

# Control de Accionamiento de CA con Motor Sincrónico de Imanes Permanentes

Automática y Máquinas Eléctricas  
Facultad de Ingeniería - UNCuyo  
Ingeniería Mecatrónica  
2019

Marí, Juan Ignacio Legajo: 10824  
Pino, Jeremías Legajo: 11162

## Resumen

Este trabajo se centra en el modelado, simulación, diseño y análisis de desempeño de un sistema de control automático de posición y movimientos para un accionamiento electromecánico de 4 cuadrantes, compuesto por: máquina eléctrica de corriente alterna (CA) trifásica sincrónica con excitación por imanes permanentes (PMSM), alimentada por inversor trifásico desde fuente de CC; reductor de velocidad planetario de salida hacia la carga mecánica; y realimentación con 1 sensor de posición (encoder) en el eje del motor, más 3 sensores de corriente instantánea de fases en la salida del inversor al estator.

Dicho sistema de control se va a aplicar a la primera articulación de un robot de tipo “SCARA” denominada “hombro”, el cual recibe señales de torque motor y se evalúa el desempeño de dicho controlador establecido. Cabe destacar que no es parte de este trabajo modelar o simular la dinámica no lineal (NL) acoplada del robot, solo se considera la dinámica “vista” desde dicha articulación “hombro”.

Para concluir, se evalúa el desempeño de dicho controlador sobre el sistema, verificando que los valores de tensión, corriente, torque y temperatura se encuentren dentro de los valores admisibles, realizando leves modificaciones.

## Introducción

El objetivo de este proyecto es integrar los conocimientos y competencias de la asignatura Automática y Máquinas Eléctricas en el control de 1 eje (desacoplado) para articulación “hombro” de Robot SCARA, referido a base inercial (1 grado de libertad rotacional de eje vertical, con parámetros equivalentes variables según sea la posición angular instantánea de la articulación “codo”). Dicho accionamiento va a realizarse con una máquina eléctrica de corriente alterna trifásica sincrónica con excitación por imanes permanentes alimentada por un inversor trifásico desde una fuente de corriente continua, un reductor de velocidad planetario, un sensor de posición en el eje del motor y tres sensores de corriente instantánea en la salida del inversor.

En la primera parte de este trabajo, se realiza el modelado, análisis y simulación dinámica a lazo abierto. Primero se definen los modelos matemáticos equivalentes de los distintos subsistemas, luego de esta etapa se trabaja sobre dos modelos equivalentes LTI y LPV. Luego se realiza una simulación a lazo abierto verificando la validez de nuestro modelo, finalizando con un análisis de estabilidad, controlabilidad y observabilidad del mismo.

En la segunda, se realiza el Diseño, Análisis y Simulación de Controlador de Movimiento en Cascada con Modulador de Torque equivalente (Control Vectorial), en el cual se define un controlador PID y un observador de estado. Una vez definido, se analiza el rendimiento de dicho control, realizando simulaciones a cómo responde el sistema a seguimiento de consignas, ya sea de posición o de velocidad, y el análisis de rechazo a perturbaciones. De acuerdo a esto, se finaliza realizando algunas modificaciones sobre el sistema y definiendo restricciones sobre las entradas al mismo.

## PARTE A. Modelado, Análisis y Simulación dinámica a Lazo Abierto (sin control realimentado)

El sistema físico a controlar es la primera articulación de un robot SCARA, denominada “hombro”. En este análisis entonces, se va a controlar un único grado de libertad referido a la base inercial, que es la rotación en eje vertical, con parámetros equivalentes variables según sea la posición angular instantánea de la articulación “codo”.

Cabe aclarar como ya se dijo anteriormente, que no es parte de este trabajo modelar o simular la dinámica no lineal acoplada del robot. Sólo se considera la dinámica “vista” desde la articulación “hombro”.

La máquina eléctrica utilizada, es un motor de CA trifásico sincrónico con excitación por imanes permanentes (PMSM) y estator conectado en estrella (simétrico y equilibrado) con centro de estrella flotante (accesible en bornes de fases abcs).

El acoplamiento entre la máquina eléctrica y la articulación hombro se realiza mediante una caja reductora reversible asumiendo acoplamiento rígido y sin juego.

Por simplicidad se divide a nuestro sistema en 3 subsistemas principales: mecánico, electromagnético y térmico. Para mayor detalle de los subsistemas véase la guía del Proyecto.

Esta parte del trabajo se centra especialmente del modelado del sistema físico y sus respectivos subsistemas, y algunas simulaciones correspondientes a verificar el comportamiento de los mismos.

### 1) Modelo matemático equivalente del subsistema mecánico del motor, transmisión rígida y carga, referido al eje del motor.

El modelo simplificado equivalente referido al eje de salida del tren de transmisión está dado la siguiente ecuación:

$$J_l \cdot \ddot{q}(t) = T_q(t) - b_l \cdot \dot{q}(t) - T_l(t) \quad (1)$$

Donde  $q(t)$  es la posición angular instantánea del tren de transmisión,  $T_q(t)$  es el torque de salida de la caja reductora,  $b_l$  es el amortiguamiento viscoso,  $T_l(t)$  es el torque de carga y  $J_l$  es el momento de inercia equivalente del robot SCARA.

Los parámetros equivalentes variables se muestran a continuación (valor nominal  $\pm$  variación máxima):

$$J_l \approx (0.2520 \pm 0.1260) [kg.m^2]$$

$$b_l \approx (0 \pm 0.0630) \left[ \frac{N.m}{rad/s} \right]$$

Y por especificaciones de operación, el valor de torque de carga queda limitado a (suponiendo función escalón):

$$T_l(t) \approx (0 \pm 1.57) [N.m]$$

Por otro lado, el tren de transmisión está compuesto por una caja reductora reversible con sistema de engranajes planetarios. Se asumirá un acoplamiento rígido, sin elasticidad torsional y sin juego o “backlash”. El modelo equivalente está dado por las siguientes ecuaciones:

$$\dot{q}(t) = \frac{1}{r} \cdot \omega_m(t) \quad (2)$$

$$T_q(t) = r.T_d(t) \quad (3)$$

Donde  $\dot{q}(t)$  es la velocidad angular instantánea del tren de transmisión,  $r$  es la relación de reducción,  $\omega_m(t)$  es la velocidad angular del eje del motor de accionamiento,  $T_d(t)$  es el torque de carga en el eje del motor y  $T_q(t)$  es el torque motor a la salida del eje de transmisión.

Dicha relación de reducción total está dada por:  $r = 314.3008 : 1$

Por último, el estator se considera estacionario siendo el sistema inercial de referencia. Las ecuaciones eléctricas del rotor son:

$$J_m.\dot{\omega}_m(t) = T_m(t) - b_m.\omega_m(t) - T_d(t) \quad (4)$$

$$\dot{\Theta}_m(t) \equiv \omega_m(t) \Leftrightarrow \Theta_m(t) = \int_0^t \omega_m(\xi).d\xi + \Theta_m(0) \quad (5)$$

Donde  $J_m$  y  $b_m$  son el momento de inercia y el coeficiente de fricción viscosa del motor y la caja cuyos valores son:

$$J_m \approx 3.1 \cdot 10^{-6} [kg.m^2]$$

$$b_m \approx 1.5 \cdot 10^{-5} [\frac{N.m}{rad/s}]$$

Una vez definidas estas ecuaciones, se trabaja sobre estas para encontrar la ecuación matemática equivalente, referida el eje motor, en función de los parámetros del motor y la carga:

De la ecuación (1) se despeja  $T_q$  y se tiene en cuenta la relación de la ecuación (2), obteniendo:

$$T_q(t) = \frac{J_l}{r}.\dot{\omega}_m(t) + \frac{b_l}{r}.\omega_m(t) + T_l(t)$$

De la ecuación (4), se despeja  $T_d(t)$  y teniendo en cuenta la relación existente con  $T_q(t)$  a partir de (3), se obtiene:

$$T_q(t) = r.(T_m(t) - b_m.\omega_m(t) - J_m.\dot{\omega}_m(t))$$

Para eliminar esta variable intermedia, se igualan dichas ecuaciones recientemente encontradas, y se llega a:

$$(\frac{J_l}{r^2} + J_m).\dot{\omega}_m(t) + (\frac{b_l}{r^2} + b_m).\omega_m(t) = (T_m(t) - \frac{T_l(t)}{r}) \quad (6)$$

Para facilitar los próximos cálculos y expresiones, se definen los siguientes parámetros:

$$J_{eq} = (\frac{J_l}{r^2} + J_m)$$

$$b_{eq} = (\frac{b_l}{r^2} + b_m)$$

$$T_{eq} = (T_m(t) - \frac{T_l(t)}{r})$$

Se obtiene la ecuación final del modelo matemático equivalente:

$$J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m(t) = T_{eq} - b_{eq} \cdot \omega_m(t) \quad (7)$$

A partir de la ecuación previamente desarrollada, junto con la ecuación (5), se define el sistema de ecuaciones que modela nuestro sistema. En forma matricial, queda de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_{eq}} \end{bmatrix} \cdot T_m(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J_{eq} \cdot r} \end{bmatrix} \cdot T_l(t) \quad x(0) = \begin{bmatrix} \theta_m(0) \\ \omega_m(0) \end{bmatrix} \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Donde vemos que queda definido:

$$x(t) = \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \end{bmatrix} \Rightarrow \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) \end{bmatrix}; \quad u(t) = \begin{bmatrix} T_m(t) \\ T_l(t) \end{bmatrix}; \quad y(t) = \theta_m(t)$$

Donde  $x(t)$  es el vector de estados,  $u(t)$  es el vector de entrada e  $y(t)$  el vector de salida.

En la Figura 1 se muestra el diagrama de bloques desagregado y el diagrama de bloques encapsulado respectivamente.

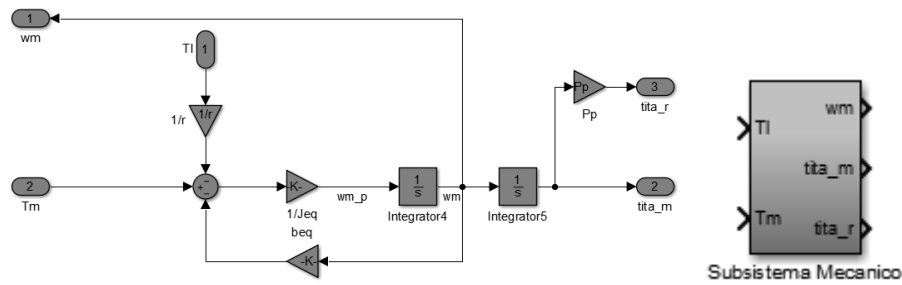


Figura 1 Diagrama de bloques del subsistema mecánico y su encapsulamiento

## 2) Modelo dinámico del sistema físico completo, incorporando el subsistema electromagnético y térmico.

### a) Modelo global no lineal (NL), $i_{ds}(t)$ para genérica:

Para obtener el sistema físico completo debemos incorporar los subsistemas electromagnético y térmico al subsistema mecánico. Luego de trabajar las ecuaciones de la guía y las deducidas anteriormente se llega al siguiente sistema.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A \cdot x(t) + B_c \cdot u_c(t) + B_d \cdot u_d(t); \quad x(t_0) = x_0 \\ y(t) &= C \cdot x(t) \end{aligned}$$

Donde  $x(t)$  y  $\dot{x}(t)$  son el vector de estado y su derivada,  $u_c(t)$  y  $u_d(t)$  el vector de entradas manipuladas y de perturbación e  $y(t)$  es la salida del sistema.  $A$  es la matriz de sistema,  $B_c$  matriz de entradas manipuladas,  $B_d$  matriz de perturbaciones y  $C$  matriz de salida.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) \\ \dot{i}_{qs}(t) \\ \dot{i}_{ds}(t) \\ \dot{i}_{0s}(t) \\ \dot{T}_s(t) \end{bmatrix}, x(t) = \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}(t) \\ i_{ds}(t) \\ i_{0s}(t) \\ T_s(t) \end{bmatrix}, u_c(t) = \begin{bmatrix} V_{qs}(t) \\ V_{ds}(t) \\ V_{0s}(t) \end{bmatrix}, u_d(t) = \begin{bmatrix} T_l(t) \\ T_{amb}(t) \end{bmatrix}, x(0) = \begin{bmatrix} \theta_{m0} \\ \omega_{m0} \\ i_{qs0} \\ i_{ds0} \\ i_{0s0} \\ T_{s0} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3 \cdot P_p \cdot (\lambda^r + (L_d - L_q) \cdot i_{ds}(t))}{2 \cdot J_{eq}} & \frac{3 \cdot P_p \cdot i_{qs}(t) \cdot (L_d - L_q)}{2 \cdot J_{eq}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{P_p \cdot (\lambda^r + L_d \cdot i_{ds}(t))}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} & -\frac{L_d \cdot P_p \cdot \omega_m(t)}{L_q} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_q \cdot i_{qs}(t) \cdot P_p}{L_d} & \frac{L_q \cdot P_p \cdot \omega_m(t)}{L_d} & -\frac{R_s}{L_d} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R_s}{L_{ls}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3 \cdot R_s \cdot i_{qs}(t)}{C_{ts}} & \frac{3 \cdot R_s \cdot i_{ds}(t)}{C_{ts}} & \frac{6 \cdot R_s \cdot i_{0s}(t)}{C_{ts}} & -\frac{1}{C_{ts} \cdot R_{ts-amb}} \end{bmatrix}$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L_q} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{ls}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{J_{eq}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_{ts-amb} \cdot C_{ts}} \end{bmatrix}, C = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

Luego para llegar al diagrama de bloques del sistema completo se trabaja con los 3 subsistemas por separados y luego se los conecta.

Cabe recordar que el sistema cuenta con los siguientes dispositivos físicos de medición:

- Un sensor de posición (encoder), montado en el eje de motor.
- Tres sensores de corriente instantánea de fase, montados en salida trifásica de inversor a estator.
- Un sensor de temperatura en bobinado de estator.

Para este trabajo, se asume que los sensores tienen respuesta ideal en tiempo continuo, es decir, que poseen ganancia unitaria.

### Subsistema electromagnético

Al trabajar sobre este subsistema, se hizo uso de la Transformación de Park, la cual permite convertir las componentes abc del sistema trifásico (variables senoidalmente en el tiempo), a otro sistema de referencia qd0 (valores constantes en régimen permanente).

La transformación directa de Park, la cual nos permite pasar de las coordenadas trifásicas del estator abc a las coordenadas fijas al rotor qd0 se define como:

$$\begin{bmatrix} f_{qs}^r(t) \\ f_{ds}^r(t) \\ f_{0s}^r(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta_r(t)) & \cos(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta_r(t)) & \sin(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_{as}(t) \\ f_{bs}(t) \\ f_{cs}(t) \end{bmatrix}$$

La transformación inversa de Park, la cual nos permite pasar de las coordenadas fijas al rotor qd0 a las coordenadas trifásicas del estator abc se define como:

$$\begin{bmatrix} f_{as}(t) \\ f_{bs}(t) \\ f_{cs}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r(t)) & \sin(\theta_r(t)) & 1 \\ \cos(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_{qs}^r(t) \\ f_{ds}^r(t) \\ f_{0s}^r(t) \end{bmatrix}$$

Donde  $f_x(t)$  puede representar tensión, corriente, flujo concatenado, entre otros.

Esta transformación, además de permitirnos trabajar con valores constantes en régimen permanente tanto de tensión, corriente, etc., nos permite trabajar con valores conocidos y constantes de las inductancias en los bornes del estator (al trabajar en coordenadas rotóricas dq0 fijas al rotor), debido a que estas inductancias dependen de la posición instantánea del rotor.

