



Dirección General de Cómputo y de Tecnologías de información y Comunicación Dirección de Docencia en TIC



Objetivo del tema



► Conocer los componentes básicos y comprender el funcionamiento de las redes recurrentes, así como las estrategias para entrenarlas.



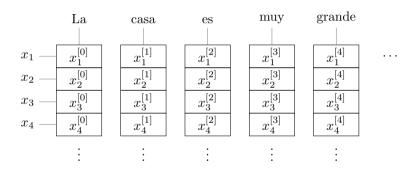
Sub-temas



- 7.1 Motivación
- 7.2 Unidad recurrente básica
- 7.3 Long-short term memory (LSTM)
- 7.4 Gated recurrent unit (GRU)
- 7.5 Arquitecturas de redes recurrentes
- 7.6 Algoritmo de retropropagación de errores para redes recurrentes
- 7.7 Ejemplo práctico: series de tiempo



Motivación: secuencias de palabras

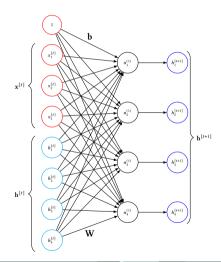




Unidad recurrente básica

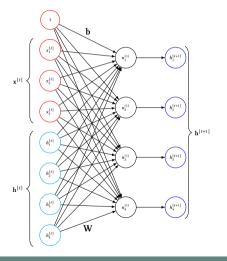
- Capas con retro-alimentación en sus conexiones
 - 1. Entradas en tiempo $t(\mathbf{x}^{[t]})$ 2. Estado en tiempo $t(\mathbf{h}^{[t]})$

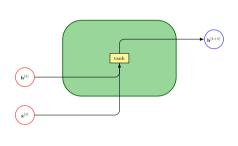
$$egin{align*} \mathbf{h}^{[t+1]} &= \phi \left(\mathbf{W}_h \cdot \underbrace{\left[\mathbf{h}^{[t]}, \mathbf{x}^{[t]}
ight]}_{ ext{Concatenación}} + \mathbf{b}_h
ight) \ &= \phi \left(\mathbf{W}_{hh} \cdot \mathbf{h}^{[t]} + \mathbf{W}_{hx} \cdot \mathbf{x}^{[t]} + \mathbf{b}_h
ight) \end{split}$$





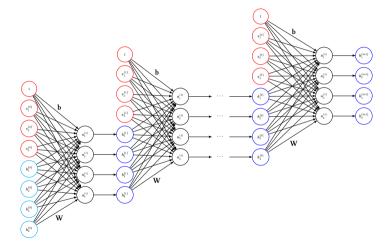
Unidad recurrente básica: diagrama de celda





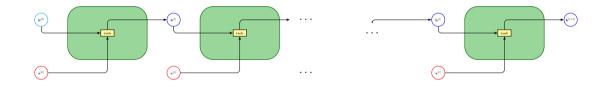


Unidad recurrente básica: despliegue





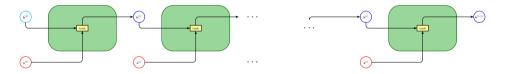
Unidad recurrente básica: despliegue de celdas





Modelando dependencias a corto plazo

- ► En teoría una red recurrente básica puede modelar dependencias a corto y largo plazo
 - Siegelmann y Sontag mostraron que las redes recurrentes son Turing completas¹

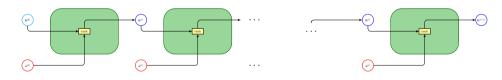




¹Siegelmann and Sontag. On The Computational Power Of Neural Nets, 1995.

El problema de la memoria a largo plazo

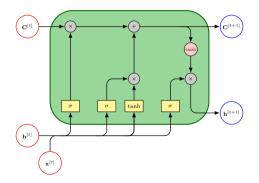
► En práctica es muy difícil entrenarlas para tareas con dependencias a largo plazo





Long-short term memory (LSTM)

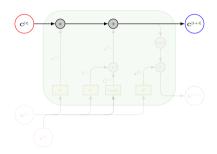
► Agregan elementos internos a la celda básica que permiten capturar dependencias a corto y largo plazo





Long-short term memory (LSTM): salida de la capa anterior

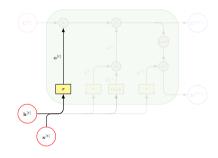
Agrega o elimina información del estado $C^{[t]}$ a partir de la entrada actual $\mathbf{x}^{[t+1]}$ y la salida anterior $\mathbf{h}^{[t]}$





Long-short term memory (LSTM): compuerta de olvido

▶ Determina qué olvidar del estado $\mathbf{C}^{[t]}$ y en qué proporción a partir de la entrada actual $\mathbf{x}^{[t+1]}$ y la salida anterior $\mathbf{h}^{[t]}$ $\mathbf{f}^{[t+1]} = \sigma \left(\mathbf{W}_f \cdot \left[\mathbf{h}^{[t]}, \mathbf{x}^{[t+1]} \right] + \mathbf{b}_f \right)$

