
CECAR
Corporación Universitaria del Caribe
FORMACIÓN CON RESPONSABILIDAD SOCIAL
VIGILADA MINEDUCACIÓN
Caribe

CECAR
Corporación Universitaria del Caribe

Ingeniería Económica

Andrea Fernanda Burbano Bustos

Series Uniformes - Aprenderá a:

- Calcular el Valor Presente
- Calcular el Valor Futuro
- Calcular el Valor de la cuota igual y periódica
- Calcular el número de pagos o tiempo de negociación
- Calcular la tasa de interés

Aplicación de Series Uniformes

- Ciertos proyectos de inversión generan flujos de efectivo constantes cada periodo de tiempo durante la transacción.
- Algunos proyectos crecen o disminuyen una cierta cantidad constante cada período.
- Es posible que ciertos proyectos generen flujos que se incrementen en un cierto porcentaje constante por cada período.

Ejemplo:

Los gastos de mantenimiento de un equipo o una maquinaria, se pueden incrementar una cierta cantidad constante cada período.

Series uniformes o Anualidades

En la vida diaria, muchos préstamos se deben pagar en cuotas iguales, es una forma de amortizar una deuda. Estas cuotas pueden pagarse al principio del período **anualidad anticipada** o al final del período **anualidad ordinaria**.

Amortizar: acabar con la deuda
Ejemplo:
pago mensual por compra a crédito de un auto, o por pago mensual de la tarjeta de crédito, o por compra de artículos a varios meses, pago de un arriendo, etc..

Se definen como una sucesión de pagos iguales o retiros iguales realizados a intervalos de tiempo igual a interés compuesto.
Es el sistema de amortización más común utilizado en créditos comerciales y bancarios.

Aunque pareciera significar que los pagos se hacen anualmente, no es así, los pagos pueden tener otra periodicidad o frecuencia. **Ejemplo**: anual, semestral, trimestral, bimestral, mensual, quincenal, semanal, diaria…

Pago, Renta, Abono, Depósito Retiro	• Egreso o de dinero en forma periódica. • Ingreso o dinero recibido en forma periódica.
Periodo	• Tiempo que transcurre entre un pago y otro, o intervalo.
Plazo de la anualidad	• Tiempo transcurrido entre la fecha inicial del primer pago hasta la fecha final del ultimo pago.

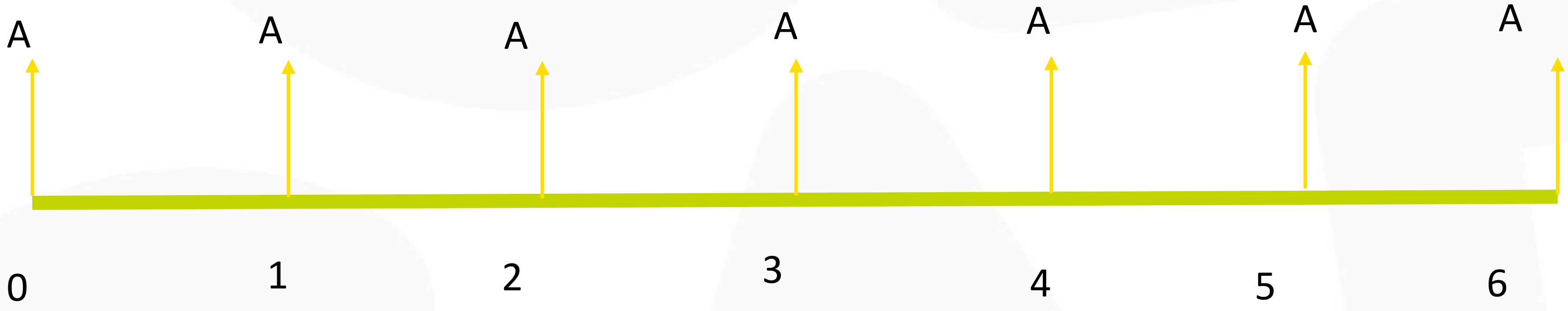
Condiciones para que una serie de pagos sea una Anualidad

1	• Los pagos son de igual valor.
2	• Los pagos se hacen a intervalos de tiempo iguales
3	• Para todos los pagos aplica igual tasa de interés
4	• El número de pagos y periodos pactados es igual

Ejemplo 1.

