



FORMACIÓN CON RESPONSABILIDAD SOCIAL

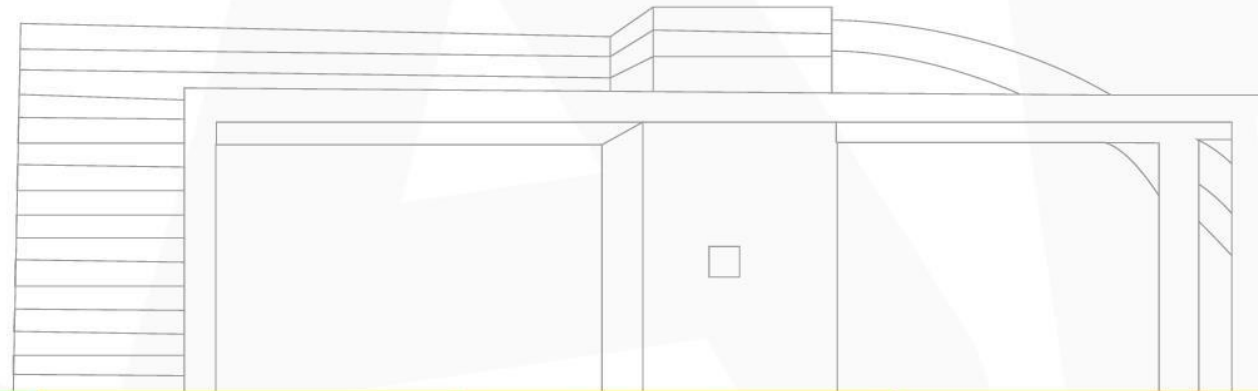
VIGILADA MINEDUCACIÓN





# Ingeniería Económica

Andrea Fernanda Burbano Bustos



# Series Variables - Aprenderá a:

- Calcular el Valor Presente
- Calcular el Valor Futuro
- Calcular el Valor o porcentaje en cual varia la cuota
- Calcular el número de pagos o tiempo de negociación
- Calcular la tasa de interés

# Series Variables o Gradientes

En escenarios de la vida diaria podemos encontrar que no siempre las cuotas son fijas. Por ejemplo al adquirir una vivienda se puede pactar el pago con cuotas variables que van aumentando o cuotas variables que van disminuyendo.

Es una serie de pagos periódicos que pueden aumentar o disminuir con relación al pago anterior. A la variación en una cantidad constante en pesos, o en un porcentaje se le conoce como Gradiente.

# Condiciones para que una serie de pagos sea un gradiente

1

- Los pagos deben tener una ley de formación (hace referencia a que los pagos pueden aumentar o disminuir)

2

- Los pagos deben ser periódicos

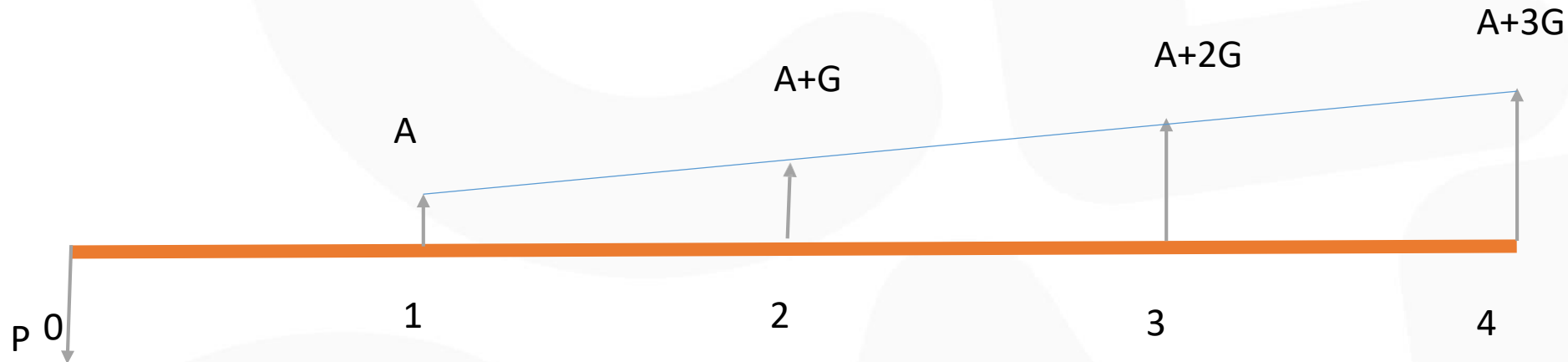
3

- La serie de pagos debe tener un valor presente equivalente y un valor futuro equivalente

