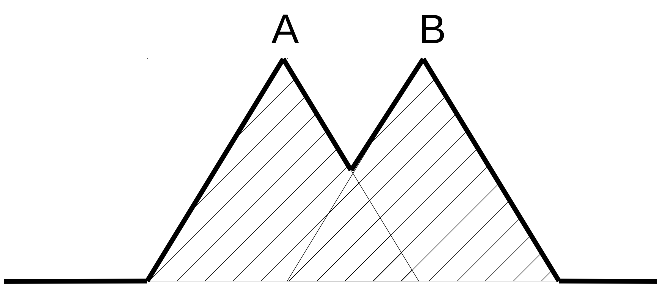
  - Si se limitan los valores de μ a 0 o 1, estas operaciones son iguales a la teoría clásica. La teoría clásica es un caso particular de la teoría borrosa.

Sistemas Difusos: Conceptos

- **Operaciones borrosas**
  - Las operaciones de ***unión*** e ***intersección*** pueden definirse también de otras maneras, a condición que satisfagan ciertas propiedades. Es decir, pueden tener distintas interpretaciones
  - A las familias de funciones que satisfacen estas propiedades, se las llama ***Conorma Triangular (Norma-S)*** y ***Norma Triangular (Norma-T)*** respectivamente
  - Norma Triangular (intersección). Requisitos
    - Conmutatividad: T(a, b) = T(b,a)
    - Monotonía: T(a, b) <= T(c, d) si a<= c y b <= d
    - Asociatividad: T(a, T(b, c)) = T(T(a, b), c)
    - Nº 1 actúa como elemento identidad: T(a, 1) = a
  - Co-norma Triangular (unión). Requisitos
    - Conmutatividad: S(a, b) = S(b,a)
    - Monotonía: S(a, b) <= S(c, d) si a<= c y b <= d
    - Asociatividad: S(a, S(b, c)) = S(S(a, b), c)
    - Nº 0 actúa como elemento identidad: S(a, 0) = a

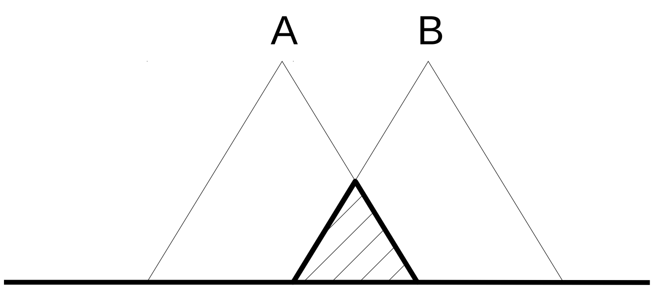
Sistemas Difusos: Conceptos

- **Operaciones borrosas**
  - Algunos ejemplos de conormas y normas (es decir, algunos ejemplos de definiciones alternativas para la unión y la intersección):
    - Conormas-T (unión)
      - MAX(a,b)
      - (a+b-ab)
      - a+'b = MIN(1, a+b)



Ej: Conorma-T por maximo

    - Normas-T (intersección)
      - MIN(a,b)
      - (ab)
      - a*b = MAX(0, a+b-1)



Ej: Norma-T por mínimo

Sistemas Difusos: Conceptos

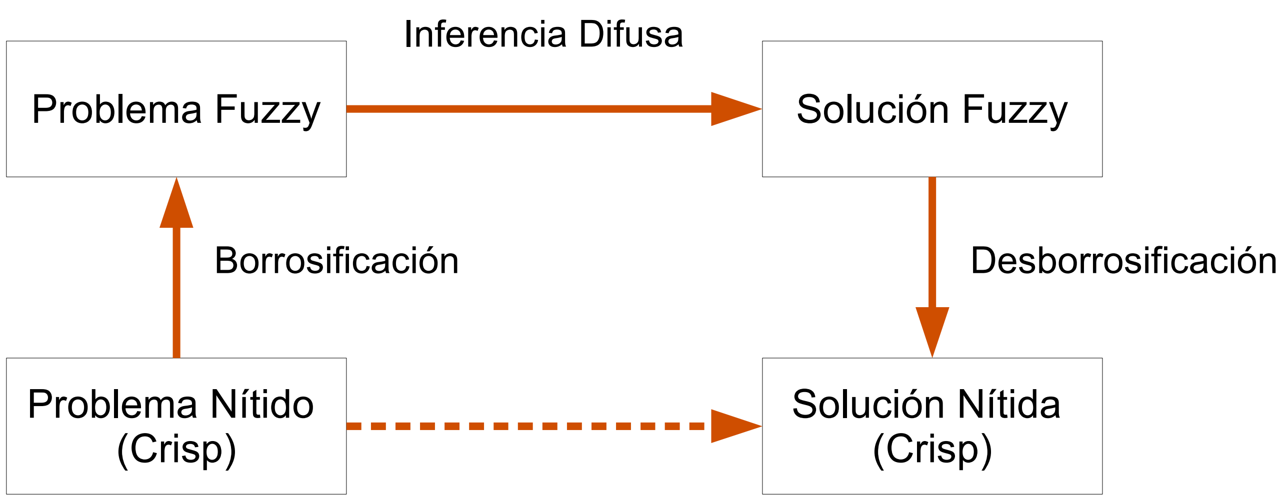
- **Operaciones borrosas**
  - Otras operaciones útlies
    - Igualdad $\mu_A(x)=\mu_B(x)$
    - Norma $\mu_{Norma(A)}(x)=\dfrac{\mu_A(x)}{max[\mu_A(x)]}$
    - Concentración $\mu_{Conc(A)}(x)=(\mu_A(x))^2$
    - Dilatación $\mu_{Dilat(A)}(x)=(\mu_A(x))^{0.5}$
  - La Norma es la versión normalizada del conjunto difuso A
  - La Concentración y Dilatación
    - Hacen más estrecha o más ancha la función de pertenencia original, respectivamente (considerando que μ_A está normalizada).
    - Se las llama **modificadores (hedges)** y son útiles para representar de manera general los términos **“muy”** y **“más o menos”**