Los pagos son iguales y se hacen a intervalos de tiempo igual

El número de pagos no es igual al número de periodos

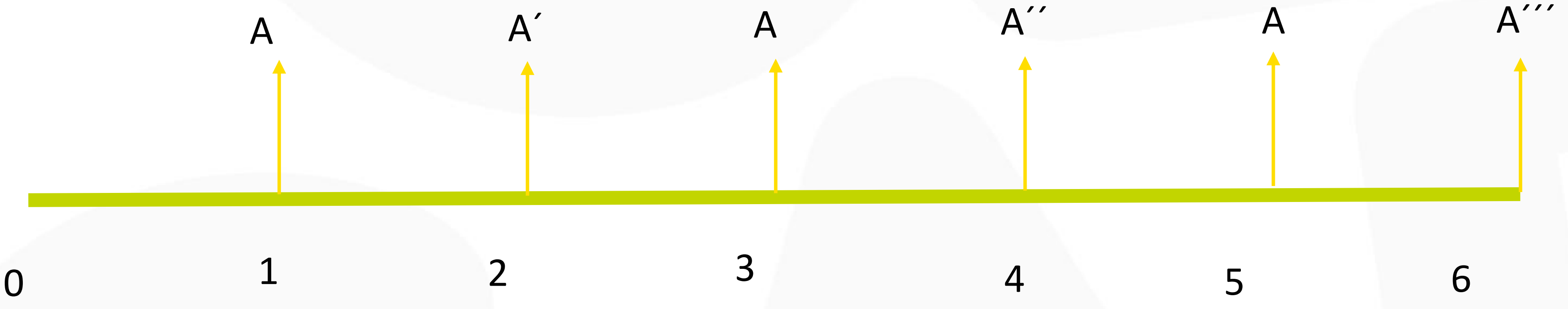


El sistema de pago no es una anualidad

Ejemplo 2.

El número de pagos es igual al número de periodos

Los intervalos de tiempo igual son iguales pero, los pagos no son iguales



El sistema de pago no es una anualidad

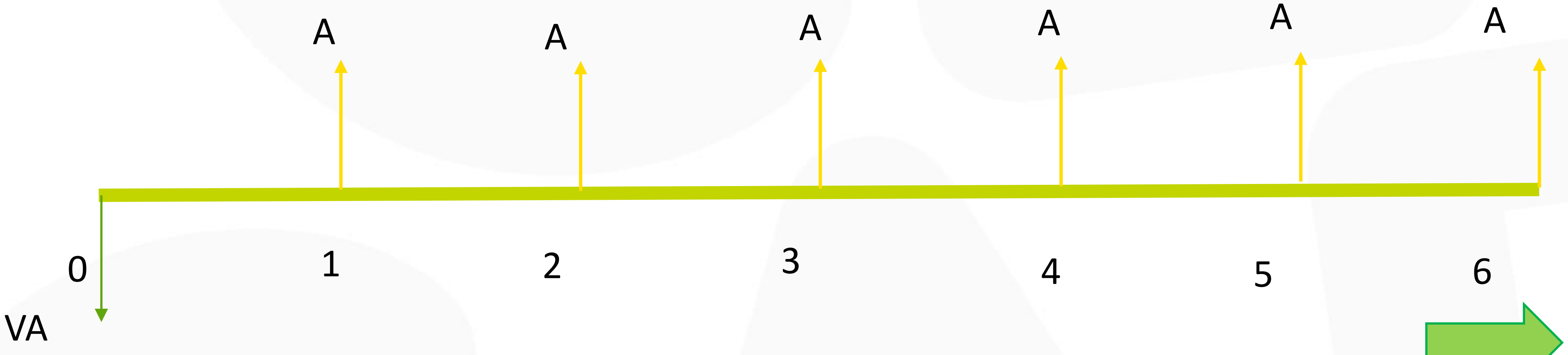
Clases de Anualidades

Anualidad Vencida	Los pagos son iguales, se hacen a intervalos de tiempo igual, el número de pagos es igual al número de períodos y la tasa de interés es la misma. Se paga al final de cada período.
Anualidad Anticipada	Los pagos son iguales, se hacen a intervalo de tiempo igual, la tasa de interés es la misma, los periodos pactados corresponden al número de pagos. Se paga al inicio de cada período.
Anualidad Diferida	Es aquella en la que el primer pago se realiza unos periodos después de iniciada la operación financiera.
Anualidad Perpetua	En este tipo de anualidad no existe un límite de tiempo, es decir, n tiende a más infinito
Anualidad Variable o Impropia	Aplica cuando se debe calcular el valor presente de una serie uniforme con tasas variables.

Anualidad Vencida

Los pagos se realizan al final del periodo

Donde i es la tasa efectiva



El sistema de pago es vencido

- Los pagos son iguales.
- Los pagos se hacen a intervalo de tiempo igual.
- i que se aplica a cada pago es la misma.
- Los periodos pactados corresponden al número de pagos o cuotas.

