



Nombre y Apellido: \_\_\_\_\_

## Examen Final

Las **matrices esparsas**, dispersas o ralas son un tipo particular de matrices que se distinguen por estar poco densamente pobladas, es decir, una baja proporción de sus entradas son distintas a 0. Naturalmente, una representación de matriz esparsa que almacena las entradas nulas resulta en desperdicio de memoria. Teniendo en cuenta esto, se eligen representaciones más compactas que sacrifican algo de complejidad temporal para ganar en complejidad espacial.

Por otro lado, se definen las **matrices de adyacencia** como matrices cuadradas que contienen entradas en  $\{0,1\}$ . Un 1 en  $(i,j)$  significa que  $i$  está relacionado con  $j$  según alguna relación. Por ejemplo, si consideramos la siguiente matriz de adyacencia y la relación es **amiga/o de**.

	Ana	Beto	Cecilia	Dalma	Zaira
Ana	0	1	0	0	0
Beto	1	0	0	0	0
Cecilia	1	1	1	1	1
Dalma	0	0	1	0	0
Zaira	0	0	0	0	0

entonces tenemos que Ana es amiga de Beto, Cecilia es amiga de todos y Zaira no es amiga de nadie.

1. Defina una estructura de datos para representar matrices de adyacencia esparsas.
2. Implemente inserción y eliminación sobre la estructura de datos propuesta.
3. Implemente una función es\_simetrica que determine si una matriz de adyacencia esparsa es simétrica.
4. Implemente una función r-kleen que dada una matriz de adyacencia esparsa y un número que representa un índice de la matriz, devuelva con cuántos otros índices está relacionado el índice argumento en uno o más pasos.

Dos índices  $i, j$  están relacionados en  $n$  pasos si existen  $n - 1$  índices  $k_1, \dots, k_{n-1}$  tal que

- $i R k_1$ ,
- $k_m R k_{m+1} \quad \forall m \in \{1, \dots, n-1\}$  y
- $k_{n-1} R j$ .

Se dice que los índices  $k_i$  forman un camino de  $i$  a  $j$  vía la relación  $R$  ó que  $i$  y  $j$  están relacionados en 1 o más pasos si existe un camino que los relacione por  $R$ .

$$i \xrightarrow{R} k_1 \xrightarrow{R} k_2 \xrightarrow{R} \dots \xrightarrow{R} k_{n-2} \xrightarrow{R} k_{n-1} \xrightarrow{R} j$$

Si seguimos el ejemplo de la introducción, Ana se relaciona solo con Beto y Beto solo con Ana entonces

$$\text{r-kleen}(\text{Ana}) == 1$$

Por otro lado, Dalma se relaciona solo con Cecilia pero Cecilia se relaciona con todas las demás personas entonces Dalma indirecta o transitivamente se relaciona con todas las personas también. En conclusión,

$$\text{r-kleen}(\text{Dalma}) == 4$$