Agenda

- Introducción
- Conceptos
- Inferencia difusa

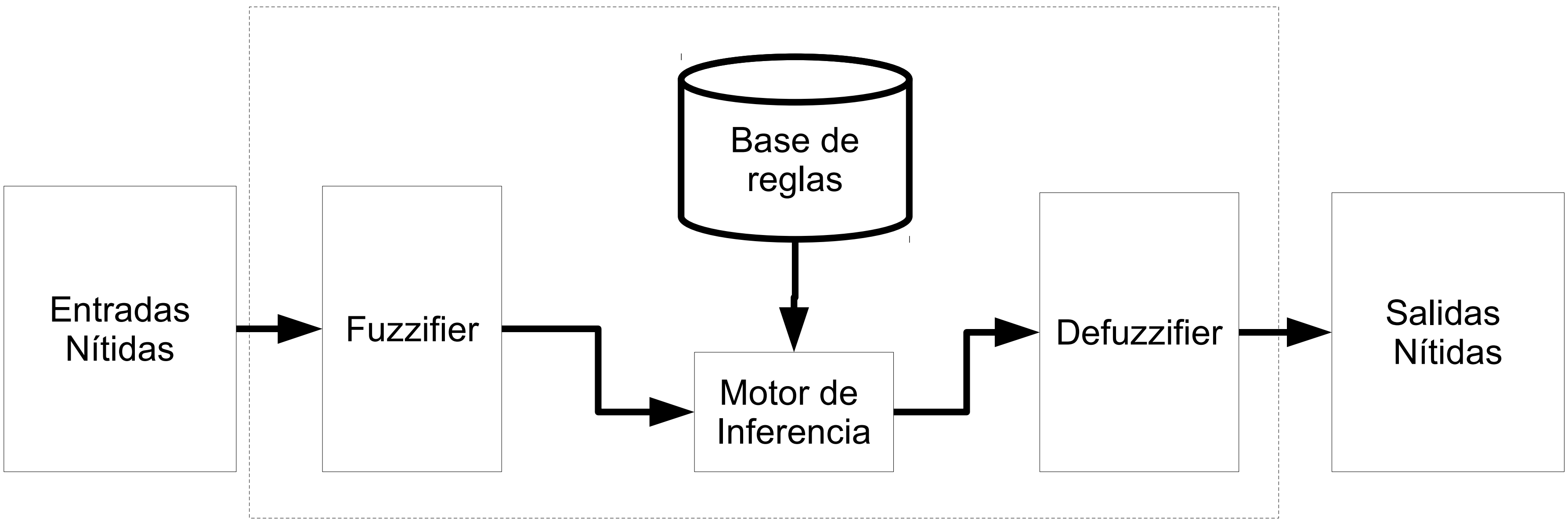
Inferencia Borrosa

- **Introducción**
  - Al igual que en la lógica clásica, la lógica difusa (FL, Fuzzy Logic) define el razonamiento formal con proposiciones
  - Diferencia:
    - en la FL las proposiciones pueden adoptar valores de verdad en [0, 1]
    - como consecuencia, las reglas de inferencia y la ***teoría de la demostración*** en general se definen mediante funciones contínuas que operan en intervalos de valores de verdad [0, 1]
  - Proceso general



Inferencia Borrosa

- **Sistemas de inferencia difusos**
  - Arquitectura general



- **Sistemas de inferencia difusos**
  - Generalmente se implementa mediante una base de reglas tipo if-then, que representan el conocimiento con que se cuenta sobre el proceso de decisión

$$\textit{If}\ temperatura\ \ is\ \ ALTA\ \ \textbf{and}\ \ humedad\ \ is\ \ MUY-ALTA\ \ THEN\ \ potenciaAA\ \ is\ \ MUY-ALTA$$

  - Cada regla asocia conjuntos borrosos de entrada (antecedentes o premisas) con un conjunto borroso de salida (consecuente o consecuencia). En la regla anterior, “temperatura is ALTA” y “humedad is MUY-ALTA” son los antecedentes, y “potenciaAA is MUY-ALTA” es el consecuente
  - Los sistemas borrosos pueden tener
    - Múltiples salidas, como ser sistemas que controlan múltiples parámetros (*MIMO, Multiple Inputs Multiple Outputs*),
    - Una sola salida, como en el caso de sistemas que controlan sólo un parámetro, pero que puede tener multiples reglas para ello (*MISO, Multiple Inputs Single Output*)

Inferencia Borrosa

- **Implicación borrosa y reglas**
  - La base de reglas es una colección de ***l*** reglas $R^{(l)}$ con el siguiente formato

$$R^{(l)}: \textbf{\textit{IF}}\ x_1\ is\ F_1^l\ \textbf{and}\ x_2\ is\ F_2^l\ \textbf{and} \ldots x_n\ is\ F_n^l\ \textbf{\textit{THEN}}\ y^l\ is\ G^l$$

  donde $\mathbf{x}_i$ e $\mathbf{y}$ son variables lingüísticas, $\mathbf{F}_j^l$ y $\mathbf{G}^l$ son conjuntos borrosos

