Práctica para Parcial 1 - 18/04/2024

Nombre: Legajo: Carrera:

1. Sea $T : \mathbb{R}_1[x] \to \mathbb{R}^2$ la aplicación definida por

$$T(a + bx) = (a + 2b, 3a + 7b).$$

   (a) Pruebe que T es lineal y calcule $\ker(T)$ y $\operatorname{im}(T)$. Determine la dimensión de cada uno de estos subespacios.

   (b) Determine si T es un isomorfismo. Justifique su respuesta.

   (c) Calcule la matriz asociada a T con respecto a las bases $\mathfrak{B}_1 = \{1 + x, 3 - 2x\}$ y $\mathfrak{B}_2 = \{(2, 5), (1, 5)\}$.

....
....
....

2. Considere el espacio de funciones continuas en el intervalo $[0, 1]$ a valores reales con el producto interno usual:

$$< f, g >= \int_0^1 f(x)g(x)dx, \qquad \text{para } f, g \in C([0, 1]).$$

   Considere además el sev W de los polinomios de grado a lo sumo 2, y su base $B = \{1, x, x^2\}$:

$$W = \{p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 \in C([0, 1]) : a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}\} = span\{1, x, x^2\}.$$

   (a) Halle una b.o.n. para W.

   (b) Halle el complemento ortogonal del subespacio $U = span\{1, \sqrt{3}(2x - 1)\}$ de W.

   (c) Considere el producto interno restrigido al subespacio W. Halle la matriz del producto interno respecto de la b.o.n.