EQ. D
M02

REMONTÉE DE L'ALGORITHME D'EUCLIDE
ÉQUATIONS DIOPHANTIENNES : MÉTHODOLOGIE RAPIDE

ICI DANS CET EXEMPLE, (E) → $\boxed{12500x - 6193y = 1}$

1. CALCULER LE PGCD (a ; b). BIEN VÉRIFIER QUE LE PGCD DIVISE c
2. UNE FOIS LE PGCD TROUVÉ, RÉÉCRIRE

$$\boxed{\begin{aligned} a &= \square b + r1 \\ b &= \square r1 + r2 \\ r1 &= \square r2 + r3 \\ r2 &= \square r3 + r4 \\ r3 &= \square r4 + r5 \end{aligned}}$$

← les r_x SONT LES RESTES, ET LES QUOTIENT DE LEUR LIGNE DU DESSUS.
$\square$ les diviseurs.

etc...

... JUSQU'À TROUVER LE rx QUI EST ÉGAL à 1.

3. RÉÉCRIRE LA LIGNE OÙ LE RESTE EST ÉGAL à 1 POUR L'ALGORITHME D'EUCLIDE TROUVÉ.

ex : $\underbrace{37}_{r2} = 12 \times \underbrace{3}_{r3} + 1 \leftarrow r4 = 1$ c

→ je repère la ligne où le reste est égal à 1, je remplace les restes par des r

$r2 = 12r3 + 1$

$1 = r2 - 12r3$

4. UNE FOIS QUE J'AI LA LIGNE $1 = \dots$ JE ME DÉBARRASSE DES r_x DU PLUS GRAND AU PLUS PETIT EN UTILISANT LES LIGNES TROUVÉES EN 2.

ex : $r_1 = \square r_2 + r_3$ soit $r_3 = r_1 - \square r_2$

CE QUI DONNE

$$\boxed{\begin{aligned} r5 &= r3 - \square r4 \\ r4 &= r2 - \square r3 \\ r3 &= r1 - \square r2 \\ r2 &= b - \square r1 \\ r1 &= a - \square b \end{aligned}}$$

POUR UN ALGORITHME D'EUCLIDE avec $a = 12500$ et $b = -6193$

$12500 = 2 \times 6193 + 114$

$6193 = 54 \times 114 + 37$

$114 = 3 \times 37 + 3$

$37 = 12 \times 3 + 1$

5. EXEMPLE AVEC $1 = r_2 - 12 r_3$

① ÉLIMINATION DE r3

$r_3 = r_1 - \square r_2$

$r_3 = r_1 - 3r_2$

$1 = r_2 - 12(r_1 - 3r_2)$

$1 = r_2 - 12r_1 + 36r_2$

② ÉLIMINATION DE r2

$r_2 = b - 54r_1$

$1 = 37(b - 54r_1) - 12r_1$

$1 = 37b - 1998r_1 - 12r_1$

$1 = 37b - 2010r_1$

③ ÉLIMINATION DE r1

$r1 = a - 2b$

$1 = 37b - 2010(a - 2b)$

$1 = 37b - 2010a + 4020b$

$1 = -2010a + 4057b$

$1 = -2010a + 4057b$