4

- El número de periodos debe ser igual al número de pagos.

# Gradiente Lineal Clásico Creciente



**Valor Presente:** Es un valor ubicado en el presente, que resulta de sumar los valores presentes de una serie de pagos que aumentan cada período una cantidad constante G. Teniendo que  $F = P \cdot (1+i)^n$  Entonces:

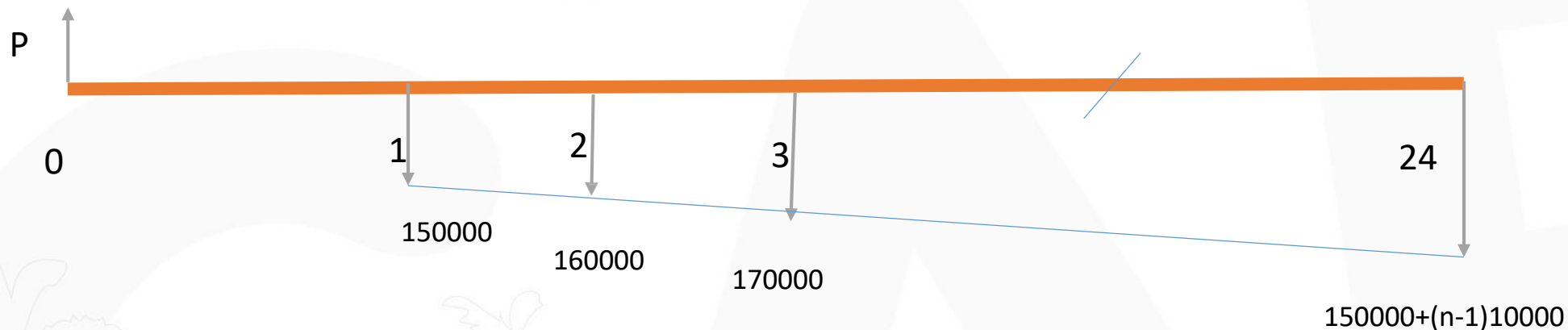
$$Vp = A \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] + \frac{G}{i} \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n} \right]$$

$$VF = A \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] + \frac{G}{i} \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right]$$

$$A = \left( VF - \frac{G}{i} \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right] \right) / \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

## Ejemplo

- El valor de una servidor de sistema se está cancelando con 24 cuotas mensuales, que aumentan cada mes en \$10.000, y el valor de la primera cuota es de \$150.000. Si la tasa de interés que está celebrando es del 3% mensual, calcular el valor de la máquina.



$$Vp = 150000 \left[ \frac{(1,03)^{24} - 1}{0,03(1,03)^{24}} \right] + \frac{10000}{0,03} \left[ \frac{(1,03)^{24} - 1}{0,03(1,03)^{24}} - \frac{24}{(1,03)^{24}} \right]$$

$$Vp = 4.250.042$$

Pagar 24 cuotas, iniciando con 150000 y que aumenten en 10000 cada mes, es equivalente a pagar hoy \$4.250.042

# Cuota – Pago

$$C_n = A + (n-1) * G$$

$C_n$  = valor de la cuota n

n = número de la cuota

A = valor de la primera cuota

G = variación de la cuota

Para el ejercicio propuesto, la cuota número 24 será:

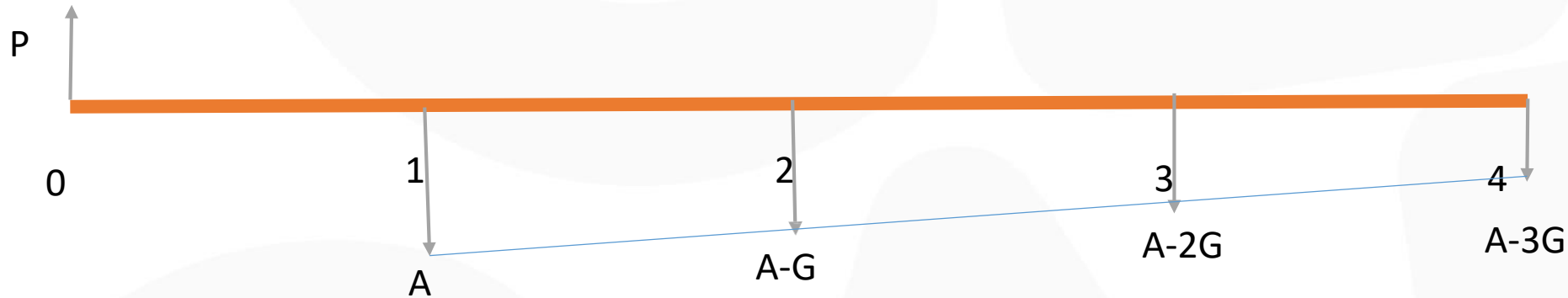
$$C_n = A + (n-1) * G$$

$$C_{24} = 150000 + (24-1) * 10000$$

$$C_{24} = 380000$$



# Gradiente Lineal Decreciente



$$Vp = A \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] - \frac{G}{i} \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n} \right]$$

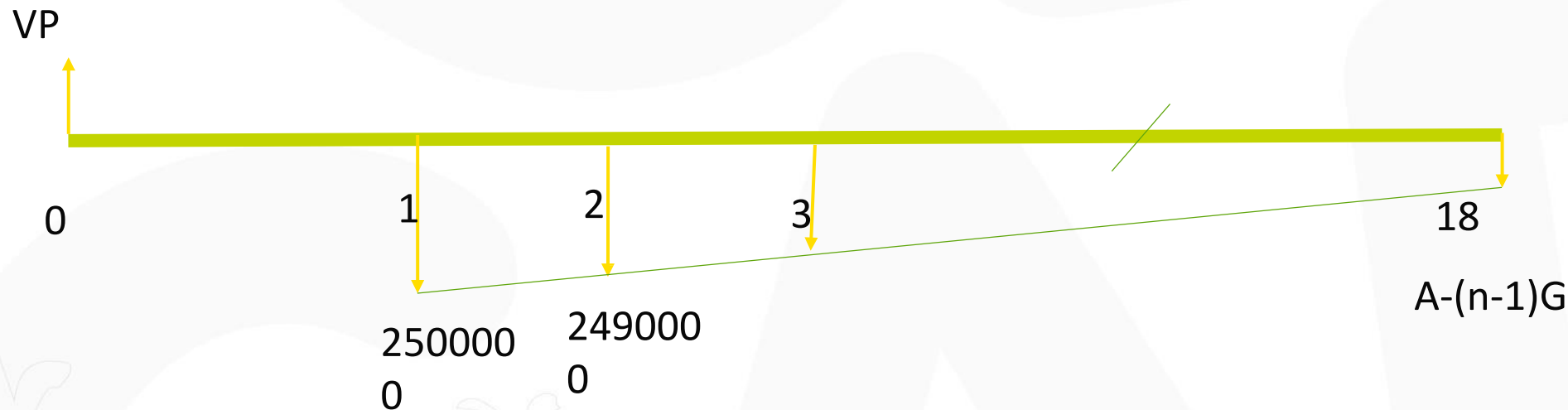
$$VF = A \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] - \frac{G}{i} \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right]$$

$$A = \left( VF + \frac{G}{i} \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right] \right) / \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

## Ejemplo 1.

### Caso gradiente lineal decreciente

Una vivienda se ésta cancelando con 18 cuotas mensuales que decrecen en \$10.000 cada mes, la primera cuota es de \$2.500.000. Si la tasa de financiación que se está cobrando es del 3% mensual, calcular el valor de la vivienda.



