

Análisis de señales de radar con MATLAB

Jerónimo Gómez Tantarelli
Análisis de sistemas y señales
Facultad de Ingeniería, UNLP, La Plata, Argentina.

Resumen—El siguiente trabajo pretende mostrar el procesamiento de señales, bajo ciertas circunstancias, de un sistema de radar simplificado.

I. INTRODUCCIÓN

Este informe mostrará los pasos seguidos y las herramientas, diseñadas y utilizadas, para la creación del modelo simplificado del radar.

Se interiorizará en dos distintas señales de transmisión y las recepciones de señales (ideales y contaminadas) que se obtienen.

II. MARCO TEÓRICO

II-A. Convolución circular

La convolución es un operador matemático que transforma dos funciones o secuencias en una tercera función o secuencia (dependiendo si se trabaja con funciones continuas o discretas).

La convolución circular discreta definida para dos vectores, $x[n]$ e $y[n]$, finitos de largo N :

$$z[n] = \{x \otimes y\}[n] = \sum_{m=0}^{N-1} x[m]y[(n-m)_N]$$

$$, 0 \leq n \leq N-1.$$

(1)

II-B. Correlación circular

La correlación circular es otra operación matemática entre vectores, $x[n]$ e $y[n]$, que puede definirse de la siguiente manera:

$$Z[m] = \{x \otimes y^{**}\}[n] \quad (2)$$

en donde $y^{**}[n]$ es el vector $y[n]$ conjugado y reflejado circularmente y $Z[m]$ es el vector resultante de igual longitud que $x[n]$ e $y[n]$.

La correlación circular, a efectos prácticos, puede entenderse como una medida de similaridad entre vectores para distintos valores de retardo; por lo que, a mayores valores de amplitud de la correlación en un punto particular, mayor será la similitud entre los vectores en ese punto.

II-C. Transformada discreta de Fourier (TDF)

Herramienta matemática que transforma una secuencia finita de números reales o complejos en una representación, también discreta y finita, en frecuencia (también conocida como *espectro*). Se define como:

$$X[k] = TDF\{x\}[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j2\pi n/N}, 0 \leq k \leq N-1 \quad (3)$$

en donde N es la cantidad de muestras del vector x .

Una propiedad importante de la TDF es la siguiente:

$$z[n] = \{x \otimes y\}[n] = TDF^{-1}\{X[k]Y[k]\} \quad (4)$$

siendo $X[k]$ e $Y[k]$ los respectivos vectores transformados de $x[n]$ e $y[n]$ y TDF^{-1} el operador *Transformada Inversa de Fourier*.

Esta transformada es comúnmente utilizada en el procesamiento digital de señales y en otros campos, interesados en las componentes frecuenciales de señales muestreadas.

II-D. FFT

Algoritmo computacional, reconocido en el ámbito del procesamiento de señales por su capacidad para el cálculo eficiente de TDF.

II-E. Frecuencia de muestreo (f_s)

Es el número de muestras por unidad de tiempo que se toman de una señal continua para producir una señal discreta. Usualmente se mide en Hz.

II-F. Ruido

En el ámbito de las señales, se considera ruido a cualquier tipo de contaminación o interferencia que impacta negativamente en la visualización, graficación y/o entendimiento de la señal tratada.

III. RADAR

III-A. Funcionamiento

Un radar se encarga de estimar la distancia entre un objeto de interés y el lugar en donde se encuentra. Para ello se emite un pulso electromagnético y se mide el tiempo que tarda el eco en volver, considerando que las ondas electromagnéticas viajan a la velocidad de la luz ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s) podemos estimar la distancia con la siguiente fórmula:

$$R = \frac{t \cdot c}{2} \quad (5)$$

en donde R refiere al rango, entendiéndolo como la distancia entre objeto y radar, medido en metros y t al tiempo (en segundos). La división por dos es necesaria dado que el pulso viaja y vuelve hacia donde se encuentra el radar, recorriendo el doble de la distancia.

