Práctica 3: Completitud de la Lógica Proposicional

1

Completar la demostración de soundness con las reglas que faltaron hacer en clase.

2

En teoría vimos un lema que demuestra, para cada conjunto consistente, la existencia de un conjunto consistente maximal que lo contiene. Demostrar que los Γ_n definidos en dicho lema son consistentes, para cada n natural.

3

En teoría vimos un lema que nos dice que que cualquier conjunto consistente tiene una valuación que lo hace verdadero. Es decir, si Γ es consistente, entonces existe v tal que $[\![\Gamma]\!]_v = T$. En la demostración, definimos la valuación v para el conjunto consistente maximal Γ^* que contiene a Γ (que existe por otro teorema visto en clase).
Luego, demostramos que para cualquier $\phi \in \textsc{Prop}$,

$$[\![\phi]\!]_v = T \text{ si y sólo si } \phi \in \Gamma^*$$

La prueba es por inducción en ϕ, y nos faltaron un par de casos. Completarlos.

4

Decidir cuáles de los siguientes conjuntos son consistentes:

a) $\{\neg p_1 \wedge p_2 \to p_0,\ p_1 \to (\neg p_1 \to p_2),\ p_0 \leftrightarrow \neg p_2\}$

b) $\{p_0 \to p_1,\ p_1 \to p_2,\ p_2 \to p_3,\ p_3 \to \neg p_0\}$

c) $\{p_0 \to p_1,\ p_0 \wedge p_2 \to p_1 \wedge p_3,\ p_0 \wedge p_2 \wedge p_4 \to p_1 \wedge p_3 \wedge p_5,\ ...\}$

5

Decimos que ϕ es independiente de Γ si $\Gamma \nvdash \phi$ y $\Gamma \nvdash \neg\phi$.

Demostrar que $p_1 \to p_2$ es independiente de $\{p_1 \leftrightarrow p_0 \wedge \neg p_2,\ \ p_2 \to p_0\}$.

6

Demostrar que un conjunto consistente Γ es maximalmente consistente si $\forall\phi$ se cumple que $\phi \in \Gamma$ o $\neg\phi \in \Gamma$.