Dichos valores constantes de las inductancias son las siguientes:

Inductancia de estator, eje en cuadratura:  $L_q \approx 5.8[mH]$

Inductancia de estator, eje directo:  $L_d \approx 6.6[mH]$

Inductancia de dispersión de estator:  $L_{ls} \approx 0.8[mH]$

Además, se definen el número de pares de polos magnéticos  $P_p = 3$  y el flujo magnético equivalente

$$\lambda_m^r \approx 0.01546[Wb]$$

A partir del balance de tensiones eléctricas equivalentes de estator (referido a coordenadas qd0 fijas en rotor), el torque electromagnético y utilizando las coordenadas eléctricas de entrehierro qd0 fijas a rotor (marco de referencia ~ sincrónico) podemos deducir el siguiente diagrama de bloques.

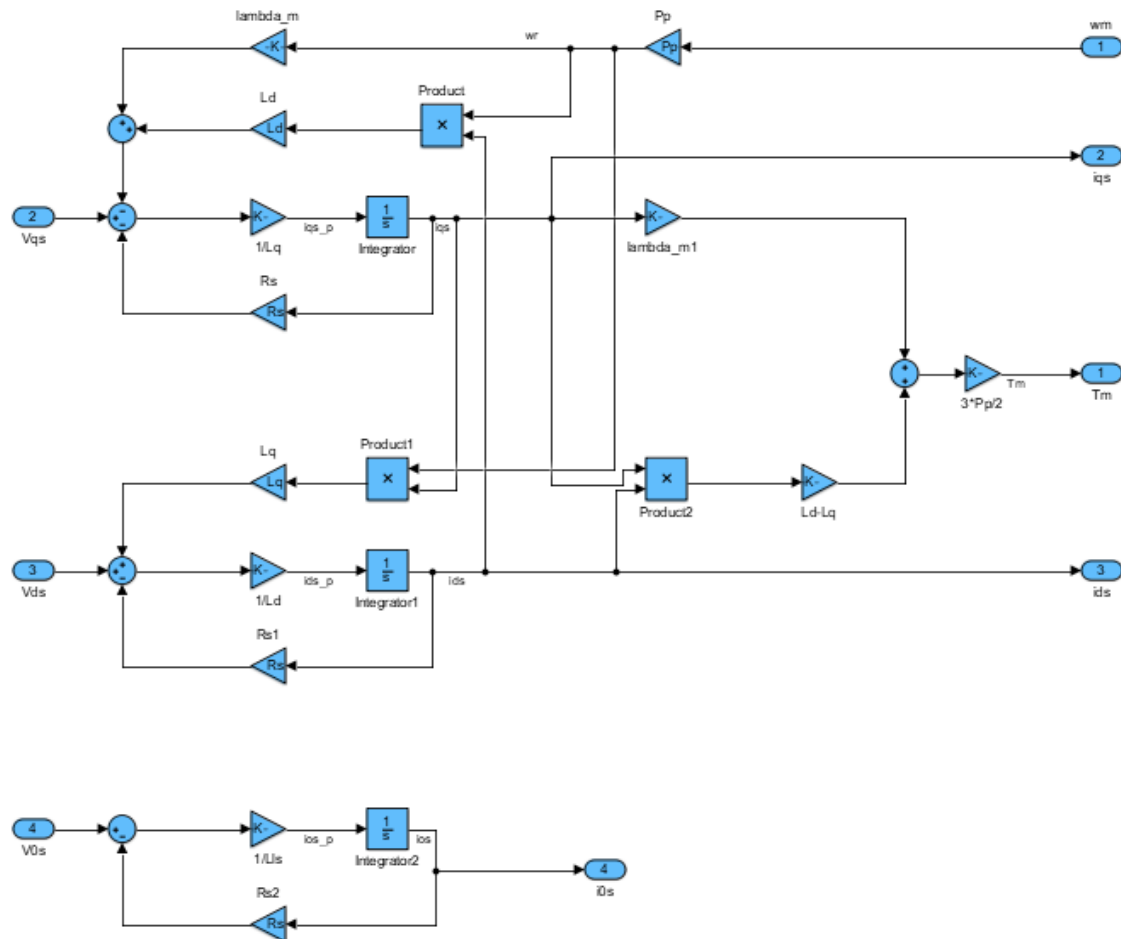


Figura 2 Diagrama de bloques del subsistema electromagnético desagregado

Encapsulando el subsistema electromagnético para mayor comodidad queda:

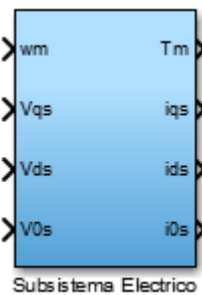


Figura 3 Subsistema electromagnético encapsulado

## Subsistema Térmico

Se toma un modelo simplificado, dónde se consideran sólo pérdidas resistivas por efecto Joule (calóricas) en el bobinado del estator, despreciando pérdidas magnéticas y las ocurridas en rodamientos. Se considera la transferencia de calor por conducción y convección natural, sin ventilador.

Este subsistema se utilizará únicamente para el monitoreo de la temperatura, que no debe superar la temperatura máxima del bobinado del estator.



Igualando y reorganizando la potencia de pérdidas calóricas equivalente para coordenadas qd0 fijas a rotor y el balance térmico de estator podemos derivar fácilmente el diagrama.

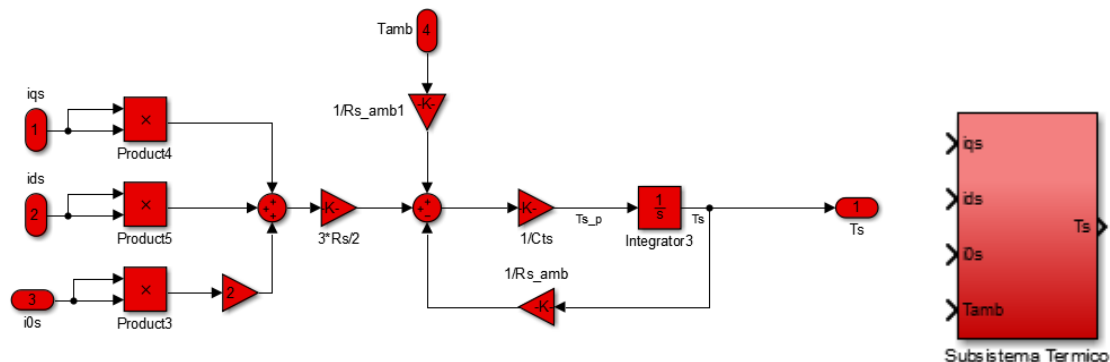


Figura 4 Subsistema térmico desagregado y encapsulado

Finalmente, el sistema completo queda:

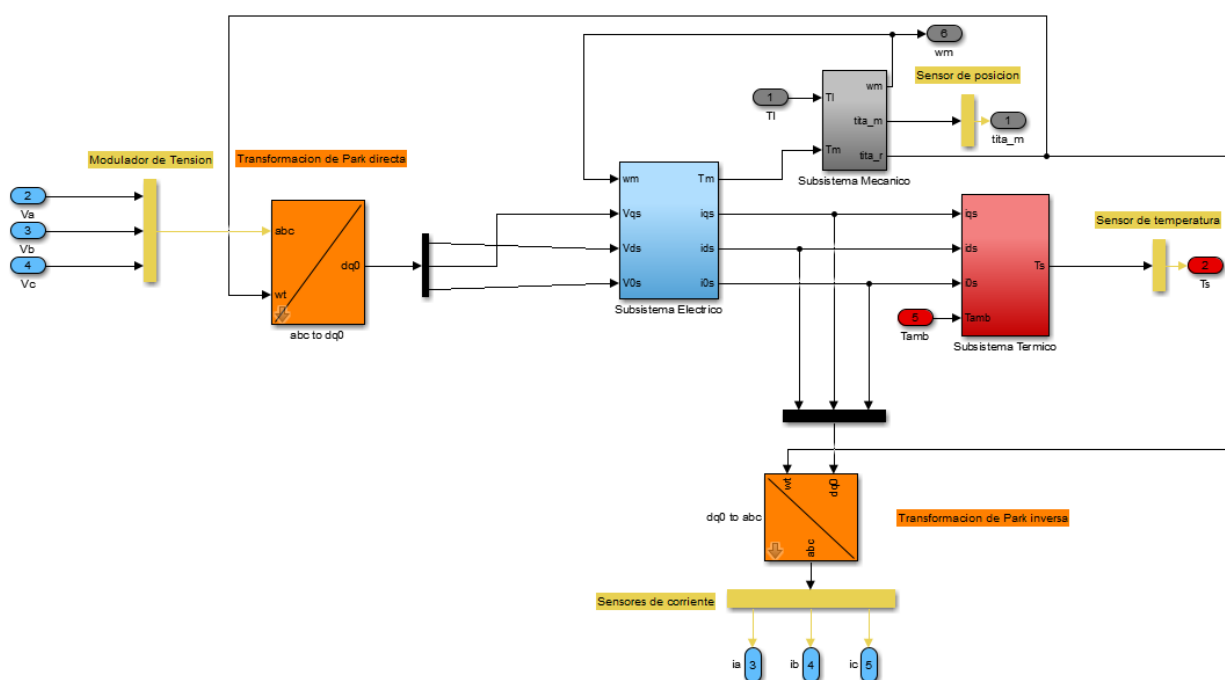


Figura 5 Diagrama de bloques del sistema físico completo

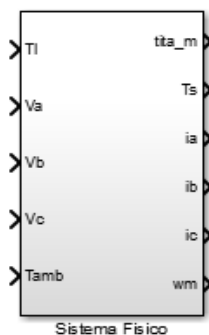


Figura 6 Sistema físico completo encapsulado

Luego en el controlador mediante la transformación de Park se adapta el sistema para recibir consigna de  $V_{qd0}$  y devolver las corrientes  $i_{qd0}$ .

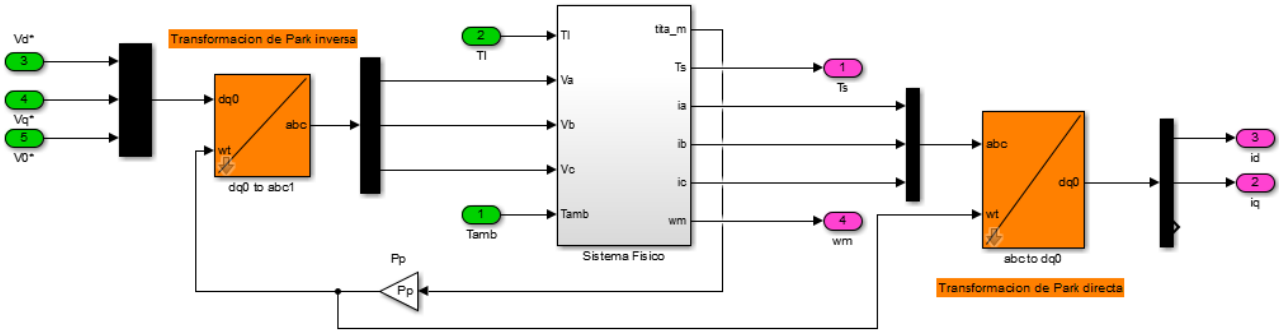


Figura 7 Sistema físico completo adaptado

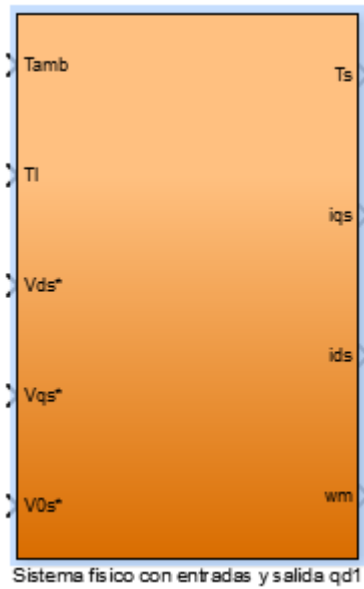


Figura 8 Sistema físico completo adaptado encapsulado

## b) Modelo simplificado lineal invariante (LTI)

Para llegar al modelo lineal invariante en el tiempo (LTI), vamos a imponer al sistema NL, sin tener en cuenta el subsistema térmico, una realimentación directa no lineal de estado parcial. Además, vamos a aplicar la estrategia de control ángulo-torque constante. Esta consta de hacer cero la corriente en el eje directo  $i_{ds} = 0$  dejando solamente la componente de la corriente que genera el torque o corriente en cuadratura  $i_{qs}$ .

Entonces las matrices de estado del modelo quedan definidas de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) \\ \dot{i}_{qs}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3 \cdot P_p \lambda_r}{2 \cdot J_{eq}} \\ 0 & -\frac{P_p \lambda_r}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot V_{qs}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J_{eq}} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot T_l(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}(t) \end{bmatrix}; x(t_0) = \begin{bmatrix} \theta_m(t_0) \\ \omega_m(t_0) \\ i_{qs}(t_0) \end{bmatrix}$$

Para cumplir con nuestra estrategia de control, hemos aplicado al sistema la siguiente ley de control

$V_{ds}(t) = R_s \cdot i_{ds}(t) - L_q \cdot P_p \cdot i_{qs}(t) \cdot \omega_m(t)$  y se ha despreciado  $i_{0s}$  ya que se trata de un sistema balanceado con neutro flotante entonces  $i_{0s} = 0$ . Si bien nuestra ley de control es no lineal, gracias a esta nuestro sistema si lo es.

Ahora las ecuaciones no presentan ningún tipo de no linealidad siendo un sistema LTI: se trata de un sistema lineal (no existen más que sumas y restas de variables de estado) en donde las matrices de coeficientes no varían con el tiempo.

Si realizamos la Transformación Inversa de Park con los nuevos datos se obtiene:

$$\begin{aligned} i_{as}(t) &= \cos(\theta_r(t)) \cdot i_{qs}^r \\ i_{bs}(t) &= \cos(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) \cdot i_{qs}^r \\ i_{cs}(t) &= \cos(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) \cdot i_{qs}^r \end{aligned}$$

Con ellas se demuestra que las corrientes de fases tendrán la misma amplitud, pero estarán desfasadas  $120^\circ$  una de otra (sistema equilibrado y simétrico).

Finalmente, el diagrama de bloques simplificado del sistema LTI queda:

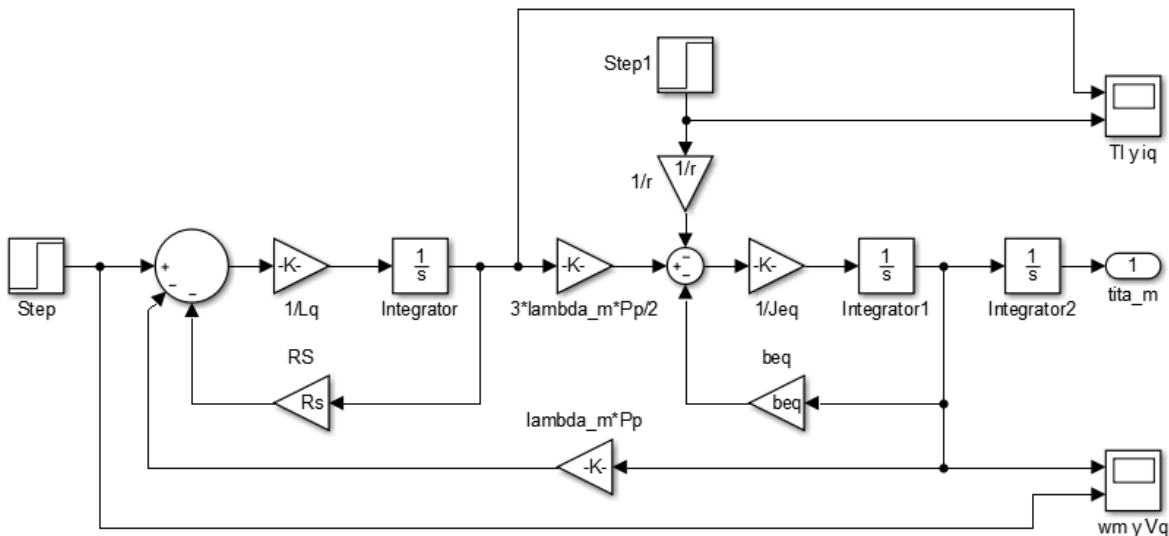


Figura 9 Diagrama de bloques desagregado del modelo LTI

### c) Modelo global linealizado con parámetros variables (LPV)

Como se ha visto anteriormente, el sistema tiene la característica de ser no lineal, debido a diferentes productos entre las variables de estado del mismo, por lo tanto, se debe buscar la manera de linealizar dicho sistema para trabajar con mayor facilidad.