Cálculos con valor actual para una Anualidad Vencida

$$Vp = A\left[\frac{(1+i)^{n} - 1}{i * (1+i)^{n}}\right] \qquad A = VP\left[\frac{i * (1+i)^{n}}{(1+i)^{n} - 1}\right] \qquad n = \frac{Log(A) - Log\,(A - (i * VP))}{Log(1+i)}$$

Cálculo de valor final para una Anualidad Vencida

Donde i es la tasa efectiva

$$\text{VF} = A\,\frac{[(1+i)^{n} - 1]}{i} \qquad A = VF \,/\, \frac{(1+i)^{n} - 1}{i} \qquad n = \frac{Log(VF * i + A) - Log(A)}{Log(1+i)}$$

Cálculo de Anualidad Vencida con interés Global

$$A = \frac{VP}{n} + \text{VP} * \text{i}$$

Ejemplo

Un pequeño empresario para reponer su equipo de producción hoy, está en capacidad de realizar 36 pagos de $2´000.000 mensuales, a partir del próximo mes; si el banco que financia la operación cobra una tasa de interés del 24% N.m. ¿De cuánto dinero dispondrá para la reposición de los equipos?

Pagos A= 2´000.000

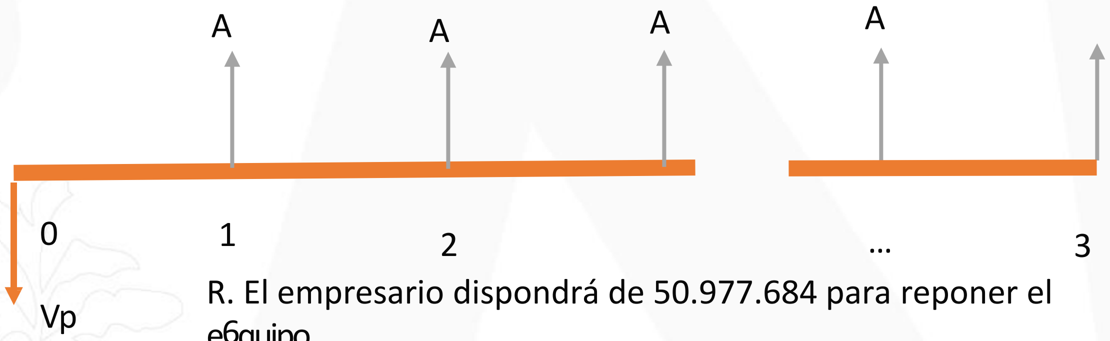
Número de pagos= 36

Tasa de Interés (j) = 24% N.M.

i=0,24/12 i= 2% E.M.

$$Vp = 2´000.000\,[\frac{(1+0{,}02)^{\wedge 36} - 1)}{0{,}02 * (1+0{,}02)^{\wedge 36}}]$$

$$Vp = 50´977.685$$



R. El empresario dispondrá de 50.977.684 para reponer el e6quipo.

Ejercicio

De cuánto deberá ser el ahorro mensual de Juan, si proyecta adquirir una casa de $100´000.000 dentro de cinco años, teniendo en cuenta que una entidad de fiducia le asegura una tasa de interés efectiva mensual del 1,7%.

Valor futuro: $100´000.000

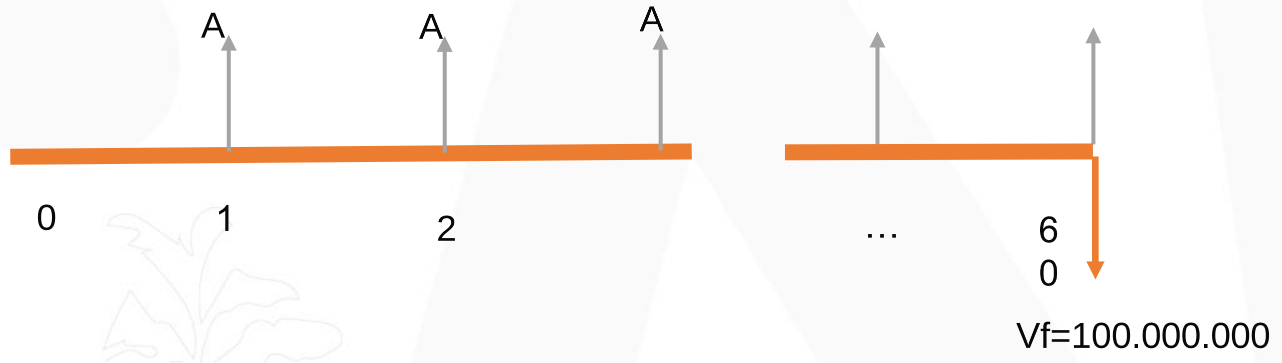
Numero de pagos: 5 años = 60 meses

(inicia un mes después de tomar la decisión)