    - El formato de reglas anterior se denomina borroso puro, o de tipo **Mamdani.**
    - Existe otro formato, **Sugeno**, en el que la salida $\mathbf{y}^l=f^l(\mathbf{x})$ es una función arbitraria de las variables de entrada **x**

  - Al igual que para la unión e intersección, existen múltiples interpretaciones (funciones de pertenencia) de la implicación borrosa. Ej:
    - Conjunción borrosa:

$$\mu_{A\to B}(u,v)=\mu_A(u)*\mu_B(v)$$

    - Disyunción borrosa:

$$\mu_{A\to B}(u,v)=\mu_A(u)\dot{+}\mu_B(v)$$

    - Implicación material:

$$\mu_{A\to B}(u,v)=\mu_{\bar{A}}(u)\dot{+}\mu_B(v)$$

Inferencia Borrosa

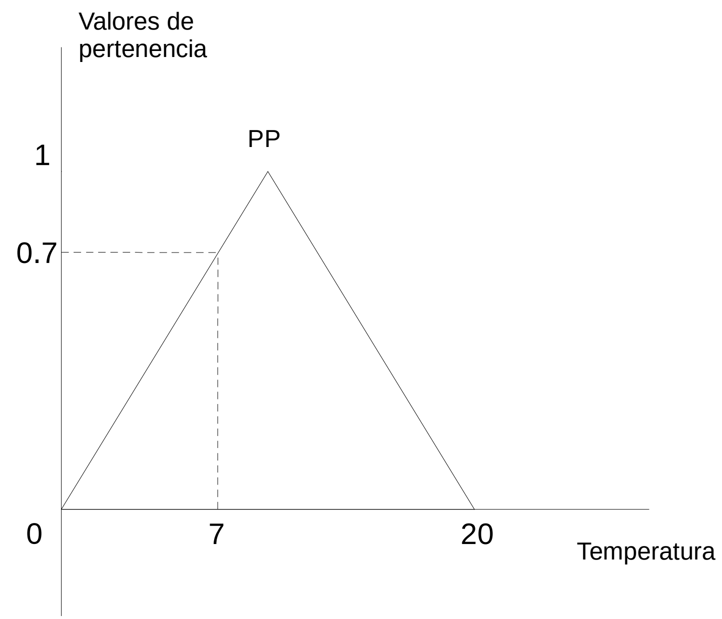
- **Procedimiento práctico de inferencia borrosa**
  - Dada una base de reglas con *l* reglas $R^{(l)}$ de la forma

$$R^{(l)}: \boldsymbol{IF}\ x_1\ is\ F_1^l\ \mathbf{and}\ x_2\ is\ F_2^l\ \mathbf{and} \ldots x_n is\ F_n^l\ \boldsymbol{THEN}\ y^l\ is\ G^l$$

  se deben seguir los siguientes pasos:
    - **Borrosificar**
      - Calcular el valor de pertenencia de los valores de entrada **x** a cada conjunto borroso F de los antecedentes de cada regla
    - **Aplicar reglas**
      - **Calcular** el valor de pertenencia de los **antecedentes** mediante las Norma-T (ej: mínimo) y Conorma-T elegidas (ej: maximo)
      - **Calcular** el conjunto borroso de salida de cada regla (el valor de pertenencia de **cada consecuente**) mediante la función de implicación elegida (ej: mínimo, producto, etc)
      - **Combinar los conjuntos borrosos de salida** de todas las reglas, **para cada variable lingüística** (no deben combinarse reglas de variables lingüísticas de salida distintas) → Esto produce un único conjunto borroso de salida
    - **Desborrosificar** el conjunto de salida del paso anterior

Inferencia Borrosa

- **Entradas al sistema: Borrosificador (fuzzifier)**
  - Convierte valores de entrada no borrosos en borrosos
  - Opciones:
    - Borrosificador singleton (el más usado): la función de pertenencia es 1 para el valor de entrada y 0 para el resto
    - Borrosificador no singleton: la función de pertenencia es una función de la entrada. Ej: función gaussiana.
  - Borrosificador Singleton:
    - Calcula el valor de pertenencia para el valor crisp de entrada. Ej: para la función triangular que se muestra: $\mu_{PP}(7)=0.7$



Inferencia Borrosa

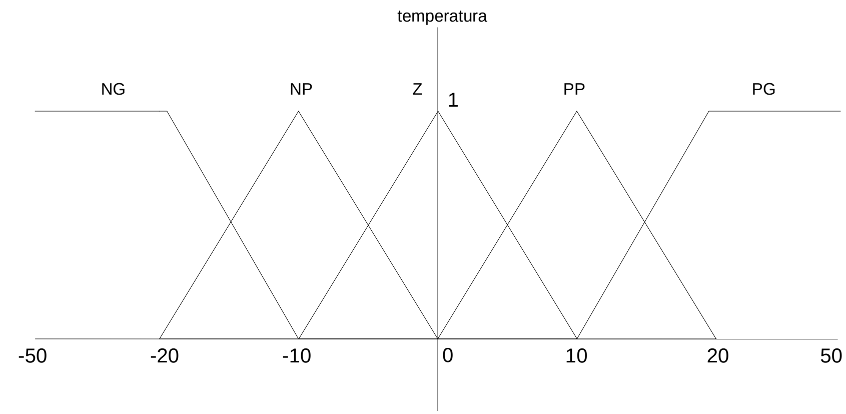
- **Inferencia borrosa Mamdani: cálculo de salidas borrosas**