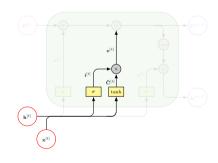




Long-short term memory (LSTM): computerta de entrada

▶ Determina qué agregar al estado $\mathbf{C}^{[t]}$ y en qué proporción a partir de la entrada actual $\mathbf{x}^{[t+1]}$ y el estado oculto anterior $\mathbf{h}^{[t]}$

$$\begin{split} \mathbf{i}^{[t+1]} &= \sigma \left(\mathbf{W}_i \cdot \left[\mathbf{h}^{[t]}, \mathbf{x}^{[t+1]} \right] + \mathbf{b}_i \right) \\ \hat{\mathbf{C}}^{[t+1]} &= \mathsf{tanh} \left(\mathbf{W}_C \cdot \left[\mathbf{h}^{[t]}, \mathbf{x}^{[t+1]} \right] + \mathbf{b}_C \right) \\ \mathbf{e}^{[t+1]} &= \mathbf{i}^{[t+1]} \odot \hat{\mathbf{C}}^{[t+1]} \end{split}$$



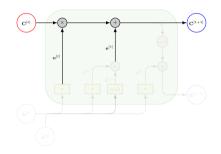


Long-short term memory (LSTM): nuevo estado

▶ El nuevo estado $\mathbf{C}^{[t+1]}$ se obtiene como una combinación del estado $\mathbf{C}^{[t+1]}$, la salida $\mathbf{f}^{(t)}$ de la compuerta de olvido y la salida $\mathbf{e}^{[t+1]}$ de la compuerta de entrada

$$\boldsymbol{\mathsf{C}}^{[t+1]} = \boldsymbol{\mathsf{f}}^{[t+1]} \odot \boldsymbol{\mathsf{C}}^{[t]} + \boldsymbol{\mathsf{e}}^{[t+1]}$$

donde ⊙ denota el producto de Hadamard

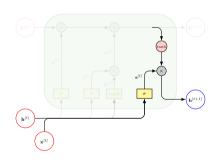




Long-short term memory (LSTM): computerta de salida

▶ El siguiente estado oculto $\mathbf{h}^{[t+1]}$ se obtiene como una combinación de la entrada actual $\mathbf{x}^{[t+1]}$, el estado oculto anterior $\mathbf{h}^{[t]}$ y el nuevo estado $\mathbf{C}^{[t+1]}$

$$egin{aligned} \mathbf{o}^{[t+1]} &= \sigma\left(\mathbf{W}_o \cdot \left[\mathbf{h}^{[t]}, \mathbf{x}^{[t+1]}
ight] + \mathbf{b}_o
ight) \ \mathbf{h}^{[t+1]} &= \mathbf{o}^{[t+1]} \odot anh\left(\mathbf{C}^{[t+1]}
ight) \end{aligned}$$



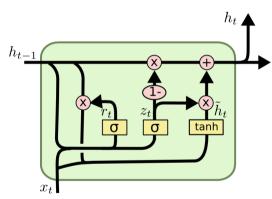


Gated recurrent unit (GRU)

 Combina compuertas de olvido y entrada en una sóla

$$\begin{split} \mathbf{z}^{[t+1]} &= \sigma\left(\mathbf{W}_z \cdot \left[\mathbf{h}^{[t]}, \mathbf{x}^{[t+1]}\right] + \mathbf{b}_z\right) \\ \mathbf{r}^{[t+1]} &= \sigma\left(\mathbf{W}_r \cdot \left[\mathbf{h}^{[t]}, \mathbf{x}^{[t+1]}\right] + \mathbf{b}_r\right) \\ \tilde{\mathbf{h}}^{[t+1])} &= \tanh\left(\mathbf{W}_h \cdot \left[\mathbf{r}^{[t+1]} \odot \mathbf{h}^{[t]}, \mathbf{x}^{[t+1]}\right] + \mathbf{b}_h\right) \\ \mathbf{h}^{[t+1]} &= \left(1 - \mathbf{z}^{[t+1]}\right) \odot \mathbf{h}^{[t]} + \mathbf{z}^{[t+1]} \odot \tilde{\mathbf{h}}^{[t+1]} \end{split}$$