Para generar el vector de tiempo en *MATLAB*, conociendo que la frecuencia de muestreo es de 12,5 MHz, realizamos el siguiente cálculo:

$$t = \frac{n}{f_s} \quad (6)$$

en donde n es el vector que contiene el índice de cada muestra. De esta forma transformamos una secuencia de instantes en una de tiempo.

Como fue mencionado, este es un modelo simplificado del funcionamiento real de un radar.

III-B. Pulsos electromagnéticos

En este informe trataremos dos pulsos diferentes, mostrando las diferencias que presentan en las respuestas del procesamiento. Ambas son señales periódicas de período 1 milisegundo.

■ Pulso 1: Cajón

$$x(t) = \Pi\left(\frac{t - \tau_p/2}{\tau_p}\right) \quad (7)$$

$$\tau_p = 0,1ms$$

■ Pulso 2: Señal Up-Chirp

$$x_m(t) = \Pi\left(\frac{t - \tau_p/2}{\tau_p}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi\beta t^2}{\tau_p}\right) \quad (8)$$

$$\tau_p = 0,1ms$$

$$\beta = 250KHz$$

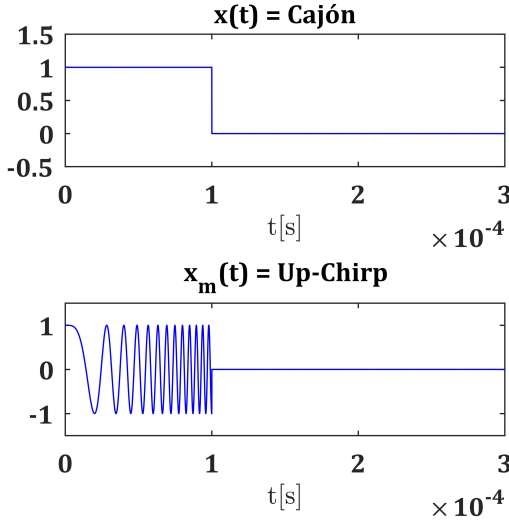


Fig. 1. Comparación de pulsos

Ambos pulsos son de duración τ_p y amplitud máxima unitaria. Notar el aumento en la frecuencia en la señal $x_m(t)$ (dado por la dependencia con t^2 , ver ec. 8).

En las figuras siguientes del informe, los gráficos estarán sobre el eje de rango, para poder visualizar directamente las distancias de interés. Además, a pesar de ser muestras, se graficarán como funciones continuas para una mejor apreciación.

IV. SEÑALES RECIBIDAS

IV-A. Señal 1 - Ideal

Considerando la transmisión de una señal cajón, se muestra la señal recibida dada (*radarRx1*).

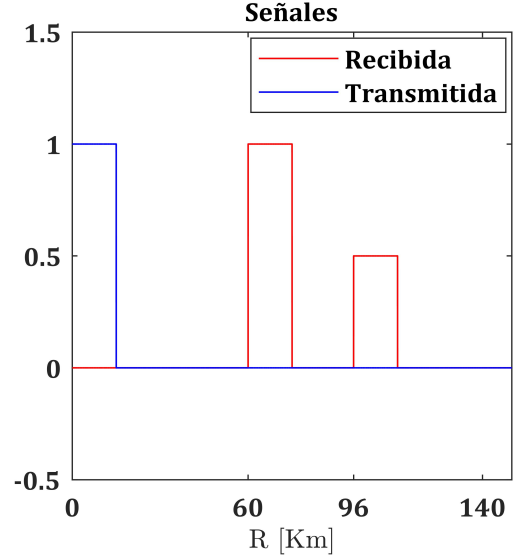


Fig. 2. Pulso transmitido y señal *radarRx1* recibida.

Puede notarse de la Fig. 2, dos objetos identificados. El más cercano de ellos a 60 Km de distancia del radar y el otro a 96 Km. Para definir la distancia a la que se encuentra cada objeto, alcanza con fijarse en qué valor del eje de rango (R) comienza cada cajón recibido.