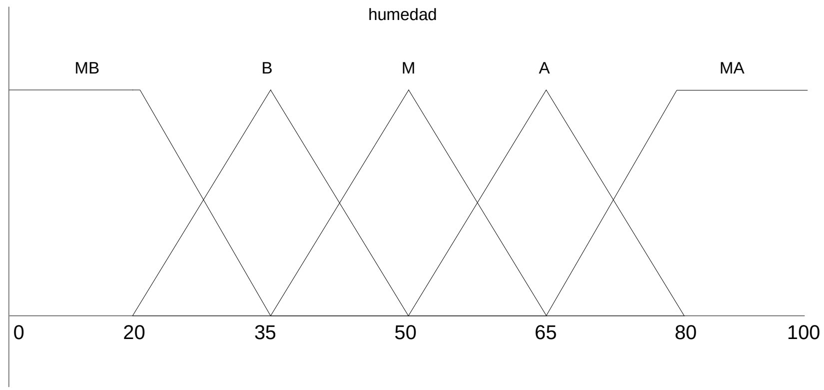
$$R^{(l)}: \boldsymbol{IF}\; x_1\; is\; F_1^l \;\textbf{and}\; x_2\; is\; F_2^l \;\textbf{and} \ldots x_n\; is\; F_n^l\; \boldsymbol{THEN}\; y^l\; is\; G^l$$

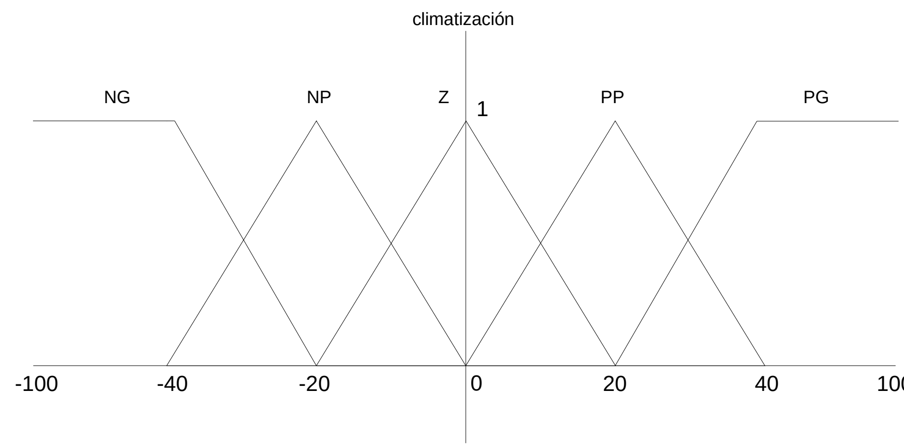
- Suposiciones
  - Borrosificador singleton
  - Conjunción: min(a, b)
  - Disyunción: max(a, b)
  - Implicación: min(a, b)

Inferencia Borrosa

- **Ejemplo**
  - Variables lingüísticas
    - temperatura = {NG, NP, Z, PP, PG}
      humedad = {MB, B, M, A, MA}
      climatizacion={NG, NP, Z, PP, PG}







Inferencia Borrosa

- **Inferencia borrosa Mamdani: cálculo de salidas borrosas (cont.)**

$$R^{(l)}: \boldsymbol{IF}\ x_1\ is\ F_1^l\ \mathbf{and}\ x_2\ is\ F_2^l\ \mathbf{and} \ldots x_n\ is\ F_n^l\ \boldsymbol{THEN}\ y^l\ is\ G^l$$

1) Por cada regla
    1) Borrosificar: calcular el valor de pertenencia de los valores de entrada nítidos x_v de cada variable lingüística *v* a cada conjunto borroso F de los antecedentes de la regla
    2) Calcular el valor de pertenencia del antecedente, resolviendo conjunciones y disyunciones con min() y max() respectivamente
    3) Resolver la implicación con min() (lo cual produce un truncado de los conjuntos borrosos de salida)
2) Si hay **más de una regla** cuyo **consecuente** se refiere al **mismo conjunto borroso** de la **misma variable lingüística de salida**, combinar los antecedentes mediante max() (ej: 2 reglas cuyo consecuente es potencia_alta). Esto se deriva de que:
    - dadas *n* reglas que comparten el mismo consecuente, se puede inferir una única regla equivalente con la disyunción de los antecedentes:

$$\left.\begin{array}{l} A \rightarrow C \\ B \rightarrow C \end{array}\right\} \Leftrightarrow A \vee B \rightarrow C$$

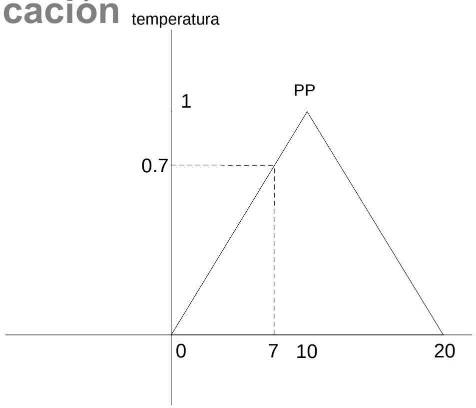
    - resolvemos la disyunción difusa mediante max()