Primero se trabajó mediante la estrategia de control vectorial LTI, en el cual se linealiza dicho sistema al establecer  $i_{ds}(t) = 0$ . Ahora este método consiste en considerar pequeñas variaciones alrededor de puntos de operación cuasi-estacionarios, logrando una aproximación lineal del sistema.

Se asume entonces, que cada variable del sistema está formada de la siguiente manera:

$$z(t) \equiv Z_0 + \Delta z(t)$$

Es decir, una magnitud estacionaria o cuasi-estacionaria, no lineal (de variación muy lenta en el tiempo) y una magnitud pequeña o parte dinámica, lineal (de variación rápida en el tiempo).

Entonces, para un sistema tendremos que:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) = f(x_0(t) + \Delta x(t), u_0(t) + \Delta u(t))$$

Para realizar la linealización se utiliza una serie de Taylor truncada a 1º orden, despreciando los términos de orden superior, esto nos permite la separación del problema en dos modelos.

El primero de ellos es un modelo de espacio global de puntos de operación  $X_0(t)$  donde se considera un modelo no lineal cuasi-estacionario. En este se va a presentar un equilibrio dinámico cuando:

$$\frac{dX_0}{dt} = f(X_0(t), U_0(t)) \approx 0; X_0(0) = x_0$$

Es decir que las variaciones en el punto de operación de la variable de estado son próximas a cero.

Las ecuaciones de este modelo son las mismas a las que se llegaron para el modelo dinámico global no lineal en el inciso a).

El segundo modelo es un modelo dinámico local lineal con parámetros variables (LPV) de pequeñas perturbaciones  $\Delta x(t)$  alrededor de puntos de operación  $X_0(t)$ .

Tomando las ecuaciones de las variables de estado y operando, luego de dicha aproximación lineal, se muestra el resultado en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\theta}_m \\ \Delta \dot{\omega}_m \\ \Delta \dot{i}_{qs}^r \\ \Delta \dot{i}_{ds}^r \\ \Delta \dot{i}_{0s}^r \\ \Delta \dot{T}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3}{2} \cdot \frac{P_p(\lambda_m'^r + (L_d - L_q)i_{ds0}^r)}{J_{eq}} & \frac{3}{2} \cdot \frac{P_p(L_d - L_q)i_{qs0}^r}{J_{eq}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{P_p(\lambda_m'^r + L_d i_{ds0}^r)}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} & -\frac{L_q P_p \omega_{m0}}{L_q} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_q i_{qs0}^r P_p}{L_d} & \frac{L_q P_p \omega_{m0}}{L_d} & -\frac{R_s}{L_d} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R_s}{L_{ls}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3R_s i_{qs0}^r}{C_{ts}} & \frac{3R_s i_{ds0}^r}{C_{ts}} & \frac{6R_s i_{0s}^r}{C_{ts}} & -\frac{1}{R_{ts-amb} C_{ts}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta_m \\ \Delta \omega_m \\ \Delta i_{qs}^r \\ \Delta i_{ds}^r \\ \Delta i_{0s}^r \\ \Delta T_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{J_{eq}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_d} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_{ls}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_{ts-amb} C_{ts}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta T_l \\ \Delta V_{qs}^r \\ \Delta V_{ds}^r \\ \Delta V_{0s} \\ \Delta T_{amb} \end{bmatrix} ; \Delta x(0) = 0$$

Ahora, haciendo  $i_{ds}^r = 0$  (misma consideración que cuando se trabajó con el modelo LTI) y, por lo tanto  $i_{ds0}^r = 0, \Delta i_{ds}^r = 0$  y como ya sabíamos  $i_{0s} = 0$  y sin considerar el subsistema térmico, obtenemos finalmente:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\theta}_m \\ \Delta \dot{\omega}_m \\ \Delta \dot{i}_{qs}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3 \cdot P_p \lambda_m'^r}{2 \cdot J_{eq}} \\ 0 & -\frac{P_p \lambda_m'^r}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta_m \\ \Delta \omega_m \\ \Delta i_{qs}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{J_{eq}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta T_l \\ \Delta V_{qs}^r \end{bmatrix}$$

Por lo tanto, observamos que si  $i_{ds}^r = 0$  consideramos, el sistema coincide con el obtenido en el modelo LTI.

Por último, vamos a analizar cómo se comporta el sistema en diferentes situaciones, de acuerdo sea el valor de  $i_{ds}^r(t)$ .

Recordando la ecuación (3.5) de la guía de trabajo, que define el torque electromagnético del motor:

$$T_m(t) = \frac{3}{2} \cdot P_p (\lambda_m' + (L_d - L_q) i_{ds}^r(t)) i_{qs}^r(t)$$

Y sabiendo que en una máquina eléctrica de polos salientes  $L_d$  será mayor a  $L_q$ , y trabajando a potencia constante, vemos que:

- Si  $i_{ds}^r > 0$  (reforzamiento de campo)  $\rightarrow$  Mayor torque, y por lo tanto menor velocidad.
- Si  $i_{ds}^r < 0$  (debilitamiento de campo)  $\rightarrow$  Menor torque, y por lo tanto mayor velocidad.

Ahora se obtienen los autovalores de la matriz, y se verifica el comportamiento del sistema de acuerdo a un cambio en  $i_{ds}^r(t)$ . Para ello se trabajó con un valor constante de  $i_{qs}^r(t)$  igual al valor nominal (0.4 A) y se fue variando el valor para  $i_{ds}^r$  de -0.4 A a 0.4 A. Las pruebas arrojaron los siguientes resultados:

- Un polo en cero invariante, cualquiera sea el valor de  $i_{ds}^r(t)$ .
- Un polo real, que variaba su valor de -129 a -147.
- Un par de polos complejos, de muy pequeña variación, de aproximadamente  $-160 \pm 2100$ .

Se llega a la importante conclusión de que el sistema es estable sin importar el valor (dentro de los nominales de operación) de  $i_{ds}^r$ .

## d) Funciones de Transferencia para el caso simplificado lineal (LTI) considerando $i_{ds}^r = 0$ .

Para encontrar la función de transferencia en lazo abierto que relaciona la entrada  $T_l(t)$  y  $V_{qs}^r(t)$  con la salida  $\theta_m(t)$ , se parte de las ecuaciones (3.2) y (3.6) del sistema LTI y se aplica la transformada de Laplace para condiciones iniciales nulas. Luego se encuentra la ecuación (8).

$$\Theta_m(s) = (C \cdot [sI - A]^{-1} \cdot B) \cdot U(s)$$

Donde:

$$B = \begin{bmatrix} B_d & B_c \end{bmatrix} \wedge U(s) = \begin{bmatrix} U_d(s) \\ U_c(s) \end{bmatrix}$$

De la ecuación anterior se obtiene la matriz de funciones de transferencia.

$$G(s) = C \cdot [sI - A]^{-1} \cdot B$$

Que al resolverla queda:

$$G(s) = \left[ \frac{-(L_q \cdot s + R_s)}{J_{eq} \cdot L_q \cdot s^3 + (b_{eq} \cdot L_q + R_s \cdot J_{eq}) \cdot s^2 + (b_{eq} \cdot R_s + \frac{3}{2} \cdot P_p^2 \cdot \lambda_m'^2) \cdot s} + \frac{\frac{3}{2} \cdot P_p \cdot \lambda_m'^r}{J_{eq} \cdot L_q \cdot s^3 + (b_{eq} \cdot L_q + R_s \cdot J_{eq}) \cdot s^2 + (b_{eq} \cdot R_s + \frac{3}{2} \cdot P_p^2 \cdot \lambda_m'^2) \cdot s} \right] \quad (8)$$

### 3) Análisis de Estabilidad a lazo abierto (para $i_{ds}^r \equiv 0$ )

#### a) Determinar polos y ceros del sistema

Un sistema LTI de orden  $n$  es estable si, para toda excitación  $u(t)$  acotada en  $t > t_0$  (respuesta forzada), todos sus estados  $x_i(t)$  toman valores acotados. Si desaparece la excitación (respuesta natural), el sistema tiende al origen del espacio de estados ( $x = 0$ ). Todos los autovalores de su matriz de estado tienen que tener parte real negativa y estos autovalores son los polos del sistema.

Trabajando sobre el polinomio característico de las funciones de transferencia previamente calculadas, obtenemos los polos del sistema, los cuales definen el comportamiento dinámico del sistema.

$$s(J_{eq}L_q s^2 + (J_{eq}R_s + b_{eq}L_q)s + (\frac{3}{2}P_p^2\lambda_m'^2 + b_{eq}R_s))$$

Los polos serán entonces:

$$\begin{cases} s_1 = 0 \\ s_2 = -89.26 + 301.27i \\ s_3 = -89.26 - 301.27i \end{cases}$$

Dado que la parte real de los polos es negativa (y el otro polo es cero), podemos determinar que el sistema es estable. Al tener parte imaginaria también nos dice que tipo de amortiguamiento tiene el sistema (subamortiguado), y su coeficiente de amortiguamiento será calculado en el próximo inciso.

Al cero del sistema lo aporta la entrada de perturbación  $T_l$ :

$$-(R_s + L_q s) = 0 \rightarrow z_1 = -\frac{R_s}{L_q} = -175.862$$

A continuación, se verificaron los valores de dichos polos y ceros en MATLAB, mediante la función `eig()` sobre la matriz A del sistema ya definida.

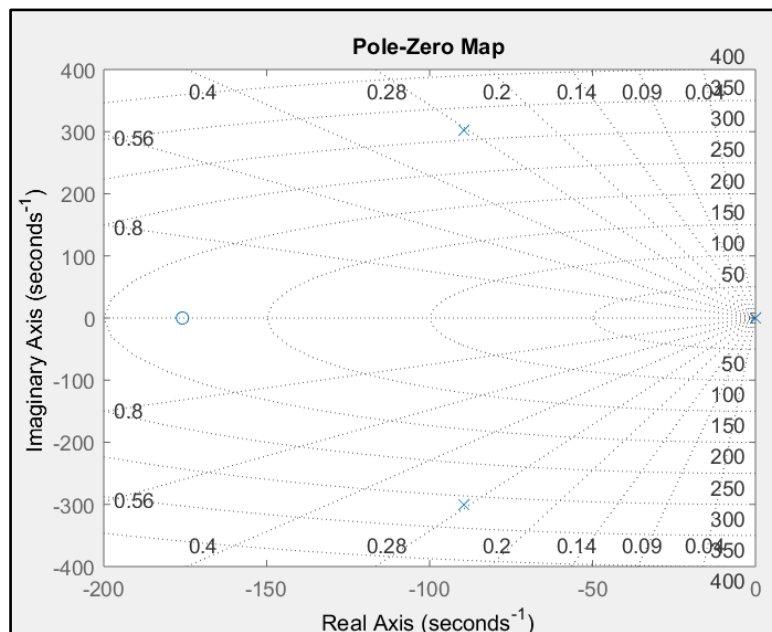


Figura 10 Mapa de polos y ceros del sistema

Además, para ampliar el análisis, se trabajó sobre la misma función, pero ahora variando los parámetros equivalentes  $J_{eq}$  y  $b_{eq}$  en sus respectivos valores mínimos, nominales y máximos.

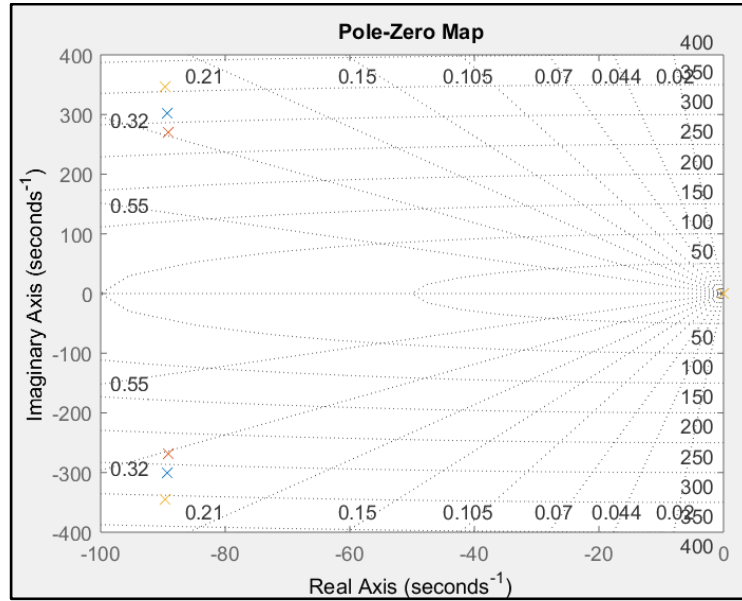


Figura 11 Análisis de cambios en los polos

Observando que, a medida que estos valores aumentan, dicha parte imaginaria de los polos complejos tienden a acercarse al eje real (disminuye la parte imaginaria), y la parte real disminuye, pero en una proporción muy pequeña, y esta se mantiene siempre negativa, asegurando la estabilidad del sistema. El polo en cero no se modifica.

## b) Evaluar estabilidad. Determinar frecuencia natural y amortiguamiento.

Para evaluar la frecuencia natural y el amortiguamiento se plantea lo siguiente:

$$J_{eq}L_q s^2 + (J_{eq}R_s + b_{eq}L_q)s + \left(\frac{3}{2}P_p^2\lambda_m'^{r2} + b_{eq}R_s\right) = 0$$

$$s^2 + \frac{J_{eq}R_s + b_{eq}L_q}{J_{eq}L_q}s + \frac{\frac{3}{2}P_p^2\lambda_m'^{r2} + b_{eq}R_s}{J_{eq}L_q} = 0$$

Comparando con la forma estándar para sistemas de segundo orden:

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

Obtenemos las siguientes expresiones:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\frac{3}{2}P_p^2\lambda_m'^{r2} + b_{eq}R_s}{J_{eq}L_q}}$$

$$2\zeta\omega_n = \frac{J_{eq}R_s + b_{eq}L_q}{J_{eq}L_q}$$

$$\zeta = \frac{J_{eq}R_s + b_{eq}L_q}{2\omega_n J_{eq}L_q}$$

Para los valores nominales de  $J_{eq}$  y  $b_{eq}$ , se obtienen los siguientes valores:

$$\omega_n = 314.5047 \left[ \frac{rad}{s} \right]$$

$$\zeta = 0.2838$$

A partir de lo cual, se puede decir que el sistema es subamortiguado, con una respuesta rápida ya que  $\zeta$  es menor a 1.

#### 4) Respuesta dinámica en el dominio del tiempo

A continuación, evaluaremos la respuesta del sistema a lazo abierto a un escalón de tensión de estator

$V_{qs}^r = 0 \rightarrow V_{qs}^r = +19.596[V_{cc}]$  en  $t_{step1} = 0.1[s]$  seguido de un escalón de torque de carga.

$T_l = 0 \rightarrow T_{lmax} = +1.57[N \cdot m]$  en  $t_{step2} = 0.3[s]$ .