En la señal recibida también se aprecia una amplitud menor en el segundo cajón. Esta atenuación se relaciona con la mayor distancia a la que se encuentra el objeto detectado (a mayor distancia, mayor atenuación).

IV-B. Señal 1 - Contaminada

Si adicionamos ruido a la señal *radarRx1*, se complejiza su entendimiento si tan solo observamos su forma.

Conocemos la posición de los objetos porque ya analizamos la señal "pura", sin embargo, si la desconociéramos no podríamos saber cual es la distancia a tales objetos.

Para analizar este tipo de señales contaminadas, es útil calcular la correlación circular entre los vectores que definen al cajón transmitido y a la señal contaminada. Esto puede calcularse numéricamente en *MATLAB* haciendo uso de la función propia *correlfft* (ver Anexo V-A-2 y notar que aprovecha el algoritmo *FFT* y la propiedad de la ec. 4). Se observa el módulo de lo calculado en la Figura 4.

Los valores máximos de la correlación coinciden con la distancia a la que se encuentran los objetos (comparar a la Fig. 2 con la Fig. 4).

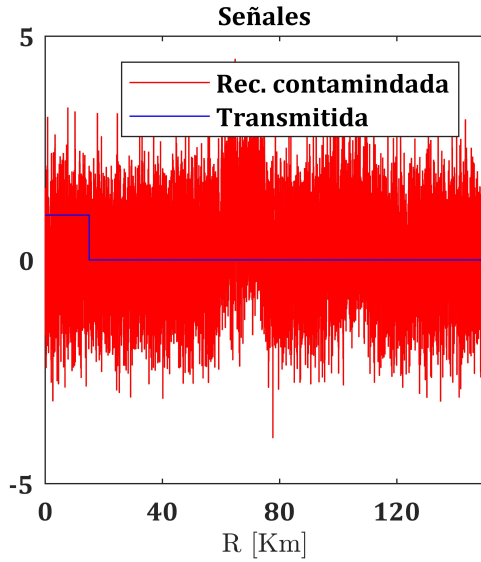


Fig. 3. Pulso transmitido y señal *radarRx1* contaminada.

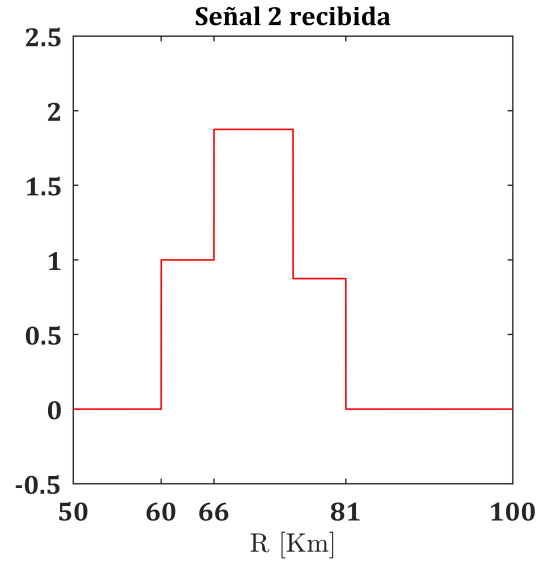


Fig. 5. Señal *radarRx2*, en función de la distancia.

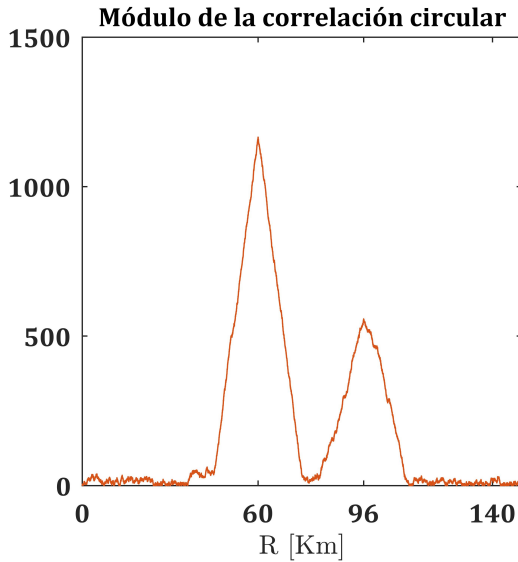


Fig. 4. Correlación circular (módulo) entre señal transmitida y recibida.