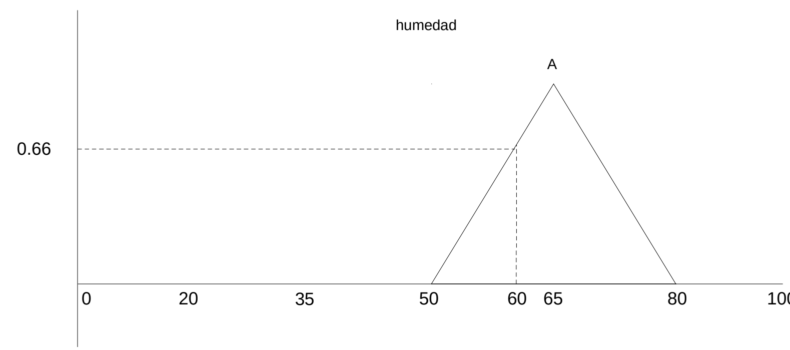
Inferencia Borrosa

- **Ejemplo**
  - **Reglas**

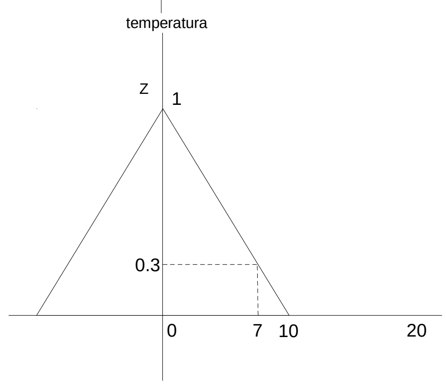
$$R_1 = If\ temperatura\ \ is\ \ PP\ \ \mathbf{and}\ \ humedad\ \ is\ \ A\ \ THEN\ \ climatizacion\ \ is\ \ PP$$
$$R_2 = If\ temperatura\ \ is\ \ Z\ \ \mathbf{and}\ \ humedad\ \ is\ \ M\ \ THEN\ \ climatizacion\ \ is\ \ Z$$

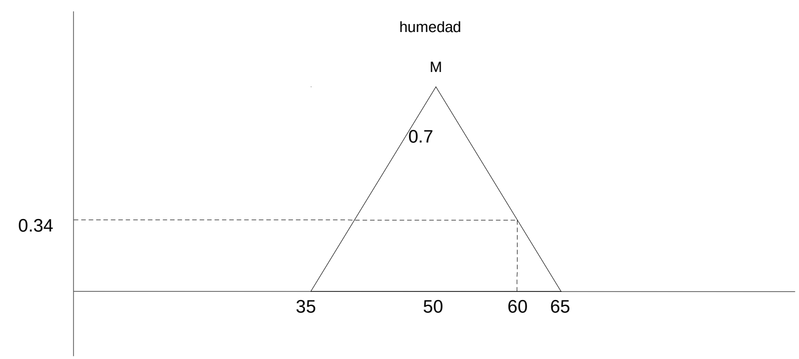
  - **Entradas**: temperatura=7ºC, humedad=60%
  - **1. Borrosificación**
    - R1





    - R2

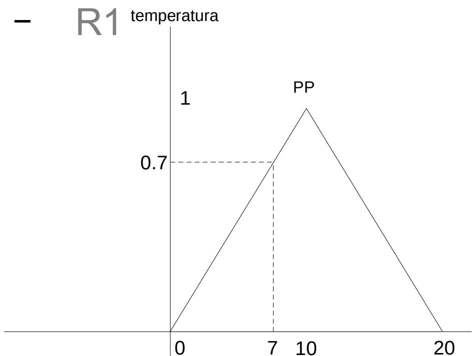


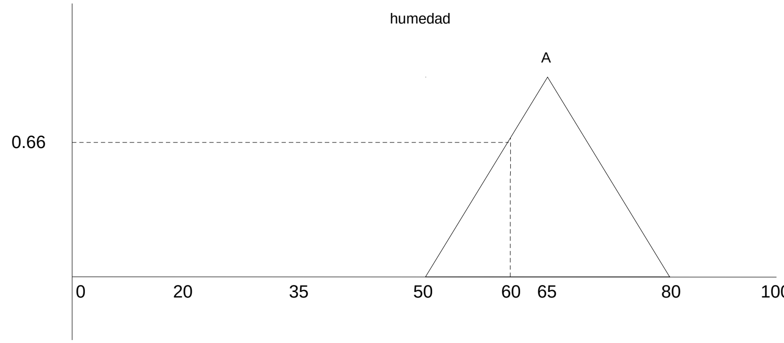


- **Ejemplo**
  - **Reglas**

$$R_1 = If\ temperatura\ \ is\ \ PP\ \ \mathbf{and}\ \ humedad\ \ is\ \ A\ \ THEN\ \ climatizacion\ \ is\ \ PP$$
$$R_2 = If\ temperatura\ \ is\ \ Z\ \ \mathbf{and}\ \ humedad\ \ is\ \ M\ \ THEN\ \ climatizacion\ \ is\ \ Z$$

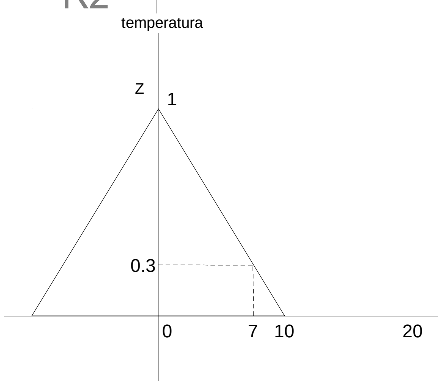
  - **2. Cálculo de antecedentes** por Norma-T min()
    - R1