El diagrama de bloques utilizado para poder llevar a cabo la simulación se muestra a continuación:

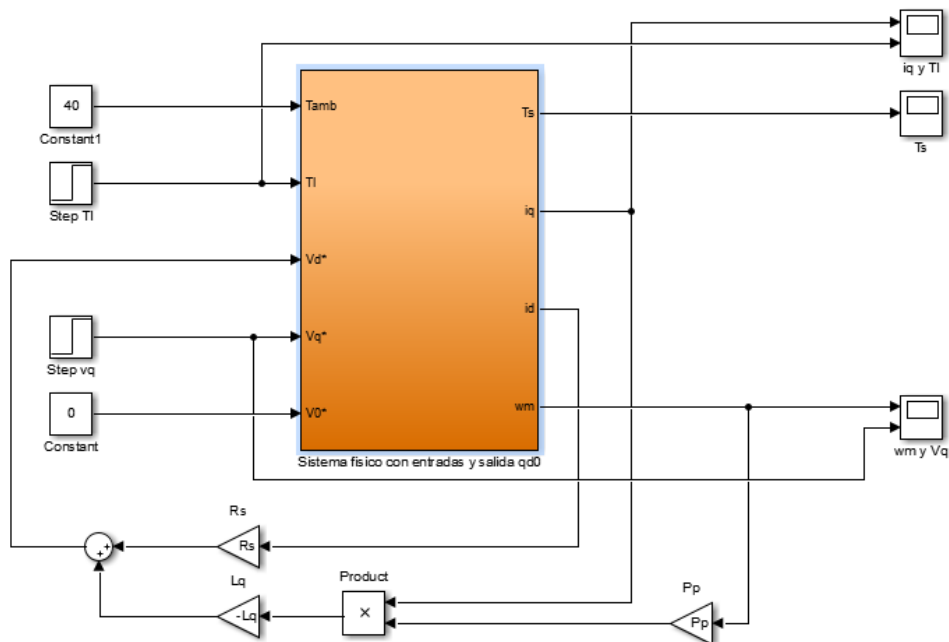


Figura 12 Modelo No Lineal completo para simulación



## a) Respuesta del estado interno

Se realizaron las simulaciones para un tiempo de 0.5 segundos y se analizó la respuesta de la velocidad angular y la corriente en cuadratura.

En la figura 13 podemos observar que al aplicar un voltaje de 19.596 Vcc la velocidad del motor llega a 420.51 [rad/s] y es alcanzada tras 0.16 [s] aproximadamente. También podemos ver que en  $t = 0.3$  [s] hay una disminución de la velocidad, esto es debido a la aplicación del torque de carga (figura 14).

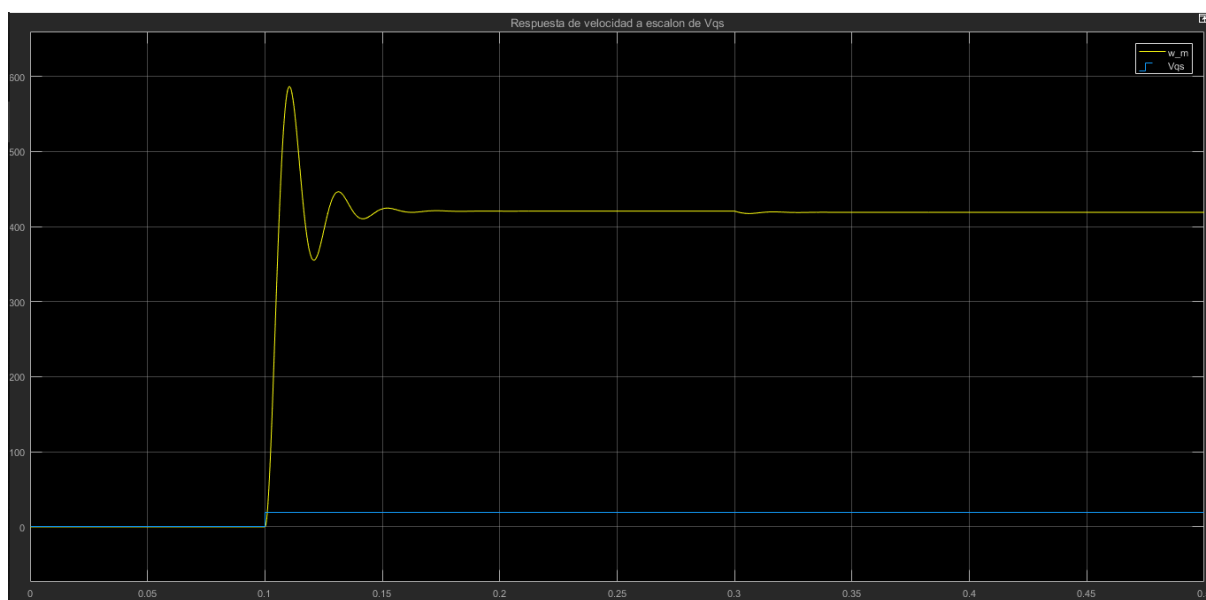


Figura 13 Análisis de la velocidad del motor en escalón de tensión

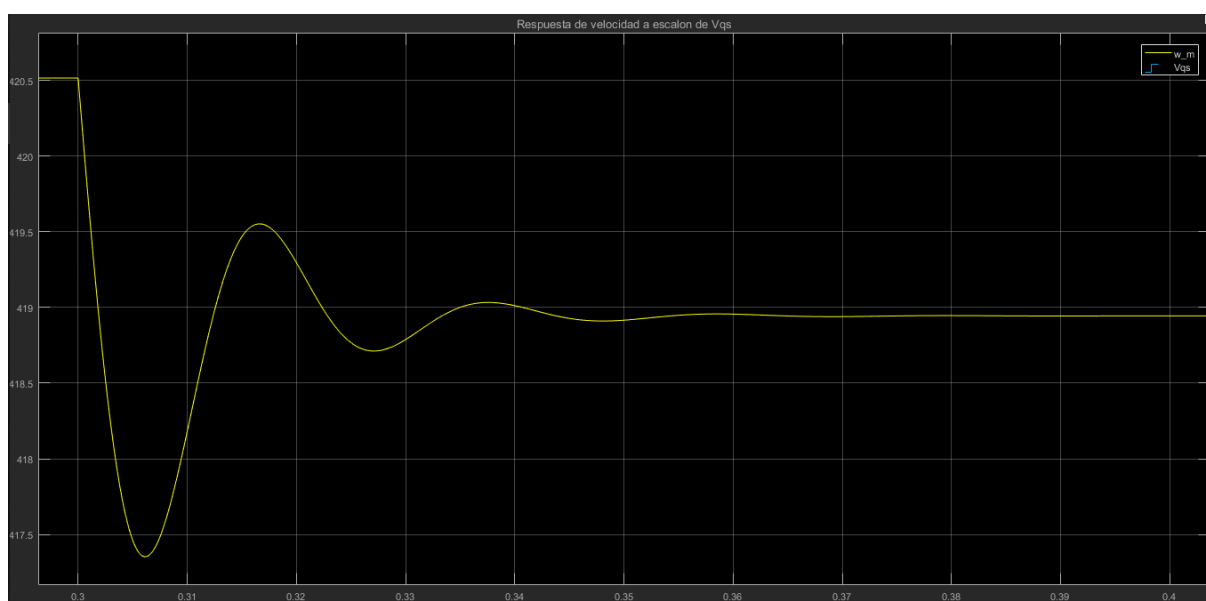


Figura 14 Cambio en la velocidad debido al torque de carga

En cuanto a la curva de  $i_{qs}$  se puede observar un pico de corriente de 7.4 [A] en  $t = 0.0104$  [s], esto pertenece a las corrientes de arranque del motor, luego en  $t = 0.3$  [s] tenemos un aumento de la intensidad debido al escalón de torque, esta se establece finalmente en 0.162 A (figura 16).

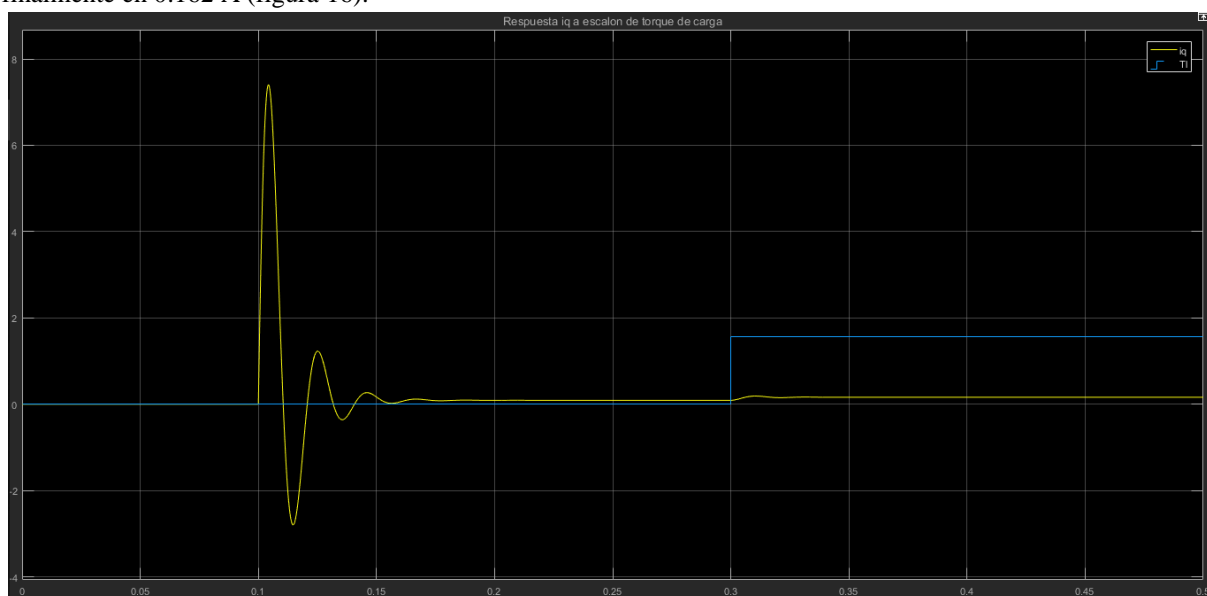


Figura 15 Pico de corriente durante el proceso de arranque

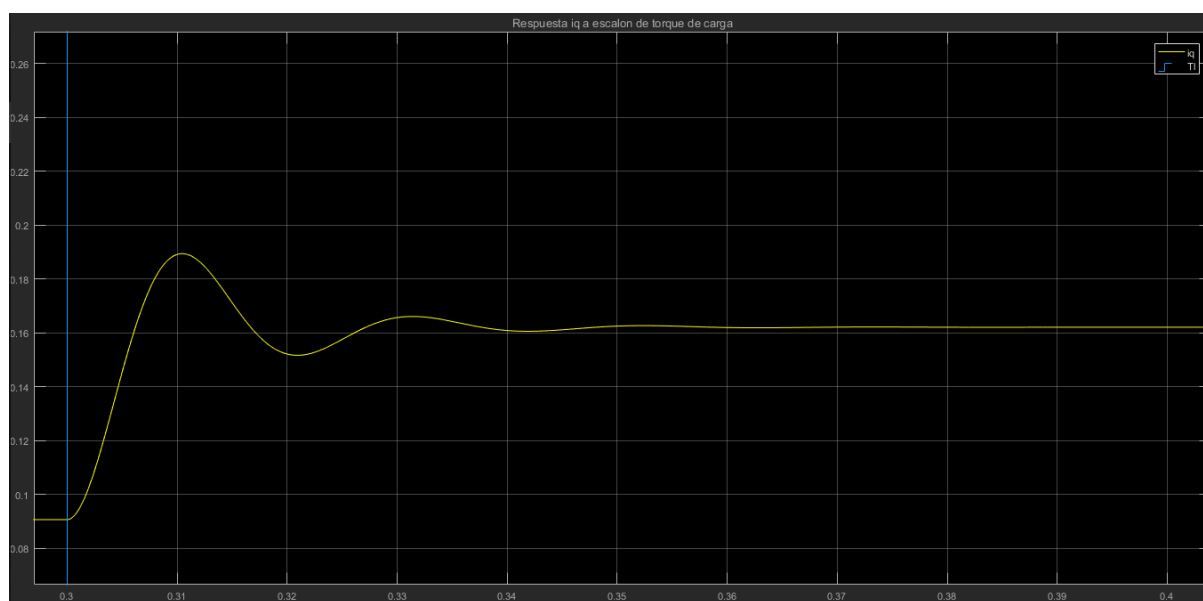


Figura 16 Aumento de corriente debido al escalón de torque

## b) Análisis de funcionamiento

En la siguiente tabla se determinan la velocidad y corriente final de establecimiento, tiempos de crecimiento (10% al 90% de velocidad final) y tiempo de establecimiento ( $\pm 1\%$ ), sobrepicos de corriente. Para la corriente se trabaja después del escalón de torque mientras que para la velocidad se lo hace después del escalón de tensión.

	$w_m$	$i_{qs}^r$
Valor final de establecimiento	$420.51[\frac{rad}{s}]$	$0.162[A]$
Tiempo de establecimiento ( $\pm 1\%$ ): $t_s$	$0.1508[s]$	$0.036[s]$
Tiempo de crecimiento (10% al 90% de valor final): $t_r$	$0.0042[s]$	$0.005[s]$
Valor de sobrepico	$166.32[\frac{rad}{s}]$	$0.1927[A]$

## 5) Análisis de Controlabilidad completa de estado (para $i_{ds}^r(t) \equiv 0$ ) desde entrada manipulada, sin considerar la perturbación de la carga mecánica $V_{qs}^r(t)$ .

Se dice que un sistema lineal invariante en el tiempo es controlable en  $t_0$  si se puede transferir desde cualquier estado inicial  $x(t_0)$  a cualquier otro estado, mediante un vector de control no  $u(t)$  restringido, en un intervalo de tiempo finito. En otras palabras, es posible con entradas admisibles cambiar los estados de cualquier valor inicial a cualquier otro valor final en un intervalo de tiempo dado. Si todos los estados son controlables se dice que el sistema es de estado completamente controlable.

El criterio de controlabilidad completa de estado en el espacio de estado requiere que los vectores  $[B \ A \ B \ \dots \ A^{n-1} \cdot B]$  sean linealmente independientes, por lo tanto, que el rango de  $C = [B \ A \ B \ \dots \ A^{n-1} \cdot B]$  sea igual al número de variables de estado “n”.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3}{2} \frac{P_p \lambda_m'}{J_{eq}} \\ 0 & -\frac{\lambda_m' P_p}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_q} \end{bmatrix}$$

Llevando estas matrices a MATLAB, se determinó dicha matriz  $C$  y su rango, que es igual al número de variables de estado (3), verificando que el sistema es controlable.

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{3}{2} \cdot \frac{P_p \lambda_m'}{J_{eq} L_q} \\ 0 & \frac{3}{2} \cdot \frac{P_p \lambda_m'}{J_{eq} L_q} & -\frac{3}{2} \cdot \frac{P_p \lambda_m' b_{eq}}{J_{eq}^2 L_q} - \frac{3}{2} \frac{R_s P_p \lambda_m'}{J_{eq} L_q^2} \\ \frac{1}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q^2} & -\frac{3}{2} \frac{P_p \lambda_m'^2}{J_{eq} L_q^2} + \frac{R_s^2}{L_q^3} \end{bmatrix}$$

## 6) Análisis de Observabilidad completa de estado (para $i_{ds}^r \equiv 0$ ) desde salida medida $\theta_m(t)$ .

Se dice que un sistema lineal invariante en el tiempo es observable en  $t_0$  si, con el sistema en el estado inicial  $x(t_0)$ , es posible determinar este estado a partir de la observación de la salida durante un intervalo de tiempo finito. En otras palabras,

nos dice que un sistema será observable si cada cambio en una variable de estado afecta a cada elemento del vector de salida. Si es completamente observable existirá la forma de reconstruir el estado a partir de la salida.

El criterio de observabilidad en el espacio de estado requiere que los vectores  $[C \ C.A \ \dots \ C.A^{n-1}]$  sean linealmente independientes, por lo tanto, que el rango de  $\mathcal{O} = [C \ C.A \ \dots \ C.A^{n-1}]$  sea igual al número de variables de estado “n”.

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ C.A \\ \dots \\ C.A^{n-1} \end{bmatrix}$$

Llevando estas matrices  $A$  y  $C$  a MATLAB, se determinó dicha matriz  $\mathcal{O}$  para la salida  $\theta_m(t)$ . Su rango fue igual al número de variables de estado (3), verificando que el sistema es observable a partir de dicha salida, es decir que es posible reconstruir el estado mediante el estudio de ésta.

