

ENSEMBLE DES SOLUTIONS (LIEN k ET k') EQUATIONS DIOPHANTIENNES : METHODOLOGIE RAPIDE

exemple : pour (E) $12500x + 6193y = 1$
 si on a trouvé une solution $-2010a + 4057b = 1$
 et que le PGCD $(12500, 6193) = 1$

TRouver l'ensemble des solutions : version ^{1^{ère} METHODE} COMPACT.

1. RECRIRE LA SOLUTION TROUVÉE

$$-2010a + 4057b = 1$$

2. RECRIRE (E) INITIAL

$$12500x + 6193y = 1$$

3. RECRIRE LES DIFFERENTS PARAMETRES ET VARIABLE TROUVÉS

$$a = 12500 ; b = 6193 ; x = -2010 ; y = 4057 ; \text{PGCD}(12500, 6193) = 1$$

4. RECRIRE (E) AVEC UNIQUEMENT DES NOMBRES ET LE PGCD

$$12500x - 2010 + 6193 \times 4057 = 1$$

5. UTILISER L'affirmation suivante sur les termes

$$x = x_0 + k \frac{b}{d}$$

$$y = y_0 - k \frac{a}{d}$$

6. Toutes les solutions sont données en remplaçant

x par son nombre trouvé, b également, et d par le PGCD

$$x = -2010 + k \frac{6193}{1} = -2010 + 6193k$$

$$y = 4057 - k \frac{12500}{1} = 4057 - 12500k$$

k est unique à y et x (identique)

7. Ecrire la solution

L'ensemble des solutions sont les couples

$$S = \left\{ (-2010 + 6193k ; 4057 - 12500k) \right\}$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

TROUVER L'ENSEMBLE DES SOLUTIONS : VERSION AVANCEE.

1. RAPPELER (REECRIRE) L'EQUATION (E)

$$12500x - 6193y = 1$$

2. REMPLACER x ET y PAR LEUR VALEUR DANS LA SOLUTION PRECÉDEMMENT TROUVÉE.

$$12500x - 2010 - 6193 \times 4057 = 1$$

3. REECRIRE L'ENSEMBLE DE L'EQUATION AVEC LE COUPLE DE SOLUTIONS TROUVÉ ET UN QUOTIENT DES NOMBRES.

$$12500x - 2010 - 6193 \times 4057 = 1$$

4. UTILISER UN MECANISME DE PASSAGE DES x A GAUCHE AVEC UN FACTEUR COMMUN, ET PARERIL POUR y .

$$12500x - 6193(y) = 12500x - 2010 - 6193 \times 4057$$

PLUS QUE DES x A GAUCHEPLUS QUE DES y A DROITEPASSAGE de ax A GAUCHE
PASSAGE de by A DROITE

$$2ax = 2by$$

$$12500x - 6193 \times 4057 = 12500x - 2010 - 6193y$$

$$12500x \times -12500 \times 2010 = 6193y - 6193 \times 4057$$

FACTORISATION

$$\rightarrow 12500(x - 2010) = 6193(y - 4057)$$

5. REECRIRE LE PGCD

$$\text{PGCD}(12500; 6193) = 1$$

ON EN DEDUIT QUE

6193 divise $(x - 2010)$ 12500 divise $(y - 4057)$

$$\text{or, si } \frac{6193}{x-2010} \text{ et } \frac{12500}{y-4057}$$

$$k = \frac{6193}{x-2010} \text{ et } k' = \frac{12500}{y-4057}$$

$$x + 2010 = 6193k$$

$$y + 4057 = 12500k'$$

 \Rightarrow

$$\begin{cases} x = 6193k - 2010 \\ y = 12500k - 4057 \end{cases}$$

L'ENSEMBLE DES SOLUTIONS.

6. REECRIRE LA SOLUTION.

L'ensemble des solutions
sont les couples

$$S = \left\{ (6193k - 2010; 12500k - 4057) \right\}$$

$$k \in \mathbb{Z}$$