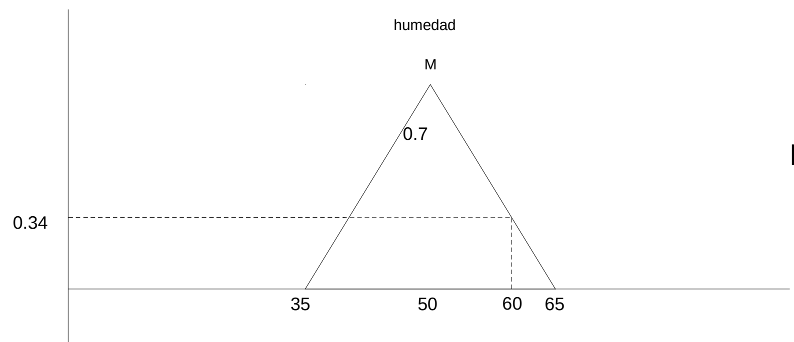




min(0.7, 0.66) = 0.66

    - R2





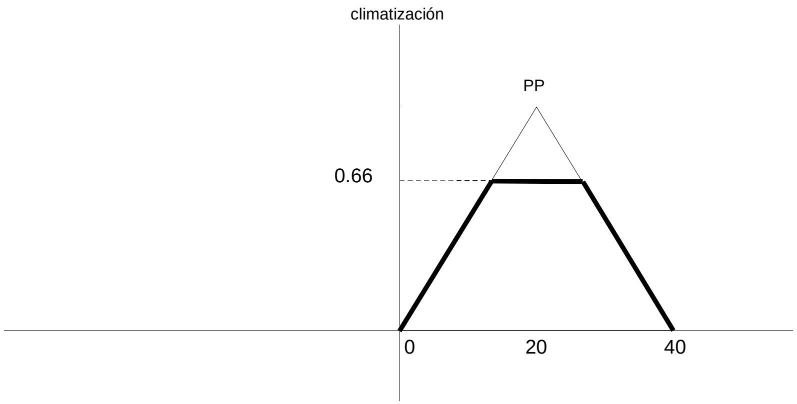
min(0.3, 0.34) = 0.3

Inferencia Borrosa

- **Ejemplo**
  - **Reglas**

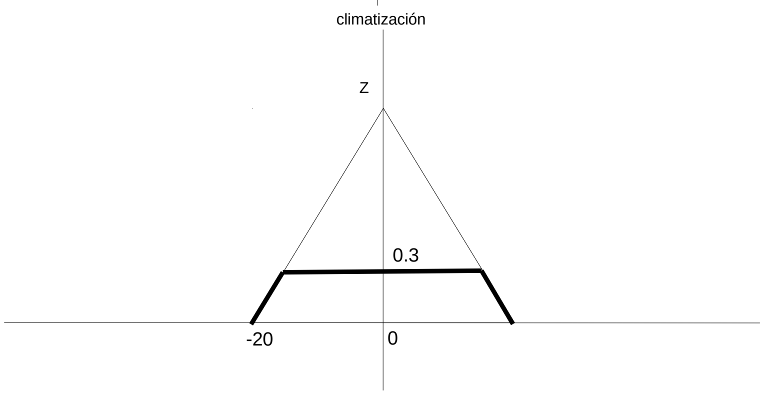
$$R_1 = If\ temperatura\ \ is\ \ PP\ \ \mathbf{and}\ \ humedad\ \ is\ \ A\ \ THEN\ \ climatizacion\ \ is\ \ PP$$
$$R_2 = If\ temperatura\ \ is\ \ Z\ \ \mathbf{and}\ \ humedad\ \ is\ \ M\ \ THEN\ \ climatizacion\ \ is\ \ Z$$

  - **3. Truncado** de conjuntos borrosos de **salida**
    - R1



min(0.7, 0.66) = 0.66

    - R2



min(0.3, 0.34) = 0.3

Inferencia Borrosa

- **Inferencia borrosa Mamdani: cálculo de salidas borrosas (cont.)**

$$R^{(l)}: \boldsymbol{IF}\ x_1\ is\ F_1^l\ \mathbf{and}\ x_2\ is\ F_2^l\ \mathbf{and}\ \ldots x_n\ is\ F_n^l\ \boldsymbol{THEN}\ y^l\ is\ G^l$$

3) Por cada variable lingüística de salida

   1) **Combinar** los distintos **conjuntos borrosos** de **salida** mediante la disyunción/unión borrosa de dichos conjuntos de salida (ej: maximo), generando un **único conjunto borroso de salida**

   2) **Desborrosificar** el **conjunto borroso de salida**, para obtener la salida nítida para cada variable, mediante el desborrosificador