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3}{2} \cdot \frac{P_p \lambda'_m}{J_{eq}} \end{bmatrix}$$

Ahora, si suponemos que la salida medida va a ser  $\omega_m(t)$ , es decir que no se mide posición con un encoder sino velocidad con un tacogenerador, vemos que el rango de dicha matriz  $\mathcal{O}$  es 2, es decir, que no se podría reconstruir el estado a partir de la velocidad. Para esto lo único que hizo falta fue modificar la matriz  $C$ , de manera que la salida fuera la deseada.

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3}{2} \cdot \frac{P_p \lambda'_m}{J_{eq}} \\ 0 & \frac{b_{eq}^2}{J_{eq}^2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{P_p^2 \lambda'_m r^2}{J_{eq} L_q} & -\frac{3}{2} \cdot \frac{P_p \lambda'_m b_{eq}}{J_{eq}^2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{P_p \lambda'_m R_s}{J_{eq} L_q} \end{bmatrix}$$

## PARTE B. Diseño, Análisis y Simulación de Controlador de Movimiento en Cascada con Modulador de Torque equivalente (Control Vectorial)

En la siguiente etapa se desarrolla un controlador de movimiento en cascada, esto es un planteo alternativo a la realimentación completa de estado, es más efectivo, con más sentido físico que matemático y muy aplicado en la industria. Este consiste en dos lazos de control, uno interno (de corriente y torque) y otro externo (de movimiento).

Este planteo se basa en el desacoplamiento o anulación de las realimentaciones físicas naturales de estado hacia la entrada, así se transforma una fuente de tensión de armadura en una fuente de corriente y luego se implementa un modulador de torque. Por la incertidumbre en el modelo y el error en los sensores se compensa el efecto mayor de las realimentaciones. Luego se usa un control de movimiento para ajustar el efecto de las realimentaciones. Se considerarán las siguientes especificaciones:

- Corriente nula en el eje d:  $i_{ds}^r(t) = 0$
- Diseño en tiempo continuo (luego reemplazado por estimación mediante Observador de estado reducido).

- Acceso a todas las variables de estado para realimentación.
- Valores nominales de inercia y amortiguamiento de la carga mecánica.

## 1) Modulador de Torque equivalente (controlador interno de corriente/torque)

Este modulador se basa en los siguientes lineamientos:

- Desacoplamiento de todas las realimentaciones físicas naturales de estado hacia la entrada.
- Diseño de lazos internos de control vectorial de corrientes desacoplados de la velocidad (donde  $i_{ds}^r(t) \cong 0$ ), con control proporcional solamente, con polo en  $p=-5000$  [rad/s] para ambos casos.
- Incorporación adecuada de consigna de torque (nueva variable manipulada).

El análisis va a realizarse para la consigna de  $i_{qs}^r(t)$ , siendo para las otras dos consignas un proceso similar:

Dada la ecuación (3.6) de la guía de trabajo, despejando el término que contiene  $\dot{i}_{qs}^r(t)$ , tenemos que:

$$L_q \dot{i}_{qs}^r(t) = v_{qs}^r(t) - R_s i_{qs}^r(t) - [\lambda_m' + L_d i_{ds}^r(t)] P_p \omega_m(t)$$

Si se considera que la consigna de entrada ahora es tensión, esta se puede renombrar como:

$$L_q \dot{i}_{qs}^r(t) \approx v_{qs}^{r*}(t) - R_s i_{qs}^r(t) - [\lambda_m' + L_d i_{ds}^r(t)] P_p \omega_m(t)$$

Sabiendo que los dos últimos términos de la derecha son los que pueden desacoplarse, se obtiene entonces una variable que es la consigna de voltaje en forma desacoplada, que es proporcional al error de la corriente (entre la consigna y el valor medido). Por lo tanto, se tendrán tres ganancias proporcionales: una para cada una de las fases  $qd0$ .

$$L_q \dot{i}_{qs}^r(t) \approx v_{qs}^{r*'}(t) = R_q' (i_{qs}^{r*}(t) - i_{qs}^r(t))$$

Operando y aplicando Transformada de Laplace, llegamos a que:

$$\frac{I_{qs}^r(s)}{I_{qs}^{r*}(s)} = \frac{R_q'}{L_q s + R_q'}$$

Entonces, llegamos a la ecuación que define los polos agregados por el modulador, es decir, la función de transferencia del modulador diseñado.

Siguiendo el análisis para ambas corrientes, tenemos que:

$$G_{Iq}(s) = \frac{1}{\tau_q \cdot s + 1}$$

$$G_{Id}(s) = \frac{1}{\tau_d \cdot s + 1}$$

Donde:

$$\tau_q = \frac{L_q}{R_q'} \wedge \tau_d = \frac{L_d}{R_d'}$$

Como se desea una respuesta rápida de corriente se colocan los polos del controlador alejados del origen, siendo las ganancias proporcionales:

$$R'_q = 29[\Omega] \wedge R'_d = 33[\Omega]$$

Quedando como sigue el diagrama de bloque

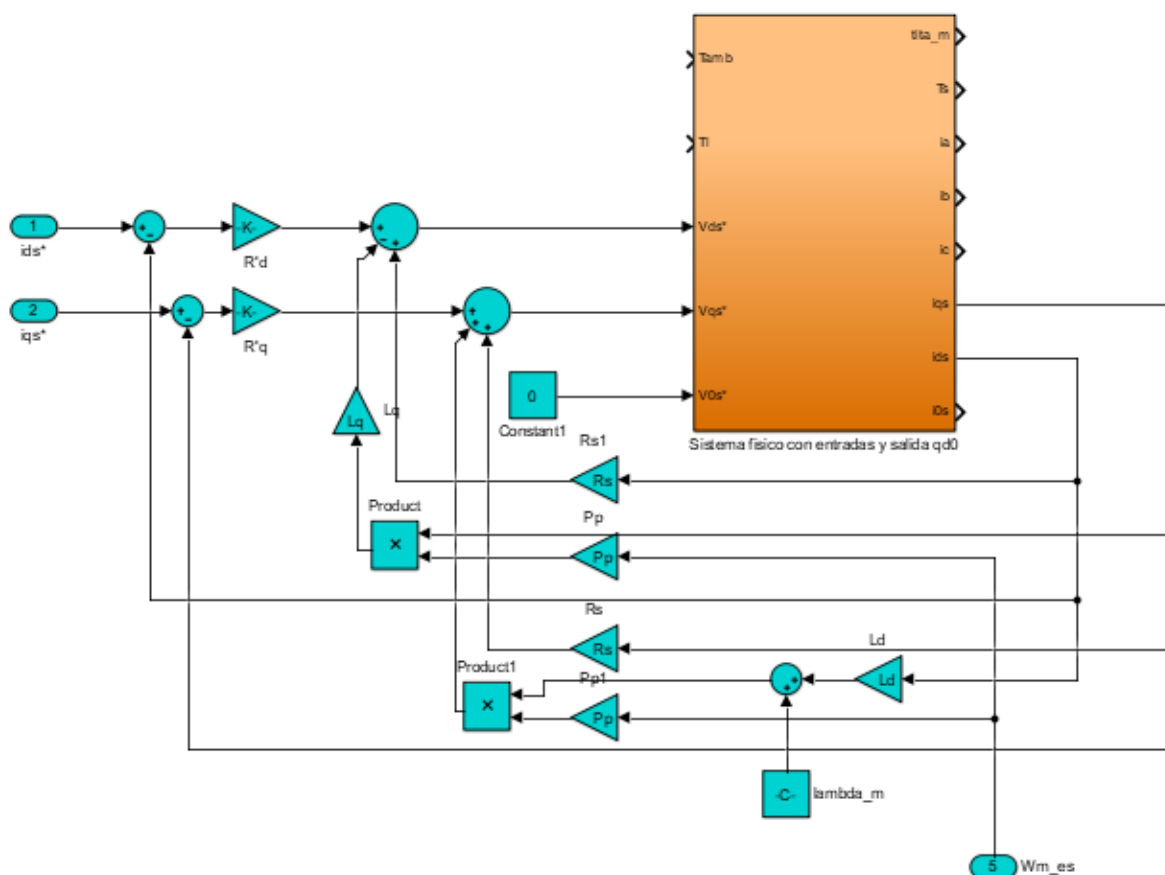


Figura 17 Controlador interno de corriente

Se puede observar que nuestro controlador se comporta como un filtro pasa bajo con  $BW=796$  [rad/s].

Luego de esto ya podemos incorporar la consigna de torque y desacoplar la última realimentación  $b_{eq}$ .

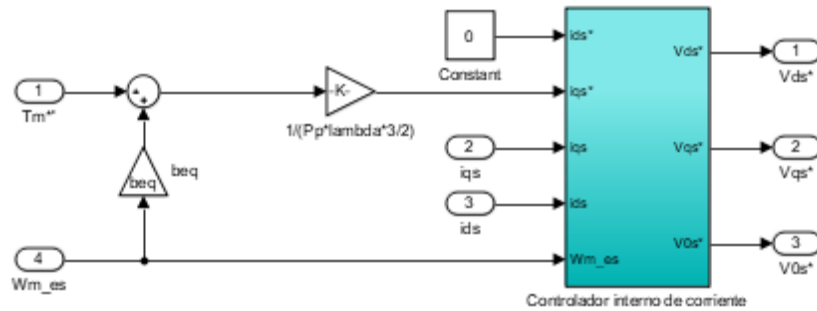


Figura 18 Modulador de torque

Con esto se garantiza un acceso directo a manipular el torque, sin los efectos de las realimentaciones físicas.

Es importante aclarar que la suposición que se hizo sobre  $v_{qs}^{r*}(t)$  y  $v_{qs}^r(t)$  es válida debido a que consideramos un modulador de tensión unitario, cuyo análisis va más allá de dicho trabajo.

## 2) Controlador externo de movimientos: posición/velocidad.

En esta sección se diseñará un controlador PID, el cual se llevará a cabo utilizando el método de sintonía serie con acción integral, con  $n=2.5$  y  $w=800$  [rad/s], considerando valores nominales de inercia y amortiguamiento, a temperatura ambiente. Se buscará dar consignas de posición y velocidad.

En un primer análisis, se optó por trabajar con el clásico sistema de control PID con su derivador y su integrador, pero la derivada del error tendería a valores muy grandes y llevaría a que el sistema sea inestable. Existen grandes avances y modelos modificados de dicho controlador, pero se optó por trabajar con uno que no tenga derivador, el cual ahora tiene como entrada consignas de velocidad, ya que es conveniente integrar la consigna de velocidad en vez de derivar la consigna de posición.

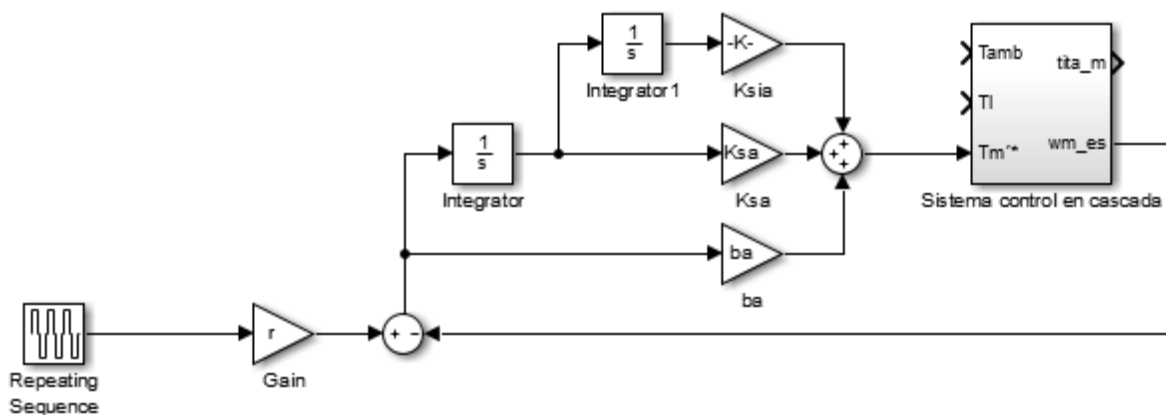


Figura 19 Sistema de control PID con dos integradores

Esto se eligió así, debido a que el integrador funciona como un filtro pasa bajo, el cual ayuda a la eliminación de ruidos en la respuesta, dado que estos suelen generarse a alta frecuencia.

La función de transferencia de nuestro controlador queda:

$$G_{\Theta_m}(s) = \frac{\Theta_m(s)}{\Theta_m^*(s)} = \frac{b_a \cdot s^2 + k_{sa} \cdot s + k_{sia}}{J_{eq} \cdot s^3 + b_a \cdot s^2 + k_{sa} \cdot s + k_{sia}}$$

$$G_{T_l}(s) = \frac{\Theta_m(s)}{T_l(s)} = \frac{s}{J_{eq} \cdot s^3 + b_a \cdot s^2 + k_{sa} \cdot s + k_{sia}}$$

Donde por el método de sintonía serie, se definen las ganancias del controlador como:

- Coeficiente de fricción viscosa rotacional equivalente activa:

$$b_a = J_{eq}\omega_{vel} = J_{eq}n\omega_{pos} \rightarrow b_a = 0.0113[Nms]$$

- Coeficiente de rigidez rotacional equivalente activa:

$$k_{sa} = b_a\omega_{pos} = J_{eq}n\omega_{pos}^2 \rightarrow k_{sa} = 9.0416[Nm]$$

- Coeficiente de rigidez integral rotacional equivalente activa:

$$k_{sia} = k_{sa}\omega_{int} = J_{eq}\omega_{pos}^3 \rightarrow k_{sia} = 2893.312[\frac{Nm}{s}]$$

A estos coeficientes se los denomina activos porque son parte del controlador, no generan pérdidas ni calor pero sirven para amortiguar el sistema dinámico.

Ahora analizando el polinomio característico podemos determinar la posición de los 3 polos del controlador:

$$P(s) = J_{eq}(s + \omega_{pos})(s^2 + (n - 1)\omega_{pos}s + \omega_{pos}^2)$$

Esto nos lleva a que:

- $p_1 = -\omega_{pos} = -800$
- $p_{2/3} = \frac{-(n - 1)\omega_{pos} \pm \sqrt{((n - 1)\omega_{pos})^2 - 4\omega_{pos}^2}}{2} = -600 \pm 529.15i$
- $\xi = \frac{n - 1}{2}$

En la siguiente gráfica se puede apreciar la posición de los polos del controlador así como los de la planta y el regulador de corriente. También se ha evaluado la variación de los parámetros extremos de carga  $J_l$  y de  $b_l$ . Se comprueba que nuestro sistema sigue siendo estable.