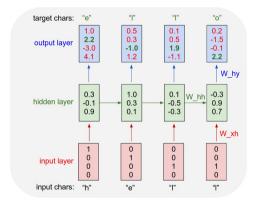
Arquitecturas de redes recurrentes

- Contienen celdas recurrentes en conjunto con otras capas
- La salida de una celda alimenta otras capas u otras celdas
- Por ejemplo, para predecir el siguiente símbolo en un texto con una celda recurrente básica, a la salida podemos agregar una capa densa con función de activación softmax

$$\hat{\mathbf{y}}^{[t+1]} = softmax\left(\mathbf{W}_y \cdot \mathbf{h}^{[t+1]} + \mathbf{b}_y\right)$$



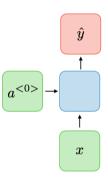
Arquitecturas de redes recurrentes: ejemplo



 $Imagen\ tomada\ de\ Karpathy\ 2015\ (http://karpathy.github.io/2015/05/21/rnn-effectiveness/)$

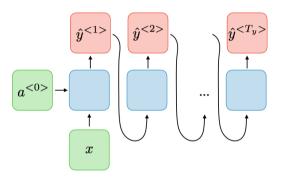


Arquitecturas de redes recurrentes: tareas de uno a uno



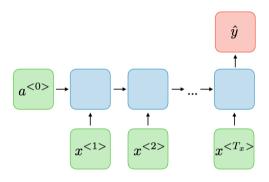


Arquitecturas de redes recurrentes: tareas de uno a muchos



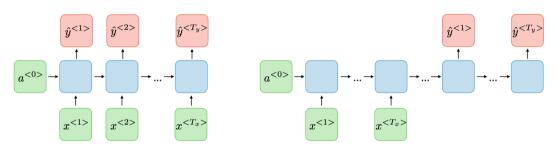


Arquitecturas de redes recurrentes: tareas de muchos a uno



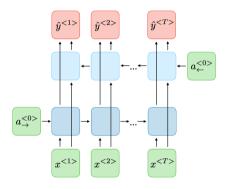


Arquitecturas de redes recurrentes: tareas de muchos a muchos



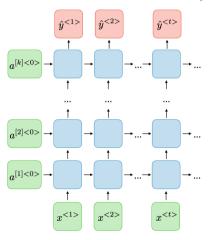


Arquitecturas de redes recurrentes: LSTM/GRU bidireccional





Arquitecturas de redes recurrentes: celdas apiladas





Algoritmo de retropropagación de errores para redes recurrentes

Pérdida en el tiempo

$$\mathcal{L}\left(\hat{\mathbf{y}},\mathbf{y}
ight) = \sum_{t=1}^{\mathcal{T}} \mathcal{L}(\hat{\mathbf{y}}^{[t]},\mathbf{y}^{[t]}
ight)$$



Retropropagación

$$\frac{\partial \mathcal{L}^{[T]}}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \sum_{t=1}^{T} \frac{\partial \mathcal{L}^{[t]}}{\partial \boldsymbol{\theta}}$$

$$\mathbf{a}_{t} \xrightarrow{\mathbf{x}_{t}} f \xrightarrow{\mathbf{x}_{t+1}} g \xrightarrow{\mathbf{y}_{t+1}} \mathbf{y}$$

$$\mathbf{y} \text{ unfold through time } \mathbf{y}$$

$$\mathbf{a}_{t} \xrightarrow{\mathbf{x}_{t+1}} f_{1} \xrightarrow{\mathbf{x}_{t+2}} f_{2} \xrightarrow{\mathbf{x}_{t+2}} f_{3} \xrightarrow{\mathbf{x}_{t+3}} g \xrightarrow{\mathbf{y}_{t+3}} \mathbf{y}$$

Imagen tomada de Wikipedia (https://en.wikipedia.org/wiki/Backpropagation_through_time)



Referencias

- Zhang, A., Lipton, Z. C., Li, M., & Smola, A. J. (2021). Dive into deep learning. Capítulos 8 y 9. Disponible en http://www.d2l.ai/.
- Murphy, K. P. (2022). Probabilistic Machine Learning: An introduction. MIT Press. Capítulo 15. Disponible en https://probml.github.io/pml-book/book1.html.
- Goodfellow, I., Bengio, Y., & Courville, A. (2016). Deep learning. MIT press. Capítulo 10.
 Disponible en https://www.deeplearningbook.org/.
- Amidi, A. & Amidi, S. Recurrent Neural Networks cheatsheet. Disponible en https://stanford.edu/ shervine/teaching/cs-230/cheatsheet-recurrent-neural-networks.
- Olah, C. (2015). Understanding LSTM Networks. Disponible en https://colah.github.io/posts/2015-08-Understanding-LSTMs/.
- ► Karpathy A. (2015). The Unreasonable Effectiveness of Recurrent Neural Networks. Disponible en http://karpathy.github.io/2015/05/21/rnn-effectiveness/.



Contacto



Gibran Fuentes Pineda Investigador Asociado "C", IIMAS, UNAM

gibranfp@unam.mx

LinkedIn: @gibranfuentespineda

