Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Departamento de Matemática - Escuela de Ciencias Exactas y Naturales
Álgebra Lineal - LCC, LM, PM - 2024

Práctica para Parcial 2 - 03/06/2024

Nombre: Legajo: Carrera:

1. Considerar la siguiente matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -4 & 1 & -2 \\ -4 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

   (a) Calcular los autovalores de A y los autoespacios asociados.

   (b) Determinar si A es o no diagonalizable. Justificar adecuadamente.

      i. En caso afirmativo, hallar dos matrices P y D tales que $D = PAP^{-1}$ siendo D una matriz diagonal e indicar qué matriz de cambio de base es P, identificando las bases correspondientes.

      ii. Si A no es diagonalizable, hallar una forma de Jordan semejante a A indicando la matriz de cambio de base que aparece en la conjugación, identificando las bases correspondientes.

2. Considerar la matriz $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

   (a) Determinar si B es diagonalizable.

   (b) Hallar una base y la forma de Jordan de B.

3. Indicar si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas, justificando adecuadamente la respuesta:

   (a) Sea $A \in F^{n\times n}$. Entonces $\chi_A(A) = 0 \in F$, donde $\chi_A(X) = det(XI - A)$ es su polinomio característico.

   (b) Sea V un espacio euclídeo. Sea $T \in L(V)$ una tl ortogonal y λ un autovalor de T. Entonces $|\lambda| = 1$.

   (c) Sea $A \in F^{2\times 2}$ una matriz invertible. Entonces $A \in span\{I, A, A^2\}$.

   (d) Sea $A \in F^{n\times n}$ tal que existe $k \in \mathbb{N}$ con $A^k = I$ y $A^{k-1} \neq I$. Entonces, como es nilpotente, no es diagonalizable.

   (e) La matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 7/3 & -3 & \pi/2 \\ 9 & 1/2 & 3.14 & 2 & 0 \\ 7/3 & 3.14 & -4 & -\sqrt{2} & 1 \\ -3 & 2 & -\sqrt{2} & 7/3 & 7/3 \\ \pi/2 & 0 & 1 & 7/3 & 25000 \end{pmatrix}$$

   es diagonalizable y todos sus autovalores son reales.