$$Vp = 2500000 \left[ \frac{(1,03)^{18}-1}{0,03(1,03)^{18}} \right] - \frac{10000}{0,03} \left[ \frac{(1,03)^{18}-1}{0,03(1,03)^{18}} - \frac{18}{(1,03)^{18}} \right]$$

$$Vp = 33.323.645$$

Pagar 18 cuotas, iniciando con \$2.500.000 y que aumenten en \$10.000 cada mes, a una tasa del 3% mensual, es equivalente a pagar hoy \$ 33.323.645

# Cuota -Pago

$$C_n = A - (n-1) * G$$

Para el ejercicio propuesto, la cuota número 18 será:

$$C_n = A - (n-1) * G$$

$$C_{18} = 2500000 - (18-1) * 10000$$

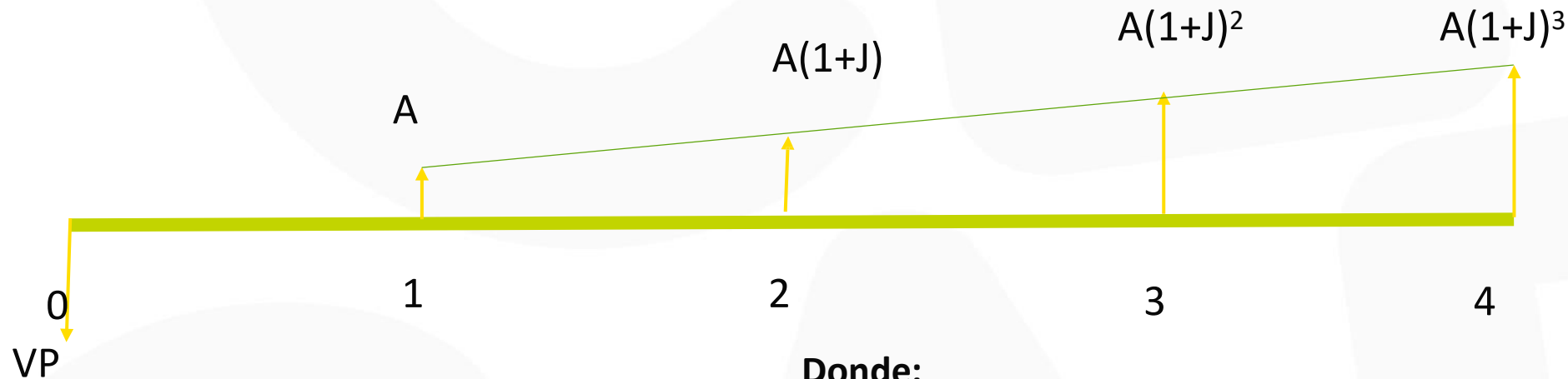
$$C_{18} = 2330000$$

# Gradiente Geométrico o Exponencial

Serie de pagos periódicos tales que cada uno es igual al anterior disminuido o aumentado en un porcentaje fijo.

**Donde Valor presente**, es un valor ubicado en el presente, equivalente a una serie de pagos periódicos que aumentan cada uno con respecto al anterior, en un porcentaje fijo.

