

3^a
Emisión

DATA SCIENCE

Módulo 08 Operaciones tensoriales

Edgar Morales Palafox



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Dirección General de Cómputo y de Tecnologías de información y Comunicación
Dirección de Docencia en TIC



Educación
Continua
1971 - 2021

Objetivo

El participante identificará las operaciones tensoriales básicas.

Contenido

- Creación de tensores
- Operaciones elemento a elemento
- Multiplicación de tensores

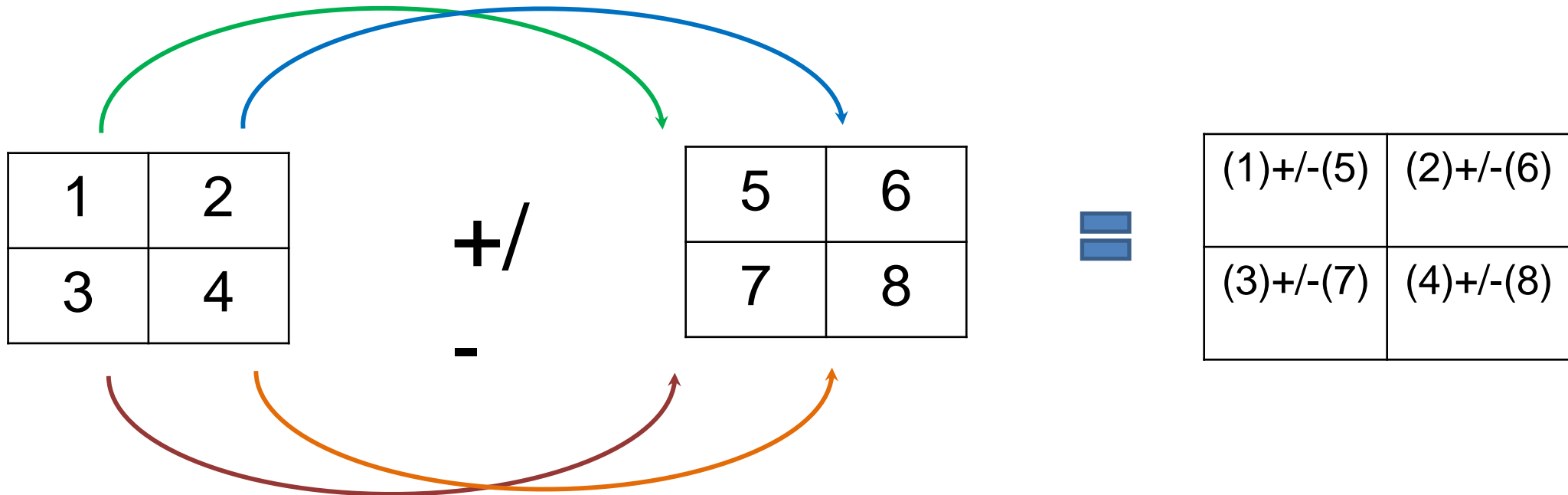
Creación de tensores

En las redes neuronales utilizaremos la suma y la multiplicación de matrices. Por ello, debemos tener en cuenta cuatro puntos importantes:

- Suma y resta de matrices
- Producto Hadamard
- Transpuesta de matrices
- Multiplicación de matrices

Suma y resta de matrices

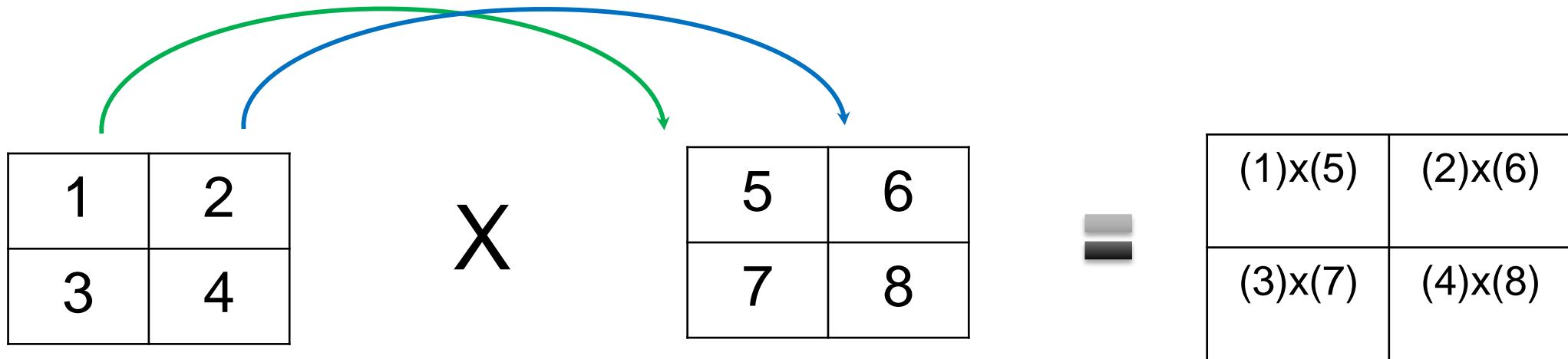
Consiste en sumar/restar cada elemento fila, columna, con su homólogo en la otra matriz. Las matrices deben tener el mismo número de filas y columnas. El resultado es una matriz con el mismo número de filas y columnas.



