EQ. D
MC4

RESOLUTION D'EQUATIONS DIOPHANTIENNES A 3 VARIABLES OU +

ETAPE 1

1. EXEMPLE DONNÉ AVEC (E) SUIVANT :

$$37x_1 - 39x_2 + 26x_3 = 4$$

2. ESSAYER DE REPERER UN MULTIPLE SUR 2 TERMES OU SINON TROUVER LE PGCD SUR 2 TERMES

$$37x_1 \underline{-39x_2 + 26x_3} = 4$$

$$\downarrow$$

$$37x_1 + 13y = 4$$

ICI ON REPERE UN MULTIPLE DE 3 → 13

OU SI JE N'ARRIVE PAS A REPERER VISUELLEMENT JE FAIS LE PCGD DE 2 TERMES

PGCD (39,26) = 13

⚠ MON PGCD EST 13, ENSUITE..

3. JE REMPLACE LE RESULTAT A DROITE PAR 1Y
CMT ? → JE DIVISE TOUT LES TERMES PAR LE PGCD TROUVE PRECEDEMMENT : 13.

$$\cancel{37x + 13y = 4}$$

$$\cancel{37x_1} \quad \cancel{13y}$$

3.A QU'EST CE QUE $13y$?

$$-39x_2 + 26x_3 = 13y$$

3.B JE DIVISE CHAQUE TERME DE L'EGALITÉ PAR LE PGCD, QUI EST 13.
AINSI JE TROUVE $1y$.

$$\frac{-39x_2}{PGCD} + \frac{26x_3}{PGCD} = \frac{13y}{PGCD} \Rightarrow \frac{-39x_2}{13} + \frac{26x_3}{13} = \frac{13y}{13}$$

$$= -3x_2 + 2x_3 = y$$

J'OBTIENS LE COUPLE SUIVANT :

$$\boxed{\begin{array}{l} 37x_1 + 13y = 4 \\ -3x_2 + 2x_3 = y \end{array}}$$

J'EFFECTUE ENSUITE DES RESOLUTIONS SEPARÉES SUR CHAQUE LIGNE DU COUPLE $\xrightarrow[\text{METHODES}]{2}$ - SOIT PAR TATONNEMENT
- SOIT AVEC L'ALGORITHME D'EUCLIDE

RESOLUTIONS SEPARÉES
EQUATIONS DIOPHANTIENNES A 3 VARIABLES ou +

ETAPE 2

1. REECRIRE LA PREMIÈRE LIGNE DU COUPLE DE SOLUTIONS PRECEDENT

$$37x_1 + 13y = 4$$

=> SOLUTION PAR TATONNEMENT : RAISONNEMENT ?

- J'AI 2 FACTEURS : $37x_1$ et $13y$
- JE CHERCHE A OBTENIR 4.
- EN REMPLAÇANT x_1 et y PAR DES CHIFFRES, PUIS-JE ARRIVER A OBTENIR 4 RAPIDEMENT ? ici oui.

Si $x_1 = -2$ ET $y = 6$ ALORS → $37 \times -2 + 13 \times 6 = 4$

CAR $-74 + 78 = 4$

ON ECRIT $37x_1 + 13y = 4$: $(x_1, y) = (-2, 6)$ EST SOLUTION EVIDENTE (PAR TATONNEMENT).

JE REMPLACE ENSUITE x_1, y PAR x_0, y_0 EN ECRITURE.

2. A PARTIR DE LA SOLUTION EVIDENTE TROUVÉE RECHERCHER TOUTES LES SOLUTIONS.

2.A REECRIRE LES DIFFERENTS ELEMENTS :

$x_0 = -2$ $y_0 = 6$ $a = 37$ $b = 13$ $d = 1$

PGCD

⚠ $d = 1$ PARCE QUE LE PGCD$(37, 13) = 1$

2.B REPRENDRE LA RÈGLE ET REMPLACER AVEC LES ELEMENTS

$$\boxed{\begin{aligned} x &= x_0 + k\frac{b}{d} \\ y &= y_0 - k\frac{a}{d} \end{aligned}}$$

ici →

$$x = -2 + k\frac{13}{1} = -2 + 13k_1$$

$$y = 6 - k\frac{37}{1} = 6 - 37k_1$$

(on rajoute à k qu'il est k_1)

TOUTES LES SOLUTIONS $(x_1, y) = (\boxed{-2 + 13k_1} ; \boxed{6 - 37k_1})$ → y

J'AI TROUVÉ MA PREMIERE INCONNUE : x_1

3. JE POURSUIS EN FAISANT LE MÊME RAISONNEMENT AVEC LA DEUXIÈME LIGNE DU COUPLE DE SOLUTIONS :

3.A RÉÉCRITURE

$$-3x_2 + 2x_3 = Y$$

3.B TÂTONNEMENT OU REMONTÉE ALGO. EUCLIDE : ici TÂTONNEMENT.

$-3x_2 + 2x_3 = Y$: $(x_2 ; x_3) = (-Y, -Y)$ EST SOLUTION ÉVIDENTE.

$$\Downarrow$$

$$-3 \cdot -Y + 2 \cdot -Y = 3Y - 2Y = Y$$

(J'AURAIS PU AUSSI PRENDRE $Y, 2Y$)

3.C RÉÉCRIRE LES DIFFÉRENTS TERMES

$x_2 = -Y \quad x_3 = -Y \quad b = 2 \quad c = -3 \quad d = PGCD(b,c) = 1$

3.D REPRENDRE LA RÈGLE ET REMPLACER PAR LES TERMES

? Pourquoi b, c et pas a, b ?
PARCE QUE $ax + by + cz = d$

X_2 peut être remplacé par X_0
X_3 peut être remplacé par Y_0

$$X = X_0 + k\frac{b}{d} \xrightarrow{\text{ici}} x = -Y + k\frac{2}{1} = \boxed{-Y + 2k_2}\ X_2$$

$$Y = Y_0 - k\frac{c}{d} \qquad Y = -Y - \frac{-3}{1} = \boxed{-Y + 3k_2}\ X_3$$

3.E JE RÉÉCRIS X_2 et X_3 : J'AI TROUVÉ LES DEUX AUTRES INCONNUES. + JE RÉÉCRIS NOW Y TROUVÉ DANS LA PREMIÈRE LIGNE DU COUPLE DE SOLUTIONS.

$$X_1 = -2 + 13k_1 \quad X_2 = -Y + 2k_2 \quad X_3 = -Y + 3k_2 \quad Y = 6 - 37k_1$$

4. ÉCRIRE LA SYNTHÈSE AVEC LA PHRASE CI-DESSOUS ET SUBSTITUER Y DANS LES EXPRESSIONS PAR SA VALEUR TROUVÉE

(E)

SYNTHÈSE : TOUTES LES SOLUTIONS $37x_1 - 39x_2 + 26x_3 = 4$ SONT EXACTEMENT DONNÉE PAR LES (x_1, x_2, x_3) DE LA FORME

$$\boxed{\begin{aligned} X_1 &= -2 + 13k_1 = -2 + 13k_1 \\ X_2 &= -Y + 2k_2 = -6 + 37k_1 + 2k_2 \\ X_3 &= -Y + 3k_2 = -6 + 37k_1 + 3k_2 \end{aligned}}$$

JE REMPLACE LE Y TROUVÉ DANS LA 1ère SOLUTION.

AINSI, k_1 et k_2 PEUVENT ÊTRE REMPLACÉ PAR N'IMPORTE QUELLE VALEUR.