Gráfica con valores nominales:



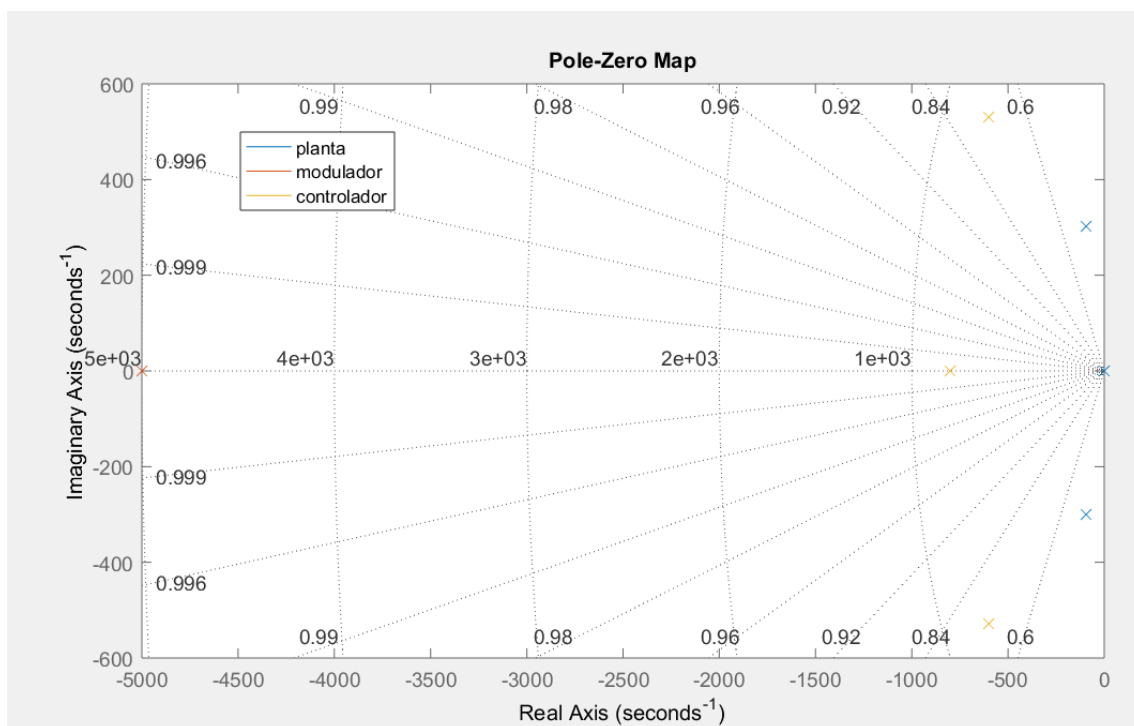


Figura 20 Análisis de polos con valores nominales

Gráfica con valores mínimos:

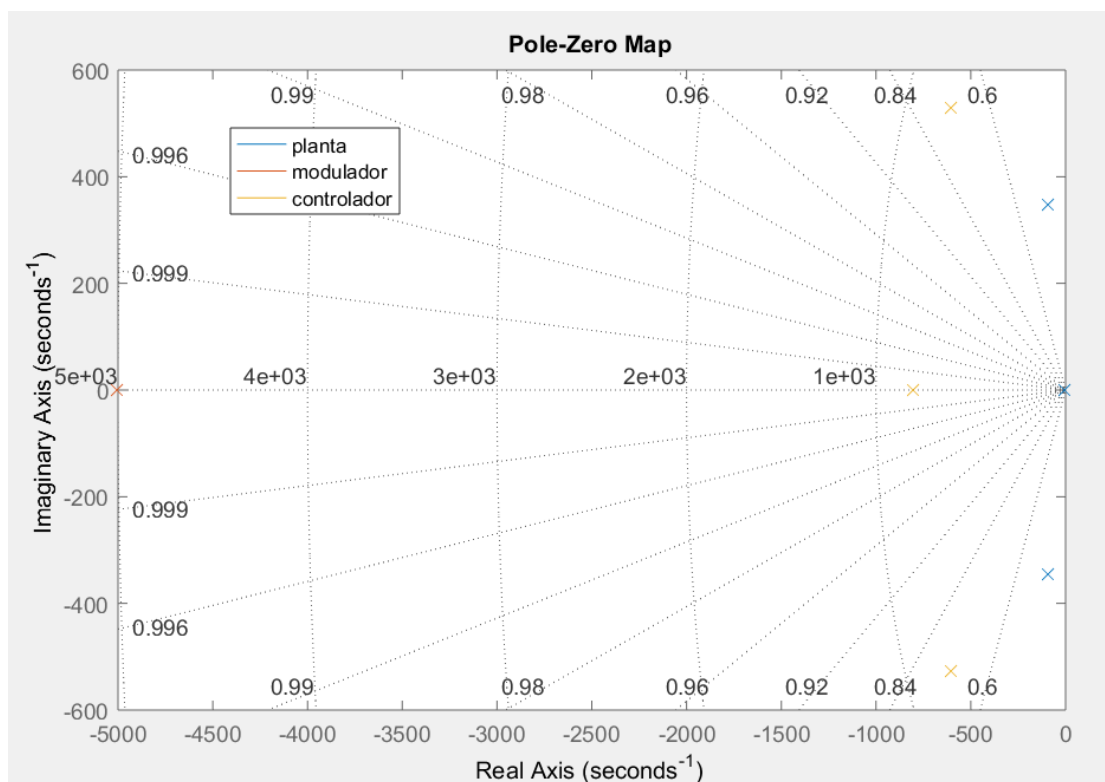


Figura 21 Análisis de Polos con valores mínimos

Gráfica con valores máximos:

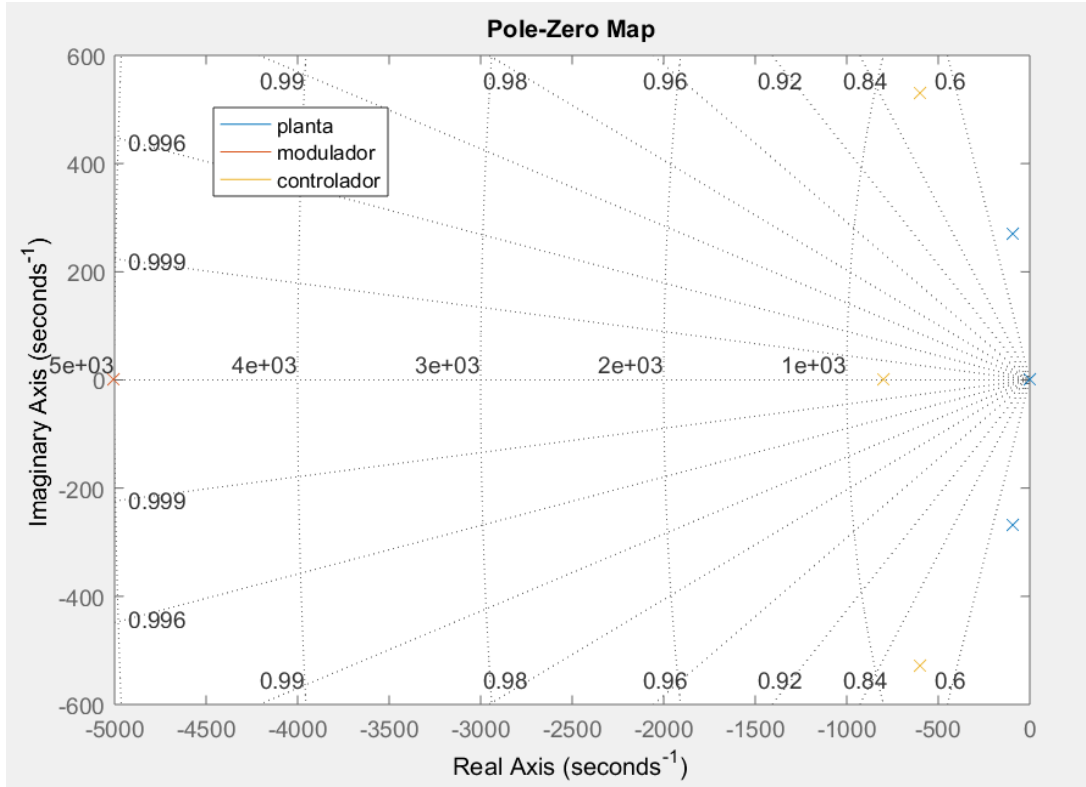


Figura 22 Análisis de polos con valores máximos

Se puede observar que al aumentar los valores de estos parámetros los polos se trasladarán hacia zonas más inestables, pero para los extremos establecidos en esta aplicación, los polos se modifican muy poco y el sistema se encuentra lejos de ser inestable por dichos cambios de los valores  $J_l$  y  $b_l$ .

### 3) Incorporación y diseño de Observador de Estado de orden reducido solo para la parte mecánica

Un observador de estado estima las variables de estado basándose en las mediciones de las variables de salida y de control. Dado que no se tiene un sensor que permita medir la velocidad se utiliza un observador de estado de orden reducido.

A continuación, se muestra nuestro observador de estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\theta}}_m(t) \\ \dot{\hat{\omega}}_m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\theta}_m(t) \\ \hat{\omega}_m(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_{eq}} \end{bmatrix} \cdot T_m(t) + \begin{bmatrix} k_{\theta_m} \\ k_{\omega_m} \end{bmatrix} \cdot (\theta(t) - \hat{\theta}_m(t))$$

$$\hat{y}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\theta}_m(t) \\ \hat{\omega}_m(t) \end{bmatrix}$$

Donde  $\hat{\theta}_m(t) \wedge \hat{\omega}_m(t)$  son la posición y velocidad estimadas respectivamente y  $k_{\theta_m} \wedge k_{\omega_m}$  son las ganancias de nuestro observador.

Las ganancias se determinan ubicando los polos del observador en  $p_{obs1/2} = -3200 \text{ [rad/s]}$ , y trabajando sobre el determinante de la matriz  $A' = [A - kC]$ .

Esto da como resultado:



Se intenta seguir un perfil de posición trapezoidal. Para esto es necesario obtener el perfil de velocidad ya que nuestro control de posición recibe por consigna la velocidad. Nuestra simulación es llevada a cabo con los valores nominales. A continuación, se muestran los perfiles de posición y velocidad obtenidos:

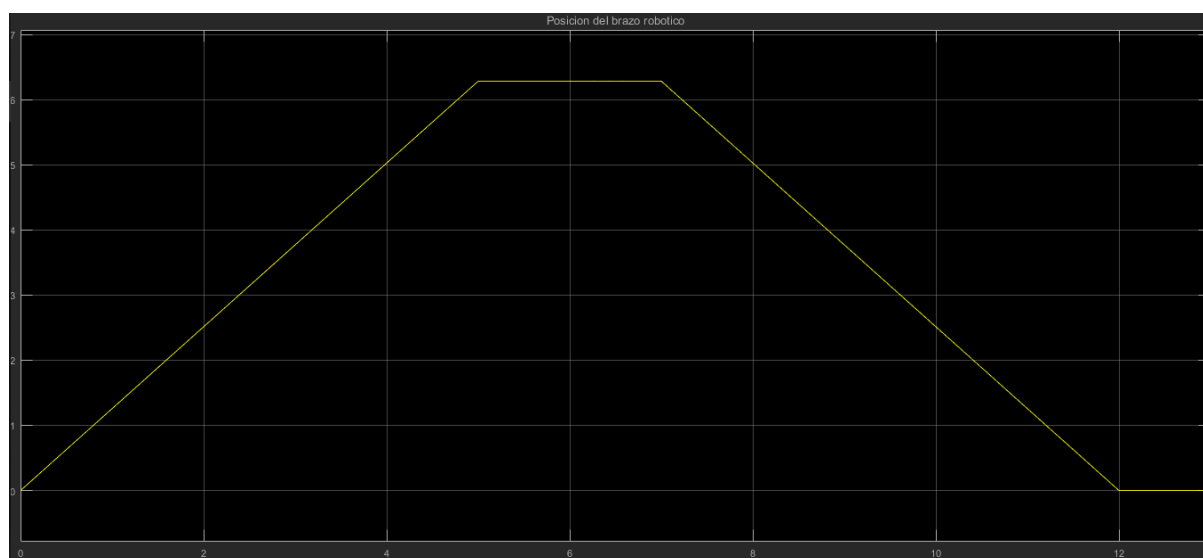


Figura 25 Perfil de posición de la articulación

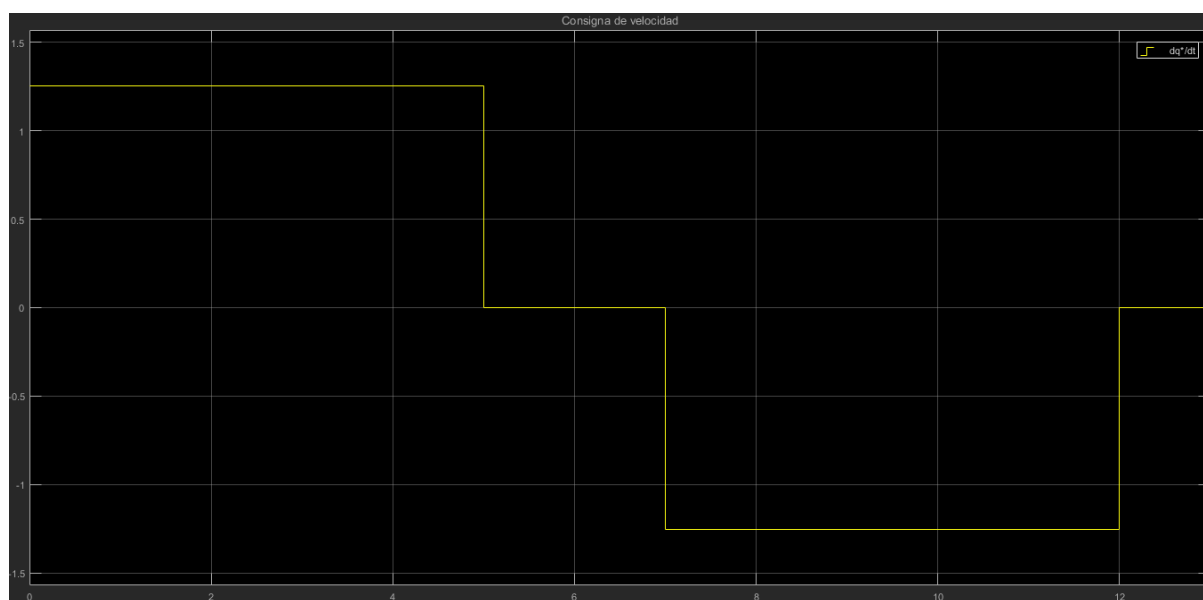


Figura 26 Perfil de velocidad de la articulación

Como se observa en la figura 25 la posición del brazo es la deseada. Pero al analizar el valor de la consigna de torque (figura 27) corriente (figura 28) y voltaje (figura 29) se percibe que los valores máximos tolerados son superados ampliamente. El perfil trapezoidal en la posición genera un perfil escalonado en la velocidad, que al aplicarle derivadas genera picos indeseados. Es por esto que no se continúa con el análisis de la respuesta ni con la simulación con los valores máximos de los parámetros y se pasa al próximo punto donde se proponen mejoras para nuestro controlador.