# Gradiente Geométrico Creciente



para  $i$  diferente de  $J$

$$Vp = A \left[ \frac{(1+j)^n - (1+i)^n}{(j-i)(1+i)^n} \right]$$

$$Vp = \left[ \frac{n \cdot A}{(1+i)} \right] \text{ para } J = i$$

**Donde:**

VP=valor presente de la serie o gradiente geométrico

A=valor de la primera cuota

J= variación porcentual de la cuota con respecto a la anterior

i=tasa de interés de la operación financiera

n= número de pagos o ingresos de la operación financiera

**Cuota – Pago (A)**

$$C_n = A (1+J)^{n-1}$$



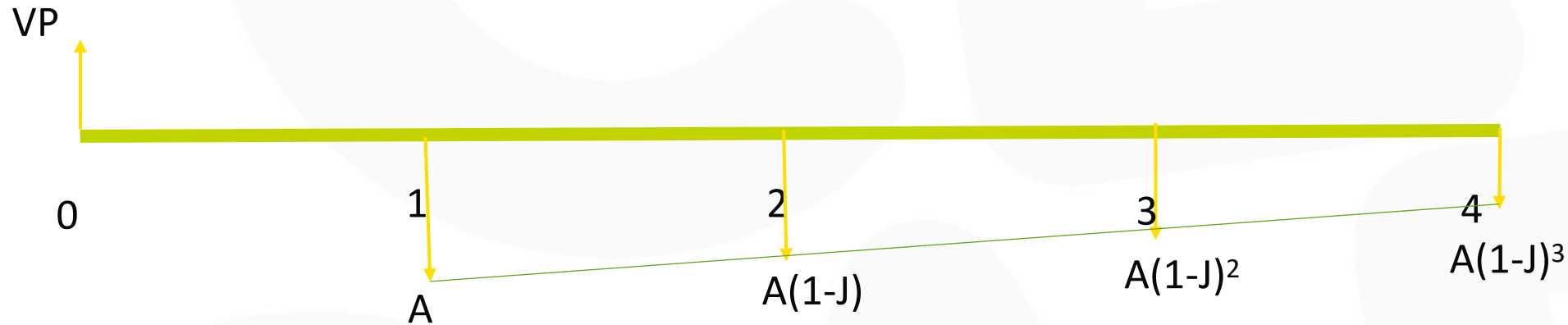
# Cuota - Pago

$$C_n = A (1+J)^{n-1}$$

$$A = VP \left[ \frac{(1-J)}{1 - (1+J)/(1+i)^n} \right] \quad \text{para } i \text{ diferente de } J \quad A = Vf \left[ \frac{(i-J)}{(1+i)^n - (1+J)^n} \right]$$

$$Vf = A \left[ \frac{(1+i)^n - (1+J)^n}{(i-J)} \right]$$

# Gradiente Geométrico Decreciente



**Valor Presente:** Es un valor ubicado en el presente, es un valor, ubicado un período anterior a la fecha del primer pago, equivalente a una serie de pagos o ingresos que disminuyen periódicamente en un porcentaje fijo ( $J$ ).

$$Vp = A \left[ \frac{(1+i)^n - (1-J)^n}{(J+i)(1+i)^n} \right]$$

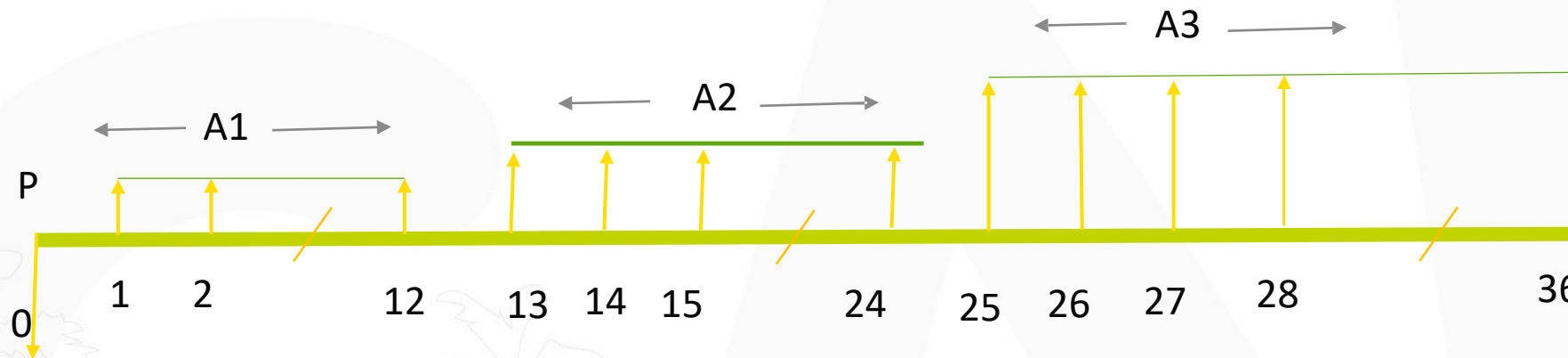
$$Vp = \left[ \frac{A}{(1+i)} \right] \quad \text{para } J = i$$

