

Tarea 1
Física computacional

Resuelva los siguientes ejercicios, explicando claramente su razonamiento.

1. Realice un notebook en el se programen y expliquen los siguientes algoritmos de integración de ecuaciones diferenciales:

- (a) Integración con método de Euler
- (b) Integración sobre serie de Taylor a 2° orden
- (c) Integración con método de Runge-Kutta de 2° orden
- (d) Integración con método de Runge-Kutta de 4° orden

Verifique el funcionamiento de sus integradores encontrando la solución de la siguiente ecuación diferencial para $y(t)$:

$$\ddot{x} + 0.5\dot{x} + \sin x = e^{-t} \sin(3t) \quad (1)$$

Con condiciones iniciales $\dot{x}(0) = 1$ y $x(0) = 0$

2. Utilizando los integradores anteriores encuentre el mejor paso de integración para la siguiente ecuación:

$$\ddot{y} + \ddot{y}^2 - 3\dot{y}^3 + \cos^2 y = e^{-t} \sin(3t) \quad (2)$$

Con condiciones iniciales $\ddot{y}(1) = 1$, $\dot{y}(1) = 2$, $y(1) = 1$. En particular que sucede en el intervalo $t \in [1, 2]$ y $t \in [1, 2.1]$.

3. Modifique las funciones integradoras en el problema 1 de tal manera que se puedan pasar argumentos opcionales al sistema de ecuaciones diferenciales de tal manera que se puedan modificar parámetros al momento de hacer la integración. Una vez hecho esto, obtenga la solución de la siguiente ecuación diferencial

$$\ddot{x} + \frac{1}{10}\dot{x} + 4 \sin x = \frac{1}{2} \sin(\omega t) \quad (3)$$

Con condiciones iniciales $\dot{x}(0) = 1$ y $x(0) = 0$ y para $\omega = \{1, 1.1, 1.2, 1.3, \dots, 2.9, 3\}$. Realice la gráfica de algunas soluciones que representen el comportamiento de la solución en función de ω y explique su resultado.

4. Considere el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales

$$\frac{dx}{dt} = 10(y - x) \quad (4)$$

$$\frac{dy}{dt} = x(28 - z) - y \quad (5)$$

$$\frac{dz}{dt} = xy - \frac{8}{3}z \quad (6)$$

Realice una integración numérica del sistema de ecuaciones con alguno de los integradores del problema (el más le guste) y realice los siguientes ejercicios:

- (a) Elija una condición inicial aleatoria en el $x, y, z \in [-5, 5]$ y realice la gráfica de la solución en el plano xy , xz y yz y comente sus observaciones.
- (b) Ahora tome 3 soluciones parecidas. Para ello proponga 3 condiciones iniciales tales que en la coordenada en y las condiciones iniciales difieran entre si en 10^{-2} . Explique lo que observa.

Nota: De preferencia realice integraciones con tiempos relativamente largos en los que pueda apreciar diferencias en el comportamiento de las soluciones