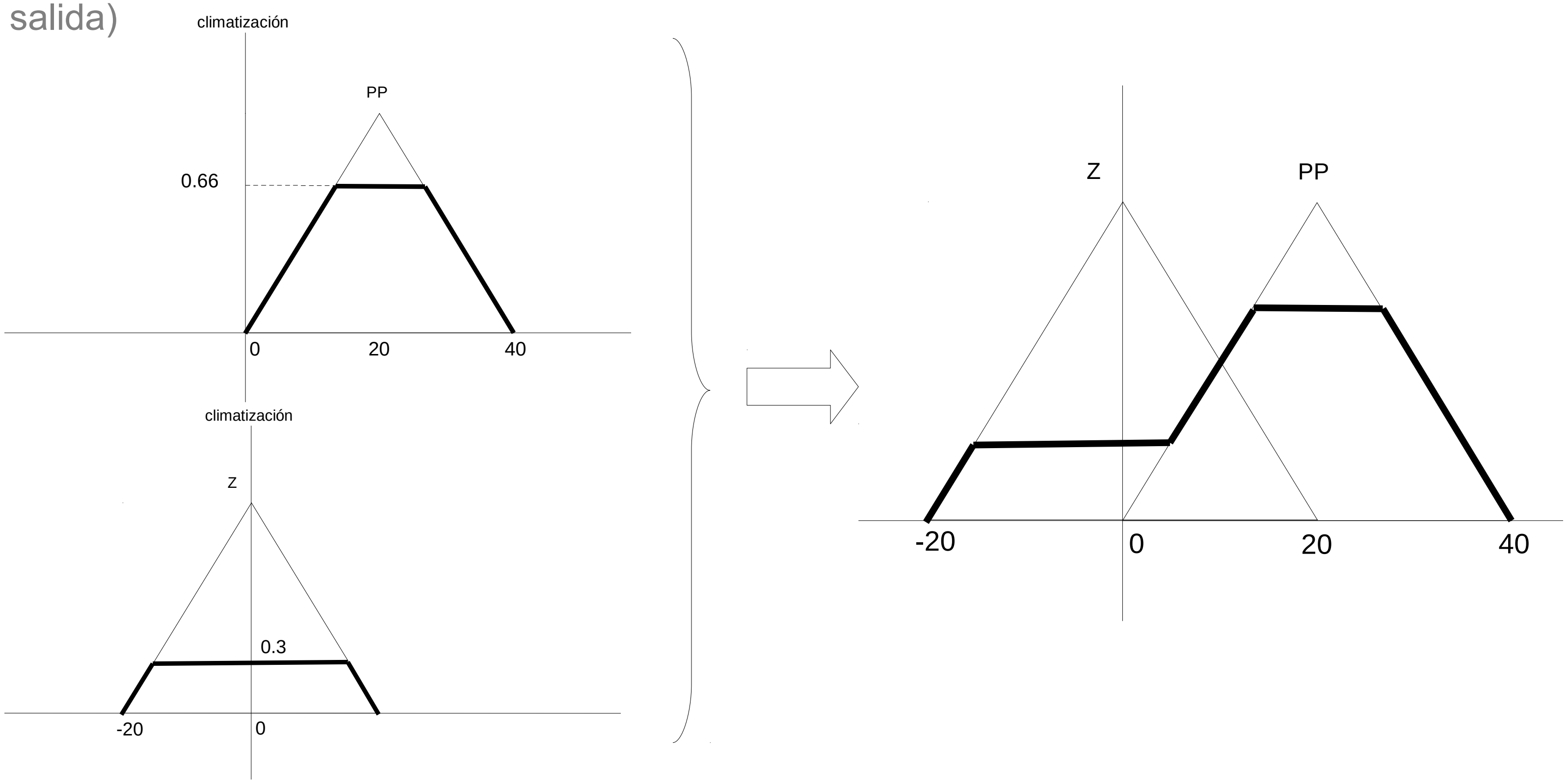
- **Desborrosificador (defuzzifier)**
  - Convierte valores borrosos de salida del dispositivo de inferencia borrosa en valores nítidos (crisp)
  - Existen varios métodos, que toman diferentes nombres en la literatura. Algunos de los más usados:
    - Desborrosificador por máximo (menor, medio o mayor)
    - Desborrosificador por media de centros (Weighted Average)
    - Desborrosificador por centroide o Centro de Gravedad (Center Of Gravity, COG)

Inferencia Borrosa

- **Ejemplo**
  - Reglas

$$R_1 = \textit{If temperatura is PP } \textbf{and} \textit{ humedad is A THEN climatizacion is PP}$$
$$R_2 = \textit{If temperatura is Z } \textbf{and} \textit{ humedad is M THEN climatizacion is Z}$$

  - **Combinación de conjuntos borrosos de salida** mediante t-conorma max() (unión de conjuntos de salida)



- **Inferencia borrosa Mamdani: cálculo de salidas borrosas (cont.)**

$$R^{(l)}: \boldsymbol{IF}\ x_1\ is\ F_1^l\ \textbf{and}\ x_2\ is\ F_2^l\ \textbf{and} \ldots x_n\ is\ F_n^l\ \boldsymbol{THEN}\ y^l\ is\ G^l$$

- **Desborrosificador**
  - Desborrosificador por máximo (menor, medio o mayor)
    - El valor *y* del universo de salida *V* cuyo valor de pertenencia es máximo. En caso de haber más de un valor y que satisface esta condición se puede escoger:
      - El menor (Smallest/First of Maxima)
      - El intermedio (Middle/Mean of Maxima)
      - El mayor (Largest/Last of Maxima)

  - Desborrosificador por media de centros (Weighted Average)

$$y = \frac{\sum_{l=1}^{l=M} \bar{y}^l \mu_{B'}(\bar{y}^l)}{\sum \mu_{B'}(\bar{y}^l)}$$

donde $\bar{y}^l$ es el punto máximo de B’, y *M* es la cantidad de conjuntos borrosos de salida

Inferencia Borrosa

- **Inferencia borrosa Mamdani: cálculo de salidas borrosas (cont.)**

$$R^{(l)}: \boldsymbol{IF}\ x_1\ is\ F_1^l\ \mathbf{and}\ x_2\ is\ F_2^l\ \mathbf{and} \ldots x_n\ is\ F_n^l\ \boldsymbol{THEN}\ y^l\ is\ G^l$$

  - **Desborrosificador**
    - Desborrosificador por centroide o Centro de Gravedad (Center Of Gravity, COG)