IV-C. Señal 2 - Ideal

Esta nueva señal, *radarRx2*, es la recibida al transmitir un cajón pero en un escenario diferente al de la señal 1.

De la Fig. 5, se puede deducir la cantidad de objetos detectados por el radar. Dado que una amplificación del pulso transmitido es algo ilógico, se descarta la idea de que solo exista un objeto. También, por el mismo motivo, se descarta la idea de la presencia de tres objetos (asociados a los tres cajones que forman la señal recibida). Por lo tanto, se concluye que hay presentes dos objetos, a 60 y 66 Km, los cuales se superponen en un intervalo de la señal que recibe el radar.

Este sencillo análisis fue posible dado que la señal recibida no contiene ningún tipo de contaminación.

Si la señal tuviera ruido, y no se pudiera deducir la

cantidad de objetos con solo observar la forma de la figura, sería coherente recurrir nuevamente a la correlación circular (entre la señal recibida y la transmitida) habiendo entendido el análisis realizado a la señal 1 contaminada.

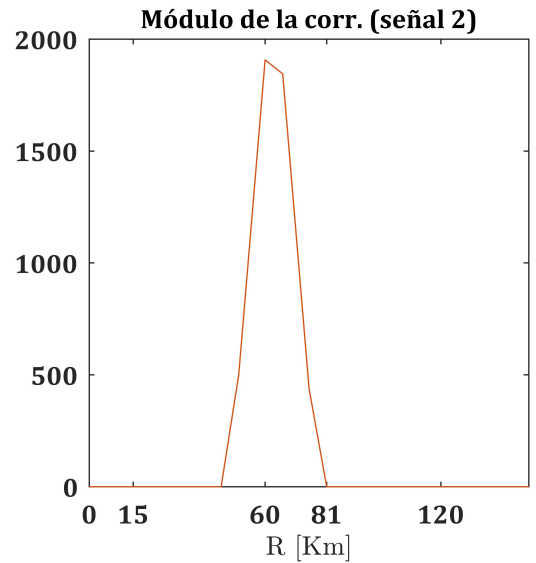


Fig. 6. Corr. circular (módulo) entre señal transmitida y recibida.

Es inesperado obtener solo una figura símil triangular, en lugar de dos, sabiendo de la presencia de dos objetos distintos. Esto ocurre por la naturaleza de la señal transmitida y por la cercanía con la que cuentan los cuerpos detectados.

Si la señal 2 estuviera contaminada, la Fig. 6 podría inducir un error al intentar definir la cantidad de elementos registrados por el radar. A modo de evitar confusiones y conclusiones erróneas, se pueden transmitir señales *up-chirp*. Como se verá en la siguiente sección, estas representan una mejor alternativa como pulsos electromagnéticos.

IV-D. Señal 3 - Ideal y contaminada

Bajo el mismo escenario que el de la señal 2, si en lugar de transmitir un cajón en el tiempo, se transmite una señal *up-chirp* el radar recibe la señal *radarRx3* (señal 3).

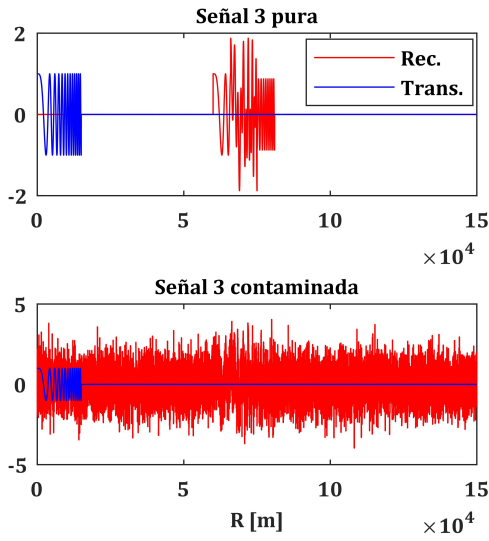


Fig. 7. Comparación de señal 3 pura y contaminada.