Tasa de Interés 1,7% E.M

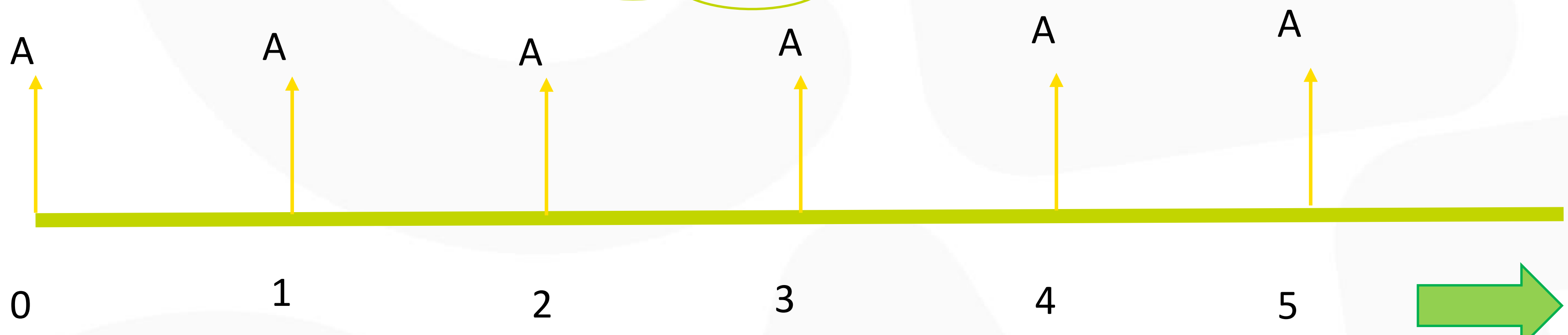
A =?

conclusión =?



Anualidad Anticipada

Los pagos se realizan al principio del periodo



El sistema de pago es anticipado

- Los pagos son iguales.
- Los pagos se hacen a intervalo de tiempo igual
- Se supone que i que se aplica a cada pago es la misma
- Los periodos pactados corresponden al número de pagos.

Cálculos de una Anualidad Anticipada

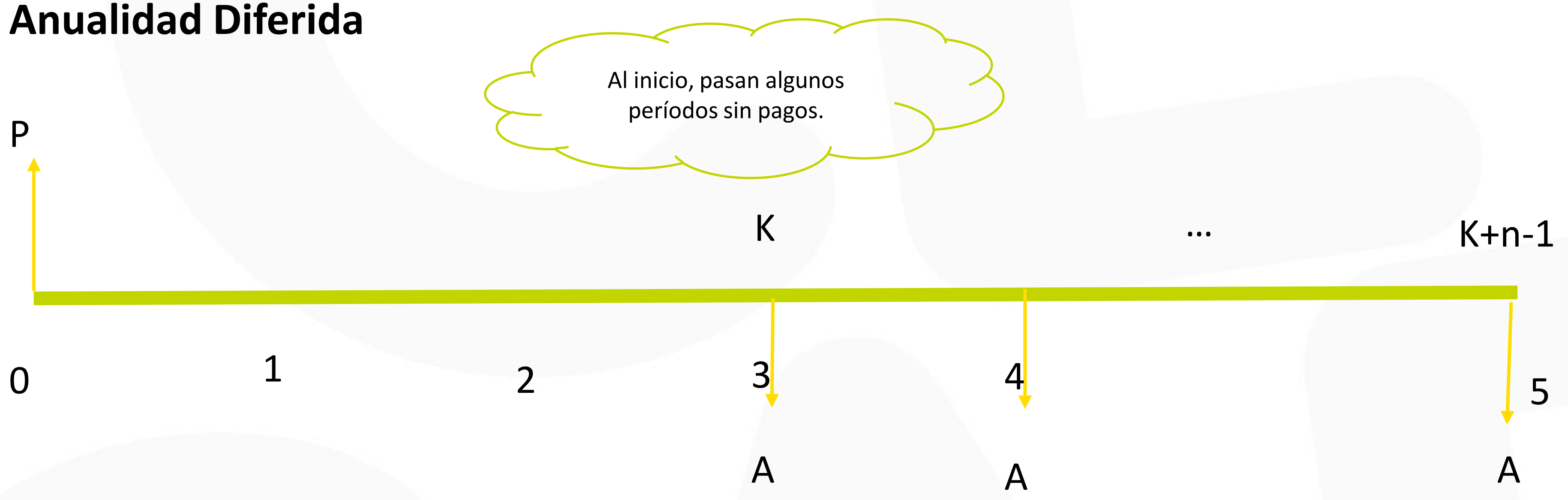
$$VP = A * (1 + i) * \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i * (1 + i)^n}\right]$$

$$A = \frac{VP}{(1 + i) * \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i * (1 + i)^{n-1}}\right]}$$

$$VF = A * (1 + i) * \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i}\right]$$

$$A = \frac{VF}{\left[\frac{(1+i)*(1+i)^n - 1}{i}\right]}$$

Anualidad Diferida



El sistema de pago es diferido

Ejemplo 1.

Calcular el valor presente en el siguiente caso, anualidad vencida.

Un pequeño empresario para reponer su equipo de producción hoy, está en capacidad de realizar 36 pagos de $2´000.000 mensuales, a partir del próximo mes; si el banco que financia la operación cobra una tasa de interés del 24% N.m. ¿De cuánto dinero dispondrá para la reposición de los equipos?

