

Tarea Examen 1  
Física computacional

Resuelva los siguientes ejercicios, explicando claramente su razonamiento.

1. Se tiene un oscilador armónico en dos dimensiones ( $xy$ ) el que la fuerza está dada por  $\vec{F} = -k\vec{r}$  y se tiene una fricción  $\vec{f}_{fric} = -\gamma\vec{v}$  si  $|\vec{v}| < 1$ , pero cuando  $|\vec{v}| > 1$  la fricción es  $\vec{f}_{fric} = -\mu v^{3/2}\hat{v}$ . Si  $m = 1$ ,  $\gamma = 0.1$  y  $\mu = 0.2$ , resuelva las siguientes ejercicios:
  - (a) Encuentre las ecuaciones de movimiento en coordenadas cartesianas y polares.
  - (b) Utilice el método de Runge-Kutta de 4to orden para encontrar la solución a las ecuaciones de movimiento en el inciso anterior con condiciones iniciales  $\vec{r}_0 = (0, 1)$  y  $\vec{v}_0 = (\cos\theta, \sin\theta)$ , donde  $\theta = \frac{n\pi}{6}$  con  $n = 0, 1, 2, 3, \dots, 10, 11$ .
  - (c) La energía para las distintas condiciones iniciales y detenga la simulación cuando ésta sea menor al 1 % de su valor inicial.
  - (d) Dibuje las gráficas del momento angular para los casos anteriores.
  - (e) Tome de manera arbitraria alguna condición inicial y dibuje el espacio fase  $(p_x, x)$  y  $(p_y, y)$
2. Suponga que se tiene el sistema como en el problema anterior, pero ahora la partícula tiene carga  $q > 0$  y en el origen también se encuentra una partícula de carga  $q > 0$ .
  - (a) Sin considerar la fricción, ¿El sistema puede tener órbitas cerradas?. De ser así, encuentre algunas de estas órbitas o muestre que el sistema no puede tener este tipo de órbitas. (Apoye sus argumentos con alguna simulación).
  - (b) Considerando fricción, ¿El sistema puede tener órbitas cerradas?. De ser así, encuentre algunas de estas órbitas o muestre que el sistema no puede tener este tipo de órbitas. (Apoye sus argumentos con alguna simulación).
3. Se tiene una partícula de masa  $m = 1$  en un campo gravitacional  $\vec{g} = -9.8\hat{j}$  en una caja como se muestra en la Figura 1 con  $L = 10$  m y  $d = 3$  m. Realice los ejercicios con valores de  $\alpha = \pi/6$  y  $\alpha = \pi/10$

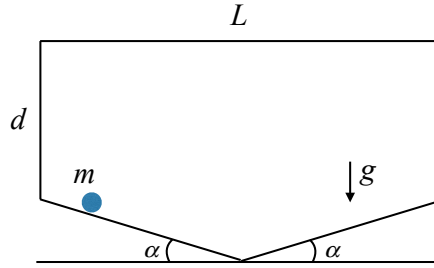


Figure 1: Caja con piso en forma de v a un ángulo  $\alpha$ .

- (a) Realice una simulación con condición inicial tal que la posición inicial es sobre la rampa a un tercio de la distancia de la pared vertical izquierda y el vértice inferior de la caja, y se dispara con velocidad  $|\vec{v}| = 1$  hacia la derecha con ángulos sobre la horizontal  $\alpha$ ,  $2\alpha$  y  $3\alpha$ . (Para que la simulación sea válida, la partícula debe rebotar al menos 20 con alguna parte de la caja)
- (b) Introduzca algún modelo de fricción y compare las trayectorias con el inciso anterior.
- (c) Dibuje el espacio fase  $p_x, x$  y  $p_y, y$  cuando no hay fricción y la partícula es lanzada hacia la derecha a un ángulo  $\alpha$  y vertical hacia arriba. Tome en cuenta el número necesario de rebotes para que la simulación pueda barrer el espacio fase de manera representativa.

4. Se tiene una partícula de masa  $m = 1$  en una caja circular como se muestra en la Figura 2. Los radios de  $a$  y  $b$  son tales que  $b = 2a$ .

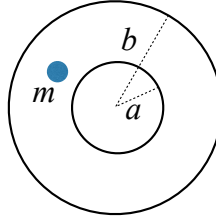


Figure 2: Caja con piso en forma de v a un ángulo  $\alpha$ .

- (a) Realice una simulación en donde la partícula realiza varios rebotes en las paredes de la caja. Suponga condiciones iniciales arbitrarias que le permitan hacer lo anterior.
- (b) ¿Existen condiciones iniciales que hagan que la partícula quede encasillada en sólo un sector de la caja?. De ser así muestre cuales son tales condiciones o demuestre porque no se pueden obtener dicha situación.
- (c) Si ahora se tiene un campo gravitacional uniforme  $\vec{g} = 10\hat{n}$ . Que condiciones iniciales se tendrían que cumplir para que la partícula sólo pueda ocupar la mitad de la dona.