**Cuota – Pago ( $A$ )**

$$C_n = A * (1-J)^{n-1}$$

# Gradiente Escalonado

- ▶ Es una serie de pagos que permanecen iguales por un tiempo (generalmente un año) luego aumentan en una cantidad de pesos o en un porcentaje cada período.
- ▶ El gradiente escalonado puede ser lineal o geométrico dependiendo del incremento, si es en pesos o en porcentaje.

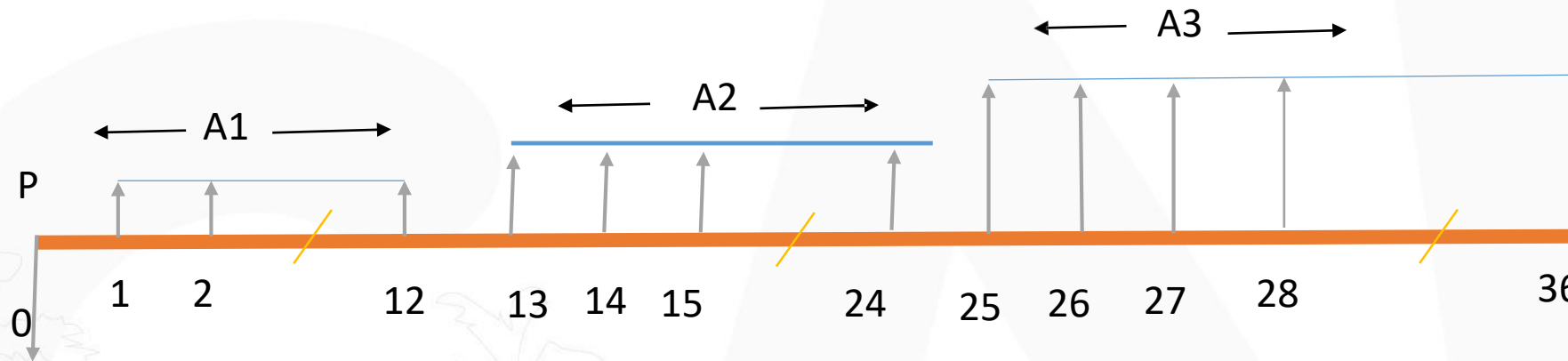


$$Vp = A \left[ \frac{(1+)^{n-1}}{(1+TEA)^E} \right] \left[ \frac{(1+TEA)^E - (1+J)}{TEA - J} \right]$$

Con esta formula se calcula el valor presente equivalente a una serie de pagos periódicos iguales durante un tiempo determinado (generalmente un año), que aumentan en un porcentaje fijo cada período (año)

# Gradiente Escalonado

- ▶ Es una serie de pagos que permanecen iguales por un tiempo (generalmente un año) luego aumentan en una cantidad de pesos o en un porcentaje cada período.
- ▶ El gradiente escalonado puede ser lineal o geométrico dependiendo del incremento, si es en pesos o en porcentaje.



$$Vp = A \left[ \frac{(1+)^{n-1}}{(1+TEA)^E - 1(1+J)} \right] \left[ \frac{(1+TEA)^E - 1(1+J)}{TEA - J} \right]$$

Con esta formula se calcula el valor presente equivalente a una serie de pagos periódicos iguales durante un tiempo determinado (generalmente un año), que aumentan en un porcentaje fijo cada período (año)

# Referentes

MEZA, J. (2015). Matemáticas Financieras Aplicadas, 5ta Edición, Colombia. ISBN: 978-958-771-002-1

MORALES, C. (2014). Finanzas del proyecto: Introducción a las Matemáticas Financieras, Colombia.

DIAZ, A. (2013). Matemáticas financieras 5ta Edición, México.

VIDAURRI, H. (2004). Matemáticas Financieras 3ra Edición, México.