



FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA
ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

ANÁLISIS MATEMÁTICO II - 2023

PRIMER PARCIAL - Abril 2023

PM - LM - LCC - PF - LF

Apellido y Nombre:

Carrera:

Legajo:

1. a) Sea $f(x) = e^x$, con $x \in [0, 1]$. Considere la partición regular P_n del intervalo $[0, 1]$ y demuestre que f es integrable, probando que para cada $\epsilon > 0$, $U(f, P_n) - L(f, P_n) < \epsilon$.
b) Halle una cota para $L(f, P_n)$, justificando adecuadamente.

2. Calcule las primitivas de las siguientes funciones:

a) $f_1(x) = \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$

b) $f_2(x) = \ln(\sqrt{x})$

c) $f_3(x) = \frac{x^4}{x^4 - 1}$

3. Indique el carácter de las siguientes integrales impropias:

a) $\int_0^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

b) $\int_0^1 \frac{1}{(x^3 + x^2 + x)^{\frac{1}{4}}} dx$

4. Sean $f(x) = x - x^2$ y $g(x) = mx$. Determine el valor de m de manera tal que el área de la región situada por debajo de la gráfica de f y por encima de la gráfica de g sea $\frac{9}{2}$.

Sugerencia: realizar un gráfico para esquematizar la situación.

5. Indique si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas justificando adecuadamente:

a) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\sin(\ln x)}{x} dx = 1$.

b) Sea f una función continua en \mathbb{R}^+ . Si $2\sqrt{x} = \int_{\alpha}^x f(t)t^{-2} dt + 6$ entonces $\alpha = 9$.

c) Si f es integrable en $[-1, 1]$ y $|f(x)| \leq \frac{3}{2} \forall x \in [-1, 1]$ entonces $\left| \int_{-1}^1 f(x)x^2 dx \right| \leq 3$.