Pagos A= 2´000.000

Número de pagos= 36

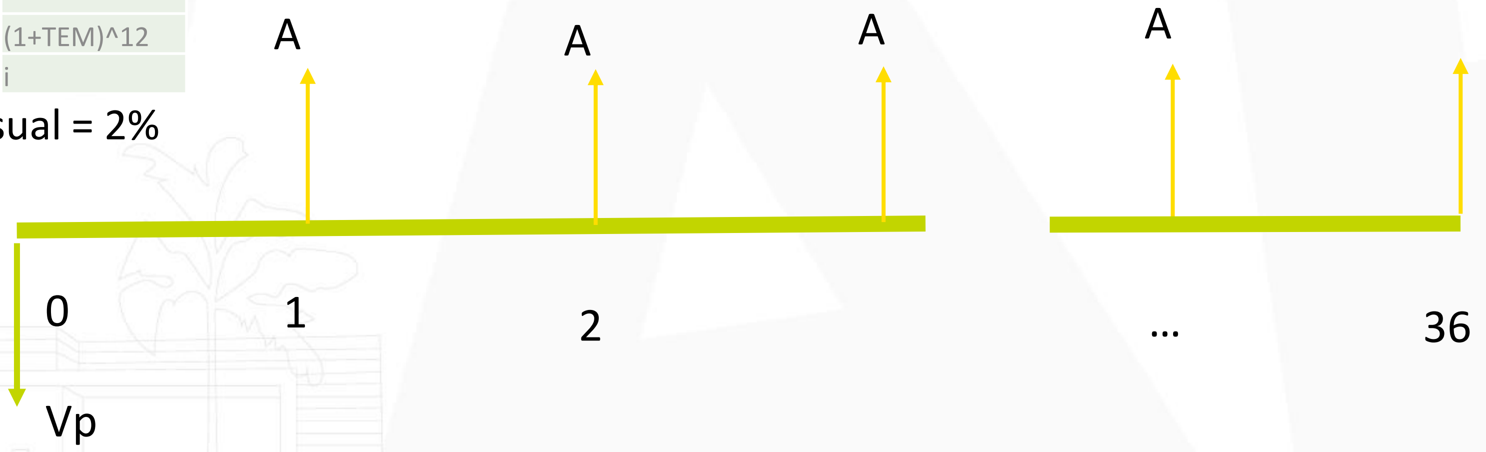
Tasa de Interés (j) = 24% N.M.

(1+TEA)	=	(1+(0,24/12))^12
TEA	=	0,26824179
(1+0,2682)	=	(1+TEM)^12
0,02	=	i

Tasa de interés mensual = 2%

$$Vp = 2´000.000\ [\frac{(1+0{,}02)^{36} - 1)}{0{,}02 + (1+0{,}02)^{\wedge 36}}]$$

$$Vp = 50´977.685$$



R. El empresario dispondrá de 50.977.684 para reponer el equipo.

Ejemplo 2.

Calcular el valor de los pagos, caso de anualidad vencida.

Andrea desea comprar un automóvil que tiene un precio de $64´000.000 a través de un crédito. Si la empresa de financiamiento ofrece las siguientes condiciones:

Valor Auto= 64´000.000

Número de pagos= 60

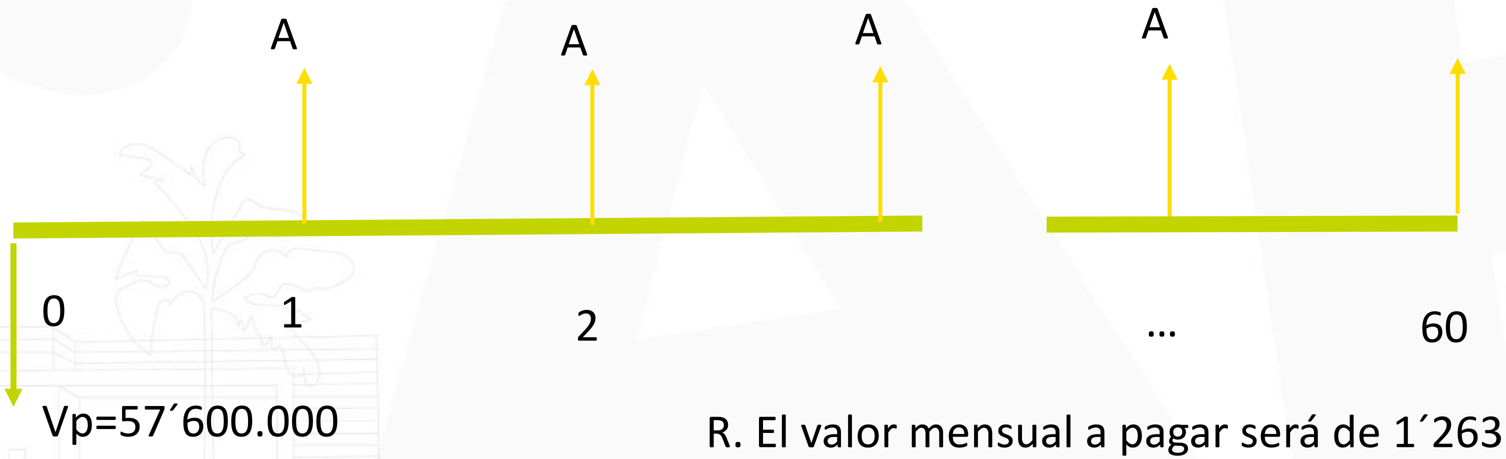
i=0,95% E.M.