De la señal 3 pura, puede notarse la similitud en amplitud con la señal 2 (debido a que están bajo las mismas circunstancias espaciales). Sin embargo, se dificulta más deducir la cantidad de objetos. Para ambas señales, pero especialmente para la contaminada, se requiere un análisis extra ya que no brindan mucha información por sí solas.

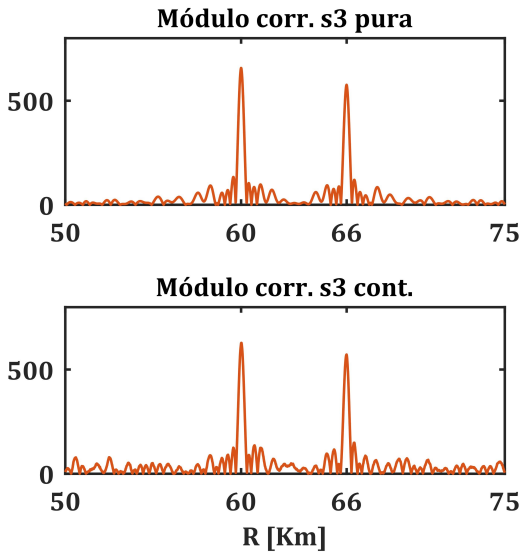


Fig. 8. Comparación de la correlación circular, señal pura y contaminada.

Realizado el cálculo de la correlación circular entre la señal 3 (pura y contaminada) y la *up-chirp*, puede verse de la Fig. 8 el gran parecido que tienen ambas. Lo más importante es que difieren en forma de la Fig. 6, teniendo dos picos

pronunciados en los valores de distancia que se dedujo que estaban los objetos.

A diferencia de la señal cajón, esta señal transmitida tiene un menor "tiempo de correlación" (o rango de correlación, teniendo en cuenta el eje con el que se trabaja) lo que significa una mejora en la resolución en rango. En otras palabras, requiere menor distancia para detectar objetos por separado.

En conclusión, pudo verificarse la deducción de la presencia de dos objetos en 60 y 66 Km de distancia del radar. También se demostró la mayor utilidad que tiene la transmisión de señales *chirp* por sobre los pulsos de amplitud constante, especialmente, en las aplicaciones prácticas ya que no es común la recepción de señales puras o ideales (sin ruido).

Por último, los análisis descriptos en este trabajo muestran el poder de la correlación circular (y, por ende, de la convolución circular y del algoritmo *FFT*) como herramientas de trabajo en el procesamiento de señales; particularmente de aquellas contaminadas.

V. ANEXO

V-A. FUNCIONES

1. Reflexión circular de un vector

```
function y=vectorRef(x)
    y(1)=x(1);
    for i=2:length(x)
        y(i) = x(length(x)-i+2);
    end
end
```

2. Correlación circular entre dos vectores

```
function f=correlfft(x,y)
    y=conj(y); y=vectorRef(y);
    f=ifft(fft(x).*fft(y));
end
```

3. Cálculo de TDF y generación de vector de frecuencias

```
function [X_shift, f] = fft_kit(x,fs)
    X=fft(x);

    N=length(X);
    % Si N es par
    if(mod(N,2)==0)
        f = (-fs/2 : (fs/N) : ...
            ((N-1)/N)*(fs/2));
    else
        % Si N es impar
        f = (((N-1)/N)*(-fs/2)): ...
            (fs/N) : ((N-1)/N)*(fs/2);
    end

    X_shift = fftshift(X);
end
```