PRÁCTICA 5: *Autómatas de estado finito y expresiones regulares*

1. Encuentre autómatas de estado finito que acepten cada uno de los lenguajes definidos sobre $\Sigma = \{0, 1\}$.
   (a) $\{00\}$
   (b) $\{0, 1010, 110, 001\}$
   (c) cadenas que empiezan y terminan en 1
   (d) cadenas que tienen al menos dos ceros seguidos
   (e) cadenas que terminen en 00 o bien en 11
   (f) cadenas con al menos dos símbolos consecutivos iguales
   (g) cadenas que no tengan dos símbolos consecutivos iguales
   (h) cadenas que empiezan por 1 y terminan en 11
   (i) cadenas que no contienen la subcadena 011
   (j) cadenas con un número par de ceros
   (k) cadenas con un número impar de unos y par de ceros
   (l) cadenas que representen en binario números enteros múltiplos de 3
   (m) cadenas de longitud mínima 3 cuyo segundo símbolo es igual al penúltimo

2. Dado el alfabeto $\Sigma = a, b, c$, encuentre AEF's que acepten los lenguajes:
   (a) cadenas con un número de b que sea múltiplo de 3 y no empiecen por a
   (b) cadenas que tengan a lo sumo dos b consecutivas pero que no terminen en c
   (c) cadenas con un número par de a e impar de b
   (d) cadenas que terminen en c
   (e) cadenas con un número par de a, impar de b y que terminen en c

3. Decimos que un lenguaje L es *regular* sii existe A AEF tal que $\mathcal{L}(A) = L$

   Sean L y M lenguajes regulares sobre un alfabeto Σ.

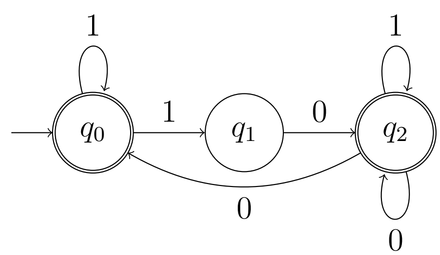
   Demuestre que los lenguajes regulares son cerrados bajo las operaciones de unión, complemento, intersección, diferencia, concatenación y estrella de Kleene.

4. Sean $A_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1^0, F_1)$, $A_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2^0 F_2)$ autómatas de estado finito determinstas. Se define $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
&Q = Q_1 \times Q_2\\
&\delta\left(\left(s_1, s_2\right), x\right) = \left(\delta_1\left(s_1, x\right), \delta_2\left(s_2, x\right)\right)\\
&F = (s, s') \in Q \mid s \in F_1 \wedge s' \in F_2\\
&q_0 = (q_1^0, q_2^0)
\end{aligned}$$

   Demuestre que $\mathcal{L}\left(A\right) = \mathcal{L}\left(A_1\right) \cap \mathcal{L}\left(A_2\right)$.

5. Siguiendo la construcción de conjuntos vista en clase, construya un AEFD que acepte el mismo lenguaje que el siguiente AEFND.



6. Considere los lenguajes descriptos por las siguientes expresiones regulares. Descríbalos por comprensión, en el caso que sean infinitos, y elabore una lista exhaustiva de las cadenas que contienen si son finitos:

   (a) $\left(x\left(yz^*\right)\right)$
   (b) x^*yz
   (c) $\left(\left(x+y\right)x\right)$
   (d) $\left(z+y\right)^*$
   (e) $\left(yy\right)^*$
   (f) $\left(x^*+y^*\right)$
   (g) $\left(\left(xx\right)+z\right)$
   (h) $\left(\left(z+y\right)+x\right)$
   (i) $\left(z+y\right)^* x$
   (j) $\left(\left(xx^*\right)yy^*\right)$
   (k) $\left(\left(xx^*\right)+\left(yy^*\right)\right)$
   (l) $\left(\left(x^*y^*\right)z^*\right)$

7. Escriba expresiones regulares que describan los siguientes lenguajes definidos sobre $\Sigma = \{x, y\}$:

   (a) Todas las cadenas formadas únicamente por un número impar de x.
   (b) Todas las cadenas que consisten en un número impar de x y un número par de y.
   (c) Todas las cadenas tales que cada y se encuentra ubicada entre un par de x.

8. Encuentre una expresión regular que represente la intersección de los lenguajes representados por cada uno de los siguientes pares de expresiones regulares:

   (a) $(x + y^*)$ y $(x + y)^*$

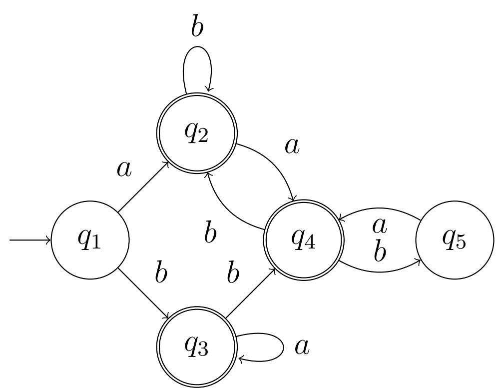
   (b) $(x\,(x + y)^*)$ y $((x + y)^*\,y)$

   (c) $(((x + y)\,y)\,(x + y)^*)$ y $(y\,(x + y)^*)$

   (d) $((x + y)\,(x + \emptyset^*))$ y $((x + y)\,(xy)^*)$

   (e) $((x + y)\,(x + \emptyset))$ y $((x + y)\,(xy)^*)$

9. Defina una expresión regular que describa al lenguaje aceptado por ej siguiente autómata de estado finito.



Sugerencia: Separe el autómata en tres autómatas A_1, A_2, A_3, cada uno de ellos con un único estado de aceptación, de forma tal que:

$$L(A_1) + L(A_2) + L(A_3) = L(A)$$

Luego, mediante la eliminación de estados defina ER para cada autómata, y combine para obtener la solución deseada.