Financiación: 90% del valor total

$$\mathrm{Vp} = 64´000.000 * 0,90 = 57´600.000$$

$$A = 57´600.000 \left[\frac{0,0095 * (1+0,0095)^{60}}{(1+0,0095)^{60} - 1}\right]$$

$$A = 1´263.884$$



R. El valor mensual a pagar será de 1´263.284.

Ejemplo 3.

Calcular el valor de los pagos, en un caso de anualidad vencida.

De cuánto deberá ser el ahorro mensual de Juan que proyecta adquirir una casa de $100´000.000 dentro de cinco años, si la fiducia le asegura una tasa de interés efectiva mensual del 0,7%.

Valor futuro: $100´000.000

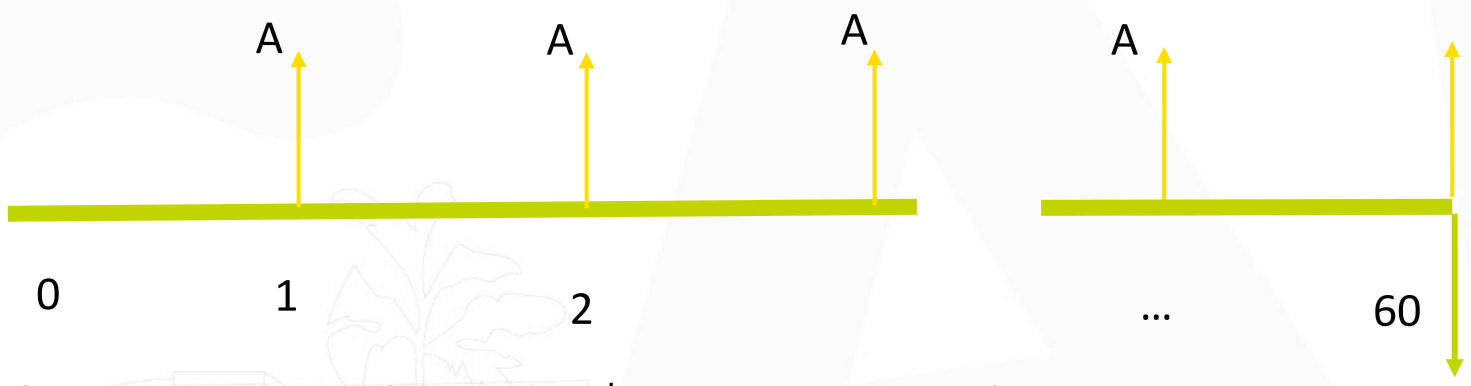
Numero de pagos: 5 años = 60 meses (inicia un mes después de tomar la decisión)

Tasa de Interés 0,7% E.M

$$A = VF \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$A = 100.000.000 * \frac{0,007}{(1+0,007)^{60} - 1}$$

A= $98.499,36



R. Juan debe proyectar un ahorro de $98.499,36 mensualmente por cinco años, para adquirir la casa.

Vf=100.000.000

Ejemplo 4.

Calcular el valor final de una Anualidad Vencida

Un padre de familia quiere conocer de cuánto dispondrá para la educación superior de su hijo, si inicia un ahorro mensual de $300.000 , un mes antes de que cumpla 10 años y hasta cuando cumpla 18 años, edad en la cual estima iniciará los estudios universitarios; la fiducia donde se realiza el ahorro asegura una de interés del 10% N.m

Recuerde:

La unidad que acompaña al porcentaje debe estar expresada en la misma unidad de los períodos. Puede pasar a tasa periódica o puede convertir los períodos de tiempo acorde a la tasa.

La tasa en 10% N.m.

Convertimos a tasa efectiva mensual.

(1+TEA)	=	(1+(0,10/12))^12
TEA	=	0,10471307
(1+0,1047)	=	(1+TES)^2
0,0083	=	i

Tasa de interés mensual= 0,083%

Numero de pagos: 8 años = 96 meses

Valor de los pagos: $ 300.000

VF= $A\frac{[(1+i)^n-1]}{i}$

VF= $300000\frac{[(1+0,00883)96-1]}{0,00883}$

VF= $300000\frac{[(1+0,00883)96-1]}{0,00883}$

VF=$45.035.895,75

R. El padre de familia, dispondrá de $45.035.895,75 luego de ahorrar $300.000 por 10 años en una entidad que le ofrece 1l 10% N.m .