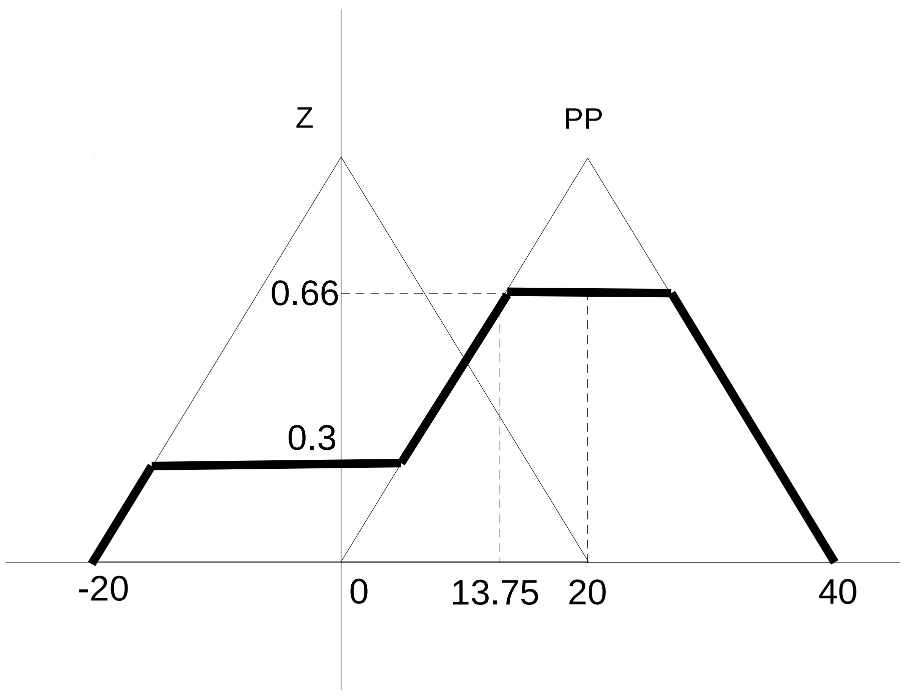
$$y = \frac{\sum_{y_{min}}^{y_{max}} \bar{y}_i \mu_{B'}(\bar{y}_i)}{\sum_{y_{min}}^{y_{max}} \mu_{B'}(\bar{y}_i)}$$

    - Esta ecuación es una discretización de su contraparte contínua, en la que se emplean integrales en lugar de sumatorias.
    - A diferencia del método de promedio ponderado de centros, el método COG calcula el centroide, a lo largo de una discretización de todo el intervalo de soporte de los conjuntos borrosos de salida

- **Ejemplo**
  - Reglas

$$R_1 = If\ temperatura\ \ is\ \ PP\ \ \mathbf{and}\ \ humedad\ \ is\ \ A\ \ THEN\ \ climatizacion\ \ is\ \ PP$$
$$R_2 = If\ temperatura\ \ is\ \ Z\ \ \mathbf{and}\ \ humedad\ \ is\ \ M\ \ THEN\ \ climatizacion\ \ is\ \ Z$$

  - **Desborrosificación** por media de centros (a.k.a. promedio ponderado, weighted average)



$$y = \frac{0\,x\,0.3 + 20\,x\,0.66}{0.3 + 0.66} = 13.75$$

Definición de membership functions

- Varios métodos
  - Intuición
    - Conocimiento intuitivo del dominio
  - Inferencia
    - Conocimiento formal del dominio (ej: disponibilidad de ecuaciones que definan la pertenencia)
  - Ranking
    - Comité de expertos, promedios ponderados, etc.
  - Otros métodos
    - Redes Neuronales
    - Algoritmos Genéticos

Referencias

- S.H.L. Mirhosseyni and P. Webb, A Hybrid Fuzzy Knowledge-Based Expert System and Genetic Algorithm for efficient selection and assignment of Material Handling Equipment, Expert Systems with Applications 36 (2009) 11875–11887
- T. Üstüntaşa and A. D. Şahin, Wind turbine power curve estimation based on cluster center fuzzy logic modeling, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Volume 96, Issue 5, May 2008, Pages 611–620
- A. G. Aissaouia, A. Tahourb, N. Essounboulic, F. Nolletc, M. Abida, M. Cherguib, A Fuzzy-PI control to extract an optimal power from wind turbine, Energy Conversion and Management, In Press.
- P.J.C. Branco, J.A. Dente, Design and experimental evaluation of a fuzzy logic pressure controller for the Airbus 310/320 braking control system, Engineering Applications of Artificial Intelligence, Volume 23, Issue 6, September 2010, Pages 989–999
- D Kim and D. Jeon, Fuzzy-logic control of cutting forces in CNC milling processes using motor currents as indirect force sensors, Precision Engineering, Volume 35, Issue 1, January 2011, Pages 143–152

Referencias

- M.A. Chowdhury, N. Hosseinzadeh and W.X. Shen, Smoothing wind power fluctuations by fuzzy logic pitch angle controller, Renewable Energy, Volume 38, Issue 1, February 2012, Pages 224–233
- E.H. Mamdani, Application of fuzzy control algorithms for control of simple dynamic plant, Proce. IEE, 121 (12) (1974) 1585.1588.
- A. García Cerezo, Aplicaciones actuales de la lógica borrosa, Automática y Control, 216 (1991) 113-119
- V. Borshevich, A.V. Mustyatsa, W.L. Oleinik, Fuzzy Spectral Analysis of heart's rythms. 5th IFSA World Congress (1993) 561-563.
- J. Sugeno and G.K. Park, An approach to linguistic instruction based learning and its application to helicopter flight control. 5th IFSA World Congress (1993) 1082-1085.
- C. Altrock and B. Krause, Fuzzy logic and neurofuzzy technologies in embedded automotive applications. Fuzzy Logic'93, San Fransico, California, 1993.
- A. King, Nissan patents Fuzzy Logic ABS gearbox. Automotive Electronic News, 1989.