



Álgebra y Geometría Analítica II 2023

PRÁCTICA 3: Sistemas de Ecuaciones.

1. En cada ítem hallar una representación paramétrica del conjunto solución de cada ecuación:

a) $2x - 4y = 0$.

b) $x + y + z = 1$.

2. En cada ítem graficar el sistema de ecuaciones. Resuelva el sistema e interprete los resultados.

a) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 1 \\ -2x + \frac{4}{3}y = -4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{1}{6}y = \frac{2}{3} \\ 4x + y = 4 \end{cases}$

3. En cada ítem resuelva el sistema de ecuaciones utilizando sustitución regresiva.

a) $\begin{cases} -x + y - z = 0 \\ 2y + z = 3 \\ \frac{1}{2}z = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x + 2y + z = 0 \\ 5x + y = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y + z = 3 \\ 3x - z = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x - 3y + 2z = 3 \\ 2x + 4y - z = 7 \\ x - 11y + 4z = 3 \end{cases}$ e) $\begin{cases} x_1 + 3x_4 = 4 \\ 2x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_2 - 2x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 5 \end{cases}$

4. En cada ítem resuelva el sistema de ecuaciones.

a) $\begin{cases} x - y = 0 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2u + v = 120 \\ u + 2v = 120 \end{cases}$

5. En cada ítem justifique por qué el sistema de ecuaciones debe tener al menos una solución. Resuelva cada sistema y determine si tiene una única solución o infinitas soluciones.

a) $\begin{cases} 4x + 3y + 17z = 0 \\ 5x + 4y + 22z = 0 \\ 4x + 2y + 19z = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x + 5y - z = 0 \\ 10x + 5y + 2z = 0 \\ 5x + 15y - 9z = 0 \end{cases}$

6. Hallar el/los valor/es de k para que el siguiente sistema tenga infinitas soluciones

$$\begin{cases} kx + y = 4 \\ 2x - 3y = -12 \end{cases}$$

7. Hallar el/los valor/es de k para que el siguiente sistema tenga única solución

$$\begin{cases} x + ky = 0 \\ kx + y = 0 \end{cases}$$

8. Para el siguiente sistema de ecuaciones,

$$\begin{cases} x + 5y + z = 0 \\ x + 6y - z = 0 \\ 2x + ay + bz = c \end{cases}$$

hallar valores de a, b y c tales que el sistema

a) tenga única solución

b) infinitas soluciones

c) no tenga solución

9. En cada item identifique las operaciones por filas elementales para obtener la nueva matriz

a)

$$\begin{bmatrix} -2 & 5 & 1 \\ 3 & -1 & -8 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 13 & 0 & -39 \\ 3 & -1 & -8 \end{bmatrix}$$

b)

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & -4 \\ -4 & 3 & 7 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 3 & -1 & -4 \\ 5 & 0 & -5 \end{bmatrix}$$

10. En cada item encuentre el conjunto solución del sistema de ecuaciones representado por la matriz aumentada

$$a) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad b) \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad c) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

11. En cada item resuelva el sistema usando eliminación Gaussiana con sustitución regresiva o bien con eliminación Gauss-Jordan

$$a) \begin{cases} 2x + 3z = 3 \\ 4x - 3y + 7z = 5 \\ 8x - 9y + 15z = 10 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 4x + 12y - 7z - 20w = 22 \\ 3x + 9y - 5z - 28w = 30 \end{cases} \quad c) \begin{cases} 2x + y - z + 2w = -6 \\ 3x + 4y + w = 1 \\ x + 5y + 2z + 6w = -3 \\ 5x + 2y - z - w = 3 \end{cases}$$

12. En cada item resuelva el sistema homogéneo correspondiente a las siguientes matrices de coeficientes

$$a) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad b) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

13. El siguiente sistema tiene una solución dada por $x = 1, y = -1, z = 2$:

$$\begin{cases} 4x - 2y + 5z = 16 & (\text{ec. 1}) \\ x + y = 0 & (\text{ec. 2}) \\ -x - 3y + 2z = 6 & (\text{ec. 3}) \end{cases}$$

Resuelva los sistemas compuestos por

a) Ecuaciones 1 y 2

b) Ecuaciones 1 y 3

c) Ecuaciones 2 y 3

Cuántas soluciones hay en cada item?

14. a) ¿Es posible que un sistema de ecuaciones lineales con menos ecuaciones que incógnitas no tenga solución? En tal caso mostrar un ejemplo.
- b) ¿Una matriz tiene una única forma escalonada? Ilustrar la respuesta con ejemplos. ¿La forma escalonada reducida es única?
15. En cada item halle una función polinomial cuya gráfica pase por los puntos dados:
- a) $(2, 4)$, $(3, 4)$, $(4, 4)$.
- b) $(0, 42)$, $(1, 0)$, $(2, -40)$, $(3, -72)$.
16. Use $\log_2 1 = 0$, $\log_2 2 = 1$, $\log_2 4 = 2$ para estimar $\log_2 3$.
17. Utilizando un adecuado sistema de ecuaciones, probar que si un polinomio $p(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ tiene raíces en $x = -1$, $x = 0$ y $x = 1$ entonces es el polinomio nulo.
18. Usar un sistema de ecuaciones para escribir la descomposición en fracciones parciales de la expresión racional. Luego resolver el sistema usando matrices.

$$\frac{3x^2 - 7x - 12}{(x+4)(x-4)^2} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{x-4} + \frac{C}{(x-4)^2}$$