Corollaire du TRC.

ÉNONCÉ : Résoudre $\boxed{7x^2-16X+36 \equiv 0 \bmod 504}$

① $\boxed{504 = 7\cdot 8\cdot 9 \text{ avec } 7, 8, 9 \text{ premiers entre eux.}}$

TROUVER UNE SUITE DE 3 NOMBRES QUI PERMET D'OBTENIR LE MODULO 504 EN LES MULTIPLIANT.

② APPLIQUER LE TRC

$$\Phi([x]_{504}) = ([x]_7, [x]_8, [x]_9)$$

AIDE ! VOIR ADC 10

2.1. ÉCRIRE L'INVERSE

$$\Phi^{-1}([a], [b], [c]) = \left[\frac{504}{7}a + \frac{504}{8}b + \frac{504}{9}c\right]_{504}$$

avec
$$[k_1] = \left[\frac{504}{7}\right]_7^{-1} = [8\times 9]_7^{-1} = [1\times 2]_7^{-1} = [4]_7$$
$$[k_2] = \left[\frac{504}{8}\right]_8^{-1} = [7\times 9]_8^{-1} = [1\times -1]_8^{-1} = [-1]_8$$
$$[k_3] = \left[\frac{504}{9}\right]_9^{-1} = [7\times 8]_9^{-1} = [-1\times -2]_9^{-1} = [-4]_9$$

CLASSES INVERSES VOIR ADC 10

72, 63, 56

Donc $\boxed{\Phi^{-1}([a]_7, [b]_8, [c]_9) = [8\times 9\times 4\,a \cdot -1\times 7\times 9\,b \cdot 7\times 8\times -4\,c]_{504} \\ = [288a \; -63b - 224c]_{504}}$

③ REPRENDRE L'ÉQUATION EN 1 : COMME Φ EST UN ISOMORPHISME ON A

$$\boxed{7x^2-16x+36 \equiv 0} \bmod 504 \Leftrightarrow 7x^2-16x+36 \equiv 0 \; \begin{cases} \bmod 7 \\ \bmod 8 \\ \bmod 9 \end{cases}$$

④ EFFECTUER LES RÉSOLUTIONS SÉPARÉES SUR CHAQUE MODULO.

7%7 16%7 36%7

mod 7 : On a $7x^2 - 16X + 36 \equiv 0x^2 - 2X + 1 \bmod 7$

donc $7x^2-16X+36 \equiv 0 \bmod 7 \Leftrightarrow -2x+1 \equiv 0 \bmod 7$

donc $-2x+1 \equiv 0 \bmod 7 \Leftrightarrow 2x \equiv 1 \bmod 7$

$\Leftrightarrow$ veut dire donc, equivaut à

or $-2x \equiv -1 \bmod 7$
$= 2x \equiv 1 \bmod 7$

TROUVER X PAR TATONNEMENT SIMPLE COMME CECI

$$2\cdot\square - 7 = 1$$

↳ ON VOIT ICI PAR ÉVIDENCE QUE SI JE METS 4 J'OBTIENS 1.

donc $2x \equiv 1 \bmod 7 \Leftrightarrow \boxed{X \equiv 4 \bmod 7}$ ⟶ NOMBRE 1 SOLUTION POSSIBLE mod 8 : On a $7x^2-16x+36 \equiv -x^2 - 0 \cdot x + 4 \mod 8$

donc $7x^2-16x+36 \equiv 0 \mod 8 \iff -x^2+4 \equiv 0 \mod 8$

donc $-x^2+4 \equiv 0 \mod 8 \iff \cancel{-}x^2 \equiv \cancel{-}4 \mod 8 \iff x^2 \equiv 4 \mod 8$

donc $x \equiv -2 \mod 8$

$\square^2 - 8 = 4$

noter 2 (pour les triplets) solutions $+2$, -2

(-2) résoud le problème de manière suivante : on retombe sur 4.

mod 9 : $7x^2-16x+36 \equiv -2x^2+2x+0 \mod 9$

Δ -(-2)

donc $7x^2-16x+36 \equiv 0 \mod 9 \iff -2x^2+2x \equiv 0 \mod 9$

donc $-\cancel{2}x^2+\cancel{2}x \equiv 0 \mod 9 \iff -x^2+x \equiv 0 \mod 9$

factorisation. $-x^2+x \equiv 0 \mod 9 \iff x(x-1) \equiv 0 \mod 9$

x^2+x
$= x \cdot x + 1x$
$= x(x+1)$

$x(x-1) = 0$

$\iff x \equiv 0$ ou $1 \mod 9$

noter 2 (par les triplets) solutions

$\square$ quel solution evidente?

⚠ je n'ai pas la possibilité de passer un terme de l'autre côté, je dois donc obtenir 0.

(5) FAIRE LA SYNTHÈSE :

5.1 ON OBTIENT $1 \times 2 \times 2 = \boxed{4}$ TRIPLETS

$([a]_7, [b]_8, [c]_9)$ solutions de $7x^2-16x+36 \equiv 0$.

5.2 IL Y A $\boxed{4}$ SOLUTIONS DE $7x^2-16x+36 \equiv 0$.

5.3 ECRIRE LE TABLEAU DES TRIPLETS OBTENUS (+) DE REPRENDRE LA FORMULE OBTENUE EN 2.

a	b	c	$\Phi^{-1}(a,b,c)$	$[x]_{504}$
4	2	0	[1026]	$[18]_{504}$
4	2	1	[802]	$[298]_{504}$
4	-2	0	[1278]	$[270]_{504}$
4	-2	1	[1054]	$[46]_{504}$

$\boxed{288a - 63b - 224c}$

$1026 = 2 \cdot 504 + 18$

5.4 EFFECTUER UNE VERIFICATION SUR LES COMBINAISONS $[x]_{504}$

REPRENDRE

$7x^2-16x+36 \equiv 0 \xrightarrow{\text{tester les } [x]_{504}}$

ex: $7 \times \boxed{46}^2 + 36 = 14112 = 504 \cdot 28 + 0$

$7 \times 46^2 + 36 \equiv 0 \mod 504$

C'EST BON.

6. JE PEUX TESTER MES SOLUTIONS.

$\underline{ex}$: $[221]_{504}^{-1}$

$\underline{\text{RAPPEL}}$:
- $504 = 7 \times 8 \times 9$
- $\Phi^{-1}([a]_7, [b]_8, [c]_9) = [288a - 63b - 224c]_{504}$

$$\text{Donc } [221]_{504}^{-1} = \Phi^{-1}\left([221]_7^{-1}, [221]_8^{-1}, [221]_9^{-1}\right)$$

$$= \Phi^{-1}\left([4]_7^{-1}, [5]_8^{-1}, [5]_9^{-1}\right)$$

$$= \Phi^{-1}\left([2]_7, [5]_8, [2]_9\right)$$

$$= [288 \times 2 - 63 \times 5 - 224 \times 2]_{504}$$

$$= [-187]_{504}$$

$$= [317]_{504}$$

$(187 + 317 = 504)$

$221 = 7 \cdot 37 + \underline{\underline{4}}$

$4x = 7y + 1$

si $y = 1$, alors

$x =$