Ejemplo 5.

Calcular el número de períodos en un caso de anualidad vencida.

Cuántos pagos semestrales de $600.000 deberá realizar un padre de familia para pagar la universidad de su hijo que en futuro estima le costará $4´500.000 ; el banco reconoce por este tipo de ahorros una tasa de interés del 7% N.S.

Valor futuro: $4´500´000.000

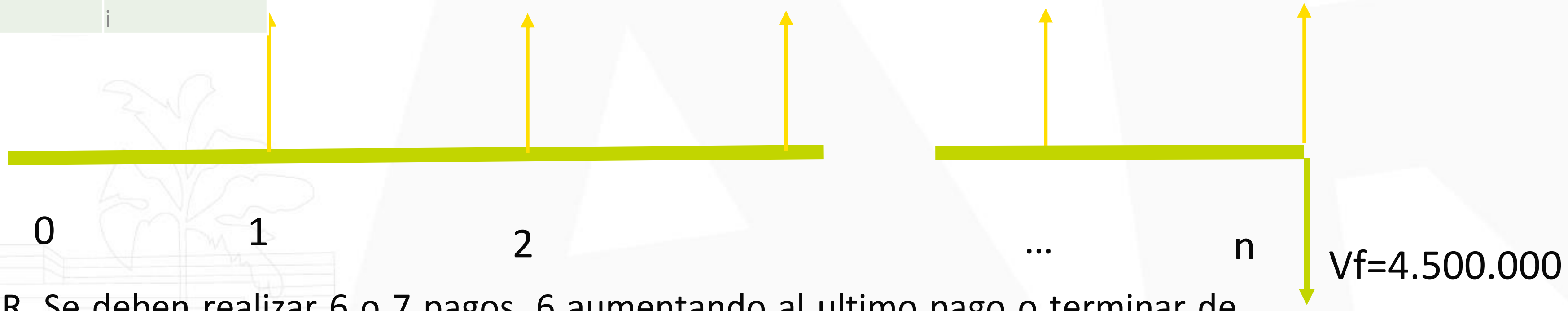
Número de pagos: ?

Tasa de Interés 7% N.S.

$$n = \frac{\text{Log}\,(4´500.000 * 0{,}035 * 600.000) - \text{Log}\,(600.000)}{\text{Log}(1+0{,}035)}$$

$n = 6{,}77$

(1+TEA)	=	(1+(0,07/2))^2
TEA	=	0,071225
(1+0,071)	=	(1+TES)^2
0,035	=	i



R. Se deben realizar 6 o 7 pagos. 6 aumentando al ultimo pago o terminar de pagar al mes 7 disminuyendo al último pago.

Ejemplo 6.

Cuántos pagos semestrales de \$600.000 deberá realizar un padre de familia para pagar la universidad de su hijo que hoy día cuesta \$4´500.000; el banco cobra tasa de interés del 3,5% ES

Valor futuro: \$4´500´000.000

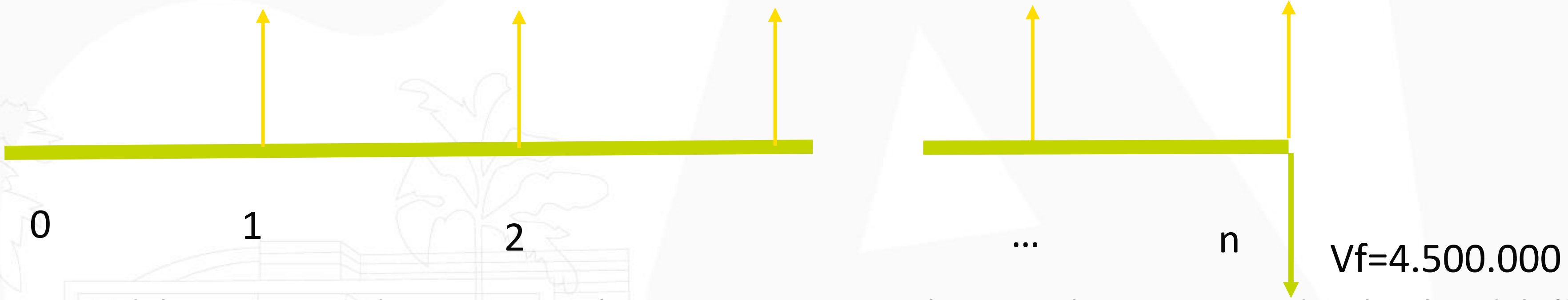
Valor de pagos: \$600.000

Número de pagos: ?