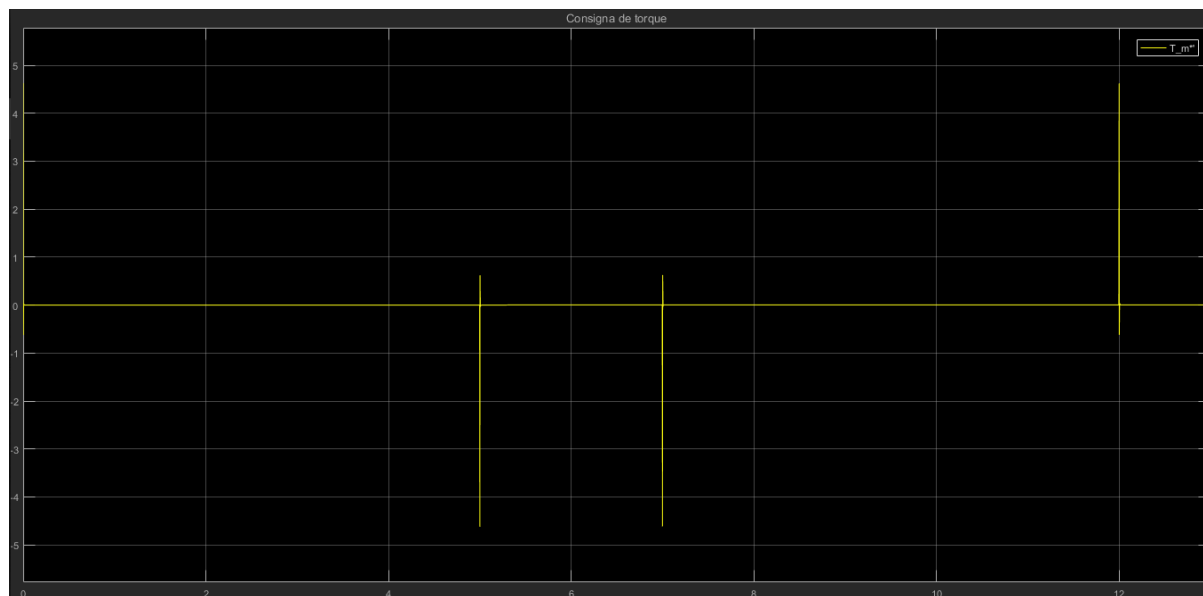


Figura 27 Perfil del torque obtenido en la simulación

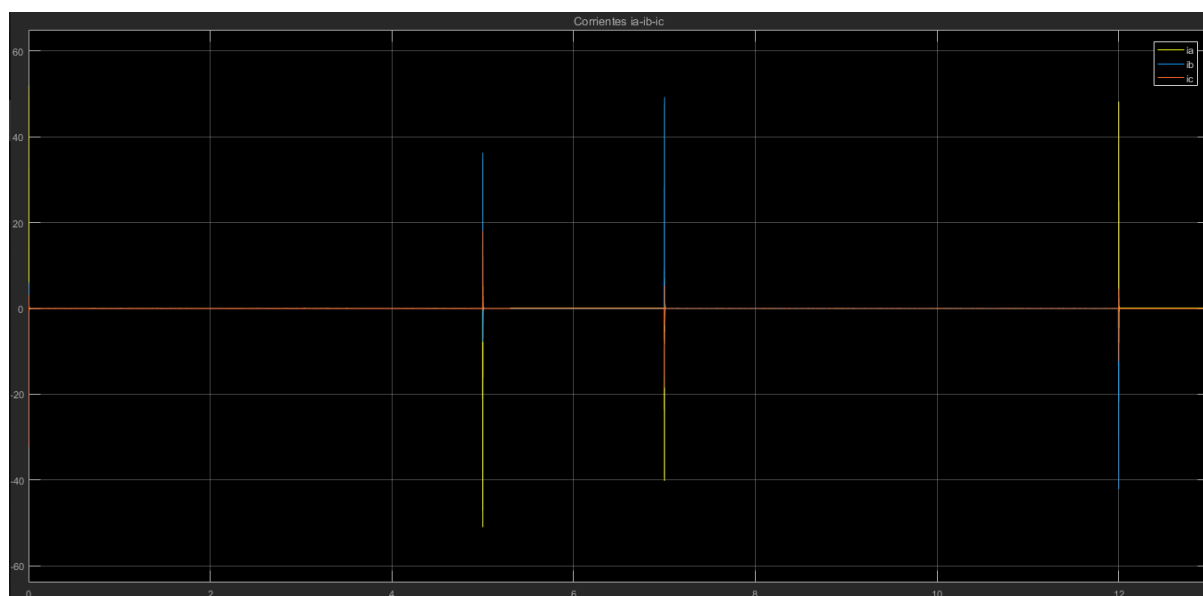


Figura 28 Perfil de las corrientes obtenidas en la simulación

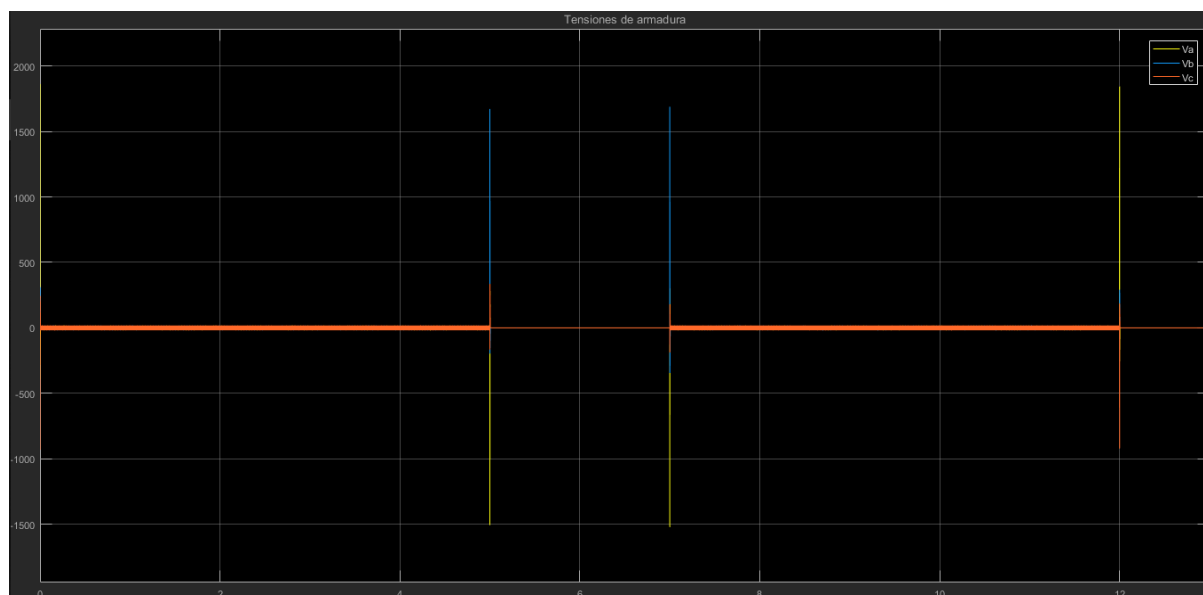


Figura 29 Perfil de las tensiones obtenidas en la simulación

## 5) Verificación de desempeño y/o mejoras

Primero que nada intentaremos disminuir los valores picos de corriente y tensión, para esto proponemos un perfil de posición más suave. Esto hace que nuestro perfil de velocidad quede como sigue.

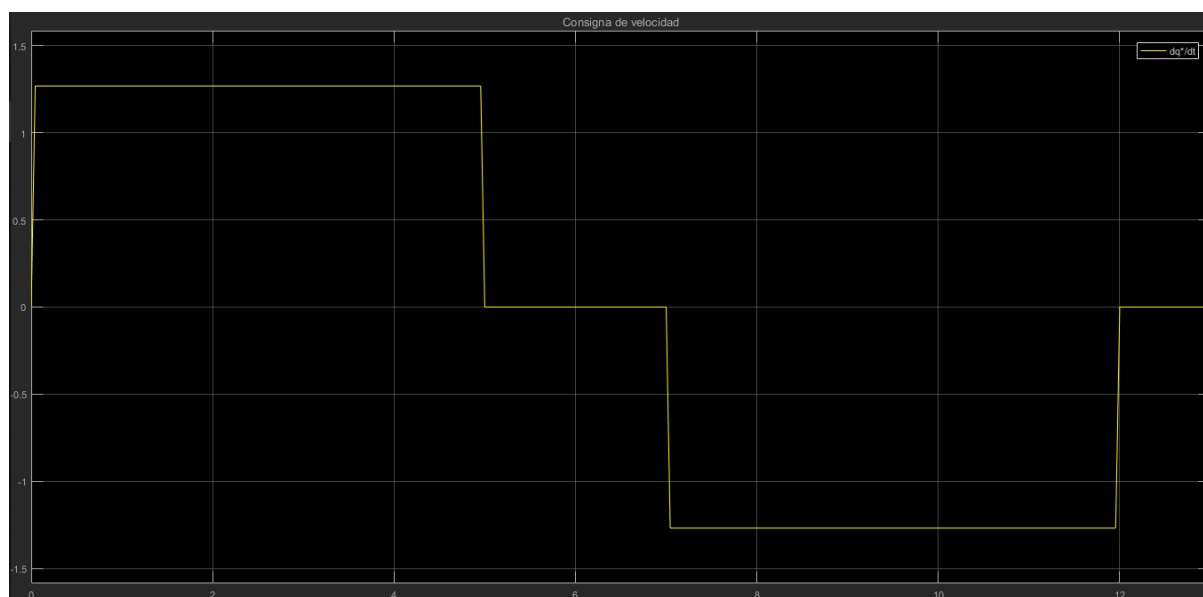


Figura 30 Perfil de velocidades modificado para eliminar los picos de tensión, corriente y torque

Este perfil hace que los valores picos de tensión (figura 32), corriente (figura 33) y torque (figura 34) disminuyan. Además se ha intentado usar la máxima aceleración. Esta está limitada por el torque admisible de la caja de reducción. Para para calcular la aceleración máxima se usa un código en Matlab (ver anexo A) y se afina en base a la curva de salida de la caja reductora.

- El valor de aceleración máxima del motor obtenido fue de  $a_{max} = 8.955 \cdot 10^3 \left[ \frac{rad}{s^2} \right]$

- La velocidad alcanzada del motor fue  $w_{cte} = 398.5089[\frac{rad}{s}]$
- La velocidad alcanzada por el brazo fue  $\frac{dq}{dt} = 1.2679[\frac{rad}{s}]$
- El torque a la salida de la caja reductora  $T_q = 29.10[Nm]$

Como en Simulink utilizamos el bloque Repeating Sequence, debemos darle valores de velocidad y tiempo para alcanzarla.

Estos valores de  $\frac{dq}{dt}$  y del tiempo se pueden observar en la siguiente imagen:

