

Tarea Examen 1
Física computacional

Resuelva los siguientes ejercicios, explicando claramente su razonamiento.

1. Se tiene un oscilador armónico en dos dimensiones (xy) el que la fuerza está dada por $\vec{F} = -k\vec{r}$ y se tiene una fricción $\vec{f}_{fric} = -\gamma\vec{v}$ si $|\vec{v}| \leq 1$, pero cuando $|\vec{v}| > 1$ la fricción es $\vec{f}_{fric} = -\mu v^{3/2}\hat{v}$. Si $m = 1$, $\gamma = 0.1$ y $\mu = 0.2$, resuelva las siguientes ejercicios:
 - (a) Encuentre las ecuaciones de movimiento en coordenadas cartesianas y polares. No es necesario resolver las ecuaciones en ambos sistemas, elija el que más le guste y con una transformación de coordenadas obtenga los resultados para el otro sistema de coordenado.
 - (b) Utilice el método de Runge-Kutta de 4to orden para encontrar la solución a las ecuaciones de movimiento en el inciso anterior con condiciones iniciales $\vec{r}_0 = (0, 1)$ y $\vec{v}_0 = (\cos \theta, \sin \theta)$, donde $\theta = \frac{n\pi}{6}$ con $n = 0, 1, 2, 3, \dots, 10, 11$.
 - (c) Genere una función que calcule la energía para las distintas condiciones iniciales y detenga la simulación cuando ésta sea menor al 1 % de su valor inicial.
 - (d) Dibuje las gráficas del momento angular para los casos anteriores en el inciso (1b).
 - (e) Tome de manera arbitraria alguna condición inicial y dibuje el espacio fase (p_x, x) y (p_ρ, ρ) .
2. Suponga que se tiene el sistema como en el problema anterior, pero ahora la partícula tiene carga $q > 0$ y en el origen también se encuentra una partícula de carga $q > 0$.
 - (a) Sin considerar la fricción, ¿El sistema puede tener órbitas cerradas?. De ser así, encuentre algunas de estas órbitas o muestre que el sistema no puede tener este tipo de órbitas. (Apoye sus argumentos con alguna simulación).
 - (b) Considerando fricción, ¿El sistema puede tener órbitas cerradas?. De ser así, encuentre algunas de estas órbitas o muestre que el sistema no puede tener este tipo de órbitas. (Apoye sus argumentos con alguna simulación).
3. Se tiene una partícula de masa $m = 1$ en un campo gravitacional $\vec{g} = -9.8\hat{j}$ en una caja como se muestra en la Figura 1 con $L = 10$ m y $d = 3$ m. Realice los ejercicios con valores de $\alpha = \pi/6$ y $\alpha = \pi/10$

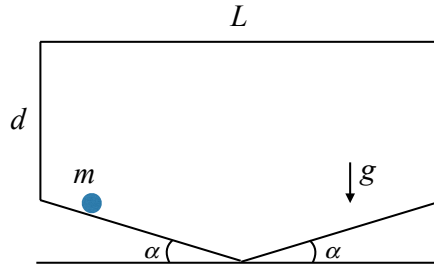


Figure 1: Caja con piso en forma de v a un ángulo α .

- (a) Realice una simulación con condición inicial tal que la posición inicial está sobre la rampa a un tercio de la distancia de la pared vertical izquierda y el vértice inferior de la caja, y se dispara con velocidad $|\vec{v}| = 1$ hacia la derecha con ángulos sobre la horizontal α , 2α y 3α . (Para que la simulación sea válida, la partícula debe rebotar al menos 20 con alguna parte de la caja).
- (b) Introduzca algún modelo de fricción y compare las trayectorias con el inciso anterior.

- (c) Realice los ejercicios en los incisos (3a) y (3b) pero ahora $|\vec{v}| = 25$ y $|\vec{v}'| = 60$. Describa las similitudes y diferencias entre las distintas simulaciones.
- (d) Dibuje el espacio fase p_x, x y p_y, y cuando no hay fricción y la partícula es lanzada hacia la derecha a un ángulo α y vertical hacia arriba. Tome en cuenta el número necesario de rebotes para que la simulación pueda barrer el espacio fase de manera representativa.
4. Se tiene una partícula de masa $m = 1$ en una caja circular como se muestra en la Figura 2. Los radios de a y b son tales que $b = 2a$.

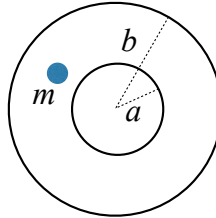


Figure 2: Círculos concéntricos con una partícula entre ellos.

- (a) Realice una simulación en donde la partícula realiza varios rebotes en las paredes de la caja. Suponga condiciones iniciales arbitrarias que le permitan hacer lo anterior.
- (b) ¿Existen condiciones iniciales que hagan que la partícula quede encasillada en sólo un sector de la caja?. De ser así muestre cuales son tales condiciones o demuestre porque no se pueden obtener dicha situación.
- (c) Si ahora se tiene un campo gravitacional uniforme $\vec{g} = 10\hat{n}$. Que condiciones iniciales se tendrían que cumplir para que la partícula sólo pueda ocupar la mitad de la dona.

Punto extra: Realice una animación para alguna trayectoria del problema en el inciso (3c) y otra animación para el inciso (4c).