Tasa de Interés 3,5% E.S

$$n = \frac{\text{Log}\,(600.000) - \text{Log}\,(600.000 * 0{,}035 * 4´500.000)}{\text{Log}(1+0{,}035)}$$

$$n = 8{,}85$$



R. Se debe terminar de pagar en el semestre 8 o en el 9. En el 8 aumentando el valor del último pago o en el 9 disminuyendo el valor del pago.

Anualidad Perpetua

No son muy usadas.
No se conoce el período final

$$Vp = \frac{A}{i}$$

Cálculos de valor actual para Anualidad Perpetua

Aquella donde no existe un límite de tiempo, es decir, n tiende a más infinito

Donde i es la tasa efectiva

$$Vp = \frac{A}{i}$$

$$Vp = A + \frac{A}{i}$$

Cuando n tiende a más infinito, el denominador de la fracción 1/(1+i) n se hace cada vez más grande, luego la razón tiende a cero.

$$Vp = \lim_{n \to \infty} \left[\frac{A * (1+i)^n}{i(1+i)^n - 1}\right]$$

Anualidad con interés Global

Aquella donde se plantea una tasa de interés pero en realidad se cobra una tasa mayor. Supone el pago de cuotas periódicas iguales pero en realidad los intereses se calculan sobre el capital inicial. El valor de la cuota periódica tiene dos componentes: abono al capital e intereses, pero en este caso los interés no disminuirán, lo que conlleva al cobro de una tasa mayor.

Donde i es la tasa efectiva

$$A = \frac{Vp}{n} + Vp*i$$

Valor Presente de una Anualidad cuota uniforme con Tasa Variable

- En casos en que se deba calcular valor presente de cuotas uniformes con tasas variables

Mes	1	2	3	4
Tasa	1.0%	1.25	0.8%	1.5%

- Solución:

$$P=\left[\frac{200}{(1+0,01)}\right]+\left[\frac{200}{(1+0,01)(1+0,012)}\right]+\left[\frac{200}{(1+0,01)(1+0,012)(1+0,008)}\right]+\left[\frac{200}{(1+0,01)(1+0,012)(1+0,008)(1+0,015)}\right]$$

P=$779.06

- Solución mediante tablas en la hoja de cálculo:

mes	1	2	3	4
flujo	200	200	200	200
tasa	0,01	0,012	0,008	0,015
Vp	=(C23+D25)/(1+C24)	=(D23+E25)/(1+D24)	=(E23+F25)/(1+E24)	=(F23+G25)/(1+F24)

mes	1	2	3	4
flujo	200	200	200	200
tasa	1,00%	1,20%	0,80%	1,50%
Vp	779,1	586,9	393,9	197

FORMACIÓN CON RESPONSABILIDAD Social

CECAR Corporación Universitaria del Caribe

Ejemplo:

Se realiza un deposito de $12,000 cada fin de mes, durante un año en una entidad financiera que paga con tasa de interés que varía como se muestra en la tabla:

Mes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Tasa	3.0%	2,9%	3,1%	2,5%	2,7%	2,8%	3,0%	3,1%	3,2%	3,3%	3,1%

No	deposito	tasa	interes	deposito+interes	saldo
0					
1	$ 12.000,00	3,00 %			$ 12.000,00
2	$ 12.000,00	2,90 %	$ 360,00	$ 12.360,00	$ 24.360,00
3	$ 12.000,00	3,10 %	$ 706,44	$ 12.706,44	$ 37.066,44
4	$ 12.000,00	2,50 %	$ 1.149,06	$ 13.149,06	$ 50.215,50
5	$ 12.000,00	2,70 %	$ 1.255,39	$ 13.255,39	$ 63.470,89
6	$ 12.000,00	2,80 %	$ 1.713,71	$ 13.713,71	$ 77.184,60
7	$ 12.000,00	3,00 %	$ 2.161,17	$ 14.161,17	$ 91.345,77
8	$ 12.000,00	3,10 %	$ 2.740,37	$ 14.740,37	$ 106.086,14
9	$ 12.000,00	3,20 %	$ 3.288,67	$ 15.288,67	$ 121.374,81
10	$ 12.000,00	3,30 %	$ 3.883,99	$ 15.883,99	$ 137.258,81
11	$ 12.000,00	3,20 %	$ 4.529,54	$ 16.529,54	$ 153.788,35
12	$ 12.000,00	Saldo	$ 4.921,23	$ 16.921,23	$ 170.709,58

VIGILADA MINEDUCACIÓN

Referentes

MEZA, J. (2015). Matemáticas Financieras Aplicadas, 5ta Edición, Colombia. ISBN: 978-958-771-002-1

MORALES, C. (2014). Finanzas del proyecto: Introducción a las Matemáticas Financieras, Colombia.

DIAZ, A. (2013). Matemáticas financieras 5ta Edición, México.

VIDAURRI, H. (2004). Matemáticas Financieras 3ra Edición, México.