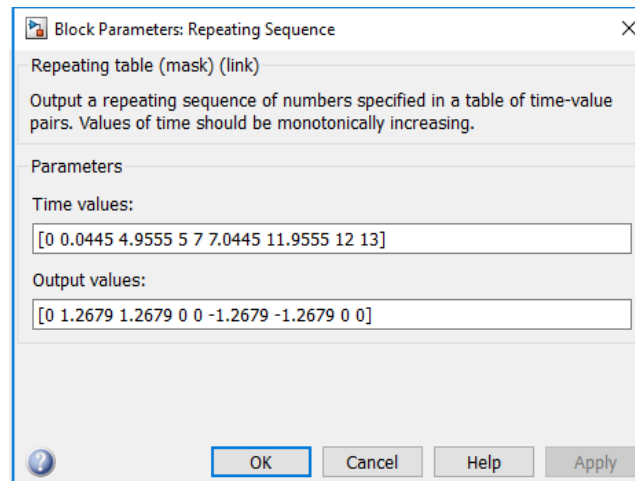


Figura 31 Parámetros ingresados al bloque repetidor de secuencia

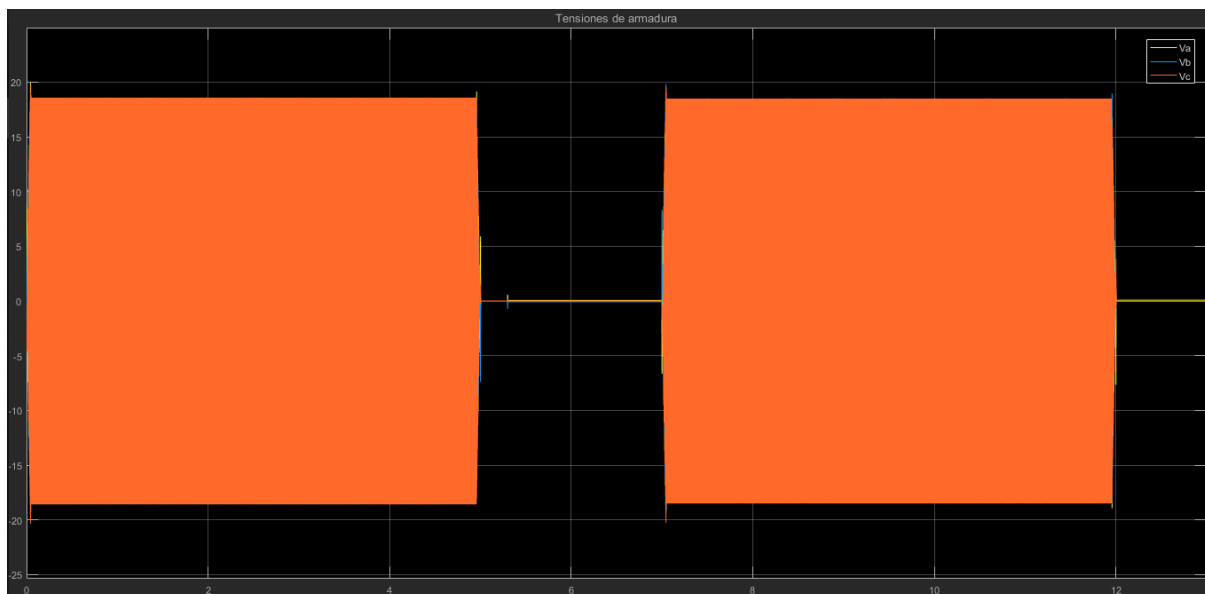


Figura 32 Perfil de tensiones modificados

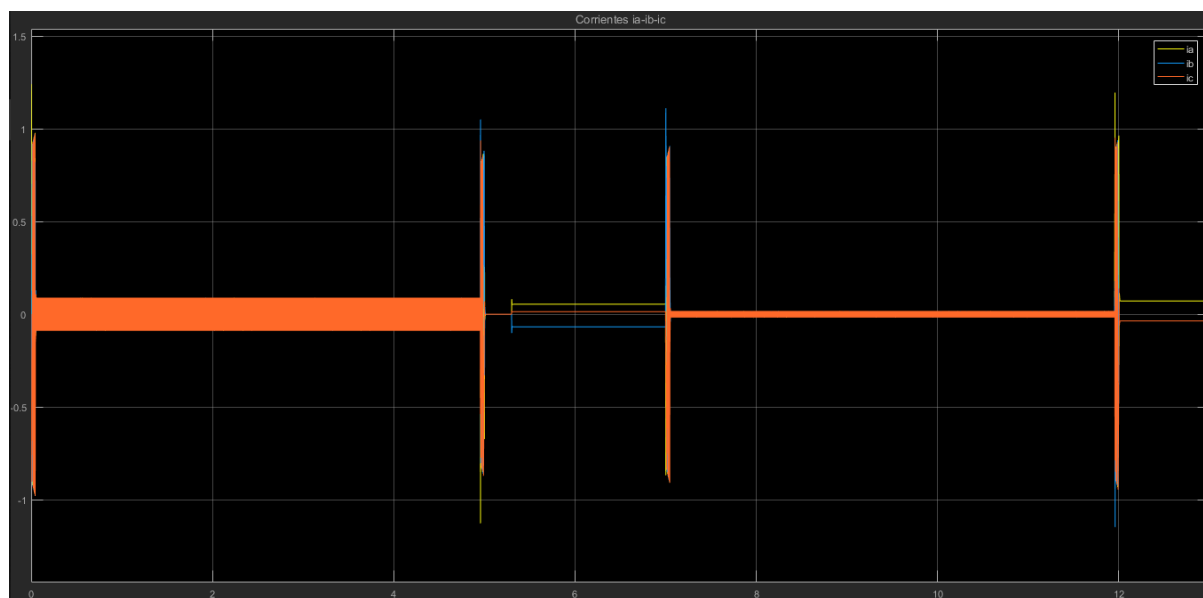


Figura 33 Perfil de corrientes modificados

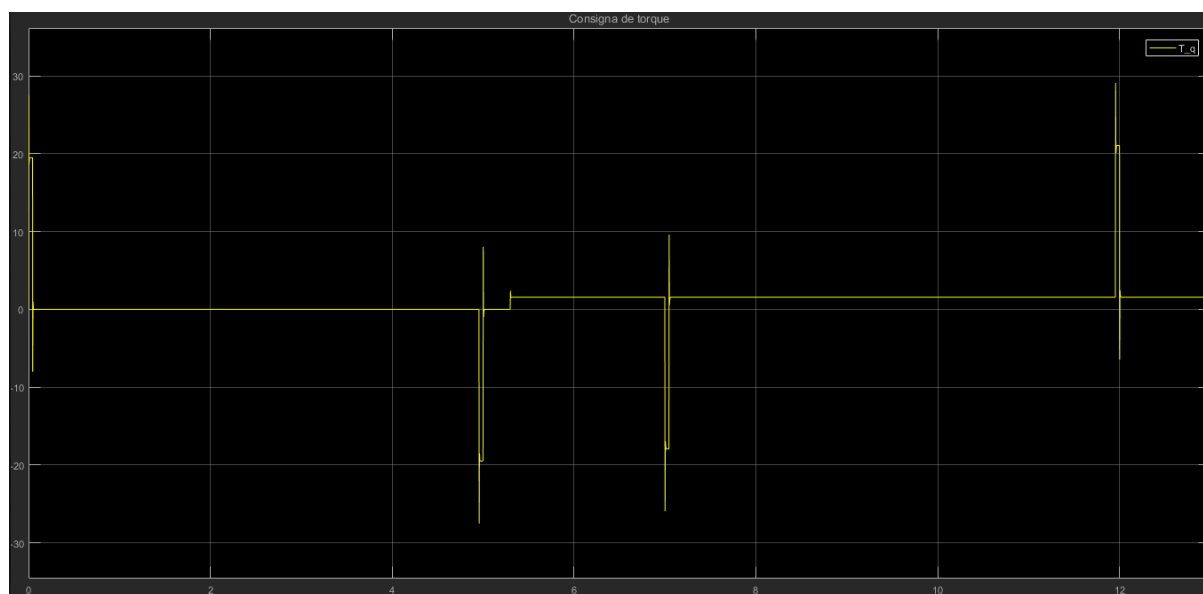
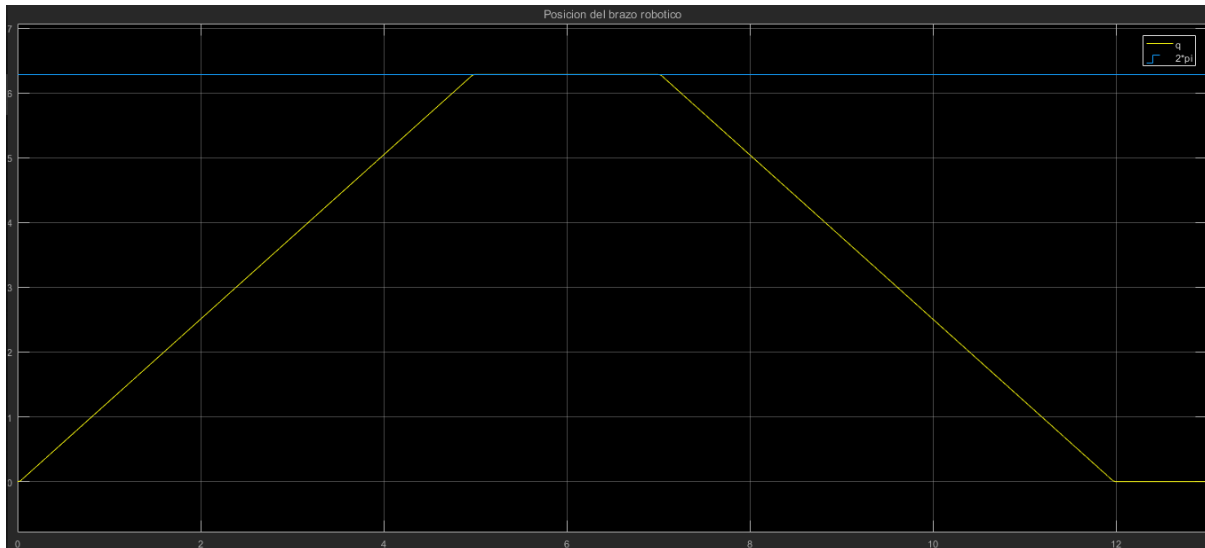


Figura 34 Perfil de torque modificado

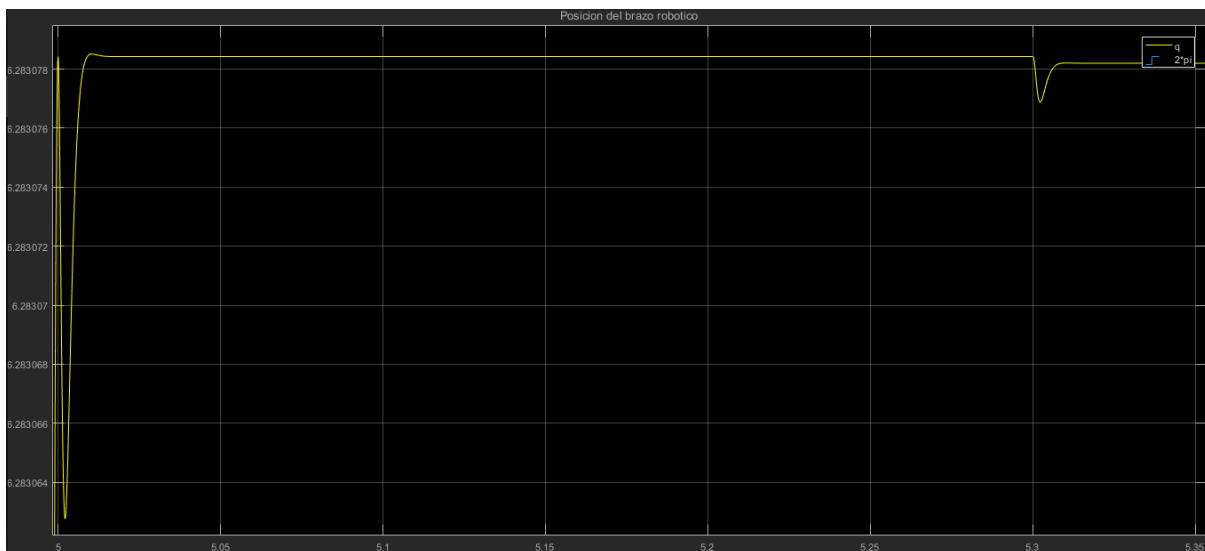


Finalmente se muestra la posición del brazo robótico:



*Figura 35 Perfil de la posición del brazo*

Analizando el tiempo en donde ocurre el escalón de torque podemos observar que tenemos error en estado estable distinto de cero. Para llevarlo a cero es necesario corregir el observador agregando un control integral a este.



*Figura 36 Análisis del error de estado estable generado*

Para ello se modificó el observador de la siguiente manera:

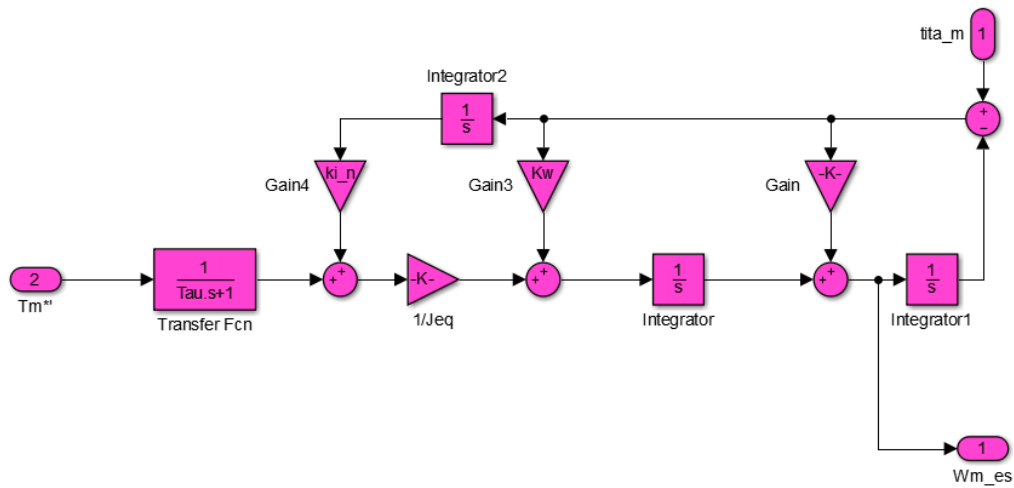


Figura 37 Observador de estado modificado

Y realizando operaciones similares a cuando se trabajó sobre el observador de estados en el inciso 3), tomando un tercer polo también en  $-3200$  [rad/s], llegamos a que los valores de dichas constantes son:

$$k_{\theta m} = 9.5977 \cdot 10^3 \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

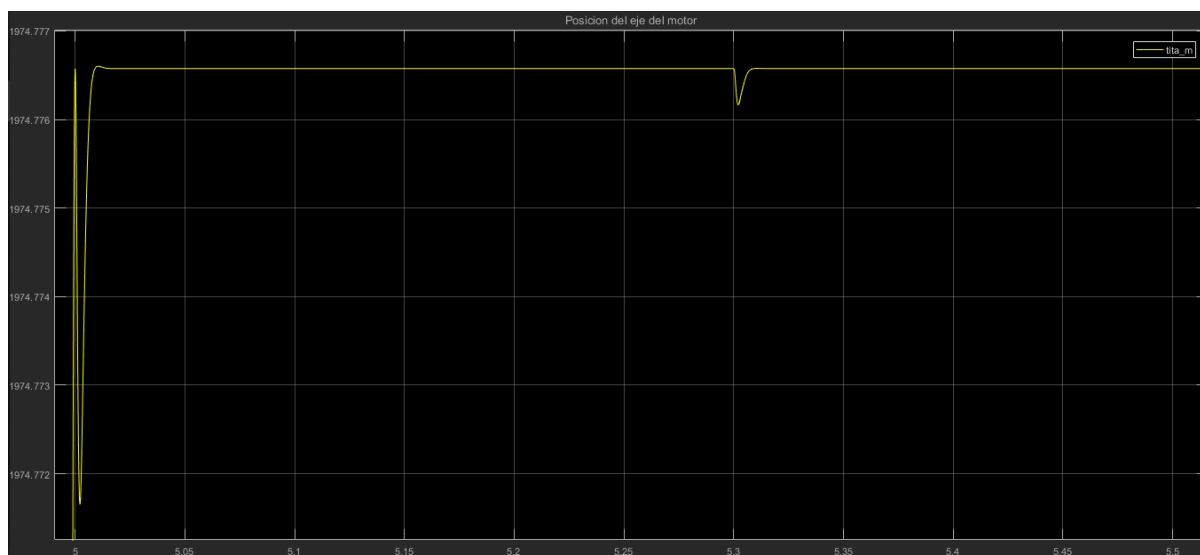
$$k_{\omega m} = 1.5349 \cdot 10^7 \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \right]$$

$$k_{i\omega m} = 2.2697 \cdot 10^5 \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}^3} \right]$$

A continuación se muestra un detalle de las gráficas para  $q$  (figura 38) y  $\theta_m$  (figura 39). En estas se puede observar que el error en estado estable es prácticamente despreciable dada nuestra aplicación.



Figura 38 Análisis del error de estado estable para  $q$

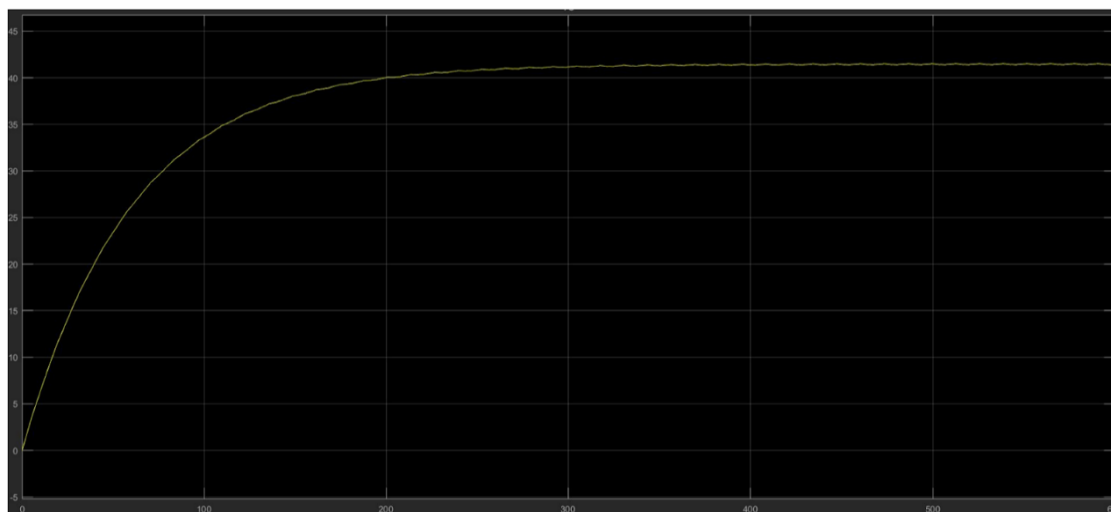


*Figura 39 Análisis del error de estado estable para la posición*

### c) Comportamiento térmico del motor

En esta sección se verifica el comportamiento térmico del motor, dado que, a pesar de que en secciones anteriores se omitió su estudio, es importante corroborar que la temperatura de trabajo se mantenga por debajo de los valores límites ya que puede traer grandes inconvenientes si se sobrepasan.

Se muestra a continuación como fue variando la temperatura durante 600 [s]:



*Figura 40 Comportamiento térmico del sistema*

Se puede apreciar que la temperatura se estabiliza en el orden de los 41 °C siendo menor a los 115 °C que corresponden a la temperatura máxima admisible. Por lo que el motor satisface las especificaciones de temperatura.

## Conclusión

En el presente proyecto se diseñó, analizó y modeló exitosamente el control de la primera articulación de un robot SCARA, sirviendo de buena forma como método de aprendizaje englobando varios contenidos de la cátedra. A partir de las simulaciones obtenidas se puede apreciar que el sistema sigue correctamente las consignas de posición definidas.

Se pudieron satisfacer las especificaciones de operación a partir de consignas con perfiles más suaves evitando de esta forma picos de corriente y tensión. La acción integral en el observador de estados permitió reducir el error de estimación en régimen permanente a valores cercanos a cero.

Se obtiene, por tanto, un sistema de control robusto y con buen seguimiento de las consignas de movimiento, aunque se dejan a futuro algunas mejoras al mismo, como por ejemplo realizar un análisis más profundo para encontrar la curva de velocidad más óptima para el sistema y así aprovechar al máximo el torque disponible sin salir de las especificaciones de seguridad.

## Referencias

- [1] Guía de Trabajo: “311 AyME\_Proyecto Global Integrador\_2017\_Guía de TRABAJO\_Rev.0”, Ing. Gabriel Julián.
- [2] Apuntes de la cátedra de Automática y Máquinas Eléctricas UNCuyo, Año 2017. Ing. Gabriel Julián.
- [3] Ingeniería de Control Moderna-5ta edición, Ogata.
- [4] Electric Motor Drives - Modeling Analysis and Control, R. Krishnan.
- [5] Control de velocidad de un motor de inducción por el método de control vectorial utilizando el software de simulación Simulink de MATLAB - Universidad Tecnológica de Pereira.

## Anexo A

A continuación el código matlab utilizado para estimar la aceleración, la velocidad y el tiempo para nuestro perfil de velocidad.

```
Tq_max = 29.42; %% Torque máximo admisible en la caja reductora [N.m]
Tl_max = 1.57; %% Torque de carga [N.m]
r = 314.3008; %% Relación de reducción total
Jl = 0.2520+0.1260; %% Momento de inercia [kg.m^2]
bl = 0+0.0630; %% Amortiguamiento viscoso [N.m.s/rad]
Jm = 3.1e-6; %% Momento de inercia (motor y caja)[kg.m^2]
bm = 1.5e-5; %% Coef. de fricción viscosa (motor y caja) [N.m.s/rad]

Jeq = (Jm+Jl/r^2); %% [kgm.m^2]
beq = (bm+bl/r^2); %% [N.m.s/rad]

Td_max=(Tq_max-Tl_max)/r;
a_max=Td_max/Jeq; %aceleración máxima posible
a_max=a_max*0.70; % se escala la aceleración para no sobrepasar el torque máximo en la respuesta

p=[a_max -5*a_max 2*pi*r];
p_1_2=roots(p); %% Con estas raíces obtenemos el tiempo de aceleración y el tiempo para iniciar el frenado.

w_max= a_max*p_1_2(2); %velocidad del motor
dq_max = w_max/r; %velocidad del brazo robotico
```

Con los valores de dq\_max y las raíces del polinomio se arma el perfil de velocidades