Producto Hadamard

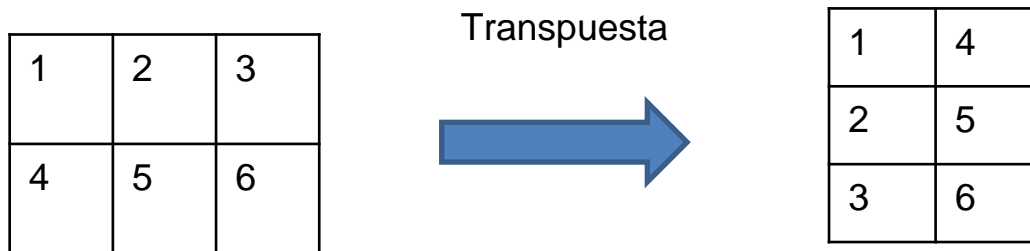
$$A \odot B$$

Consiste en multiplicar cada elemento fila, columna, con su homólogo en la otra matriz. Las matrices deben tener el mismo número de filas y columnas. El resultado es una matriz con el mismo número de filas y columnas.



Transpuesta de matrices

La operación consiste en cambiar filas por columnas.



Si se puede realizar $A \times B$,
entonces también se puede hacer
 $B^T \times A^T$,
cumpliéndose la propiedad

$$(A \times B)^T = B^T \times A^T$$

$$\begin{array}{c} A \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 3 & 4 \\ \hline \end{array} \end{array} \times \begin{array}{c} B \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 6 \\ \hline 7 & 8 \\ \hline \end{array} \end{array} = \begin{array}{c} C \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 19 & 22 \\ \hline 43 & 50 \\ \hline \end{array} \end{array} \quad (AXB)^T \begin{array}{|c|c|} \hline 19 & 43 \\ \hline 22 & 50 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{c} A^T \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 7 \\ \hline 6 & 8 \\ \hline \end{array} \end{array} \times \begin{array}{c} B^T \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 3 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline \end{array} \end{array} = \begin{array}{c} C \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 19 & 43 \\ \hline 22 & 50 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} A \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 3 & 4 \\ \hline \end{array} \end{array} \times \begin{array}{c} B \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 6 \\ \hline 7 & 8 \\ \hline \end{array} \end{array} = \begin{array}{c} C \\ \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} \end{array} \quad (AXB)^T \begin{array}{c} \\ \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} A^T \\ \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} \end{array} \times \begin{array}{c} B^T \\ \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} \end{array} = \begin{array}{c} C \\ \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Multiplicación de matrices

En la multiplicación de matrices, debemos considerar los siguientes puntos:

- El número de columnas de A = número de filas de B
- El resultado es $C = n^\circ \text{ filas A} \times n^\circ \text{ columnas de B}$
- El hecho que se pueda multiplicar $A \times B$ no implica que se pueda multiplicar $B \times A$ (no hay propiedad conmutativa)

A

| | | | |
|---|----|----|----|
| 5 | 3 | -4 | -2 |
| 8 | -1 | 0 | -3 |

B

| | | |
|----|----|---|
| 1 | 4 | 0 |
| -5 | 3 | 7 |
| 0 | -9 | 5 |
| 5 | 1 | 4 |

2X4

4X3

$$\begin{aligned}
 C11 &= [(5) \times (1)] + [(3) \times (-5)] + [(-4) \times (0)] + [(-2) \times (5)] = -20 \\
 C12 &= [(5) \times (4)] + [(3) \times (-3)] + [(-4) \times (-9)] + [(-2) \times (1)] = 63 \\
 C13 &= [(5) \times (0)] + [(3) \times (7)] + [(-4) \times (5)] + [(-2) \times (4)] = -7 \\
 C21 &= [(8) \times (1)] + [(-1) \times (-5)] + [(0) \times (0)] + [(-3) \times (5)] = -2 \\
 C22 &= [(8) \times (4)] + [(-1) \times (3)] + [(0) \times (-9)] + [(-3) \times (1)] = 26 \\
 C23 &= [(8) \times (0)] + [(-1) \times (7)] + [(0) \times (5)] + [(-3) \times (4)] = -19
 \end{aligned}$$

| | | |
|-----|-----|-----|
| C11 | C12 | C13 |
| C21 | C22 | C23 |

| | | |
|-----|----|-----|
| -20 | 63 | -7 |
| -2 | 26 | -19 |

C

Referencias

- Daizhan Cheng, Hongsheng Qi, Yin Zhao, “An Introduction to Semi-tensor Product of Matrices and Its Applications”, World Scientific, 2012.
- Ye, J. 2004. Generalized low rank approximations of matrices. In International Conference on Machine Learning, ICML'04.
- G. Strang, Introduction to Linear Algebra, 3rd ed., Wellesley-Cambridge Press, Wellesley, MA, 2003.
- J. Strum, Binomial matrices, Two-Year College Math. J. 8 (1977) 260-266.

Contacto

Edgar Morales Palafox

Doctor en Ciencias de la computación

Edgra_morales_p@yahoo.com.mx

Tels: (55-3104-1600)