$x, \quad 0 \leqslant x \leqslant 503$

$$X \equiv \begin{cases} a \mod 7 \\ b \mod 8 \\ c \mod 9 \end{cases}$$

$X_1 \; X_2 \; X_3$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(1) JE FAIS LES ETAPES AVEC LA SUITE REECRIRE

$$X_1 \equiv \begin{cases} 1 \mod 7 \\ 0 \mod 8 \\ 0 \mod 9 \end{cases} \qquad X_2 \equiv \begin{cases} 0 \mod 7 \\ 1 \mod 8 \\ 0 \mod 9 \end{cases} \qquad X_3 \equiv \begin{cases} 0 \mod 7 \\ 0 \mod 8 \\ 1 \mod 9 \end{cases}$$

$X_1, X_2, X_3 \in \mathbb{Z}$

(2) FAIRE $7 \cdot 8 \cdot 9 = 504$.

Remarquer que il faut trouver x compris entre $0 \leqslant x \leqslant 503$ ← $(504-1)$

2.1 FORMULER LE PROBLEME + GENERALEMENT ECRIRE COMME CI DESSOUS.

ON CHERCHE $X \mod 504$

tel que $X \equiv \begin{cases} a \mod 7 \\ b \mod 8 \\ c \mod 9 \end{cases}$

2.2. DONNER DES NOMBRES AU HASARD POUR a, b, c

ex $\underline{a=16}$
$\underline{b=21}$
$\underline{c=34}$

$$\boxed{X^* = a X_1 + b X_2 + c X_3}$$ A CALCULER.

2.3 CALCULER X_1, X_2, X_3

2.3.1 CALCUL DE X_1

REECRIRE $X_1 \equiv \begin{cases} 1 \mod 7 \\ \underline{0 \mod 8} \\ \underline{0 \mod 9} \end{cases} \longrightarrow X_1 \equiv 0 \begin{cases} \mod 8 \\ \mod 9 \end{cases}$

Reprise

↓ impose le choix

$X_1 = \underline{8} \times \underline{9} \times \underline{k_1}$

ENSUITE LA CONTRAINTE $X_1 \equiv \mod 7 \longrightarrow \underline{k_1}$ tq $[k_1]_7 = [8 \times 9]_7^{-1}$

Calculs : $[k_1]_7 = [8\times9]_7^{-1} = [1\times2]_7^{-1} = [4]_7$

CLASSE INVERSE

$2x = 7y + 1$

Si $y = 1$

$x = 4.$

Ainsi $k_1 = 8\times9\times4 = \boxed{288}$

2.3.2. CALCUL de X_2

$X_2 = 7\times9\times k_2$

k_2 tq $[k_2]_8 = [7\times9]_8^{-1} = [63]_8^{-1} = [7]_8^{-1} = [-1]_8$

Ainsi $k_2 = 7\times9\times-1 = -63$

$X_2 \rightarrow \boxed{-63}$ convient

2.3.3. CALCUL DE X_3.

$X_3 = 7\times8\times k_3$

$X_3 \equiv \bmod 9 \rightarrow k_3$ tq $[k_3]_9 = [7\times8]_9^{-1}$

$[7\times8]_9^{-1} = [56]_9^{-1} = [2]_9^{-1} = [-4]_9$

Ainsi $k_3 = 7\times8\times-4 = -224$

$X_3 \rightarrow \boxed{-224}$ convient

③ APPLIQUER LES RESULTATS OBTENUS A LA FORMULE.

RAPPEL $\boxed{X^* = aX_1 + bX_2 + cX_3}$

Donc $\boxed{X^* = 288a - 63b - 224c}$

$X^* = 288\cdot16 - 63\cdot21 - 224\cdot34$

$= 4608 - 1323 - 7616 = -4331$

④ EFFECTUER LA DIVISION EUCLIDIENNE de X^* PAR mod 504

$X^* = -4331 = -9\cdot504 + \boxed{205}$ r

donc $\boxed{X = 205}$ solution trouvée.

⑤ EFFECTUER LA VERIFICATION.

5.1 CALCULER LES PGCD des mod sur X

FAIRE PGCD (205,7)

PGCD (205,8)

PGCD (205,9)

$$205 \equiv \left|\begin{array}{l} 2 \bmod 7 \\ 5 \bmod 8 \\ 7 \bmod 9 \end{array}\right.$$

5.2 CONTROLER QUE a, b, c est congru des resultats obtenus mod x, y, z (7, 8, 9 dans notre exemple)

$a = 16 \equiv 2 \bmod 7$

$b = 21 \equiv 5 \bmod 8$

$c = 34 \equiv 7 \bmod 9$

, donc on a bien $X \equiv \begin{array}{l} a \bmod 7 \\ b \bmod 8 \\ c \bmod 9 \end{array} \Big| \; 0 \leq X \leq 503.$