# PRÁCTICA 6: *Autómatas de Pila*

1. Para cada uno de los siguientes lenguajes, defina una gramática independiente del contexto que lo genere, y un autómata de pila que lo reconozca. Para los AP, defínalos de forma tal que al aceptar una cadena, su pila quede vacía:
   (a) $\{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$
   (b) $\{a^n b^m c^n \mid m, n \in \mathbb{N}_0\}$
   (c) $\{a^n b^{2n} c^m \mid m, n \in \mathbb{N}_0\}$
   (d) $\{a^r b^s c^t \mid r, s, t \in \mathbb{N}_0 \ \wedge \ t = r + s\}$
   (e) $\{a^r b^s c^t d^u \mid r, s, t, u \in \mathbb{N}_0 \ \wedge \ r + s = 2\,(t + u)\}$
   (f) $\left\{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\right\}$
   (g) $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ es palíndrome}\}$
   (h) $\left\{w \circ swap\,(w)^R \mid w \in \{a, b\}^*\right\}$, donde $swap\,(w)$ devuelve la cadena que se obtiene de reemplazar en $w$ cada ocurrencia de $a$ por $b$ y cada ocurrencia de $b$ por $a$
   (i) $\{a^m b^n \mid m, n \in \mathbb{N}_0 \ \wedge \ n \leq 2m\}$
   (j) $\{w \in \{a, b\}^* \mid N_a\,(w) = N_b\,(w)\}$

2. Sea $\mathcal{L}$ el conjunto de cadenas sobre $\{a, b\}$ que contienen la misma cantidad de símbolos $a$ y $b$. Analice si cada una de las siguientes gramáticas genera $\mathcal{L}$. En caso negativo, dé un contraejemplo (es decir, una cadena que sea generada por la gramática pero no esté en $\mathcal{L}$, o una cadena que esté en $\mathcal{L}$ pero no sea generada por la gramática). En todas las gramáticas el símbolo inicial es $S$.
   (a) $S \to aSb \mid bSa \mid \lambda$
   (b) $S \to aSb \mid bSa \mid \lambda \mid SS$
   (c) $S \to aB \mid bA \mid \lambda$, $B \to b \mid bA$, $A \to a \mid aB$
   (d) $S \to aSb \mid baS \mid abS \mid bSa \mid \lambda$
   (e) $S \to aB \mid bA$, $A \to a \mid Sa$, $B \to b \mid SB$

3. Muestre cómo pueden combinarse dos autómatas de pila $M_1$ y $M_2$ para formar un solo autómata que acepte el lenguaje $L\,(M_1) \cup L\,(M_2)$.

4. Muestre cómo puede modificarse un autómata de pila $M$ para que acepte el lenguaje $L(M)^*$.

5. Utilice el *pumping lemma* para lenguajes independientes de contexto para probar que los siguientes lenguajes no pueden ser aceptados por ningún autómata de pila:

   (a) $L_1 = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$

   (b) $L_2 = \{0^n \# 0^{2n} \# 0^{3n} \mid n \in \mathbb{N}_0\}$

   (c) $L_3 = \{a^n \mid n \text{ es primo}\}$
   *Sugerencia*: si $p$ es un número primo y $k$ cualquier otro número natural, la sucesión $(p, p+k, p+2k, \ldots, p+nk, \ldots)$ contiene al menos un natural que no es primo.